ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
TBMYO

01.01.2021

MEKANİK-STATİK

Prof. Dr. Abdulkadir KAN
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ

Kaynaklar:

Mühendislik Mekaniğinde Çözümlü Statik problemleri. H. Engin, E. Ergüven
Mühendislik Mekaniğinde Statik problemleri. H. Karataş, Ö. Işler.
Yapı Statiği, H. Can
Yapı statiği I, İbrahim Ekiz
Problems and solutions in Mechanical Engineering. U.K. Singh., Manish Dwivedi.
Mühendislik Mekaniği Statik. R.C. Hıbbeler, S.C. Fan
Mühendisler İçin Mekanik (Statik) F.P.Beer, çev. F. Keskinel, T.Özbek
Mühendisler İçin Mekanik (Dinamik) F.P.Beer, E.R.,Johnston, Çev: S.S. Tameroğlu, T.Özbek

YAPI

.... bir yükü aktarmak için oluşturulan birbirine bağlı kısımlardan oluşan bir sistem .....

. Yapıların Tasarımı

- Emniyet
- Estetik
- Servis kolaylığı
- Çevre
- Ekonomi

. Yapıların Analizi

- Güç
- Dayanım

. Yapıların İdealizasyonu

- Fiziksel Model
- Matematiksel model

Yapısal Teorinin Temelleri

. İdealleştirme
. Fiziksel Model
. Çubuklar
. Bağlantılar
.Mesnetler
. Yükler
. Serbest Cisim Diyagramları
    . Sistem
    . Çubuk

. Matematik model

. Denge Şartları

$\Sigma Fx = 0, \quad \Sigma Fy = 0, \quad \Sigma M = 0$

. Compatibility conditions (uyumluluk şartları)
- Continuity condition (süreklilik şartları)
- Boundary condition (sınır şartları)

. Constitutive relationship of stress and strain $E = \sigma / \varepsilon$ gerilme ve deformasyon bünye ilişkisi

BOYUT SİSTEMLERİ

Sembol	Değer		Boyutlar MLT	Boyutlar FLT	Birimler USCS	Birimler SI
Geometrik						
L	Uzunluk	(long)	L		ft	m 
A	Alan	Area	L^2		ft^2	m^2 
V	Hacim	Volume	L^3		ft^3	m^3 
Kinematik						
t	Zaman			T	s	s
ω	Açısal hız			T^{-1}	s^{-1}	s^{-1}
f	Frekans		T^{-1}		s^{-1}	s^{-1}
v	Hız		LT^{-1}		ft/s	m/s
υ	Kinematik Vizkosite		L^2T^{-1}		ft^2/s	m^2/s
Q	hacimsel debi		L^3T^{-1}		ft^3/s	m^3/s
α	Açısal ivme		T^{-2}		s^{-2}	s^{-2}
a	İvme		LT^{-2}		ft/s^2	m/s^2
Dinamik						
ρ	Özgül kütle		ML^{-3}	$FL^{-4}T^2$	$slug/ft^3$	kg/m^3
M	Kütle		M	$FL^{-1}T^2$	$slug=lbf.s^2/ft$	kg
I	Atalet Momenti		ML^2	FLT^2	$slug.ft^2$	$kg.m^2$
μ	Dinamik Vizkozite		$ML^{-1}T^{-1}$	$FL^{-2}T$	slug/ft.s	kg/m.s
M	Kütlesel Debi		MT^{-1}	$FL^{-1}T^{-1}$	slug/s	kg/s
MV	Momentum		MLT^{-1}	FT	lbf.s	N.s
Ft	İmpuls		MLT^{-1}	FT	lbf.s	N.s
Mw	Açısal Momentum		ML^2T^{-1}	FLT	$slug.ft^2/s$	$kg.m^2/s$
γ	Özgül Ağırlık		$ML^{-2}T^{-2}$	FL^3	lbf/ft^3	N/m^3
p	Basınç		$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	lbf/ft^2	N/m^2
τ	Kayma gerilmesi		$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	lbf/ft^2	N/m^2
E	Elastiklik Modülü		$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	lbf/ft^2	N/m^2
f	Kuvvet		MLT^{-2}	F	lbf	N
E	Enerji		ML^2T^{-2}	FL	lbf.ft	J
W	İş		ML^2T^{-2}	FL	lbf.ft	J
M	Moment		ML^2T^{-2}	FL	lbf.ft	J
P	Güç		ML^2T^{-3}	FLT^{-1}	lbf.ft/s	W
v	Özgül hacim		$M^{-1}L^3$	$F^{-1}L^4T^{-2}$	ft^3/lbm	m^3/kg

MLT : (Mass Length Time) (Kütle Uzunluk Zaman)
FLT : (Force Length Time) (Kuvvet Uzunluk Zaman)

USCS : United States Customary System

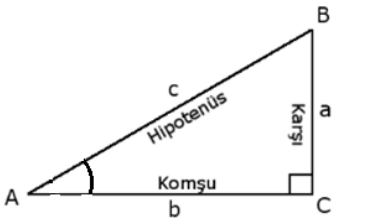
MEKANİK STATİK DERSİ AKIŞ ŞEMASI (İçerik)

1-Üçgenlerde bağıntılar (dik üçgenlerde sin, cos, tan, ctan bağıntısı)
2-Cosinus teoremi
-üçgenlerde formül,
-bir kuvvetin bileşke hesabında formül
3-Pisagor teoremi
4-Sinüs teoremi
5-Kuvvet nedir.
7- Bileşke nedir?
8- Bir kuvvetin dik bileşenlerine ayrılması
-çoklu kuvvetlerin bileşkesinin yönü, doğrultusu, şiddeti ile ilgili uygulamalar
9-Statiğin temel prensipleri (özellikle 3 denge denklemi) -terazi ve denge problemleri
10-Yapıya etkiyen yük çeşitleri ve gösterimi
-yayılı yüklerin bileşkesi eşdeğer tekil yük (tekil, yayılı, yamuk)
11-Varignon teoremi
-tekil ve yayılı yüklerin etkidiği iki ve üç boyutlu sistemlerde Bileşkenin ve etkime noktasının hesabı
12- Denge, moment ve iplerdeki kuvvetler ile ilgili problemler
13-Kirişler, tanım ve çeşitleri
14-Mesnetler ve çeşitleri
15-İki mafsallı basit kirişlerin mesnet reaksiyonlarının (M.R) hesabı
16-Bağlı kirişlerin MR hesabı
17-Çerçeve kirişlerin MR
18-Kemer kirişler
19-Üç mafsallı kirişlerin MR hesabı
20-Gerber kirişler ve MR hesabı
21-Kablolar

ORTA ÖĞRETİMDEN HATIRLATMALAR.

Dar ve geniş açıların trigonometrik oranları tablosu (0, 30, 45, 60, 90)

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Tanımsız



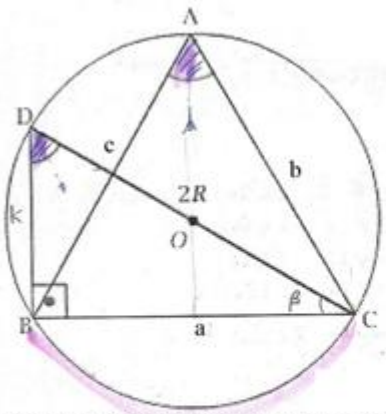
A köşesine göre kenar isimleri (A Açısı)

Önce 4x6 (satır; sütun) boyutlarında boş bir tablo hazırlanır. İlk sütuna şekildeki gibi sin, cos, tan yazılır. İlk satıra ise 0,30; 45; 60; 90 dereceler yazılır.
Sinüs satırındaki her sütuna ilk hücreden başlayıp 0, 1, 2, 3, 4, rakamları yazılır. Sonra bu rakamlar 2 ye bölünür. Sonra hepsinin pay kısmı kök içine alınır. Elde edilen sayılar düzeltilirse 0 30 45 60 ve 90 derecenin sin değerleri bulunur. Birbirini 90 derecede tamamlayan açıların Sin=Cos olduğundan Sin satırındaki değerler tersten Cos satırına yazılır.
Tanjant= Sin/Cos olduğu için sin değerleri Cos değerlerine bölünerek açıların Tan değerleri bulunur ve hücresine yazılır.

Bunların dik üçgende kenarların uzunluklarının birbirine oranı olduğu unutulmamalıdır.
Sin =karşı dik kenar uzunluğu/hipotenüs uzunluğu
Cos= Komşu dik kenarın uzunluğu/ hipotenüs uzunluğu
Tanjant= (eğim) Karşı dik kenar uzunluğu/ komşu dik kenar uzunluğu. ½, 0,02, gibi.
Cotanjant=1/Tanjant
Sekant=sec= 1/Cosinus
Cosekant =csc=1/Sinüs
Sizce yüzde yüz (%100) eğim olur mu?
Mekanik-statik- mukavemet gibi alanlarda teknik problemlerin çözümünde önceden çıkarılmış ve ispatlanmış teori, teorem, yasa ve kurallardan faydalanırız. Bunlar aşağıda verilmiştir.

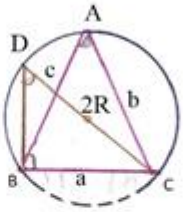
sinüs (karşı) teoremi

D ve A açıları aynı BC yayını görmekte.

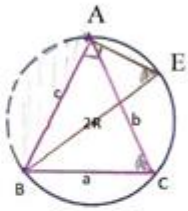


sinüs: karşı dik kenar uzunluğunun, hipotenüs uzunluğuna oranıdır.
"Aynı çemberi gören açıların sinüsleri eşittir"

yarı çap R
Çap 2R dir.



$\text{Sin D}=\frac{a}{2R}=\text{Sin A}$ $\quad 2R=\frac{a}{\text{Sin A}}$



$\text{Sin E}=\frac{c}{2R}=\text{Sin C}$ $\quad 2R=\frac{c}{\text{Sin C}}$

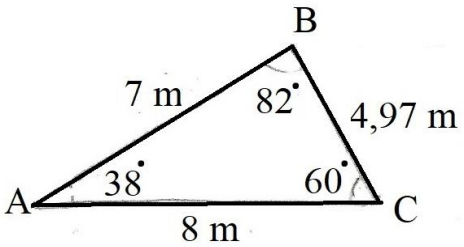


$\text{Sin F}=\frac{b}{2R}=\text{Sin B}$ $\quad 2R=\frac{b}{\text{Sin B}}$

$$\frac{a}{\text{Sin A}}=\frac{b}{\text{Sin B}}=\frac{c}{\text{Sin C}}$$

2R ler eşit olduğundan elde edilen bu bağıntıya sinüs teoremi denilir.

Sinüs teoremi ile ilgili çözümler



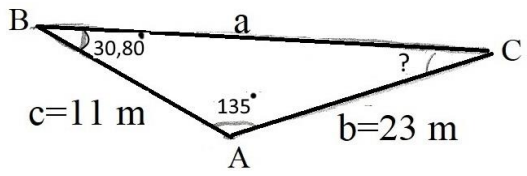
A, B C üçgeni için verilen ölçüler doğrumudur?

$$\frac{a}{\text{Sin A}}=\frac{b}{\text{Sin B}}=\frac{c}{\text{Sin C}}$$

4,97/sin38=8,07
8/sin 82=8,07
7/sin60=8,07

Sin teoremine göre kurulan eşitlikte oranlar aynı olduğu için verilen ölçüler doğrudur.

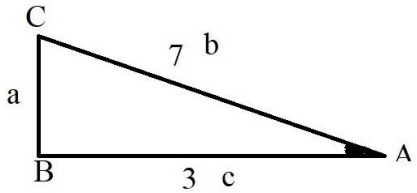
MİSAL: BC uzunluğunun ve C açısının değeri



$$\frac{a}{\text{Sin}135}=\frac{23}{\text{Sin}30,8}=\frac{11}{\text{Sin}C}$$

a=31,76 m $\quad \hat{C}=14,20^{\circ}$

MİSAL: Bir dik üçgende cosA=3/7 ise tanA=? ve sinA=? nedir?



$BC=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}$

$=\sqrt{4\cdot 10}=2\sqrt{10}$

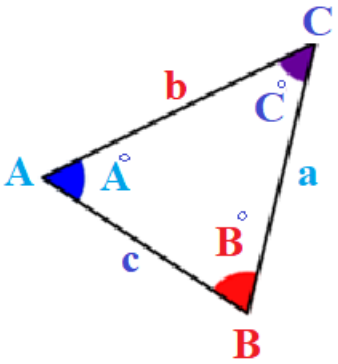
$$\tan A=\frac{a}{c}=\frac{2\cdot\sqrt{10}}{3}$$

$$\sin A=\frac{a}{b}=\frac{2\cdot\sqrt{10}}{7}$$

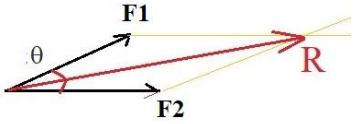
Cosinus teoremi (komşu)

1-Üçgenin *üçüncü kenarının uzunluğunu* hesaplamak için

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A^\circ$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B^\circ$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C^\circ$



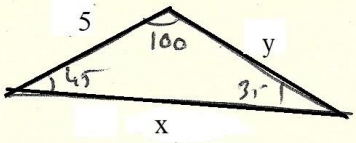
***Aralarında θ açısı olan İki vektörün *bileşkesini* bulmak için



$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta}.$$

Sinüs ve Cosinus teoremi uygulamaları

1-



x=?
y=?

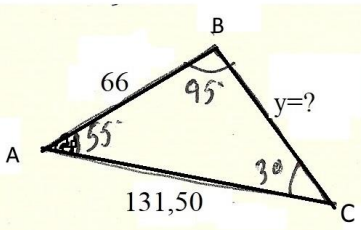
sinüs teoreminden faydalanarak x ve y kenar uzunlukları hesaplanabilir.

$$\frac{x}{\sin 100} = \frac{y}{\sin 45} = \frac{5}{\sin 35}$$

$\sin 35 \cdot y = \sin 45 \cdot 5 \longrightarrow y = 6{,}16$ m

$\sin 35 \cdot x = \sin 100 \cdot 5 \longrightarrow x = 8{,}58$ m

2- Üçgenin BC kenar uzunluğunu hesaplayınız.

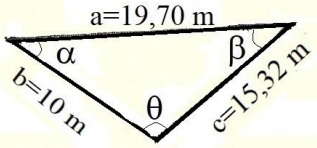


$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$

$y^2 = (131{,}50)^2 + (66)^2 - 2 \cdot 131{,}50 \cdot 66 \cdot \cos 55$

$y = 108{,}13$ metre

3- Kenar uzunlukları verilen üçgenin iç açılarını hesaplayınız.



α=?
β=?
θ=?

cosinüs teoreminden

$$19{,}7^2 = 10^2 + 15{,}32^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15{,}32 \cdot \cos\theta$$

$$\cos\theta = -0{,}17424$$

$$\frac{\cos\theta}{\cos} = \frac{-0{,}17424}{\cos\theta}$$

$$\theta = \frac{1}{\cos\theta} \cdot (-0{,}17424) \rightarrow \theta = \cos^{-1}(-0{,}17424) \rightarrow \theta = 100^\circ$$

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos\theta^\circ$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\beta^\circ$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos\alpha^\circ$

Açılardan birisi cos teoremi ile bulunduktan sonra diğer açılar sin teoremi ile bulunabilir.

MEKANİK NEDİR?

Kuvvetlerin etkisi altındaki cisimlerin denge ve hareket şartlarını inceleyen bilim dalıdır.

Mekanik genel bir kavram olup asıl olarak üç anabilim dalını kapsar.

1- Rijit cisimler mekaniği
   -statik
   -dinamik

2- şekil değiştiren cisimler mekaniği
   - mukavemet (cisimlerin dayanımı)

3-Akışkanlar mekaniği
   -sıkıştırılabilen akışkanlar mekaniği (gazlar)
   -sıkıştırılamayan akışkanlar mekaniği (sıvılar) mesela hidrolik

STATİK

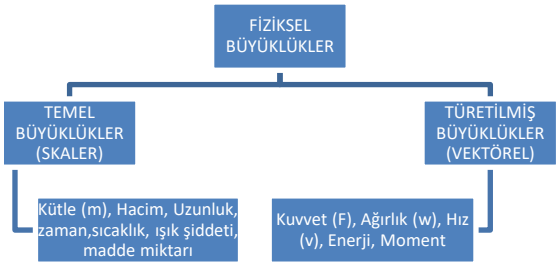
Genel olarak; dış kuvvetlerin etkisi altındaki cisimlerin denge şartlarını inceler. Söz konusu kuvvetler bir yapı sistemine etki ediyorsa konu **YAPI STATİĞİ** olarak ele alınır. Yapı statiği, bir yapı öğesinin, etkiyen yükler altındaki davranışlarını ve oluşan iç kuvvetlerin dengesini inceler. Yapı statiği, incelenen sistemin bilinmeyen reaksiyon ve etkilerinin sayısına göre

-izostatik

-hiperstatik olmak üzere ikiye ayrılır.

BÜYÜKLÜKLER

Çevremizde yaptığımız gözlemleri anlatırken bazen büyüklükleri kullanırız. Genel mekanikte büyüklükler (kemiyet) iki kısma ayrılır. Bunlar; Skaler ve Vektörel büyüklüklerdir.



Temel fiziksel büyüklükler:

Uzunluk, zaman, kütle ve kuvvet, dört temel büyüklük olup rijit cisimler mekaniğinde sürekli kullanılır. Temel büyüklüklerde türetilmiş olup olmamalarına göre ikiye ayrılır.

<u>Skaler Büyüklükler</u>

Bir sayı ve değeri ile belirtilen büyüklüklerdir.

Örneğin oda sıcaklığı 26ºC ye ulaştı, cümlesinde odanın sıcaklığı ile ilgili yeterli bilgi, bir sayı ve bir birim ile verilmektedir. (Skaler Büyüklük: Sayı + birim.)

Mesela: şu ifadeler skaler büyüklükleri belirtir.

Hava sıcaklığı 26 ºC dir.

Kirişin uzunluğu L=8m dir.

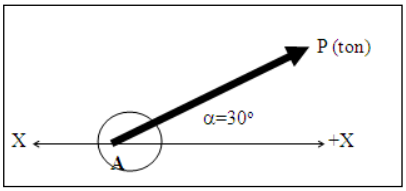
Betonarmenin birim ağırlığı Wb=2,4 t/m^3 dür.

Polistren köpüklerin ısı iletim katsayısı 0,034 Wm/K dir. Şu halde, **uzunluk, alan, hacim, sıcaklık, ısı, iş, kütle, enerji** gibi büyüklükler *skaler* dir. Skaler büyüklükler aritmetik olarak toplanabilirler.

<u>Vektörel Büyüklükler (Türetilmiş büyüklükler)</u>

Kuvvet gibi şiddeti, doğrultusu ve yönü olan matematik ifadelere vektörel büyüklükler denir ve grafik olarak **vektör** diye adlandırılan bir doğru parçası ile gösterilebilir.

Vektörel büyüklüklerin belirtilmesi için sayı değeri ve birim yetmez. Örneğin; "Rüzgar, yapıya 60 km/h hızla etki ediyor." cümlesinde rüzgar hızı ile bilgi yeterli değildir. Vektörel büyüklükler aşağıdaki dört özellik ile belirlenir.



1-Şiddetleri
2-Başlangıç noktaları,
3-Yönleri
4-Doğrultuları (Vektörel büyüklük: Başlangıç noktası+yön+doğrultu+şiddet)

Yukarıdaki cümlede verilen bilgilerin yeterli olabilmesi için ifade: "Rüzgar, yapıya kuzey cephesinden 60 km/h hızla etki ediyor." gibi yazılabilir ve bu durum şekil çizilerek de gösterilebilir. Böylece, rüzgârın yapıya etkisi tam olarak açıklanmış olur. Şu halde **zaman, hız, kuvvet** birer *vektörel* büyüklüklerdir. Vektörler paralel kenar kanunlarına göre toplanabilirler.

KUVVET

Kuvvet, bir cismin diğeri üzerine etkisidir. Bir başka ifade ile cisimlerin hareket ve durgun hallerini değiştirmeye çalışan etkiye kuvvet denilir. Yapı yükleri ağırlık olarak algılanır. Kuvvete çevrilerek işlem yapılır.

-Kuvvet ($\vec{F}$), kütle m, ivme de $\vec{a}$ olmak üzere, $\vec{F} = m\vec{a}$ şeklinde ifade edilir. Kuvvet, niteliği gereği vektörel bir büyüklüktür, belirleyici dört unsuru vardır; başlangıç noktası, doğrultusu, şiddeti ve yönü. Birimi de Newton ya da kg.m/sn^2'dir.

-MKS sisteminde 1 kilogram'lık kütleye 1 m/sn^2'lik ivme veren kuvvet "1 Newton" olarak isimlendirilir. Mesela kütlesi 10 kg olan bir cismin uyguladığı kuvvet

$F=m.a$ ifadesinden F=10x9,81 F=98,1 kg.m/sn^2 veya kısaca N (Newton) dur.

(kg.m/sn^2 Neyin birimidir☺)

Kuvvetin Cisimlerin Hareketlerindeki Etkileri

Kuvvetin yapı elemanları üzerine statik etkisi vardır. Etkidiği elemanın boyunu uzatır, kısaltır veya eğmeye çalışır. Veya daha genel olarak şu şekilde ifade edilebilir.

1) Kuvvet etki ettiği cisimlere hareket kazandırabilir.
2) Kuvvet cisimlerin hızlarını değiştirebilir.
3) Kuvvet hareket eden cisimlerin yönünü değiştirebilir.
4) Kuvvet yapısal elemanlar üzerinde şekil değişikliğine sebep olabilir (çekme, basınç. kayma, eğilme, burulma).
5) Kuvvetlerin yapısal elemalar üzerinde döndürme etkileri bulunur (Moment= Kuvvet x kuvvet kolu)

AĞIRLIK (W) Weight

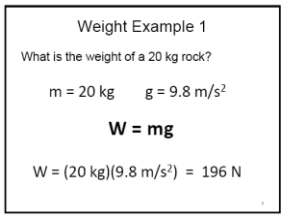
Ağırlık bir cisme etki eden yer çekimi kuvvetinin büyüklüğüdür. Ağırlık yönlü (vektörel) büyüklüktür, bu yüzden kuvvettir. Ağırlık dinamometre (veya yaylı el kantarı) ile ölçülür.

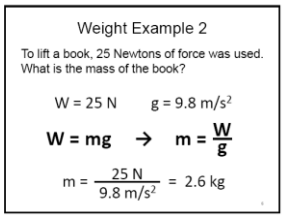
W=m.g ile ifade edilir. Ağırlık birimi "N" ya da "dyn" dir. Weight (W), mass (m) g=9,81 m/sn^2

KÜTLE (Mass m=W/g)

Kütle, bir cismin özündeki niceliklerin ölçüsüdür. Diğer bir deyişle kütle, değişmeyen madde miktarıdır. Ayrıca nesnenin hareket etmeye karşı gösterdiği direnç olarak da adlandırılabilir. Kütlesi büyük olan nesneye aynı kuvvet uygulandığında hızlanması daha düşük olur. Diğer bir deyişle kütlesi büyük olan daha büyük eylemsizliğe sahiptir. Kütle yönsüz (skaler) bir büyüklüktür. Kütle eşit kollu terazi ile ölçülür.

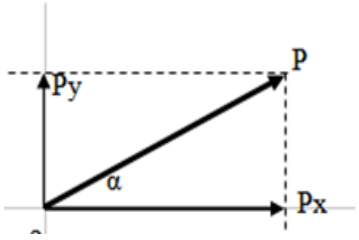
Günlük kullanımda kütle genellikle ağırlık ile karıştırılır (W). Ağırlıkla karıştırılmamalıdır (W=m.g). Kütle, eşit kollu terazi ile ölçülebilirken, ağırlık çekim kuvveti olup dinamometre ile ölçülür. Kütle bulunduğu ortamın yerçekimine göre değişmez bir değerdir.





Bir Kuvvetin Dik Bileşenlerine Ayrılması

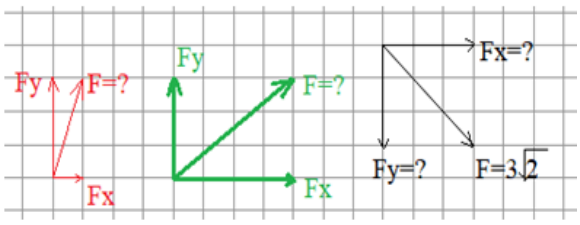
Bir cisme bir açı altında etkiyen tek bir kuvvet, hesapları kolaylaştırmak açısından dik bileşenlerine ayrılabilirler. Bir başka ifade ile, kuvvetin yatay ve düşey eksenlere iz düşümünü almaktır. Bu bileşenler, cisme, kuvvetin yaptığı aynı etkiyi yaparlar. Her defasında kuvveti dik koordinat sisteminin orijinine kaydırmakla büyük hata yapılmaz.



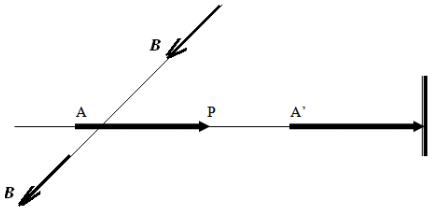
$Px=P.\cos\alpha$

$Py=P.\sin\alpha$

$$\tan\alpha = \frac{Py}{Px} = \frac{P\cdot\sin\alpha}{P\cdot\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$



TESİR ÇİZGİSİ (süperpozisyon ve kayıcılık ilkesi)



Üzerinde kuvvetin etkidiği varsayılan sonsuz doğrudur. Bu çizgi üzerinde kuvvetin yönünü ve diğer özelliklerini değiştirmemek şartıyla, kuvveti ileri-geri kaydırmakla bir hata yapılmış olmaz. Rijit cismin denge ve hareketinde bir değişiklik olmaz. Kuvvetin etkisi değişmez. Kuvvet, kayan bir vektördür.

SERBEST CİSİM DİYAGRAMLARI (SCD)

Statik problemleri incelenirken, problemdeki cisimlerin hepsi için, her birine etkiyen kuvvetleri açıkça gösteren ayrı ayrı diyagramlar çizilmelidir.

Dengesi incelenecek olan sistemin ya da cismin üzerine etkiyen bütün kuvvetlerin gösterildiği diyagramlara ***serbest cisim diyagramları (SCD)*** denir. Bu diyagramların elde edilebilmesi için,

a) incelenecek olan cisim bağlarından ve diğer cisimlerden ayrılır,

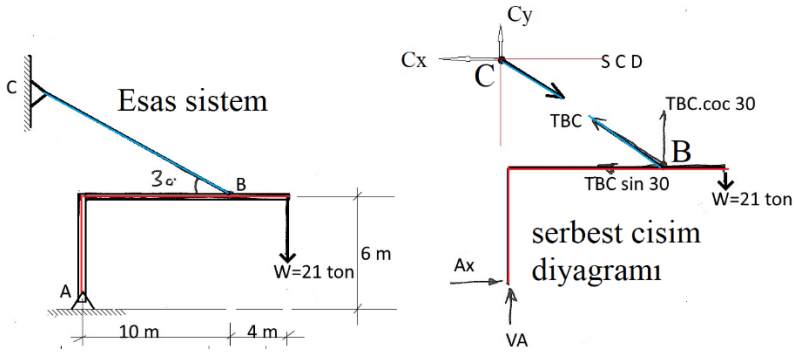
b) bağlardan ve diğer cisimlerden ayrılan cismin serbest cismi üzerine uygulanan kuvvetler gösterilir,

c) serbest cisim birkaç parçadan oluşuyorsa, tüm cismin SCD da, bu parçaların birbirlerine uyguladığı kuvvetler göz önüne alınmamalıdır,

d) bilinen dış kuvvetler şiddet ve doğrultularıyla SCD da çizilir,

e) bağ kuvvetleri (mesnet tepkileri veya mesnet reaksiyonları) de, bağın özelliğine göre SCD da cisim üzerine etki ettirilir.

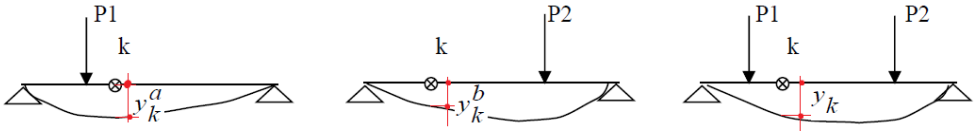
Böylece elde edilen SCD da denge denklemleri yazılarak bilinmeyenler hesaplanabilir. Bazı SCD'ları Şekil de görülmektedir. FBD, free body diagrams



KABULLER

İzostatik problemlerin çözümünde başlangıçta şu kabullerin yapıldığı varsayılır.

1. Yapı statiğinde emniyet kavramı vardır. Sisteme etkiyen yükler bir katsayı ile çarpılırken, malzeme dayanımları bir katsayıya bölünerek elde edilir. Böylece hesap yükü ve hesap dayanımı elde edilir.
2. İncelenen sistem, tesir eden yüklerin şekil ve şiddetine bağlı değildir.
3. Sistem elemanları çubuk diye adlandırılır ve üç boyutlu eleman olarak değil de çizgi şeklinde modelleştirilerek çalışılır.
4. İç yüklerin (rötre ve sünme) meydana getirdiği şekil değişimleri yok denecek kadar küçük kabul edilir.
5. Malzeme Lineer-Elastik malzeme olarak kabul edilir. Bu durumda gerilme- şekil değiştirme bağıntıları için Hook kanunu geçerlidir.
6. Süperpozisyon kuralı geçerlidir. Yani; yüklerin sisteme ayrı ayrı tesir etmesiyle oluşan gerilme ve şekil değiştirmelerin toplamı, bütün yüklerin aynı anda tesir etmesiyle meydana gelen gerilme ve şekil değiştirmelere eşit olur.

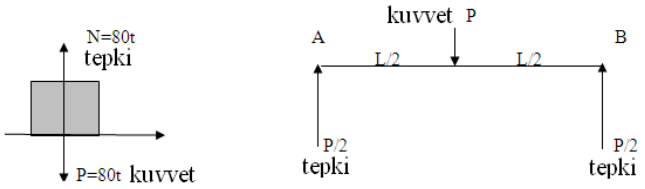


Süperpozisyon kuralına göre "k" noktasındaki çökme $y_k = y_k^a + y_k^b$ olarak yazılır.

7. Yapı statiğinde sisteme etkiyen yükler "statik yüklemelerdir"

STATİĞİN PRENSİPLERİ

Statik şu üç temel prensip üzerine kurulmuştur.



1-Etkinin tepkiye eşitlik prensibi. (action=reaction)
Bir cisme bir kuvvet etki ediyorsa mutlaka tepki vardır.
Tepki,
-kuvvetle aynı tesir çizgisi üzerindedir. (aynı doğrultuda)
-kuvvetle aynı şiddettedir.
-kuvvetle zıt yöndedir.

2-İki kuvvetin denge prensibi (DENGE)!!!!!!!!!!!!

Bir cisme etkiyen kuvvetlerin bileşkesinin sıfır olma durumu her zaman söz konusudur. Böyle bir durumda etkiyen kuvvetlerin gerçek etkisi sıfırdır ve cismin dengede olduğunu gösterir. *Bir cisme etkiyen bütün kuvvetlerin bileşkesi sıfır ise maddesel nokta dengededir.*

Düzlemde kuvvetlerin denge şartlarının analitik ifadeleri şunlardır. (dengenin üç koşulu vardır)!!!!!!!!!!!!!

$$\vec{\Sigma}Fx=0,\quad \overset{+}{\uparrow}\Sigma \mathrm{Fy}=0\quad \overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M=0$$

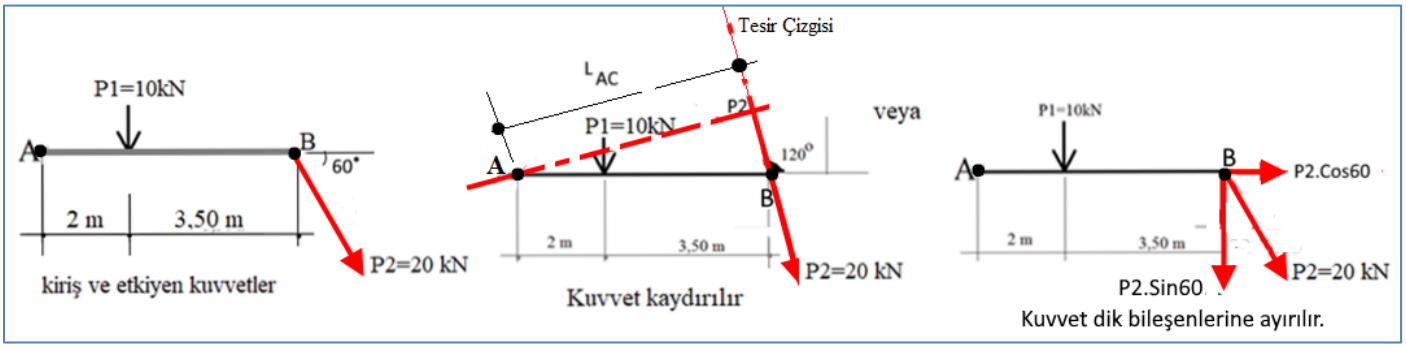
1) $\vec{\Sigma}Fx=0$**,** *incelemeye alınan bir yapı sisteminde, bu sisteme etkiyen bütün **yatay** kuvvetler ile sistemin bağlandığı mesnetlerde oluşan **yatay** reaksiyonların toplamı sıfır olmalıdır. Burada bilinmeyen olarak reaksiyonlar alınır.*

2) $\overset{+}{\uparrow}\Sigma \mathrm{Fy}=0$**,** *incelemeye alınan bir yapı sisteminde, bu sisteme etkiyen bütün **düşey** kuvvetler ile sistemin bağlandığı mesnetlerde oluşan **düşey** reaksiyonların toplamı sıfır olmalıdır.*

3) $\overset{+}{\circlearrowleft}\Sigma M=0$**,** *incelemeye alınan bir yapı sisteminde, bu sisteme etkiyen bütün **yatay ve düşey** kuvvetler ile sistemin bağlandığı mesnetlerde oluşan bütün **yatay ve düşey** reaksiyonların bilinen bir noktaya göre momentlerinin toplamı sıfır olmalıdır.*

Bunlardan ilk ikisi izdüşüm denge denklemleridir. Bileşkenin sıfır olduğunu ve rijit cismin öteleme hareketi yapmayacağını gösterir. Üçüncüsü ise keyfi seçilebilen bir noktaya göre moment denge denklemidir ve rijit cismin dönme yapmayacağını kabul eder.

Misal 1: Verilen kuvvetlerin A noktasına göre momentini alınız.



ÇÖZÜM: Bu problemde A noktasına göre kuvvetlerin momenti iki şekilde alınabilir. Kuvvetler yâda bileşenleri moment alınan noktaya göre 90º yani dik olmalıdır.

1. Yol: P2 kuvveti AB kirişi boyuna ekseniyle (yatay) bir açı yapıyor. Bu kuvvetin A ya göre momentini alabilmek için A noktasına dik olabilecek bir konuma kadar tesir çizgisi boyunca kaydırılması gerekir.

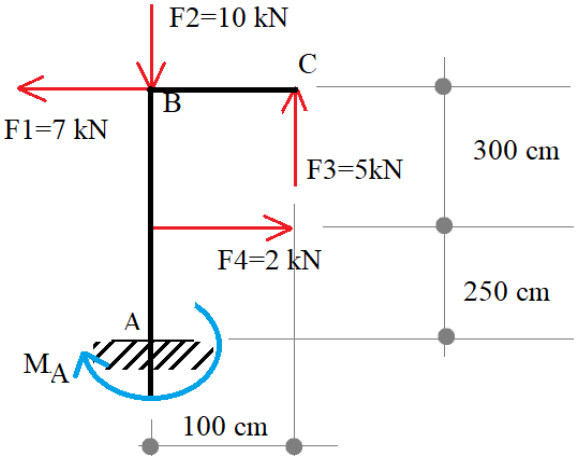
$$\circlearrowleft^{+} \sum M_A = P_2 \cdot L_{AC} + P_1 \cdot 2 \qquad L_{AC} = Sin60 \cdot L_{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5{,}50 = 4.76\ m$$

$$M_A = 20 \cdot 4{,}76 + 10 \cdot 2 = 115{,}20\ kNm \quad veya \quad sağdaki\ SCD'den$$

P_2 kuvveti dik bileşenlerine ayrılmalıdır. Böylece yatayla 60 derece açı yapan P kuvvetinin P_x bileşeninin moment etkisi olmazken P_y bileşeni moment alınan noktaya dik olduğundan, moment etkisi olur. Moment, *M=kuvvet x kuvvet kolu* olduğundan,

$$M_A = P_1 \cdot 2 + P_{2Y} \cdot 5{,}50 = 10 \cdot 2 + (20 \cdot Sin60) \cdot 5{,}50 = \ \ 115{,}20 kNm$$

Misal 2: Şekilde verilen ABC rijit çubuğu tek parça çerçevedir (Yapısal sistem). A noktasından beton içerisine gömülmüştür (ankrajlanmıştır). A noktası dönmeye karşı engellendiği için burada M_A momenti oluşmaktadır. Bu M_A momentinin değerini hesaplayınız.

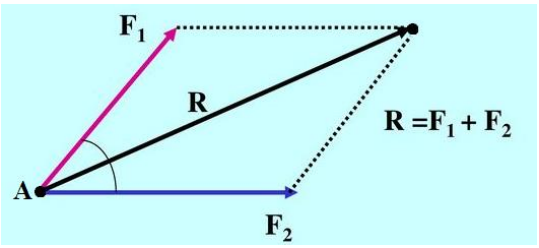


$\Sigma M_A = 0$ (saat istikametinde döndürenler pozitif +)

$$M_A + 10 \cdot 0 - 5 \cdot 100 - 7 \cdot 550 + 2 \cdot 250 = 0$$
$$M_A = +3850\ kNcm$$

Bu arada pozitif yönler dikkate alınarak, A mesnedinde oluşan yatay ve düşey reaksiyonlar da (mesnet reaksiyonu) hesaplanabilir.

3- Kuvvetlerin paralel kenar prensibi.



Kuvvet, vektörel büyüklük olduğundan cebirsel olarak toplanamazlar. Bu yüzden "paralel kenar kuralı" uygulanır. Toplanacak kuvvetler bir çizim ölçeği kullanılarak ölçekli çizilir. Mesela 10 kN=1 cm gibi. Kuvvetler ölçekli çizildikten sonra, F_1 kuvvetinin ucundan F_2 kuvvetine paralel çizilir. Aynı şekilde F_2 den de F_1' e paralel çizilir. Bu iki tesir çizgisinin kesiştiği nokta başlangıç olan A noktası ile birleştirilirse elde edilen uzunluk $\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ iki vektörün paralel kenar kuralına göre toplamını verir.

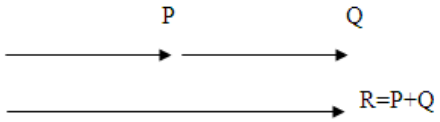
BİLEŞKE:

Bir kuvvet sisteminde kuvvetlerin sayısını azaltmak hesaplarda büyük kolaylık sağlar. Sisteme etkiyen çok sayıdaki kuvvet tek kuvvete indirgenebilirse bu kuvvet aranan bileşkedir. *Bir sisteme birden fazla kuvvet etki edebilir. Bu çok sayıdaki kuvvetin yerine aynı etkiyi yapacak tek bir kuvvet konulabilir. Bu kuvvete bileşke denilir.* Bileşke kuvvetin iki önemli unsuru vardır, şiddeti ve etkime noktası. Yön ve doğrultusu, bu iki unsurun bir gereğidir.

Bileşkenin doğrultusu, yönü, şiddeti:

Bileşke kuvvetin şiddeti, bileşkeye eşdeğer olan kuvvetlerin toplamına eşittir. Bileşke ile ilgili bazı özel durumlar vardır.

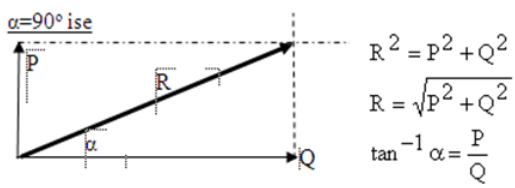
1-Cisme etkiyen kuvvetler aynı yön ve doğrultuda ise, kuvvetlerin bileşkesi cebirsel olarak toplanarak hesaplanabilir.

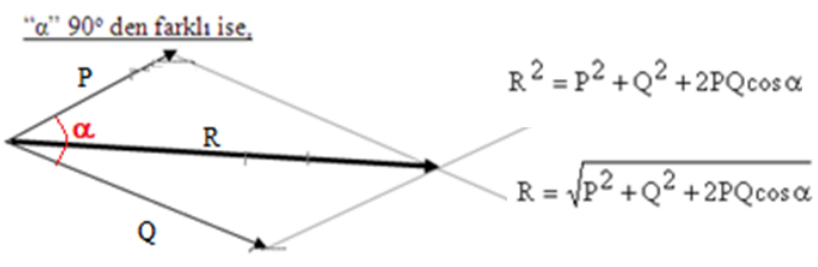


2-Kuvvetler aynı doğrultu üzerinde fakat zıt yönlü ise, $\vec{R} = \vec{Q} + (-\overrightarrow{P})$



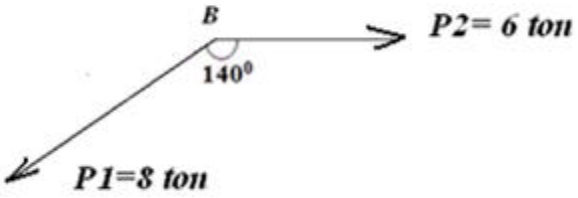
3-Kuvvetler arasında açı varsa (paralel kenar kanunları ile toplanırlar.)

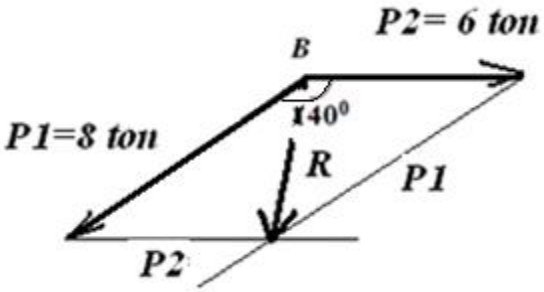




Cos α>90 ise açı (-) olur. Küçük ise (+) olur.(cos90=0, cos45=0.707, cos120= -0,5)

Misal: Verilen kuvvetlerin bileşkesinin 4 unsurunu hesaplayınız.



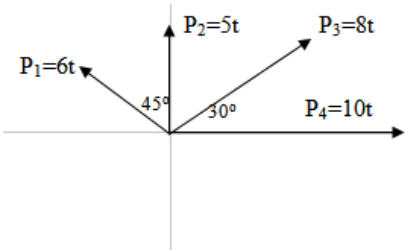


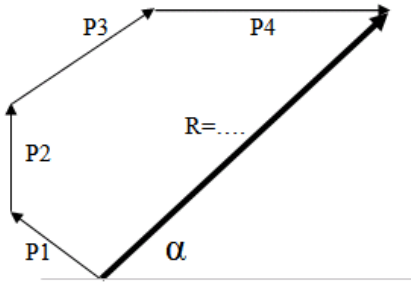
$R = \sqrt{8^2 + 6^2 + 2.8.6.\cos 140}$=5.14 ton

Sinüs teoremi kullanılarak doğrultu hesaplanabilir. (Koordinat ekseni üzerinde kuvvetler dik bileşenlerine ayrılarak izdüşüm denklemleri yardımıyla da hesaplanabilir.)

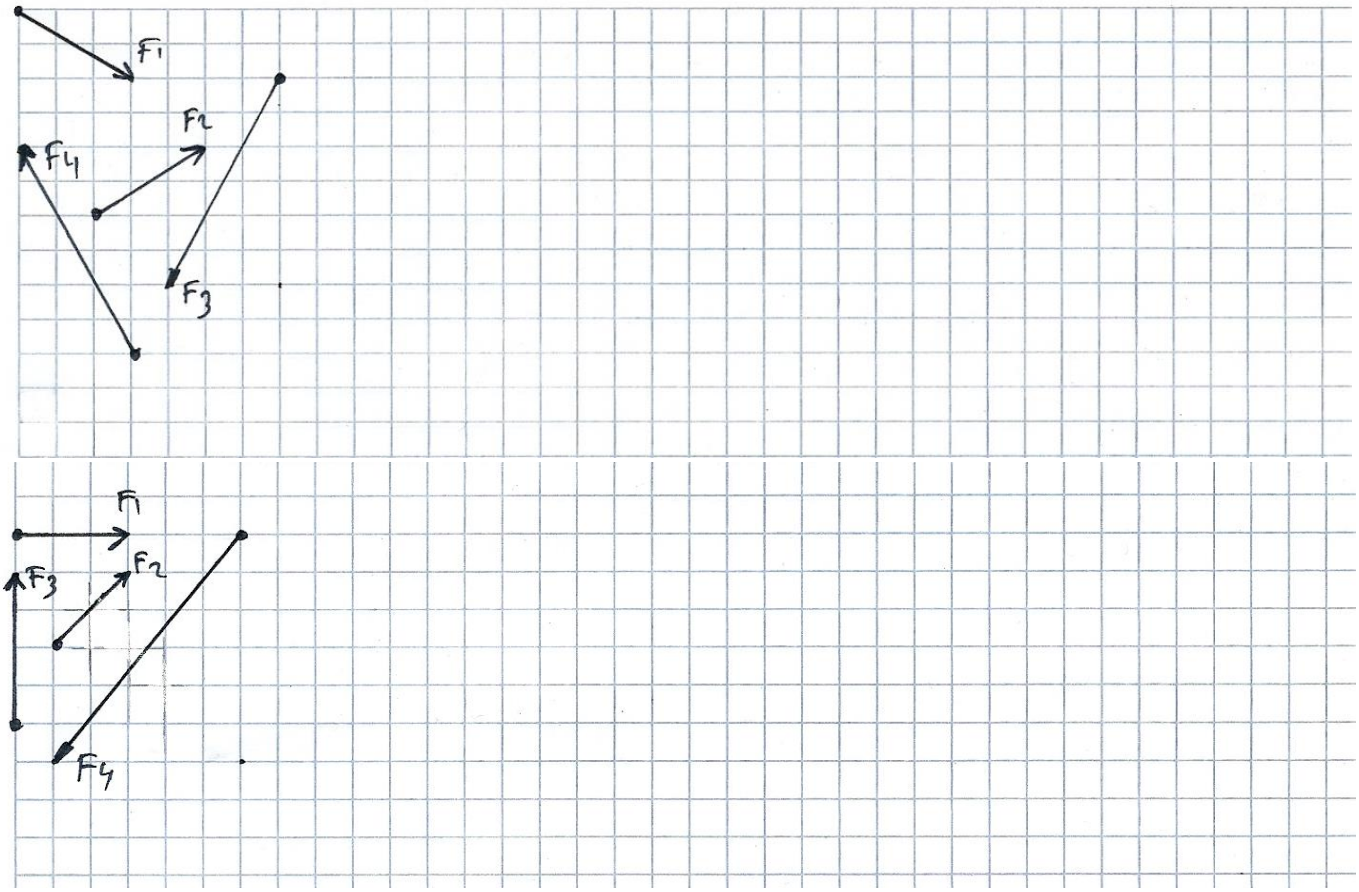
Misal: Verilen kuvvetlerin bileşkesini grafik yöntemle hesaplayınız**.**

iki adet gönye, açı ölçer (1 ton= 1cm olsun)



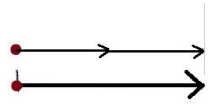


Misal: Verilen kuvvetlerin bileşkesini hesaplayınız.

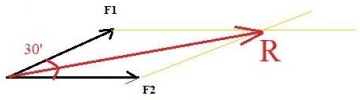


SORU: F1=F2=10 N dur. Bu iki kuvvetin bileşkesinin alabileceği en büyük ve en küçük değeri hesaplayınız.

-İki kuvvet aynı yönde etkiyorsa;



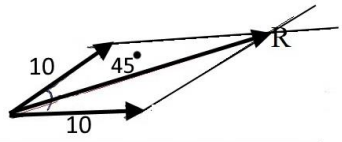
-iki kuvvetin arasındaki açı 30' ise



$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta}$$

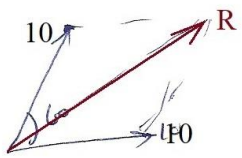
$$R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot cos30} = 19{,}31\ N$$

-iki kuvvetin arasındaki açı 45' ise



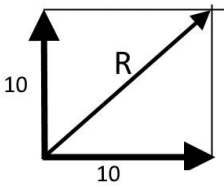
$$R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot cos45} = 18{,}47\ N$$

-iki kuvvetin arasındaki açı 60' ise



R=17,32 N

-iki kuvvetin arasındaki açı 90' ise

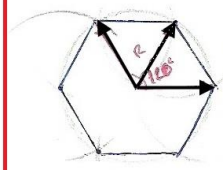


$$R = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot cos90}$$

(cos90=0)

$$R = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ N$$

-iki kuvvetin arasındaki açı 120' ise



R=F=10 N
özel durum.

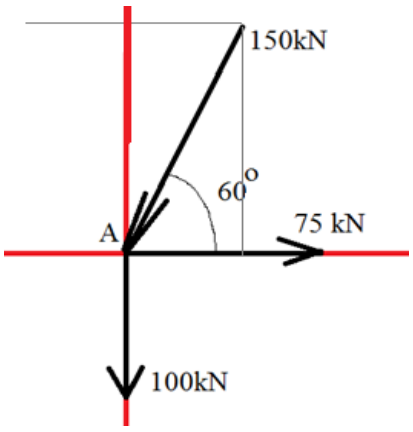
Son olarak İki kuvvet birbirine ters yönde etkiyorsa,

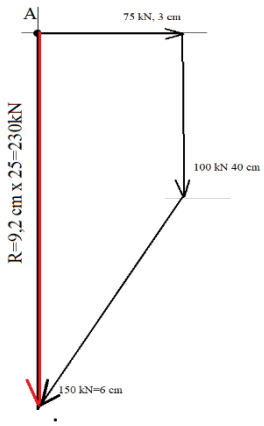


R=F1+F2 R=10+(-10)=0

R [en büyük 20N
en küçük 0

Misal: Aşağıdaki şekilde sırasıyla A noktasından 150kN, 75kN ve 100kN şiddetinde farklı yönlere etkiyen üç adet kuvvet görülmektedir. Verilen kuvvetlerin bileşkesini hesaplayınız.



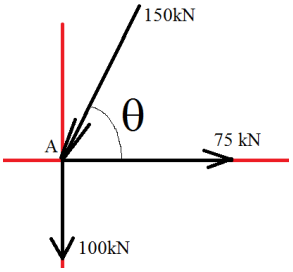


Bu üç kuvvetin bileşkesinin şiddeti ucuca ekleme yöntemi ile bulunabilir. Çizim ölçeği olarak 25kN=1 cm alalım ve istediğimiz bir yerden ve kuvvetten başlayabiliriz.

Sistem dengede olmadığından bu üç kuvvet ucuca eklendiğinde kuvvetler çokgeni kapanmaz. Aralık kalır. Başlangıç noktası ile en son eklenen kuvvetin ucu arası mesafe bu üç kuvvetin bileşkesini verir. Kuvvetleri ucuca eklediğimizde kuvvetler çokgeni kapanıyorsa bileşke sıfırdır, yani kuvvetlerin dengede olduğu anlaşılır.

İzdüşüm denklemlerini kullanılarakta hesaplayabiliriz.
Dik koordinat sisteminde açılı etkiyen çubuklar dik bileşenlerine ayrılır. Sonra izdüşüm denklemi kurulur.
→ΣFx=-150xCos60+75
Fx=0
↑ΣFy=-100-150xSin60
Fy=-230kN
$R = \sqrt{0^2 + 230^2} = 230\ kN$
$tan\theta = \frac{Fy}{Fx} = \frac{-230}{0} = \downarrow$
…

Misal: Verilen kuvvetlerin bileşkesinin yatay bileşeninin (Fx=0) o olabilmesi için θ açısı ne olmalıdır.

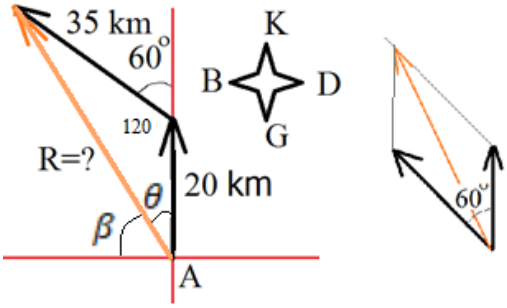


$\rightarrow +\Sigma Fx = -150 \cdot Cos\theta + 75 = 0 \quad 150 \cdot Cos\theta = 75 \quad Cos\theta = \frac{75}{150}$

Eşitliğin he iki tarafında Cos ' a bölelim.

$\frac{Cos}{Cos}\theta = \frac{0{,}5}{Cos} \quad \theta = \frac{1}{Cos}(0{,}5) \quad \theta = Cos^{-1}(0{,}5) \quad \theta = 60°$

Misal: Bir otomobil A noktasından 20 km kuzeye, oradan da kuzeybatıya 60 derece açı yaparak 35 km yol almıştır. Aracın A noktasına göre yer değiştirmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



<u>*Cos teoremi ile yerdeğiştirme, sin teoremi ile de doğrultusu hesaplanır.*</u>
Önce verilenlerden faydalanarak otomobilin son konumu belirlenir. A noktası ile son konumu ara mesafesi yerdeğiştirmenin bileşkesini verir. R, cos teoremi ile bulunabilir. (ucuca ekleyerekte olur)

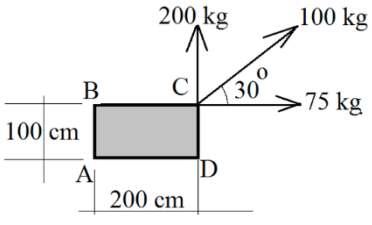
$R = \sqrt{20^2 + 35^2 - 2 \cdot 20 \cdot 35 \cdot Cos\ 120} = 48{,}22\ km.$

$R = \sqrt{20^2 + 35^2 + 2 \cdot 20 \cdot 35 \cdot Cos\ 60} = 48{,}22\ km.$

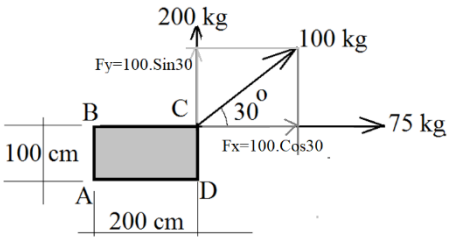
Sin teoreminden faydalanarak yerdeğiştirmenin doğrultusu hesaplanabilir.

$\frac{48{,}22}{Sin120} = \frac{35}{Sin\theta} \quad \rightarrow Sin\theta^{-1} = \frac{Sin120 \cdot 35}{48{,}22} = 0{,}6285 \rightarrow \theta = 39° \quad \beta = 90 - \theta = 51°$

Misal: Bir beton blokun C ucuna üç kuvvet etki ettirilmektedir. Bu üç kuvvetin A, B,C,D noktalarına göre momentini hesaplayınız.



(1)



(2)

Önce şekil (2) deki gibi 100 kg lık kuvvet dik bileşenlerine ayrılır. Daha sonra A, B,C,D noktalarından moment alınır. Momentin pozitif yönü saatin yönü kabul edilir. M=F x L

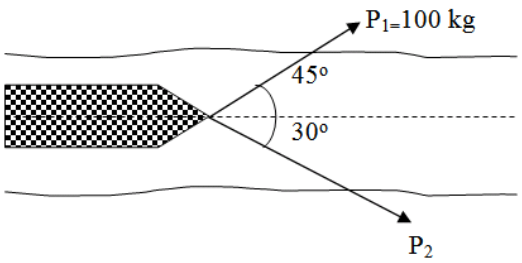
$\circlearrowleft \sum M_A = -200 \cdot 200 - 100 \cdot Sin30 \cdot 200 + 75 \cdot 100 + 100 \cdot Cos30 \cdot 100 =$

$\circlearrowleft \sum M_B = -200 \cdot 200 - 100 \cdot Sin30 \cdot 200 + 75 \cdot 0 + 100 \cdot Cos30 \cdot 0 =$

$\circlearrowleft \sum M_C = -200 \cdot 0 - 100 \cdot Sin30 \cdot 0 + 75 \cdot 0 + 100 \cdot Cos30 \cdot 0 =$

$\circlearrowleft \sum M_D = -200 \cdot 0 - 100 \cdot Sin30 \cdot 0 + 75 \cdot 100 + 100 \cdot Cos30 \cdot 100 =$

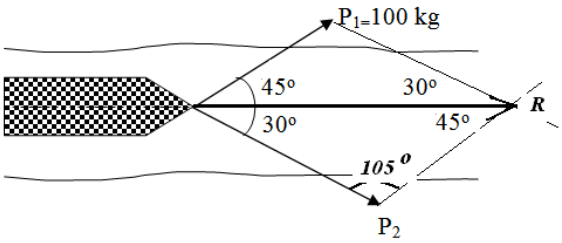
Misal: Şekilde görüldüğü gibi kanal ekseni doğrultusunda hareket eden bir tekne P_1 ve P_2 kuvvetleri ile çekilmektedir. Bu kuvvetlerin doğrultuları ile P_1=100 kg biliniyor. Buna göre P_2 yi ve R bileşke kuvvetini hesaplayınız.

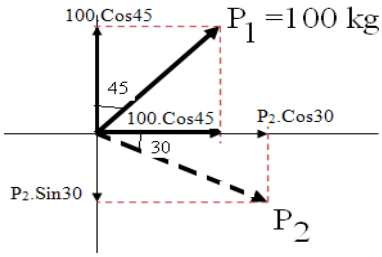


Çözüm: Teknenin istenilen hareketi yapabilmesi için bileşkenin doğrultusunun kanal eksenine paralel olması gerekir.

Sinüs teoremi uygulanabileceği gibi, P_1, P_2 ve yatayda R dik bileşenlerine ayrılarak ta çözülebilir.

$$\frac{P1}{sin30} = \frac{P2}{sin45} = \frac{R}{\sin 105}$$





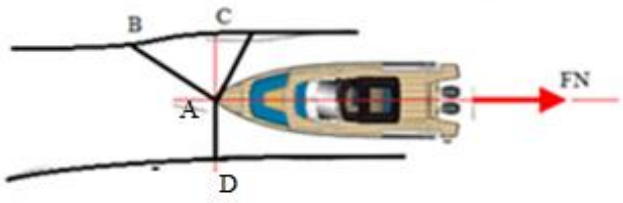
Kuvvetlerin yatay bileşenlerinin toplamı bileşkeye, düşey bileşenlerinin toplamı ise sıfıra eşitlenirse,

$\sum F^{\rightarrow} x = R$ $\quad \mathbf{100 \cdot Cos45 + P_2 \cdot Cos30 = R}$ (1)

$\sum F^{\uparrow} y = 0$ $\quad$ **100.Cos45-P2.Sin30=0** (2) $\rightarrow$ **P_2= 141 kg** $\quad$ **P_2** nin hesplanan değeri (1). Denklemde yerine konulursa

$100 \cdot Cos45 + 141 \cdot Cos30 = R$ $\quad \rightarrow$R=193 kg $\quad$ bulunur.

Misal: Küçük bir sandal üç halat yardımıyla kıyıdaki direklere bağlanmıştır. Nehrin akıntısı sandala akıntı yönünde bir kuvvet uygulamaktadır. AB ve AD halat kuvvetleri bilinmektedir. Akıntının uyguladığı kuvvetin şiddetini (F_N=?) ve AC halatında oluşan kuvveti hesaplayınız (F_{AC}=?).



F_{AB}=80N

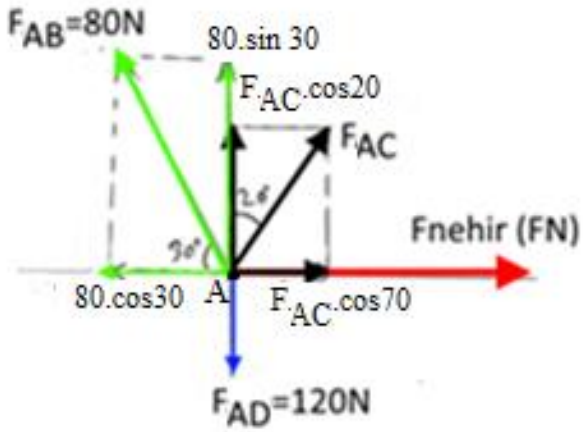
F_{AD}=120N

$F_{NEHİR}$=?

F_{AC}=?

ÇÖZÜM:

Bütün kuvvetler A düğüm noktasına etki ettirilir ve dik bileşenlere ayırılır. İzdüşüm denge denklemleri yardımıyla istenilen kuvvetler hesaplanır.



1) $\overrightarrow{+}\sum Fx = 0$ $\quad F_N + F_{AC} \cdot \cos 70 - 80 \cdot \cos 30 = 0$

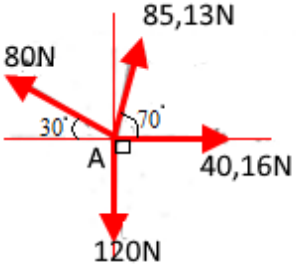
2) $\uparrow + \sum F_Y = 0$ $\quad -120 \cdot +80 \cdot \sin 30 + F_{AC} \cdot \cos 20 = 0$

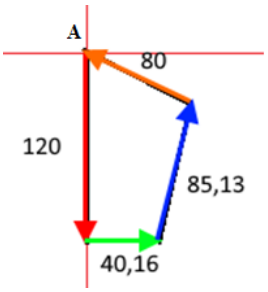
$$F_{AC} = \frac{-80 \cdot \sin 30 + 120}{\cos 20} = 85{,}13\ N$$

1. denklemde F_{AC}=85,13 N yerine konulursa akıntının tekneye uyguladığı kuvvet,

$F_N + 85{,}13 \cdot \cos 70 - 80 \cdot \cos 30 = 0$ $\quad$ F_N=40,16 N

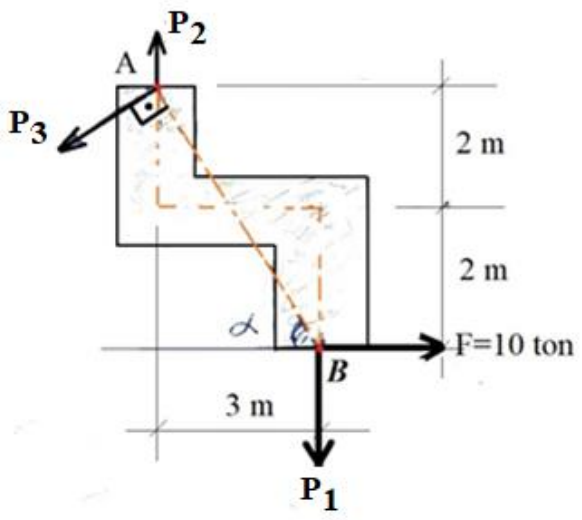
olarak hesaplanır. Bütün aranan değerler hesaplandıktan sonra kuvvetler çokgeninde göstermek ve dengeyi ispat etmek gerekir.





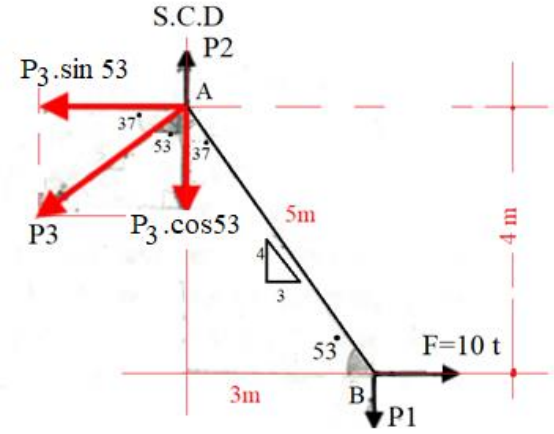
Hesabın doğru olduğunu ispatlamak için hesaplanan bütün kuvvetler A noktasına etki ettirilir. Bir kuvvet ölçeği belirlenerek (mesela 10N =1 cm) kuvvetleri ucuca ekleriz. Kuvvetler çokgeni kapanırsa hesap doğrudur ve kuvvetlerin bileşkesi R=0 sıfır olur. Bu da denge demektir.

Misal: Şekilde verilen beton kaidenin dengede kalabilmesi için P_1, P_2, P_3 kuvvetleri ne kadar olmalıdır?



ÇÖZÜM.

İstenilen kuvvetleri hesaplayabilmek için verilen soru için SCD çizilir.



SCD den faydalanarak üç denge denklemi sıra belirlemeden uygulanır.

$$\circlearrowleft + \sum_{\rightarrow +} M_A = 0 \qquad -F \cdot 4 + P_1 \cdot 3 = 0 \qquad -10 \cdot 4 + P_1 \cdot 3 = 0 \qquad P_1 = +\frac{40}{3} = 13{,}33\ ton$$

$$\sum F_X = 0 \qquad -P_3 \cdot \sin 53 + 10 = 0 \qquad P_3 = 12{,}52\ ton$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0 \qquad P_2 - P_1 - P_3 \cdot \cos 53 = 0 \qquad P_2 - 13{,}33 - (12{,}52) \cdot \cos 53 = 0 \qquad P_2 = 20{,}86\ ton$$

Aranılan kuvvetler hesaplandıktan sonra kuvvetler bir ölçek dâhilinde ucuca eklenerek kuvvetler çokgenin kapandığı görülür. Bileşke sıfır demektir. Bu durumda sistemin dengede olduğu anlamına gelir.



YAPI ELEMANLARINA ETKİYEN YÜKLER:

Yapı sistemlerinde iç kuvvet (kesit tesiri, kesit zoru), şekil değiştirme ve yer değiştirme oluşturan tüm etkilere yük adı verilir. Diş yükler (yapıların kendi ağırlıkları, ilave yükler, kar yükü, rüzgar yükleri, deprem yükleri), mesnet çökmeleri, sıcaklık değişimleri, büzülme (rötre) ve yapım hatalarından kaynaklanan yükler başlıca yükler olarak belirtilebilir.

Yapı elemanları hem yapım aşamasında hem de hizmet ömrü boyunca bir takım yük/kuvvetlerin etkisi altındadır. Bu yüklerin bir kısmı kalıcı bir kısmı zaman zaman etkir. Yapı elemanına etkime süresi bakımından yükler, sabit (kalıcı) ve hareketli (geçici) olmak üzere iki çeşittir.

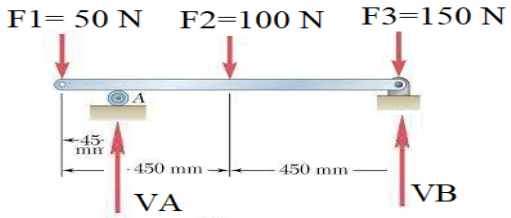
Sabit (zati, ölü yük) (G,g): Yapının ömrü boyunca taşıyıcı sisteme etkiyen yüklerdir. Kolon, kiriş, döşeme, temel gibi taşıyıcı elemanların ağırlığı, döşeme ve duvar kaplamaları, çatı örtüsü, duvar ağırlıkları gibi yükler sabit yükleri oluştururlar.

Hareketli Yük (Q, q): İnsan, mobilya, depolama malzemesi, makine, araç, araç, gereç, vinç, kar yükü gibi yükler hareketli yüklerdir. Tanımından da anlaşılacağı üzere yapıya sürekli değil de zaman zaman etkiyen yüklerdir.

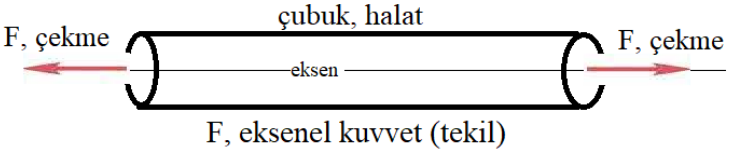
Sabit ve hareketli yükler birim uzunluğa etkiyen yük (kN/m) ya da 1 m^2 alana (kN/m^2) etkiyen yük şeklinde yayılı yük olarak etki ettirilirler ancak tasarım hesaplarında bir noktaya etkiyen tekil yük olarak ele alınırlar. Sabit ve hareketli yüklerin toplamına, "toplam yük veya tasarım yükü" denilir P=g+q, yapı elemanını kesit tesirleri ve boyutlandırma hesaplarında kullanılırlar.

Yukarıdaki açıklama yapısal bir elemana etkiyen yükü etkime şekli ve şiddeti bakımından tekil ve yayılı yük olarak ikiye ayrıldığını da göstermektedir.

Tekil Yükler: Yapı sisteminde sadece bir noktaya etkidiği varsayılan yüktür. Dört unsuru barındırdığından vektörel kuvvet olarak ta ele alınabilir. Rijit çubukların ve halatların çekme, basınç, kesme kuvveti gibi eksenel kuvvetleri, mesnet reaksiyonları, su ve toprak kuvvetlerinin bileşke kuvvetleri ve yayılı yüklerin yerine geçen eşdeğer tekil yükler (PE), tekil yük olarak ele alınır. Tekil yükler vektörel kuvvetlerdir ve birimleri N, kN, ton veya kgf. dir.

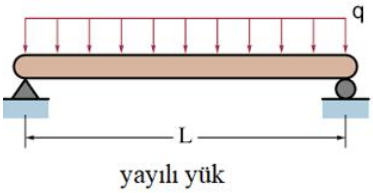


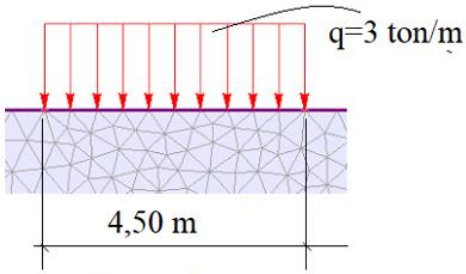
F1, F2, F3 kirişe etkiyen tekil yükler, VA, VB tekil yük şeklinde açığa çıkan mesnet reaksiyonlarıdır.

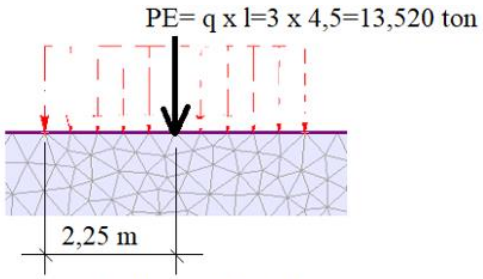


Yayılı Yükler: Sınıfımızın betonarme döşemesinin ve onun üzerindeki kaplama malzemelerinin ağırlığını ya da bir kirişin ağırlığını nasıl tarif edebiliriz. Bu yükler üç boyutlu yükler olup, bir alan veya uzunluğa etkiyen yüklerdir. Mesela bir kirişin yükünden (ağırlığından) bahsederken 420 kg/m demek o kirişin 1 metresinin 420 kg. ağırlığında olduğu hesaplanmıştır, anlamına gelmektedir.

Yayılı yükler, etkidiği sistem üzerinde bir diyagram şeklinde gösterilirler. Yayılı yükleri hesaplandıkları şekliyle mekanik statik hesaplarında kullanamayız. Bu yükleri eşdeğer tekil yük (PE) adı verilen, bileşke tekil yük haline getirmemiz gerekir. Bu bir bakıma yayılı yükün alanı ve alanın etkime noktası olan ağırlık merkezi hesabı gibi düşünülebilir.





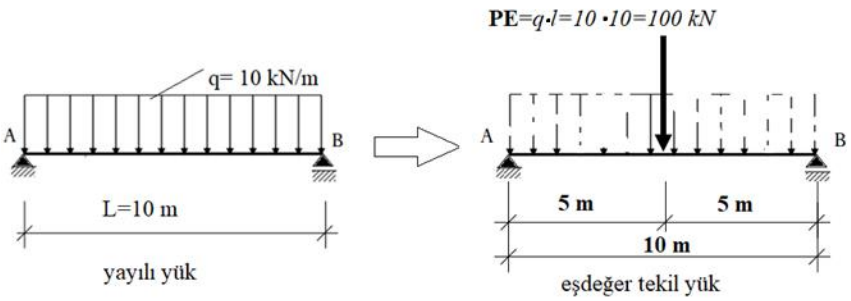


Yayılı Yük Çeşitleri

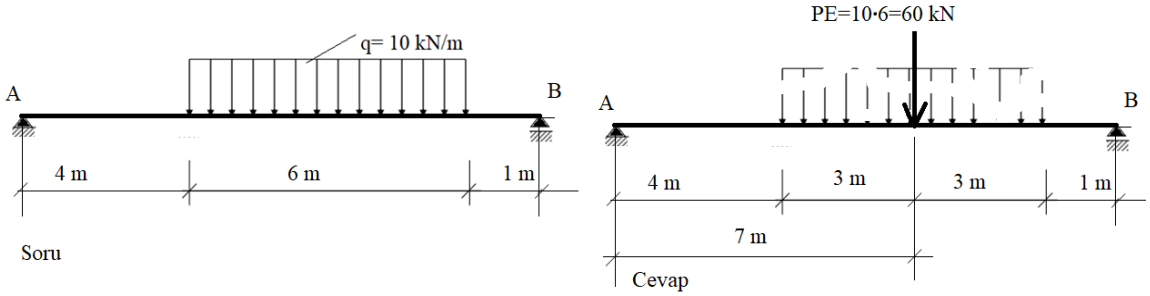
1- Düzgün Yayılı Yük (Üniform): Etkisi açıklık boyunca değişmeyen yüklerdir. Düzgün yayılı yükler eşdeğer tekil yüke çevrilerek hesaplara devam edilir. Eşdeğer tekil yük yayılı yükün bileşkesi olduğuna göre şiddeti ve etkime noktasının hesabı gerekir. Düzgün yayılı yüklerin eşdeğer tekil yükü, yayılı yükün şiddeti ile yayılı yükün etkidiği uzunluğun çarpımıdır. Etkime noktası ise yayılı yükün konturunun (şeklinin sınırladığı alan) ağırlık merkezidir, yani düzgün yayılı yükün uzunluğunun yarısıdır *(l/2).*

$P_E = q \cdot l = kN, ton, kg\ vs$

Misal: 10 metre uzunluğundaki bir kirişin bütün uzunluğuna şiddeti q=10 kN/m olan bir yayılı yük etki etmektedir. Bu yayılı yükü eşdeğer tekil yüke çeviriniz ve etkime noktasını gösteriniz.

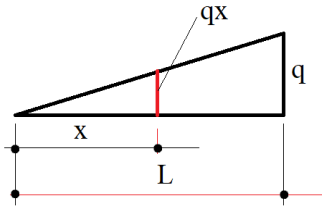


Misal: Aşağıda verilen düzgün yayılı yükü, eşdeğer tekil yüke çevirip, eşdeğer tekil yükün A mesnedine olan uzaklığını gösteriniz.



2-Üçgen yayılı yükler: Etkisi yayılı yük boyunca sıfırdan "q" ya kadar lineer artan yüklerdir. Tasarım hesaplarında döşemelerden kirişlere aktarılan yükler, su ve toprak basınçları bu şekilde gösterilirler. Üçgen yayılı yükün şiddeti dik üçgenin alanı gibi düşünülür. Eşdeğer tekil yükün etkime noktası ise üçgenin ağırlık merkezidir.

$$\text{PE} = \frac{q \cdot l}{2} \text{ kN}$$

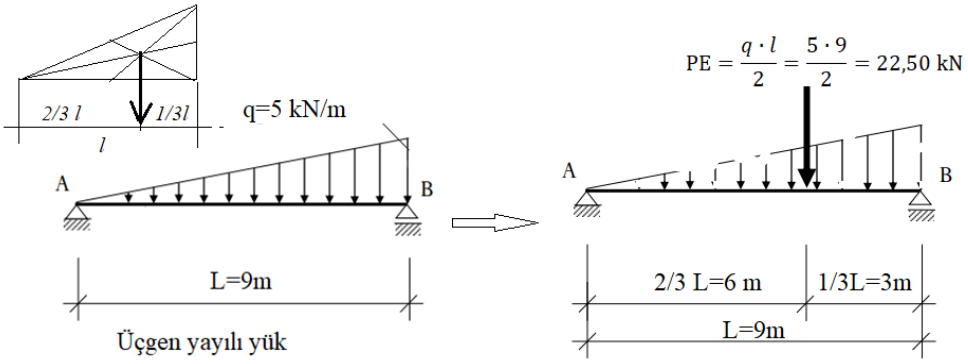


Yükün her hangi bir "x" uzunluğundaki üçgen yayılı yükün şiddeti $q_x = \frac{q}{l} \cdot x$ İfadesi ile hesaplanır. x=0 ise q=0, x=L ise q_x=q olur.

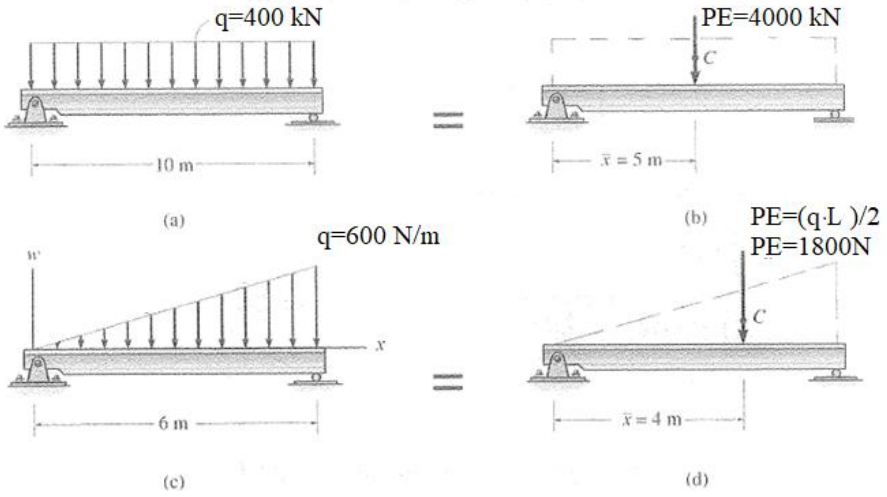
Üçgen yayılı yükün şiddeti ise x=0 ise PE=0, x≠0 ise

$$PE = \frac{q}{L} \cdot x \cdot x \cdot \frac{1}{2} = \frac{qx^2}{2l} \; olur. x = L \; ise \; \text{PE} = \frac{q \cdot l}{2} \text{ olur.}$$

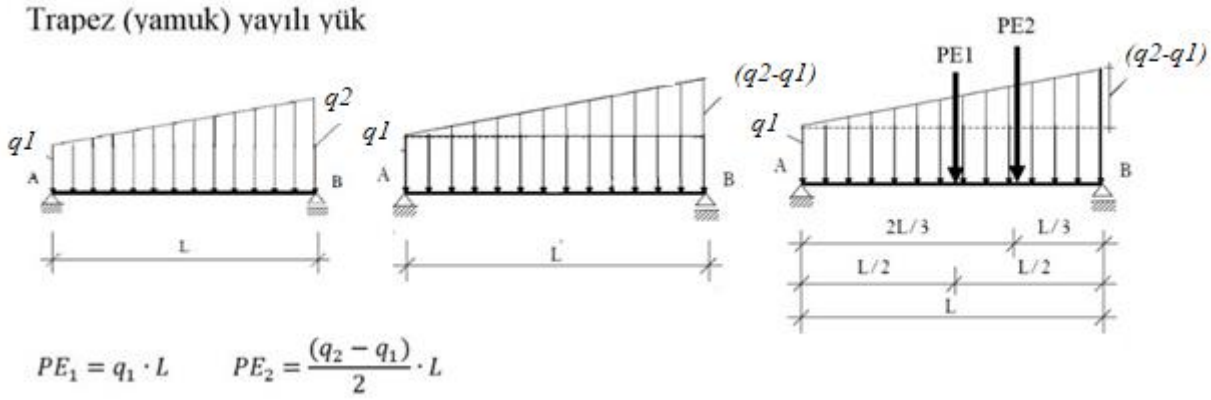
Misal: 9 metre uzunluğundaki bir kirişin bütün uzunluğuna şiddeti q=5 kN/m olan bir üçgen yayılı yük etki etmektedir. Bu üçgen yayılı yükü eşdeğer tekil yüke çeviriniz ve etkime noktasını gösteriniz.
(Üçgen yayılı yükün eşdeğer tekil yükü PE=qL/2 dir.)



kirişler üzerine etkiyen yayılı yükün
bileşkesinin büyüklüğünü ve konumunu belirleyiniz.



Değişken Yayılı Yükler

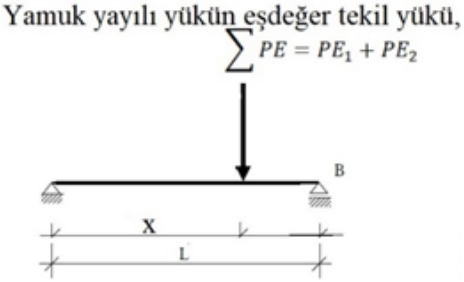


$PE_1 = q_1 \cdot L \qquad PE_2 = \frac{(q_2 - q_1)}{2} \cdot L$

Yamuk yayılı yükü eşdeğer tekil yüke çevirmek hesaplar açısından kolaylık sağlar. Eşdeğer tekil yük, Varignon teoremi kullanılarak hesaplanabilir. Bunun için önce yamuk yük iki yâda daha fazla düzgün çokgenlere ayrılır (üçgen ve düzgün yayılı yük gibi).

Üçgen yayılı yükün eşdeğer tekil yük değeri $P_E=1/2\ ql$ ve Düzgün yayılı yükün *ise* $P_E=ql$ olduğu daha önce öğrenilmişti.

Yamuk yayılı yükün eşdeğer tekil yükü,

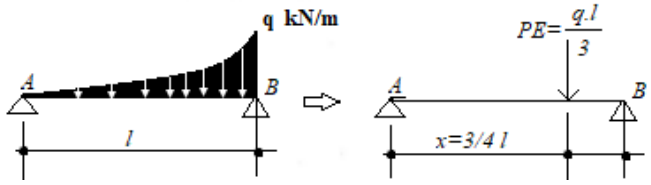


Yamuk yayılı yükün eşdeğer tekil yükünün etkime noktası

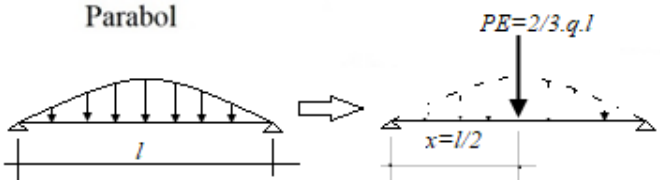
$$x = \frac{PE_1 \cdot \frac{l}{2} + PE_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot l}{\Sigma P_E}$$

(bileşkenin momenti=Bileşenlerin momenti)

parabol parçası yayılı yük



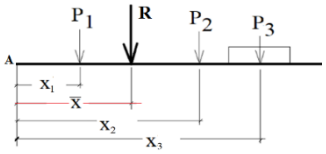
Parabol



Farklı şekillerde etkiyebilen yayılı yüklerin PE ve x değerleri mekanik-statik kitaplarında bulabilirsiniz.

VARİGNON TEOREMİ (Bileşkenin uygulama noktası)

Bileşkenin belirli bir noktaya göre statik momenti, diğer kuvvetlerin aynı noktaya göre statik momentleri toplamına eşittir. Paralel düzlem ve üç boyutlu tekil kuvvetlerin ve yayılı yüklerin bileşkesi ve etkime noktası aynı mantıkla hesaplanır.



$R=P_1+P_2+P_3+P_n$

$\bar{x} = \frac{P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot X_2 + \cdots}{\Sigma P \ (R)}$

-Kuvvetler birbirine paralel ve aynı yönde iseler, (Varignon teoremi)

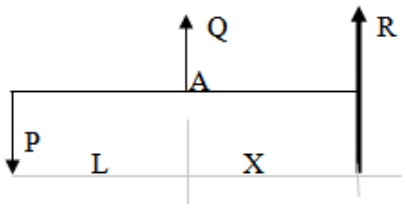
Bileşke, kuvvetlerin toplamına eşit ve aynı yönde olur.

R=P+Q

Bileşkenin momenti, kuvvetlerin bir noktaya göre momentine eşittir

R.x=Q.L……x= $\frac{Q.L}{R}$ bileşkenin uygulama noktası

Kuvvetler birbirine paralel fakat zıt yönde iseler.



Bileşke, kuvvetlerin farkına eşit, büyük kuvvetin yönünde ve sitemin dışında olur.

R=Q-P

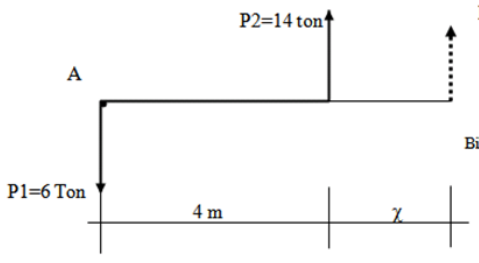
Bileşkenin momenti=Bileşenlerin momenti

X, her zaman sitemin dışında çıkar. Tarifi önemlidir. A' ya göre moment alınırsa

R.x=P.L x=P.L/R

Kuvvetler birbirlerine paralel, büyüklükleri farklı fakat ters yönde iseler.

Bileşke kuvvetlerin farkına eşit olur. Yönü ise büyük olan kuvvetin yönündedir.



Bileşkenin momenti= bileşenlerin momenti

$8\times(4+\chi)=14\times4$

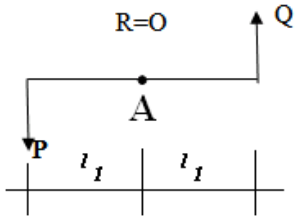
$32+8.\chi=56$

$\chi=3m$

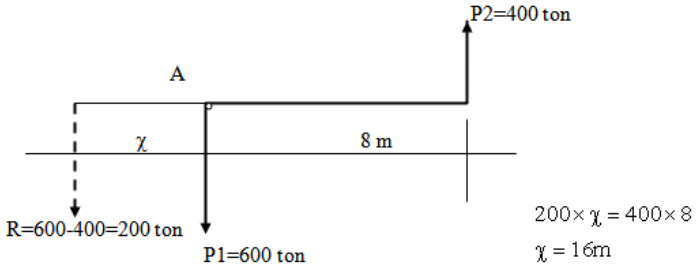
8 . X=14.4 x=56/8=7 m (a dan 7 metre uzakta)

Kuvvetler birbirlerine paralel, büyüklükleri eşit fakat ters yönde iseler.

Bu durumda bileşke sıfır olur. Çünkü bir kuvvet çifti oluşur.

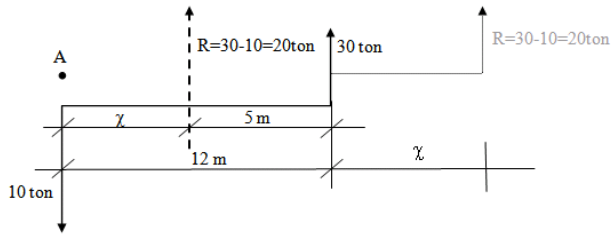


MİSAL



$200\times\chi=400\times8$

$\chi=16m$



$20\chi=30\times12$

$\chi=18m$ (A'dan)

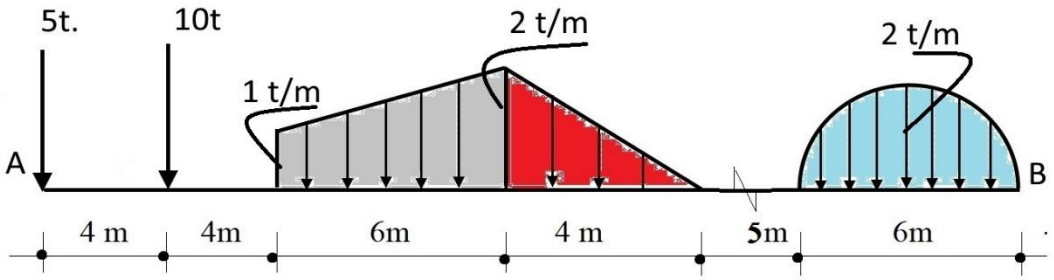
veya bileşkeyi sistemin dışında gösterirsek

$20.(12+\chi)=30*12$

$\chi=6m$ (sağ

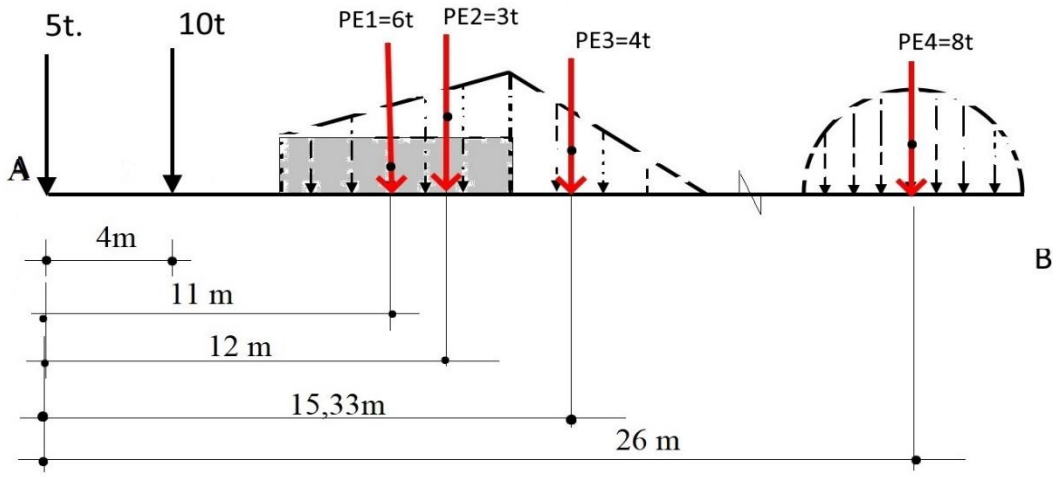
Varignon teoreminin uygulaması

Misal: Şekildeki gibi bir düzlem üzerine etkiyen çeşitli yüklerin bileşkesinin şiddetini ve etkime noktasının A dan uzaklığını hesaplayınız.

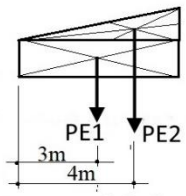


Serbest cisim diyagramı çizilir. Yayılı yükler eşdeğer tekil yüke çevrilir.

S.C.D



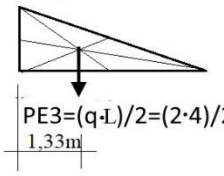
Yamuk yayılı yük



PE1=q·L=1·6=6ton

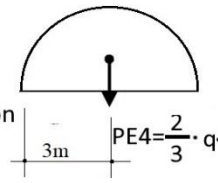
PE2=(q·L)/2 =(1·6)/2=3 ton

Üçgen yayılı yük



PE3=(q·L)/2=(2·4)/2=4 ton

Daire parçası (1/2) yayılı yük

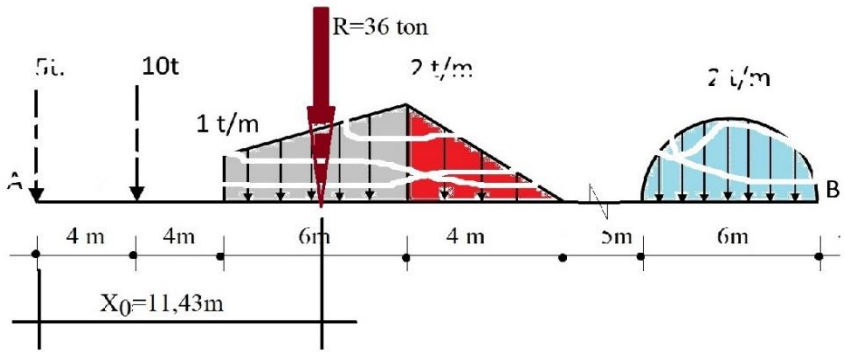


PE4=$\frac{2}{3}$· q·L=$\frac{2}{3}$·2·6 =8 ton

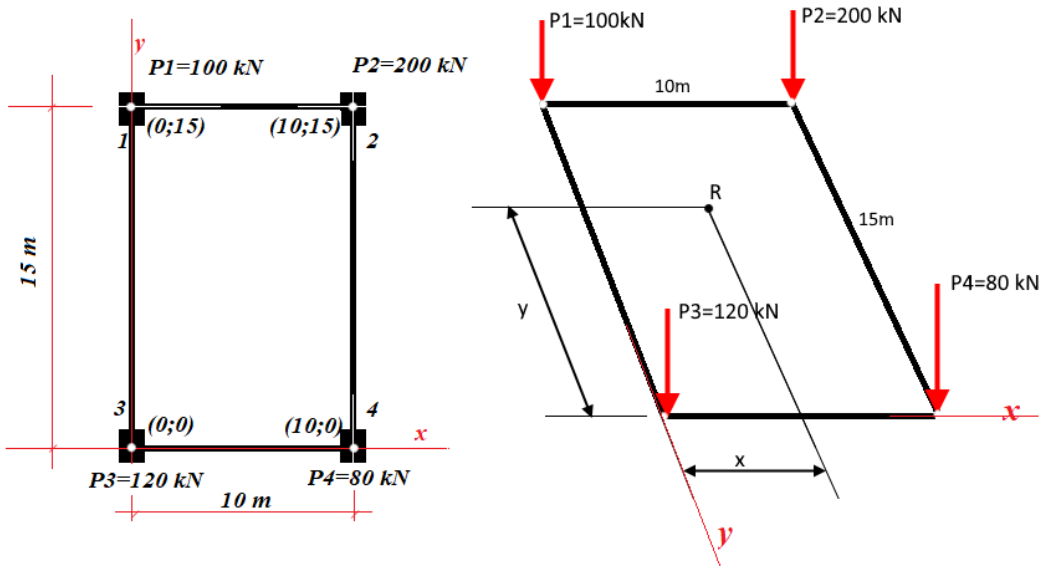
$R = 5 + 10 + 6 + 3 + 4 + 8 = 36ton$

Bileşkenin momenti, bileşenlerin momentine eşittir. $R \cdot x_0 = x_1 \cdot P_1 + x_2 \cdot P_2 \ldots\ldots\ldots$

$$X_0 = \frac{x_1 \cdot P_1 + x_2 \cdot P_2 \ldots\ldots\ldots}{R} = \frac{5 \cdot 0 + 10 \cdot 4 + 6 \cdot 11 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 15{,}33 + 8 \cdot 26}{36} = 11{,}43m$$



MİSAL: Şekilde 10x15 metre ölçülerinde bir radye temel ve köşelerindeki kolonlara etkiyen yükler verilmiştir. Kolon yüklerinin bileşkesini ve etkime noktasının koordinatlarını verilen eksene göre hesaplayınız.



ÇÖZÜM:

Önce etkiyen kuvvetlerin bileşkesi hesaplanır.

$R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \rightarrow\rightarrow R = 100 + 200 + 120 + 80 = 500\ kN$

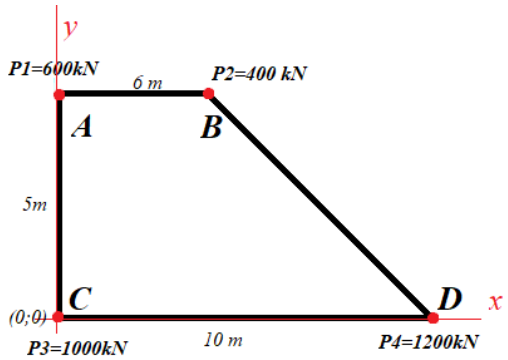
Bileşkenin etkime ihtimali olan bir nokta belirlenir ve *Bileşkenin momenti=Bileşenlerin momenti* kuralına göre bileşkenin **x** ve **y** koordinatları hesaplanır.

$$x = \frac{(P1 \cdot x1) + (P2 \cdot x2) + (P3 \cdot x3) + \cdots}{R} = \frac{(100 \cdot 0) + (200 \cdot 10) + (120 \cdot 0) + (80 \cdot 10)}{500} = 5{,}60m$$

$$\boldsymbol{y} = \frac{(P1 \cdot y1) + (P2 \cdot y2) + (P3 \cdot y3) + \cdots}{R} = \frac{(120 \cdot 0) + (80 \cdot 0) + (100 \cdot 15) + (200 \cdot 15)}{500} = 9{,}00m$$

MİSAL: Şekilde verilen bir radye temel ve köşelerindeki kolonlara etkiyen yükler verilmiştir. Kolon yüklerinin bileşkesini ve etkime noktasının koordinatlarını verilen eksene göre hesaplayınız.

Kolon yüklerinin bileşkesi,



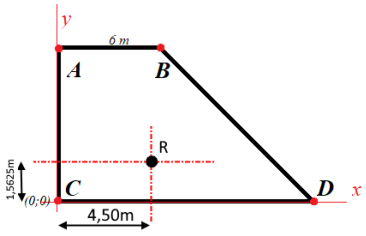
R=600+400+1000+1200=3200 kN

Kolonların ve etkiyen kuvvetlerin verilen eksen takımına göre koordinatları,

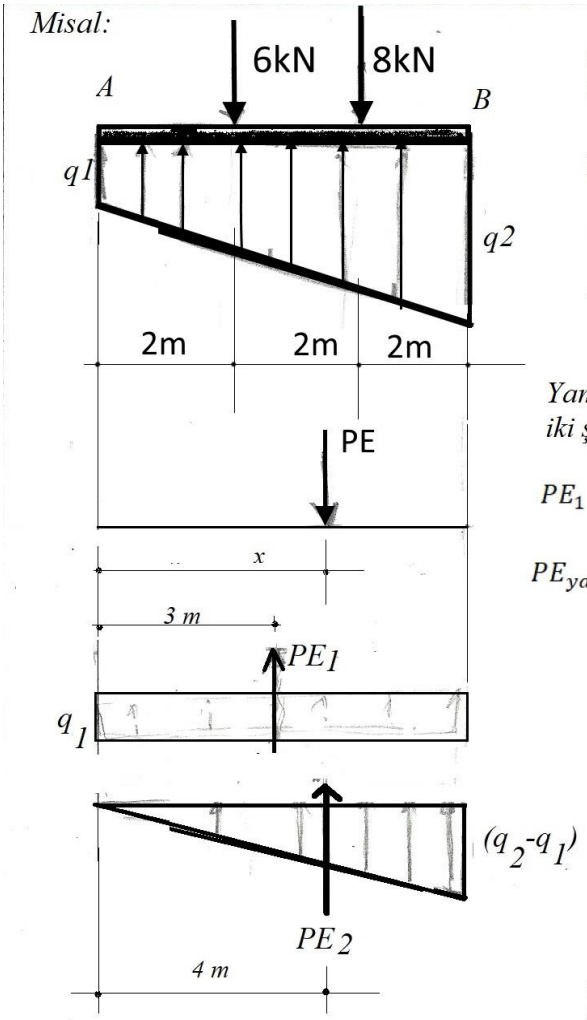
A(0;5), B(6;5), C(0;0), D(10;0)

$$x = \frac{(P1 \cdot x1) + (P2 \cdot x2) + (P3 \cdot x3) + \cdots}{R} = \frac{(600 \cdot 0) + (400 \cdot 6) + (1000 \cdot 0) + (1200 \cdot 10)}{3200} = 4{,}50m$$

$$\boldsymbol{y} = \frac{(P1 \cdot y1) + (P2 \cdot y2) + (P3 \cdot y3) + \cdots}{R} = \frac{(600 \cdot 5) + (400 \cdot 5) + (1000 \cdot 0) + (1200 \cdot 0)}{3200} = 1{,}5625m$$



Misal:



şekildeki temel tabanında oluşan yamuk yayılı tepkinin q1 ve q2 değerlerini hesaplayınız.

Yamuk yayılı yükün alanı $PE_{Yamuk} = \frac{q1 + q2}{2} \cdot 6 = 3q_1 + 3q_2$

tekil yüklerin bileşkesi PE=6+8=14 kN

A noktasına göre moment alınırsa, (varignon teoremi)

14x=(6.2)+(8.4) x=3,14 metre

Yamuk zemin tepkisini düzgün ve üçgen yayılı yük olmak üzere iki şekle ayıralım. Bunların eşdeğer tekil yüklerini hesaplayalım.

$PE_1 = q1 \cdot l = 6 \cdot q1 \qquad PE_2 = \frac{q2 - q1}{2} \cdot l = 3q2 - 3q1$

$PE_{yamuk} = PE_1 + PE_2 = 6 \cdot q1 + 3q2 - 3q1$

$= 3q1 + 3q2 = 14$ *(etki=tepki)* ..... (1)

$PE \cdot x = PE_1 \cdot 3 + PE_2 \cdot 4$

$14 \cdot 3{,}14 = 3 \cdot (6 \cdot q1) + 4 \cdot (3q2 - 3q1)$

$44 = 18 \cdot q1 + 12 \cdot q2 - 12 \cdot q1$

$44 = 6q1 + 12q2 \ldots\ldots\ldots (2)$

$3q1 + 3q2 = 14$ ..... (1)

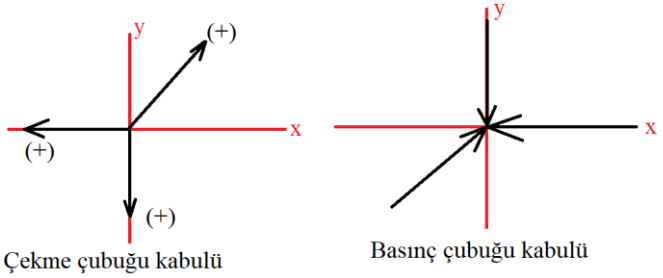
$6q1 + 12q2 = 44$ ..... (2)

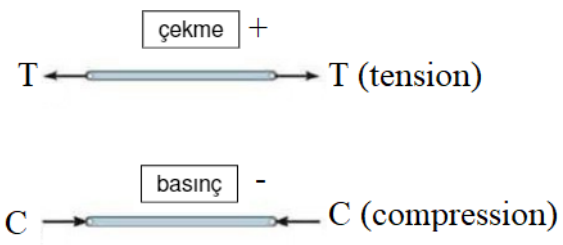
1. ve 2. denklemler le işlem yapıldıktan sonra q1=2 t/m q2=2,66 t/m bulunur.

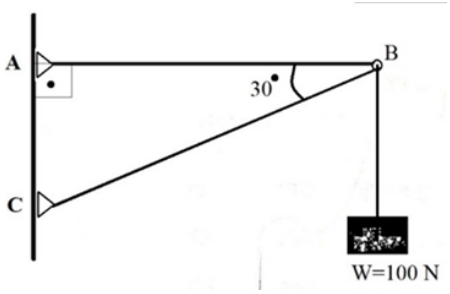
TAŞIYICI SİSTEMLERİN DENGESİ VE ÇUBUK KUVVETLERİ HESABI

Yapıların ağırlık ve dış yüklerini, yere aktaran sisteme taşıyıcı sistem adı verilir. Taşıyıcı sistem, boyutunun oranları bakımından tek boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu yapılar olarak sınıflandırılabilir. Eğer, taşıyıcı sistemin iki boyutu üçüncü boyutu yanında küçükse bunlara çubuk adı verilir. Örneğin yapılardaki kiriş, kolon gibi elemanlara çubuk denilir. Bu elemanların, en ve yükseklikleri uzunlukları yanında küçüktür. Bir boyutu diğer iki boyutu yanında küçük olan plak ve kabuk gibi taşıyıcılara, iki boyutlu taşıyıcılar adı verilir. Üç boyutu birbirine yakın olan taşıyıcılara ise üç boyutlu taşıyıcılar adı verilir.

Yapı sistemine etkiyen dış yükler, çubuk kesitinde iç kuvvet dediğimiz tesirleri oluştururlar. Bunlardan çubuk kesitini uzamaya zorlayan kuvvetlere çekme kuvveti denilir. Çekme kuvveti (+) işareti ile ifade edilir. Çekme çubukları dik koordinat sisteminde her yöne orijinden uzaklaşır şekilde gösterilir. Çubuk kesitini kısalmaya veya burkulmaya zorlayan kuvvetlere Basınç kuvveti denilir ve çubuk kesitinde basınç gerilmelerini oluşturur. Basınç kuvveti (-) işareti ile ifade edilir. Basınç çubukları dik koordinat sisteminde her yöne orijine etkir şekilde gösterilir.



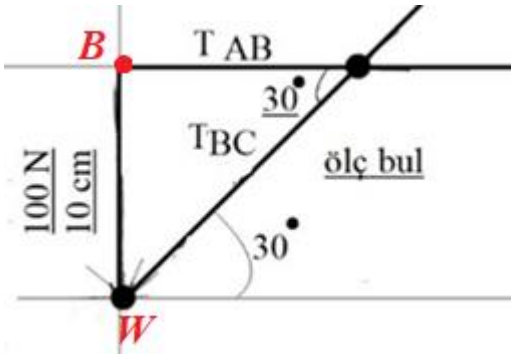




Misal: Şekilde görüldüğü gibi rijit çubuklardan oluşturulmuş iki boyutlu sitemin B noktasından 100 N luk bir ağırlık asılmıştır. Bu ağırlıktan dolayı AB ve BC rijit çubuklarında oluşan eksenel kuvvetleri hesaplayınız. Zorlanma şekillerini tayin ediniz.

T_{AB}=? T_{BC}=?

Çubukların zorlanma şekillerini belirleyebilmek için birden fazla yöntem kullanılabilir.



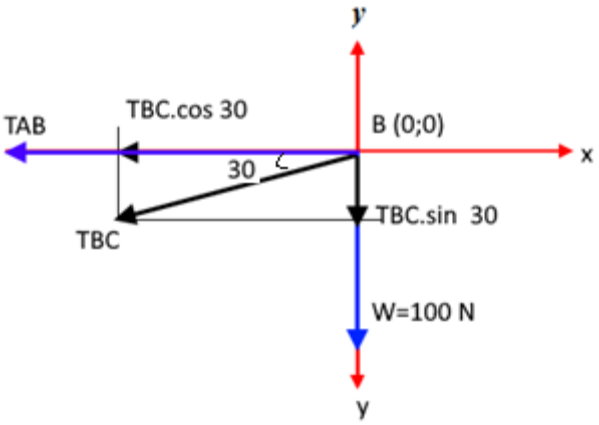
1-Ucuca ekleme yöntemi: Bu yöntemde hesap yapabilmek için bir adet cetvele, açı ölçere ve çizim ölçeğine ihtiyaç vardır.

Çizim ölçeği=10 N=1 cm olsun. B noktasını belirleyip mevcut sistemi oluşturan çubuklara paralel çizelim ve mantıklı bir şekilde birbirlerini kesmelerini ve çokgenin kapanmasını sağlayalım. Çokgen kapandıktan sonra kenarlarını ölçüp ölçekle çarpalım. Çokgenin kapanması demek sistemin dengede olduğunu gösterir.

2. Sinüs teoremi ile çözüm.

$$\frac{100}{\sin 30} = \frac{T_{AB}}{\sin 60} = \frac{T_{BC}}{\sin 90}$$

3-İzdüşüm denge denklemleri ile çözüm: Bu yöntemle çözüm için bütün çubukların ve kuvvetin buluştuğu bir düğüm noktası ele alınır ve dik koordinat sisteminin orijinine yerleştirilir. Zorlanma şekli bilinmeyen çubuklar Çekmeye zorlandığı kabul edilir ve orijinden uzaklaşır tarzda ucuna ok konularak gösterilir. Sonra eğik çubuklar dik bileşenlerine ayrılır. İzdüşüm denge denklemi kurularak çubuk kuvvetleri hesaplanır. Moment alınmaz.



$$\sum^{\rightarrow +} F_x = 0$$

$$-T_{AB} - T_{BC} \cdot \cos 30 = 0 \quad \ldots(1)$$

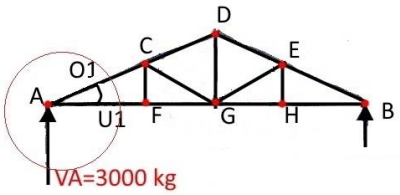
$$\uparrow + \sum F_Y = 0$$

$$-100 - T_{BC} \sin 30 = 0 \qquad T_{BC} = -200\ N \text{ (Basınç)}\ldots\ldots 2$$

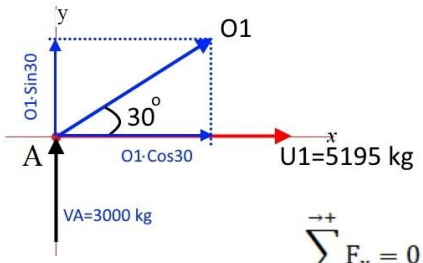
$T_{BC} = -200\ N$ 1. denklemde yerine konulursa;

T_{AB}173,21 N (Çekme) hesaplanır.

Misal: Şekilde bir kafes kiriş görülmektedir. A mesnet reaksiyonu 3000 kg. ve U1 çubuk kuvvetinin ise 5195 kg. (çekme) olduğu biliniyor. A düğüm noktasının dengesi için O1 çubuk kuvveti nekardır ve zorlanma cinsi nedir? Hesaplayınız.



ÇÖZÜM: SCD çizmek için, A düğüm noktasını merkez alıp bu noktada birleşen bütün çubukları ve mesneti kapsayan bir çember çizip, bu çemberin kapsadığı alanı kesip alıyoruz. Dik koordinat sistemine yerleştiriyoruz.



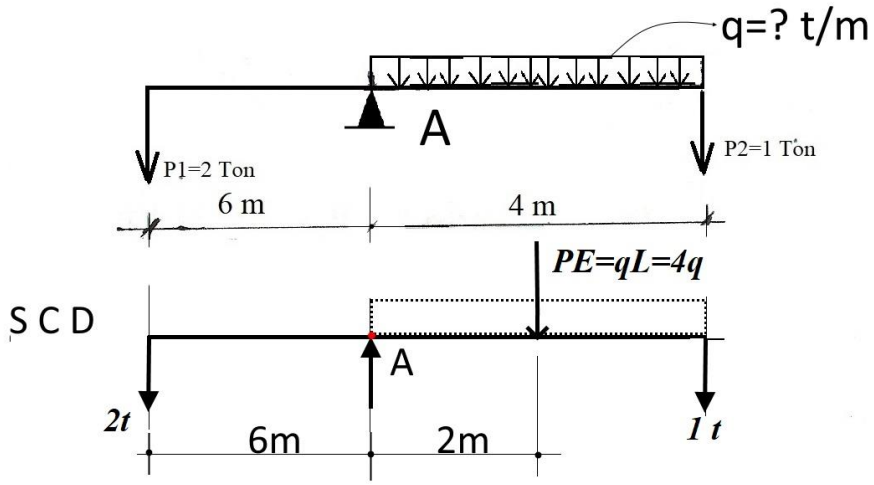
O1 çubuğunun çekme yada basınç olduğunu bilmediğimizden, merkezden uzaklaşır tarzda göstererek başlangıçta çekmeye zorlandığını kabul ediyoruz.

$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \qquad 5195 + O_1 \cdot \cos 30 = 0 \qquad O_1 = -6000\ \text{kg (Basınç)}$$

O1 çubuğunun (-) eksi çıkması onun basınca zorlanıdığını gösterir ve basınç çubuğu olarak adlandırılır. y-y ekseninde bu sonucun sağlaması gerekir.

$$\overset{+}{\uparrow}\sum F_y = 0 \qquad 3000 + (-6000 \cdot \sin 30) = 0$$

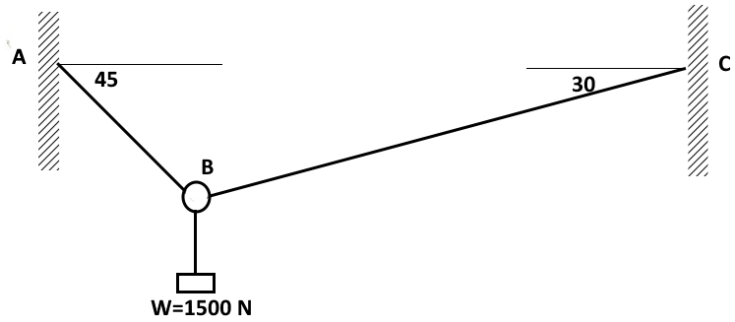
Misal: *A sabit mesnetine oturmuş yatay kirişin, yataylığını koruyabilmesi için düzgün yayılı yükün şiddeti (q) ne kadar olmalıdır?*



A düğüm noktasından moment alınır. Menetin sağ ve sol tarafındaki kuvvetlerin momani eşit olmalıdır.

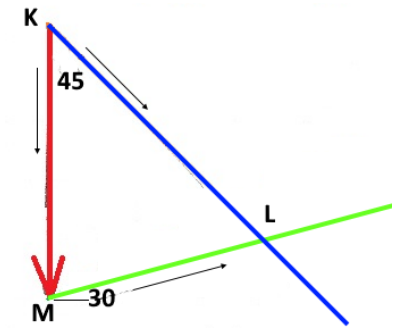
$$\overset{+}{\circlearrowleft}\sum M_A = 0 \ \text{(denge şartı)} \quad -2 \cdot 6 + 4 \cdot q \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 0 \qquad q = 1.00 \frac{\text{t}}{\text{m}} \ \text{bulunur.}$$

Misal: Şekilde görüldüğü gibi halatlardan oluşturulmuş sistemde W=1500 N luk bir yük B noktasından asılmıştır. Bu yük AB ve BC halatlarını germiştir. Halatlarda oluşan eksenel kuvvetleri hesaplayınız.



ÇÖZÜM:

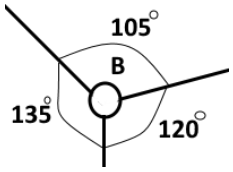
1-Grafik yöntemle çözüm (ucuca ekleme)



Çizim Ölçeği 500N=1 cm

Bu ölçeğe göre W=1500 N herhangi bir yerden (K) 3 cm aşağı doğru bir çizgi çizilir. Bu doğrunun K ucundan AB halatına paralel, M ucundanda BC halatına paralel çizgiler çizilir. Bu iki tesir çizgisinin kesiştiği "L" noktası çokgenin kapandığı nokta olur. ML ve KL uzunlukları cetvelle ölçülerek ölçekle çarpılır ve AB ile BC halat kuvvetleri bulunmuş olur.

2-Sinüs teoremi ile çözüm.



1500N luk yükün karşı açısı 105 derecedir.

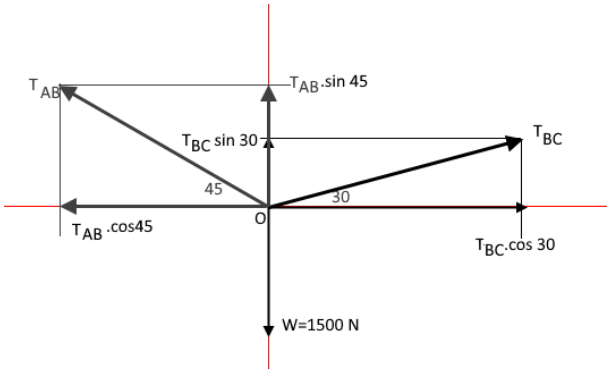
AB halatının karşı açısı 120 derecedir.

BC halatının karşısındaki açı 135 derecedir.

$$\frac{T_{AB}}{sin120} = \frac{1500}{sin105} = \frac{T_{BC}}{\sin 135}$$

Bu işlemde T_{BC}=1098,07 N ve T_{AB}= 1344.86 N olarak hesaplanır.

3- İzdüşüm denklemleri ile çözüm



$$\overrightarrow{\sum} F_x = 0 \qquad 1 - \; T_{BC} \cdot \cos 30 - T_{AB} \cdot \cos 45 = 0$$

$$T_{AB} = \frac{T_{BC} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1{,}224 \cdot T_{BC}$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \qquad 2 - \; T_{BC} \cdot \sin 30 + T_{AB} \cdot \sin 45 = 1500$$

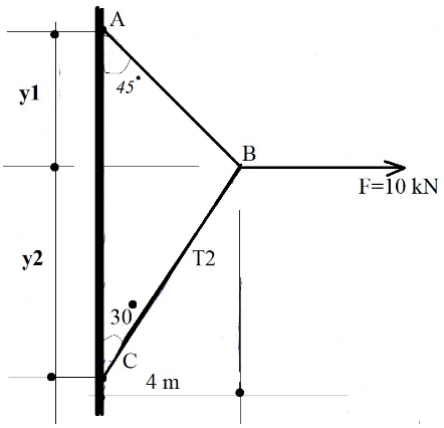
1. denklemde bulduğumuz T_{AB}' eşitliğini 2. denklemde yerine koyalım,

$$T_{BC} \cdot \frac{1}{2} + (1{,}224 \cdot T_{BC}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1500 \qquad \boldsymbol{T_{BC}} = 1098{,}07\ N$$

T_{BC}=1098,07 N, 1. Denklemde yerine konulursa T_{AB} hesaplanır.

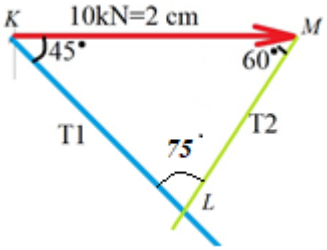
$$T_{AB} = 1{,}224 \cdot T_{BC} \qquad \boldsymbol{T_{AB}} = 1{,}224 \cdot 1098{,}07 = 1344.04\ N$$

Misal: Şekilde verilen esnek ABC halatı B noktasından 10 kN luk yatay bir kuvvetle çekilmektedir. A ve C noktalarındaki açılar 45 ve 30 derece olunca çekme işlemi durdurulmuş ve sistem bu haliyle sabitlenmiştir. Bu son durumda;



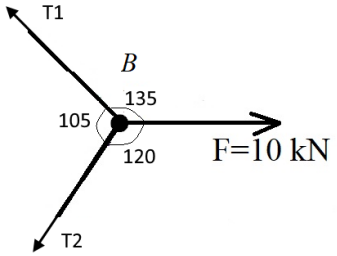
a)T_1 (AB) ve T_2 (BC) halatlarında oluşan eksenel kuvveti hesaplayınız.
b)Sistem denge halindeyken şekle göre y_1 ve y_2 mesafelerini hesaplayınız.
c) A ve C bağlantı noktalarındaki (mesnet) reaksiyonları hesaplayınız.

1-Grafik yöntemle çözüm (ucuca ekleme)



Çizim Ölçeği 5kN=1 cm
Bu ölçeğe göre F=10 kN herhangi bir yerden (K) 2 cm sağa doğru bir çizgi çizilir. Bu doğrunun K ucundan AB halatına paralel, M ucundanda BC halatına paralel çizgiler çizilir. Bu iki tesir çizgisinin kesiştiği "L" noktası çokgenin kapandığı nokta olur. ML ve KL uzunlukları cetvelle ölçülerek ölçekle çarpılır ve AB ile BC halat kuvvetleri bulunmuş olur.

2-Sinüs teoremi ile çözüm.



10 kN luk yükün karşı açısı 105 derecedir.
AB halatının karşı açısı 120 derecedir.
BC halatının karşısındaki açı 135 derecedir.

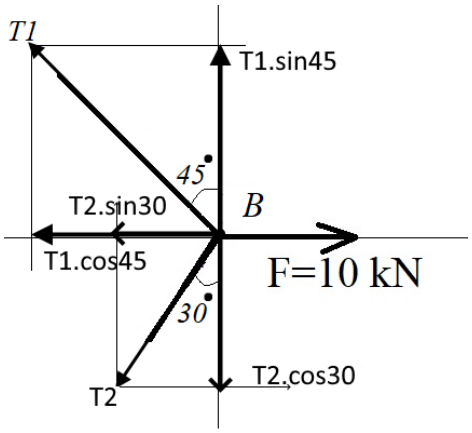
$$\frac{T_1}{sin120} = \frac{10}{sin105} = \frac{T_2}{\sin 135}$$

Bu işlemde T_1=8,96 kN ve T_2= 7,32 kN olarak hesaplanır.

3-İzdüşüm denklemleri ile çözüm

$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \qquad T_1 \cdot \cos 45 - T_2 \cdot sin30 - 10 = 0$$

$$0{,}707 \cdot T_1 + 0{,}5 \cdot T_2 = 10 \ldots\ldots (1)$$



$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \qquad T_1 \cdot \sin 45 - T_2 \cdot cos30 = 0 \ldots\ldots (2)$$

$$0{,}707 \cdot T_1 = 0{,}866 \cdot T_2 \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$T_1 = \frac{0{,}866}{0{,}707} \cdot T_2 \rightarrow\rightarrow \boldsymbol{T_1 = 1{,}2247 \cdot T_2 \ldots\ldots\ldots (4)}$$

T_1 i 1. Denklemde yerine koyalım.

$$0{,}707 \cdot (\mathbf{1{,}2247 \cdot T_2}) + 0{,}5 \cdot T_2 = 10$$

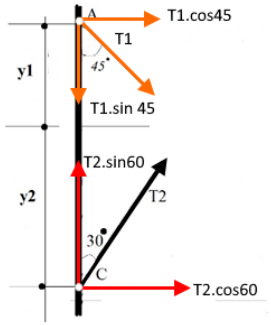
$$0{,}866 \cdot T_2 + 0{,}5 \cdot T_2 = 10$$

$$1{,}366 \cdot T_2 = 10$$

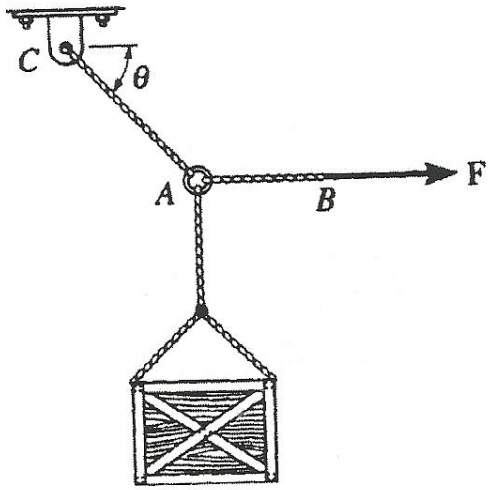
T_2=7,32 kN 4. Denklemden T_1=8,96 kN

$$y_1 = \frac{4}{\tan 45} = 4\ m \qquad y_2 = \frac{4}{\tan 30} = 6{,}93\ m$$

A ve C mesnetlerindeki reaksiyonlar.

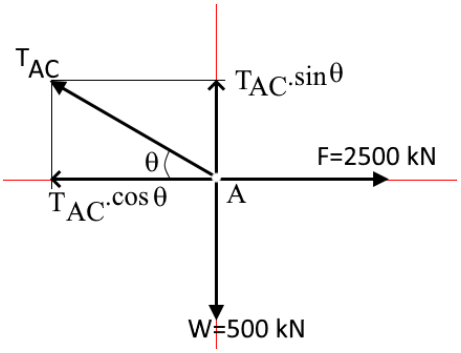


Misal: Şekilde görüldüğü gibi W=500kN ağırlığındaki bir sandığın bağlı olduğu halat A noktasından yatay olarak F=2500 kN luk bir kuvvetle çekiliyor. Halatlar en fazla 2500 kN luk bir kuvvete dayanabiliyor. AB halatının her zaman yatay kalabilmesi için



a) sandığın kaldırılabileceği en küçük "θ" açısını
b) AC halatındaki eksenel kuvveti hesaplayınız ve halatın kopup kapmayacağını söyleyiniz.

ÇÖZÜM: Düzeneğin A noktası orijin alınarak dik koordinat sistemine yerleştirilir. İz düşüm denge denklemleri ile çözüm yapılır.



$$\overrightarrow{+}\sum F_x = 0 \qquad 2500 - T_{AC}\cdot\cos\theta = 0 \qquad T_{AC} = \frac{2500}{\cos\theta} \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$+\uparrow \sum F_Y = 0 \qquad -500 + T_{AC}\sin\theta = 0 \qquad T_{AC} = \frac{500}{\sin\theta} \ldots\ldots\ldots (2)$$

1. ve 2. Denklemlerin eşitliğinden,

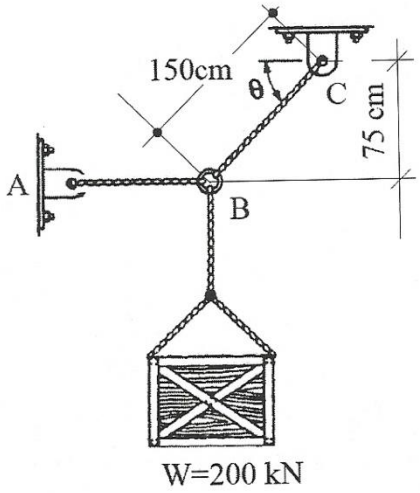
$$\frac{2500}{\cos\theta} = \frac{500}{\sin\theta} \qquad 2500\cdot\sin\theta = 500\cdot\cos\theta \qquad \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{500}{2500} \rightarrow \tan\theta = 0{,}20 \quad \boldsymbol{\theta = 11{,}30°}$$

1. denklemde θ=11,30 yerine konulursa;

$$T_{AC} = \frac{2500}{\cos(11{,}30)} = 2549{,}4\ kN > 2500\ kN\ halat\ kopar.$$

MİSAL: Şekildeki sistem dengededir. B düğüm noktası olup, buradan 200kN luk bir sandık asılmıştır. Buna göre, AB ve BC halatlarında oluşan eksenel kuvvetleri hesaplayınız.

A ve C noktaları sabit mesnettir.

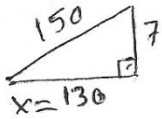


ÇÖZÜM

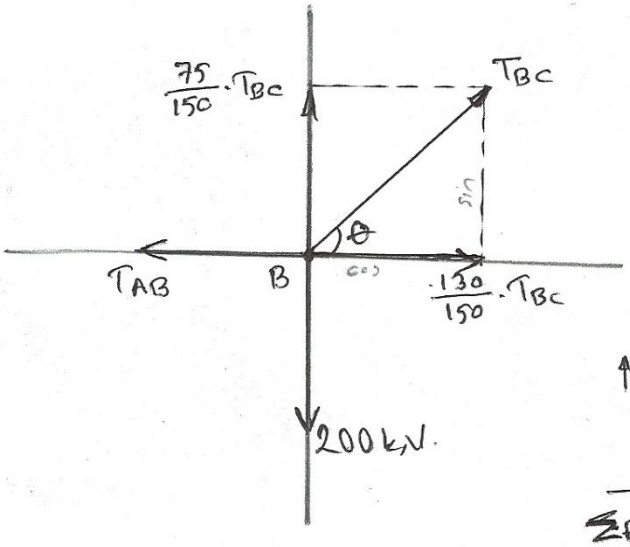
Önce θ açısını tayin edelim.

$\sin\theta = \frac{75}{150} \rightarrow \theta = 30^\circ$

veya açıyı kullanmadan, dik üçgenlerde, kenarların birbiriyle oranlarıyla da çalışabiliriz.



$x = \sqrt{150^2 - 75^2} \cong 130$ cm.



Not: T_{AB} ve T_{BC} nin eksenel kuvvetinin değeri ve çekme yada basınç olup olmadığı bilinmediğinden, başlangıçta orijinden uzaklaşır şekilde (+) çekme kabul ediyoruz. (KURAL)

İzdüşüm denge denkleminden

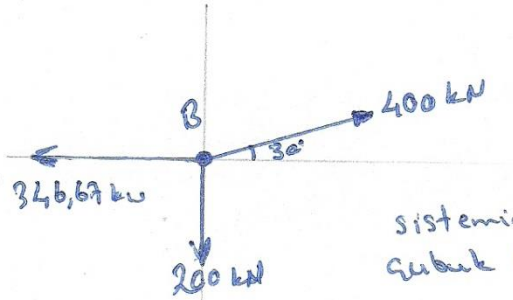
$\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad \frac{75}{150} \cdot T_{BC} - 200 = 0$

$T_{BC} = 400$ kN + çekme

$\rightarrow + \quad \Sigma F_x = 0 \quad \boxed{\frac{130}{150} \cdot T_{BC} - T_{AB} = 0}$ (2.)

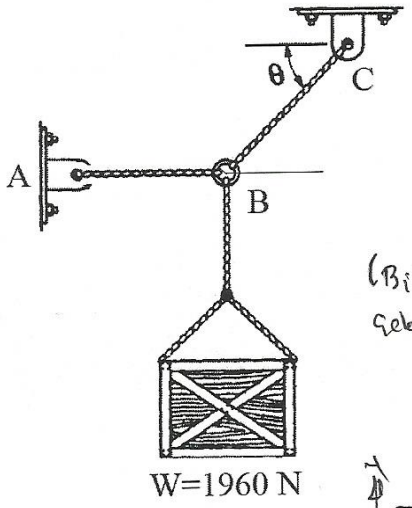
$T_{BC} = 400$ kN . 2. denklemde yerine konulursa

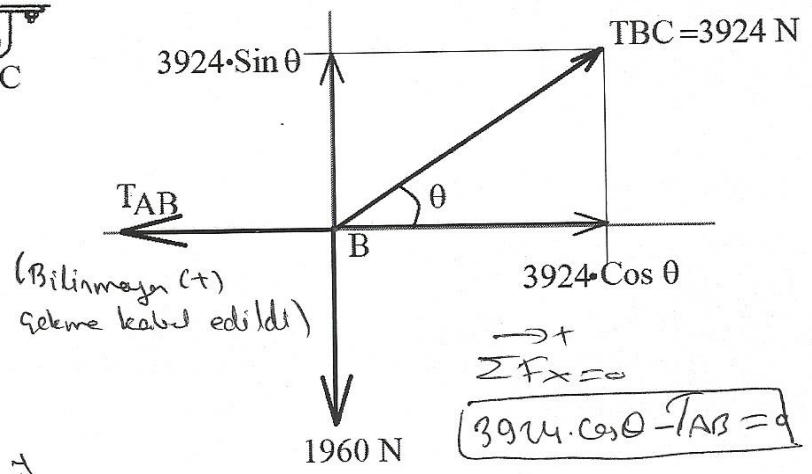
$\frac{130}{150} \cdot 400 - T_{AB} = 0 \rightarrow T_{AB} = 346{,}67$ kN. olur.



sistemin denge durumdaki çubuk kuvvetleri

MİSAL: Şekildeki sistem dengededir. B düğüm noktası olup, buradaı 1960 N luk bir sandık asılmıştır. T_{BC} halatının eksenel kuvvetinin 3924 N (çekme) olduğu biliniyor. Buna göre θ açısı ve T_{AB} çubuk kuvvetini hesplayınız.





(Bilinmeyen (+) çekme kabul edildi)

$\rightarrow +$

$\Sigma F_x = 0$

$3924 \cdot \cos\theta - T_{AB} = 0$ (1)

$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad 1960 - 3924 \sin\theta = 0$

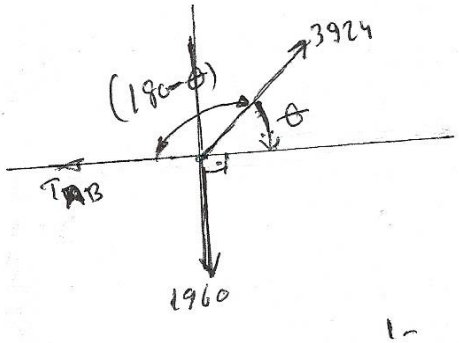
$\sin\theta = \frac{1960}{3924} = 0{,}499$

$\theta \cong 30^\circ$

1. denklemde $\theta = 30^\circ$ yerine konulursa $3924 \cdot \cos 30 = T_{AB}$

$T_{AB} = 3399\ N\ (+)$ hesaplanır

Bu problem, Sinüs teoremi ilede çözülebilir.



$\frac{\sin(180-\theta)}{1960} = \frac{\sin 90}{3924} = \frac{\sin(90+\theta)}{T_{BA}}$

$\sin(180-\theta) = \sin 180 \cdot \cos\theta - \sin\theta \cdot \cos 180$

$\sin 180 = 0, \quad \cos 180 = -1$

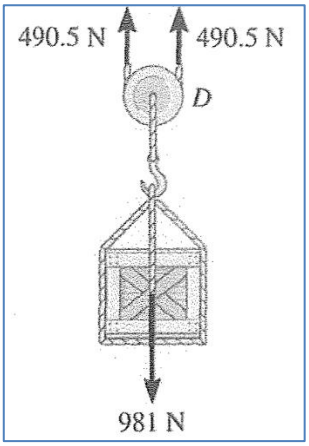
$\sin(180-\theta) = \sin\theta$

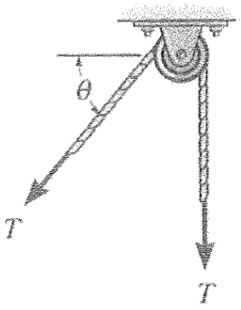
1- $\frac{\sin\theta}{1960} = \frac{\sin 90}{3924} \rightarrow \sin\theta = \frac{1960}{3924} \rightarrow \theta = 30^\circ$

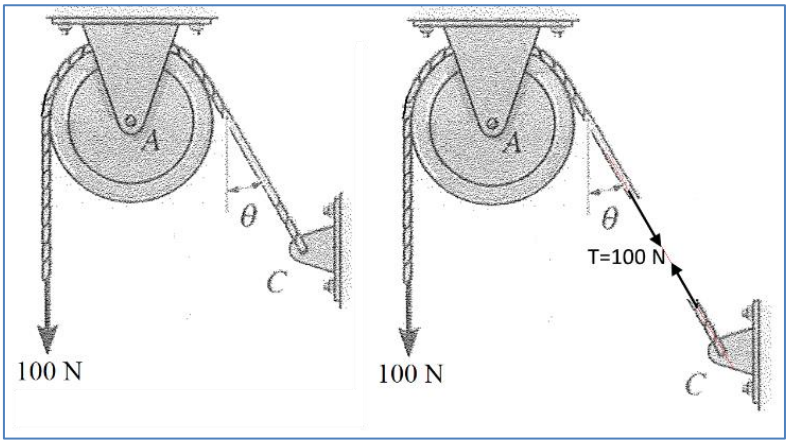
2- $\frac{\sin 90}{3924} = \frac{\sin(90+30)}{T_{BA}} \rightarrow T_{BA} = 3399\ N\ (+)$ hesaplanabilir

BASİT MAKARADAN GEÇEN HALATLI SİSTEMLER

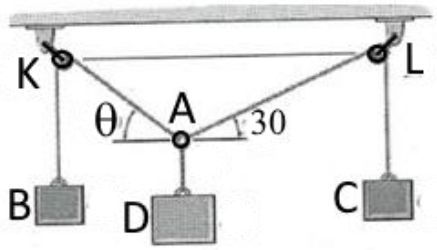
Basit, sürtünmesiz makaradan geçen halatta oluşan eksenel kuvvet halatın her yerinde aynı olur. Yani makaradan geçen halata 1 kN luk bir yük asılmış ise, halatın her kesitinde eksenel kuvvet makaradan öncede sonrada halat ekseni doğrultusunda ve değeri 1 kN dur.

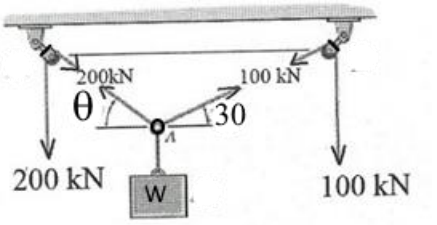






Misal: Şekilde görülen makaralı düzenekte AB halatı K makarasından, AC halatı ise L makarasından geçirilerek A düğüm noktasında bir halkaya bağlanmışlardır. B ağırlığı 200kN ve C ağırlığı ise 100 kN dur. Sistemin dengede olabilmesi için D ağırlığını ve "θ" açısını belirleyiniz.

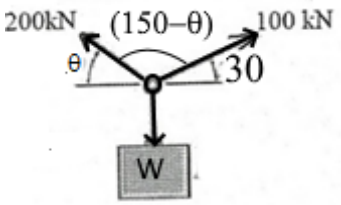




Çözüm:

Çözüm için önce sistemin SCD çizilir. SCD den faydalanarak A düğüm noktası ele alınır ve dik koordinat eksenine yerleştirilir. Halatın her kesitindeki eksenel kuvvet aynı olduğundan iz düşüm denge denklemi veya sin teoremi ile çözüm yapılabilir.

Sin teoreminden



$$\frac{200}{sin120} = \frac{100}{\sin(90+\theta)} = \frac{W}{\sin(150-\theta)}$$

$$200 \cdot \sin(90+\theta) = 100 \cdot \sin 120$$

$$\rightarrow \sin(90+\theta) = \cos\theta$$

$$200 \cdot \cos\theta = 86{,}60 \rightarrow\rightarrow \cos\theta = \frac{86{,}60}{200} = 0{,}433 \rightarrow\rightarrow \mathbf{\theta = 64{,}34°}$$

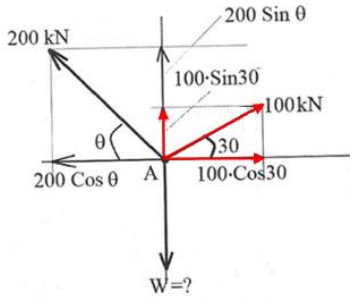
Açı hesaplandıktan sonra W hesaplanabilir.

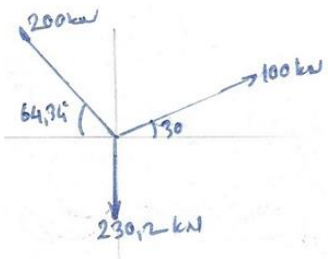
$$200 \cdot \sin(150 - 64{,}34) = W \cdot \sin 120 \rightarrow\rightarrow W = 230{,}27\ kN$$

İzdüşüm denge denklemleri yardımıyla çözüm

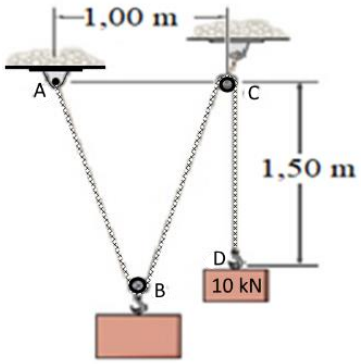
$\overrightarrow{+}\sum F_x = 0$ $\qquad 100 \cdot \cos 30 - 200 \cdot cos\theta = 0 \rightarrow \theta = 64{,}34°$

$+\uparrow \sum F_Y = 0$ $\qquad 200 \cdot \sin\theta + 100 \cdot \sin 30 - W = 0 \rightarrow W = 230{,}20\ kN$

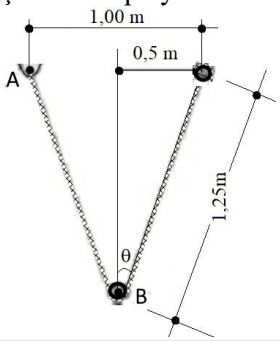




Misal: 4 m uzunluğunda bir halat D ucuna asılı 10 kN ağırlığındaki bir yük ile sistem oluşturulmuştur. Halat, A noktasında bir sabit mesnete bağlanmış, B ve C deki makaralardan geçirilerek sistem dengede kalmıştır. Bu durumda;
a) B deki dengeleyici ağırlık ne kadardır? W_B=?

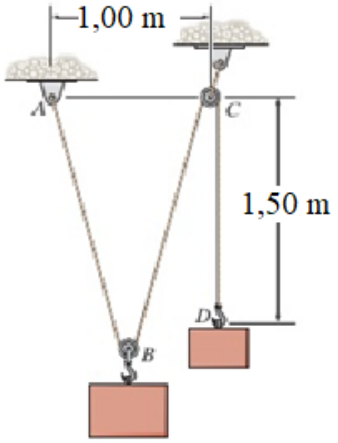


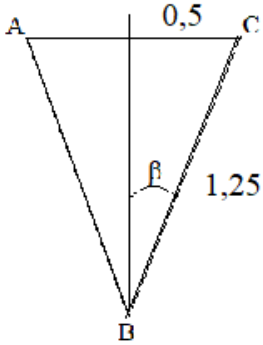
Çözüm: 4 m uzunluğundaki halatın oluşturduğu ABC üçgeninden yola çıkarak θ açısını hesaplayalım.



Misal:

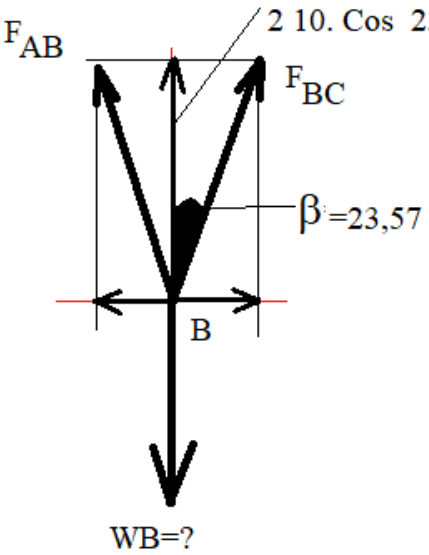
4 m uzunluğunda bir halat ve D ucuna asılı 10 kN ağırlığında ki bir yük ile bir sistem oluşturulmuştur. Halat, A noktasında bir pime sabitlenmiş ve B ve C'de iki küçük makaradan geçirilmiştir.
Sistem dengede ise, B'de asılı bloğun ağırlığını belirleyiniz.
Önce halatın uzunluğundan yola çıkarak açıyı hesaplayalım.





$L_{AB}=L_{BC}=(4-1,5)/2=1,25$ m

$\sin\beta=0,5/1,25$ $\beta=23,57^{\circ}$



$F_{AB}=F_{BC}=10$ kN

$+\uparrow\Sigma F_y=0$

$2 \cdot 10 \cdot \cos 23,57 - W_B = 0$

$W_B=18,33$ kN

KİRİŞLER ve TAŞIYICI SİSTEMLER

Statikte kiriş denilince, üzerine etkiyen yüklerin etkisi altında eğilmeye çalışan yapı elemanları anlaşılır. Kirişler eğilmeye çalışarak üzerine etkiyen yükleri mesnetlere ileten çoğunlukla yatay konumdaki, özel sistemlerde diğer konumlarda da tasarlanabilen yapısal elemanlardır da denebilir. Sistem içerisinde çubuk olarak ta adlandırılırlar.

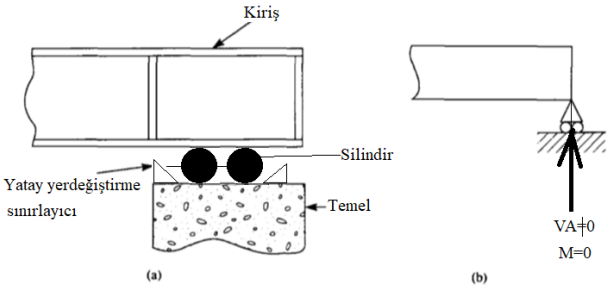
Yapıya etkiyen sabit ve hareketli yükleri emniyetli bir şekilde taşıyan, diğer elemana ya da bağlandığı mesnetler aracılığıyla zemine aktaran elemanlara taşıyıcı sistem denilir. Birden fazla çubuktan oluşan taşıyıcı sistemlere "çerçeve sistem" denilir ve çubukların birbirine bağlandıkları yerler "düğüm noktası" olarak adlandırılır.

Mesnet (dayanak): Kirişler yada taşıyıcı sistemlerin yüklerini zemine veya diğer bir elemana aktardıkları noktadaki özel tasarım elemanlara "mesnet" denilir. Mesnetler sayesinde kiriş yada çerçevenin yatay yada düşey hareketlerini sınırlandırır.

Taşıyıcı sistemlerin bağlandığı üç çeşit mesnet tipi vardır. Bu üç mesnet tipinin çok iyi öğrenilmesi gerekir.

1-Hareketli mesnet: Çelikten yapılmış bir demiryolu köprüsünün >+40 ^{0}C sıcaklıkta güneşin karşısında saatlerce durması sonucunda köprünün sıcaktan uzayacağı kolaylıkla hesaplanabilir. Çelik köprünün bu sıcaklık genleşmesine müsaade edilmez ise ya köprü uzayamadığı için kendine zarar verir ya da bağlandığı ayakları yıkar. Bunun önüne geçmek için bu şekilde şekil değiştirme veya yer değiştirme yapabilecek yapısal sistemlerin mesnetlerinden en az birinin hareketli olması planlanır. Hareketli mesnetler, sağlam iki yüzey arasına çelik silindir konulur yada hareket engellemeyen kauçuk bir yastık inşaa edilir. Kirişlerin diğer ucunun hareketine müsaade etmek sistemin kararlılığı açısından avantajlı olur.

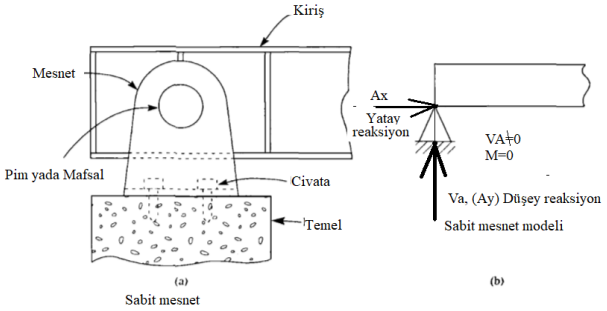
Bu tür mesnetlerde kirişin yatay hareketi engellenmediği için sadece düşey reaksiyonu vardır. Bilinmeyen olarak bu reaksiyon hesaplanmalıdır. Moment aktarmadıkları için tek başlarına bir sistem oluşturmazlar. Bu tür mesnetler aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi idealize edilirler.



Hareketli mesnet ve idealize edilmiş hali

2-Sabit mesnet: Bir yapıya uygulanan yükler, mesnetleri aracılığıyla temellerine aktarılır. Uygulamada mesnetler karmaşık olabilir ve bu durumda kolaylıkla analiz edilebilecek bir biçime dönüştürülürler. Bu nedenle, dönmeye izin veren ancak pratikte ötelemeyi önleyen bir destek, aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi olacaktır (a), ancak şekil de gösterilen idealleştirilmiş biçim (b) analiz amacıyla temsil edilmektedir; bu tür desteğe sabit mesnet denir. Kiriş mesnetlerinden biri yada bir kaçı sabit mesnet olarak yapılırlar. Bu sayede kirişin yer değiştirmesine engel olunur. Çocuk oyun parklarında gördüğümüz Tahterevallinin bağlandığı mesnettir. Daha basit ifade etmek gerekirse, şemsiyenin çubuklarının birbirine bağlandığı noktalar birer sabit mesnettir. Mafsal sayesinde kirşin bu mesnet etrafında dönmesine veya açılıp kapanmasına (köprüler) izin verilir. Bir çok yapısal sistemi zemine bağlayan mesnetler sabit mesnet olarak yapılırlar.

Yatay ve düşey olmak üzere iki reaksiyonu vardır. Moment aktarmazlar. Bir kirişin iki ucu da sabit mesnet olursa kiriş statikçe belirsiz olur.. Çünkü iki sabit mesnedin dört bilinmeyen reaksiyonu vardır fakat bizim elimizde sadece üç denge denklemi bulunmaktadır. Bu durumda fazladan bir tane bilinmeyen olduğu için bu kiriş birinci derece hiperstatik kiriştir. Pratik hesaplamalarda bir ucu sabit, diğer ucu hareketli mesnet olarak ele alınır. Bu İzostatik kiriştir



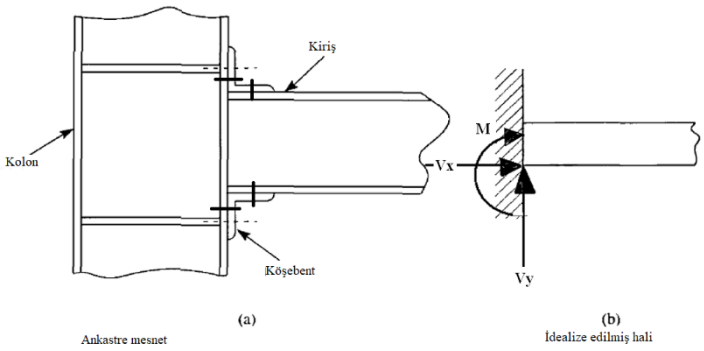




Şekil 1: Arhavi MNG gösteri merkezinin taşıyıcı dikmesi, sağdaki ise Erzurum Futbol stadyumunun kapalı türbin çatı mesnedi

3-Ankastre mesnet: Bu tür mesnet sayesinde kirişin hem öteleme hem de dönme hareketine engel olunur. Mesela çelik bir kolon civatalar yardımıyla betona sabitlenirse dönme ve diğer hareketleri engellenmiş olur. Bunu gibi betonarme bir kirişin kolona bağlantısı da aynıdır.

Ankastre mesnetlerde yatay, düşey hareket ve dönme engellendiği için üç tane mesnet reaksiyonu vardır. Bayrak direği, rüzgâr enerjisi direği, çıkma balkonlar, vs gibi yapılar ankastre mesnetli olduklarından tek başlarına taşıyıcı sistem oluşturabilirler.



Kiriş çeşitleri:

Statikçe belirlilik açısından İzostatik kirişler ve hiperstatik kirişler olmak üzere ikiye ayrılırlar. İzostatik kirişler üç denge denklemi yardımıyla reaksiyonları ve kesit tesirleri hesaplanabilen kirişlerdir. Hiperstatik kirişler ise bilinmeyen

reaksiyon ve iç kuvvet sayısı denge denklemlerinden fazla olan kirişlerdir. Bunların analizi Yapı Statiği dersinde ele alınacaktır. Mekanik statik dersinde İzostatik sistemlerin mesnet reaksiyonları ve çubuk kuvvetleri hesaplanacaktır. Kirişler tasarım aşısından ise mesnetlerinin çeşitliliğine göre isimlendirilirler.

Basit kiriş: Mesnetlerinden biri sabit mesnet, diğeri kayıcı hareketli mesnet olan sistemlerdir.



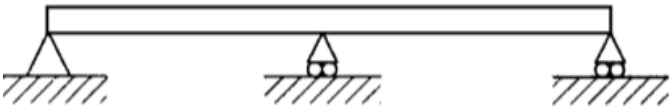
Konsol kiriş: Bir ucu ankastre mesnet, diğer ucu serbest olan sistemlerdir.



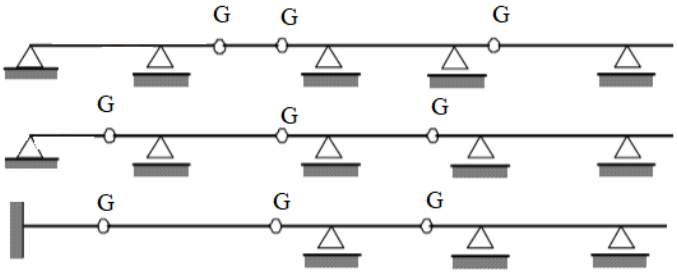
Çıkmalı kiriş: Bir veya iki mesnetinin üzerinde konsolları (çıkmaları) bulunan sistemlerdir.



Sürekli kiriş: Birden fazla açıklığa sahip kirişlerdir.

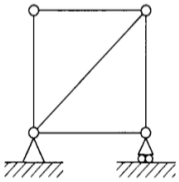


Gerber kirişleri: Basit kiriş, konsol kiriş ve çıkmalı kirişlerin birbirlerine mafsallı olarak birleşmelerinden oluşan taşıyıcı ve izostatik sistemlere gerber kirişleri adı verilir. Gerber kirişleri pratikte (uygulamada) genellikle çatı aşıkları ve köprü kirişleri olarak kullanılırlar.

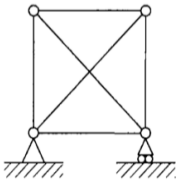


G= Mafsal

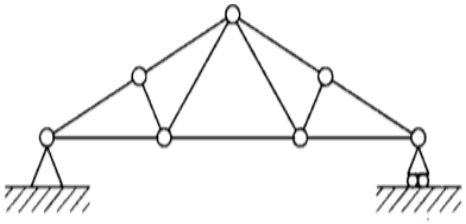
Kafes Kirişler: Bir düğüm noktasında birleşen doğru eksenli, sabit enkesitli çubukların olşturduğu taşıyıcı sistemlerdir. Çelik köprüler, çatı makasları, çelik enerji nakil hattı direkleri vs bu sınıftandır.

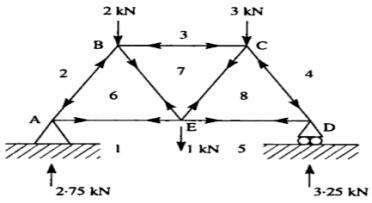


Statikce belirli kafes kiriş

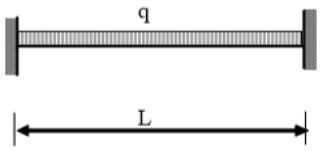


Statikce belirsiz kafes kiriş

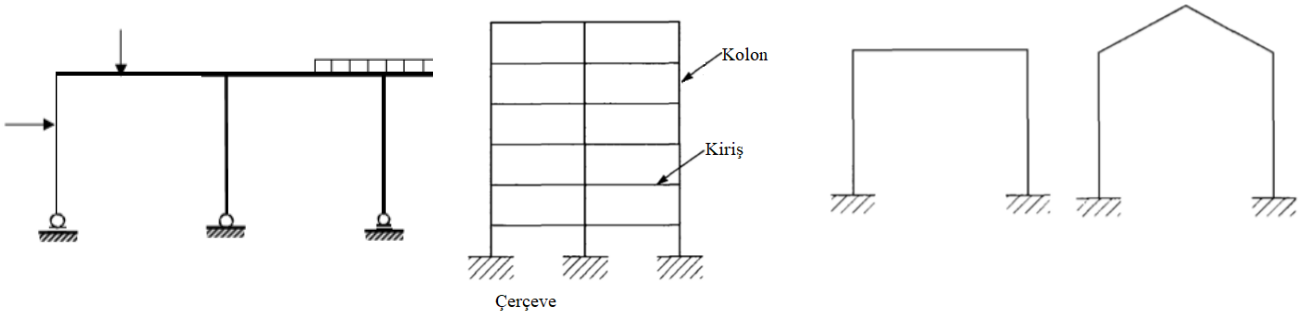




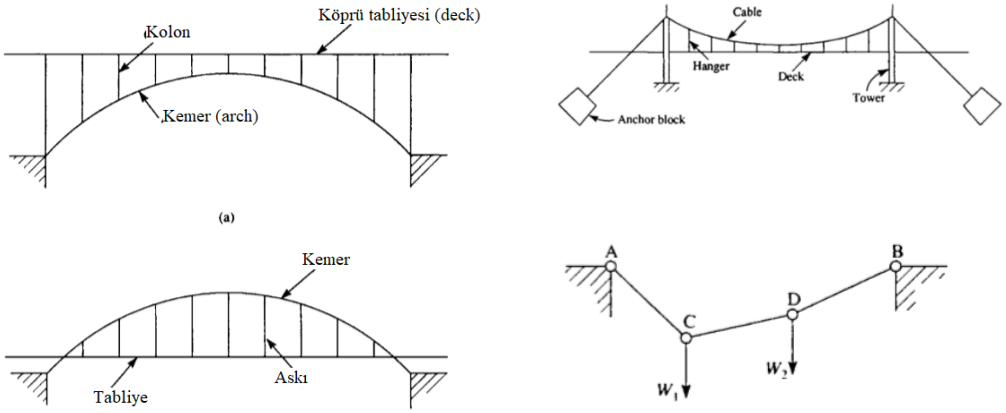
iki Ucu Ankastre Kiriş; Her iki ucu da ankastre mesnetli kirişlerdir. Ankastre mesnetin üç bilinmeyen mesnet reaksiyonu olduğundan bu kirişlerin altı bilinmeyeni var demektir.



Çerçeve sistemler: Düzlem çerçeveler. Depo ve fabrika binaları tek katlı çerçeve olarak düşünülürken, apartman daireleri, hastane ve okullar çok katlı çerçeve olarak yapılırlar.



Kemerler, kablolu kirişler:



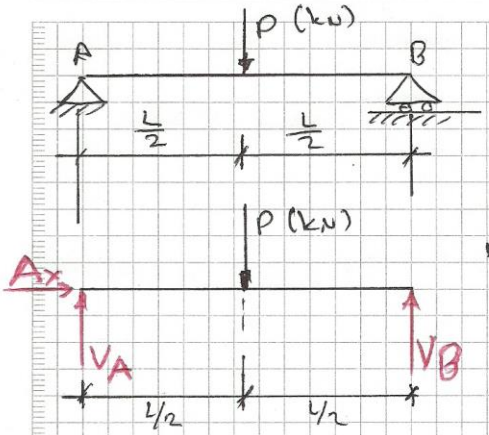
İZOSTATİK KİRİŞLERİN MESNET REAKSİYONLARI HESABI

Yapı tasarımı aşamalarından birisi olan kirişin kesitinde oluşan kesit tesirlerinin hesaplanması ve yapısal sistemin tasarımını yapabilmek için öncelikle verilen kiriş ve yükleme durumuna göre mesnetlerde oluşan reaksiyonların hesabı gerekir. Bunun için öncelikle mesnedin çeşidini belirlemek ve bilinmeyen olan reaksiyonları doğru yönleriyle çizmek gerekir. Sonra üç denge denklemi yardımıyla mesnet reaksiyonları hesaplanabilir. Hesaplanan reaksiyonlar doğru yönleri ile kirişteki yerlerine yazılır ve bir sonraki aşama olan kesit tesirleri ve diyagramlarının çizilmesine geçilir.

Kirişlerin kesit tesirlerinin incelenmesi ve kesit tesir diyagramları Yapı Statiği dersinde ele alınacaktır. Mekanik statik dersinde çeşitli sistemlerin mesnet reaksiyonu ve çubuk kuvveti hesabı yapılacaktır.
Üç denge denklemlerini hatırlayalım.

$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \qquad \uparrow^{+} \sum F_y = 0 \qquad \sum M_A = 0$$

DERS :
KONU : Misal:
TARİH : ...../...../.....
GÜN :



Şekildeki basit mesnetli kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.

İŞLEM SIRASI

1- Önce kirişin Serbest Cisim Diyagramı (S.C.D) çizilir. Burada mesnet tipine göre reaksiyonlar belirlenir.

A, mesneti sabit mesnet olduğu için iki reaksiyonu vardır. A_x, V_A,

B, mesneti hareketli mesnet olduğu için bir reaksiyonu vardır. V_B=?

2- Bu S.C.D. ye üç denge denklemi uygulanır.

1° $\overset{\rightarrow +}{\Sigma F_x = 0}$ $A_x = 0$ (Yatay kuvvet olmadığı için yatay reaksiyon sıfır olur.)

2° $\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0$ $V_A + V_B - P = 0$ → $\boxed{V_A + V_B = P}$ 2°

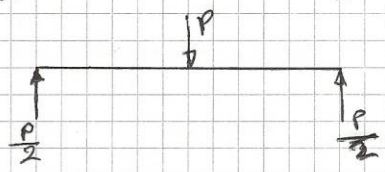
Bu denge şartı bize bir denklem veriyor. Çözüm vermiyor. Fakat 3. denge şartımız daha var.

3° $\overset{\curvearrowleft +}{\Sigma M_A = 0}$ $P \times \frac{L}{2} - V_B \times L = 0$ → $V_B = \frac{P}{2}$ kN.

Bulunan $V_B = \frac{P}{2}$, 2° denklemde yerine konulursa

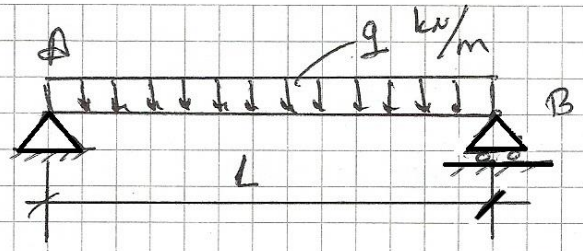
$V_A + V_B = P$

$V_A + \frac{P}{2} = P$ → $V_A = \frac{P}{2}$ bulunur.



← sistemin denge hali

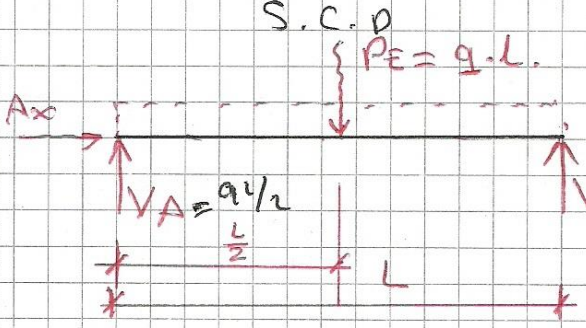
DERS :	TARİH : ...../...../.....
KONU : Misal:	GÜN :



Düzgün yayılı yüklü kirişin M.R. hesaplayınız. Doğru yönleri ile gösteriniz.

* Düzgün yayılı yük, eşdeğer tekil yüke (P_E) çevrilir.

GÖZÜM



$\overrightarrow{\Sigma F_x = 0}$ $A_x = 0$

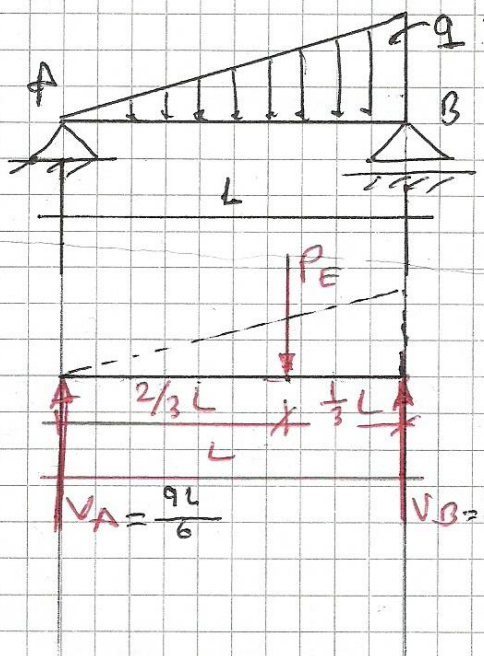
$\uparrow \Sigma F_y = 0$ $V_A + V_B - q.L = 0$

$V_A + V_B = q.L$ 2°

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$ $q.L.\frac{L}{2} - V_B.L = 0 \rightarrow V_B = \frac{q.L}{2}$ kN olur.

V_B, 2' denklemde yerine konulursa

$V_A + \frac{qL}{2} = q.L \rightarrow V_A = qL/2$ bulunur.



Üçgen yayılı yüklü kirişin M.R. hesaplayınız

$P_E = \frac{q.L}{2}$ ton idi.

$\overrightarrow{\Sigma F_x = 0}$ $A_x = 0$

$\uparrow \Sigma F_y = 0$ $V_A + V_B = \frac{qL}{2}$

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$ $\frac{qL}{2}.\frac{2}{3}L - V_B.L = 0$

$\frac{qL^2}{3} = V_B.L \rightarrow V_B = \frac{qL}{3}$ ton

2. denklemde yerine konulursa

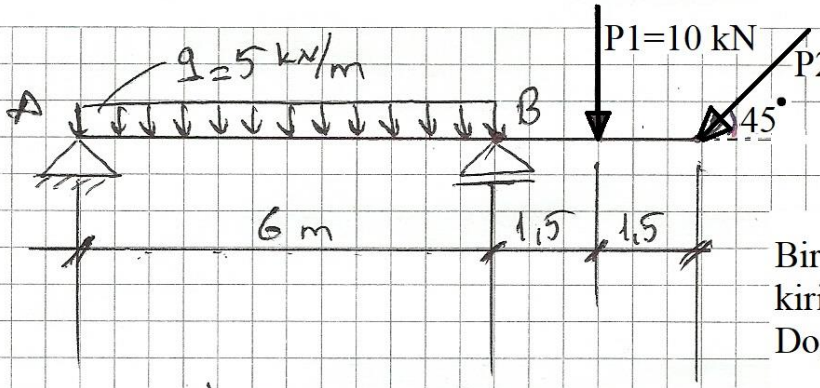
$V_A + \frac{q.L}{3} = \frac{q.L}{2} \rightarrow V_A = \frac{q.L}{6}$ kN.

DERS :

KONU : **MİSAL**

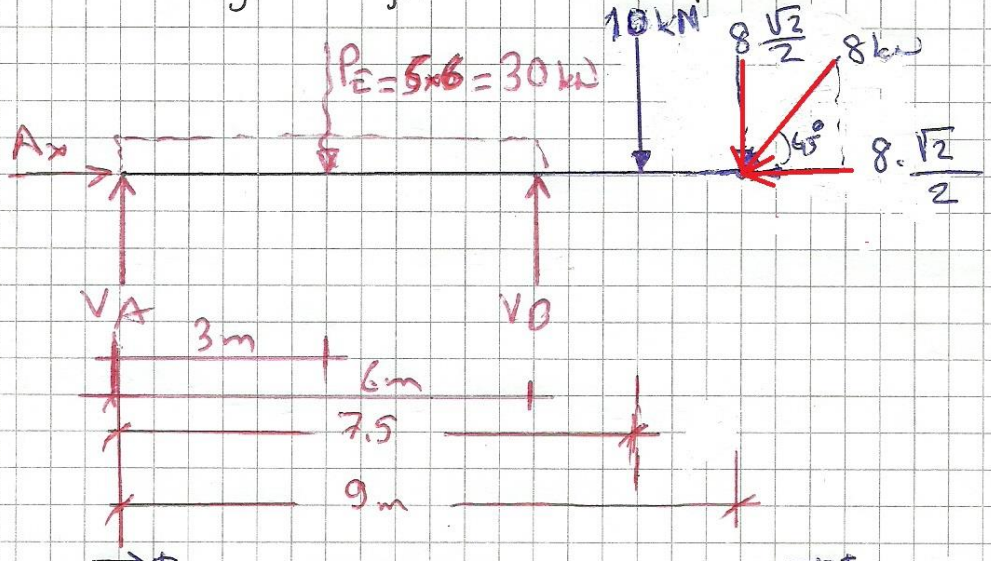
TARİH : ...../...../.....

GÜN :



Bir uçtan çıkmalı basit kirişin M.R. Hesaplayınız. Doğru yönlerini gösteriniz.

Çözüm: Önce S.C.D. çizilir. Sonra denge denklemleri yardımıyla M.R. hesaplanır.



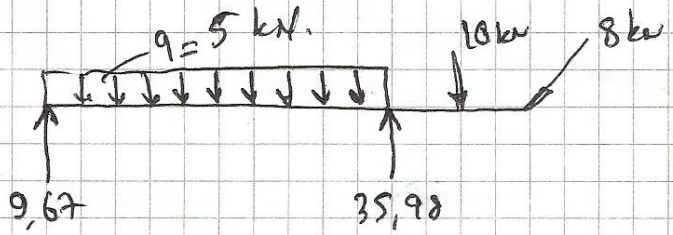
$P_E = q \cdot \lambda = 5 \cdot 6 = 30$

$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad A_x - 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \rightarrow A_x = +4\sqrt{2}$ kN $\rightarrow$ (5,66 kN)

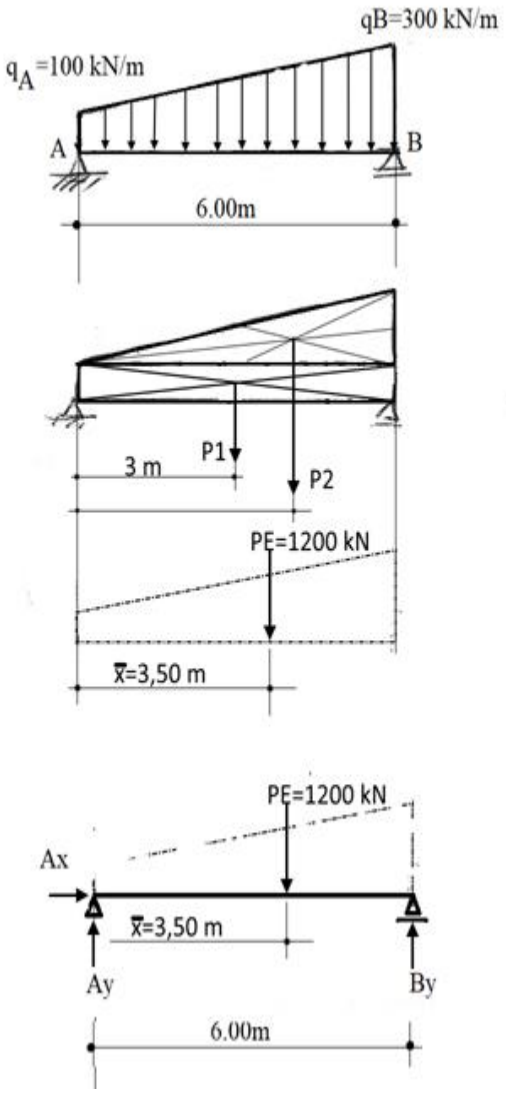
$\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad V_A + V_B - 30 - 10 - 4\sqrt{2} = 0 \quad V_A + V_B = 40 + 4\sqrt{2} = 45,66$ kN.

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \quad 30 \times 3 + 10 \times 7,5 + 4\sqrt{2} \times 9 - 6V_B = 0 \quad V_B = 35,98$ kN. $\uparrow$

2. denklemden $V_A + 35,98 = 45,66 \rightarrow V_A = 9,67$ kN $\uparrow$



Misal: Şekilde verilen AB kirişine yamuk yayılı yük etki etmektedir.
-Bu yükü eşdeğere tekil yüke çeviriniz (P_E)
-Kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.



ÇÖZÜM: Yamuk yayılı yük, bir düzgün yayılı yük ve birde üçgen yayılı yük olarak parçalanır. Bu yayılı yükler sırasıyla P_1 ve P_2 olarak eşdeğer tekil yüke dönüştürülür.

$P_1 = q_A \cdot l \;\rightarrow P_1 = 100 \cdot 6 = 600\ kN$

$P_2 = (q_B - q_A) \cdot l \cdot \frac{1}{2} \rightarrow P_2 = (300 - 100) \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 600\ kN$

Bileşke yük hesaplanır.

$\mathbf{P_E}=P_1+P_2=600+600=1200$ kN

Varignon teoremi ile bileşken yükün A mesnedinden uzaklığı hesaplanır.

$$x = \frac{(P1 \cdot x1) + (P2 \cdot x2) + \cdots}{P_E} = \frac{(600 \cdot 3) + (600 \cdot 4)}{1200} = 3{,}50m$$

Mesnet Reaksiyonları ise (en alttaki SCD den)

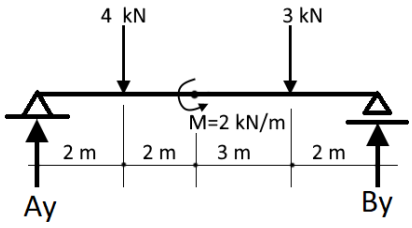
$$\overset{\rightarrow +}{\sum} Fx = 0 \qquad Ax = 0$$

$$\uparrow + \sum F_Y = 0 \qquad Ay + By = 1200$$

$$\circlearrowright + \sum M_A = 0 \qquad 1200 \cdot 3{,}50 = 6By$$

By=700kN
Ay=500 kN

Misal: Verilen kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız. (Nokta moment etki ediyor)



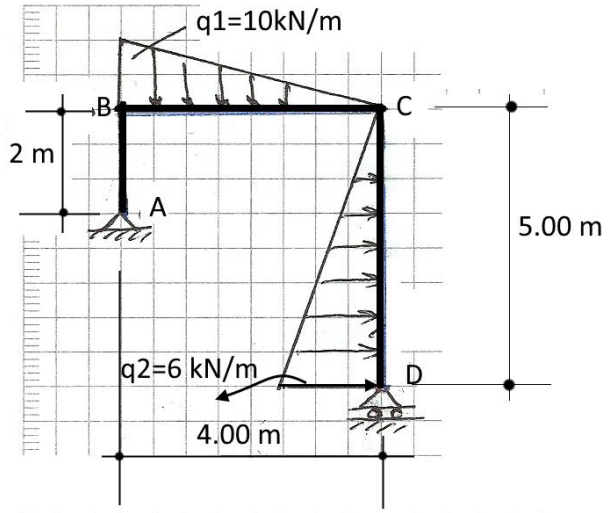
$\sum^{\rightarrow +} Fx = 0 \qquad Ax = 0$

$\uparrow + \sum F_Y = 0 \qquad Ay + By = 7$

$\circlearrowright + \sum M_A = 0 \qquad 4 \cdot 2 + (-\mathbf{2}) + 3 \cdot 7 - 9 \cdot By = 0$

By=3 kN 2. Denklemden Ay= 4 kN

Misal: Verilen izostatik çerçevenin mesnet reaksiyonlarını hesaplayıp doğru yönleriyle etkime noktalarını çerçeve üzerinde gösteriniz.



Açıklama:
A; Sabit mesnet
B; düğüm noktası
C; düğüm noktası
D; Hareketli mesnet

1- Üçgen yayılı yükler eşdeğer tekil yüke çevrilir.

$$PE_1 = \frac{q_1 \cdot l}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20\ kN$$

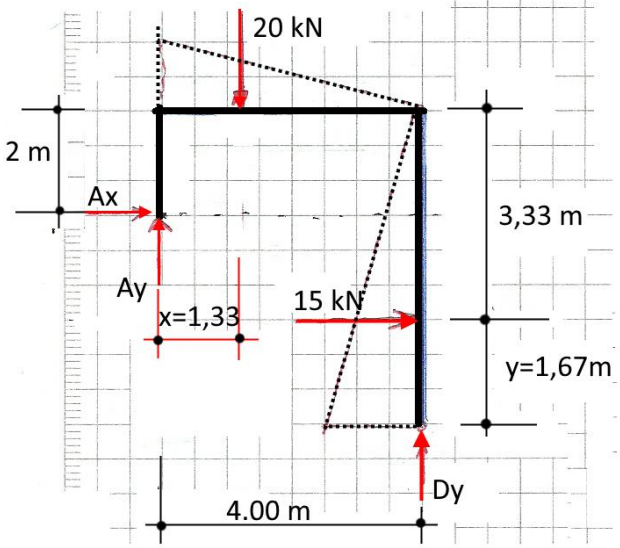
$$PE_2 = \frac{q_2 \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15\ kN$$

2-Eşdeğer tekil yüklerin etkime mesafeleri belirlenir.

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \cdot l = \frac{1}{3} \cdot 4 = 1{,}33m$$

$$\bar{y} = \frac{1}{3} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5 = 1{,}67m$$

3- Çözüm için SCD çizilir.



4- SCD'ye denge denklemleri uygulanır.

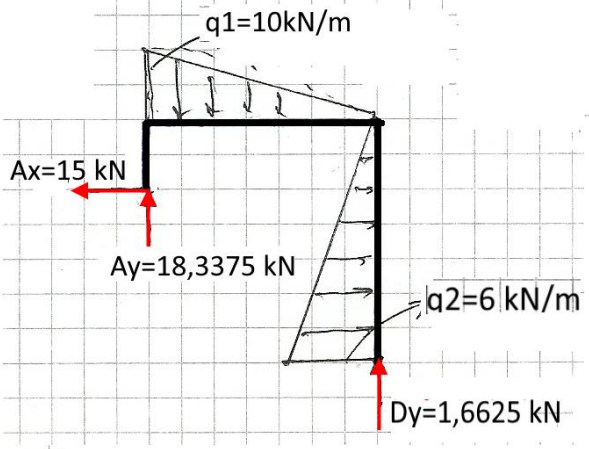
$\rightarrow^{+} \quad \Sigma F_x = 0 \quad A_x + 15 = 0 \quad A_x = -15\ kN$

$\uparrow^{+} \quad \Sigma F_y = 0 \quad A_y + D_y - 20 = 0$

$A_y + D_y = 20$

$\circlearrowleft^{+} \quad \Sigma M_A = 0 \quad 20 \cdot 1{,}33 - 15 \cdot (3{,}33 - 2) - 4D_y = 0$

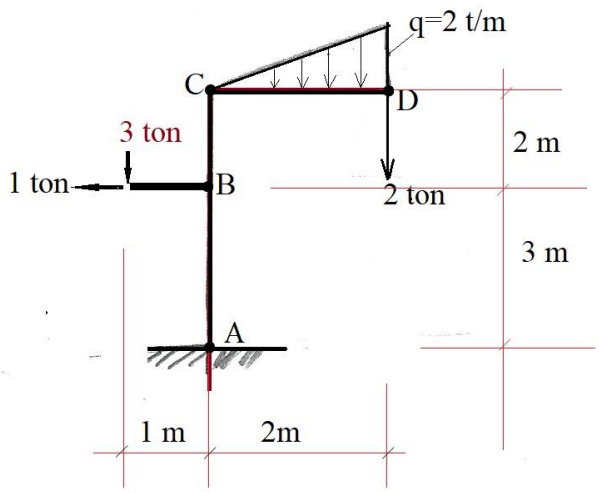
$D_y = 1{,}6625\ kN \uparrow$



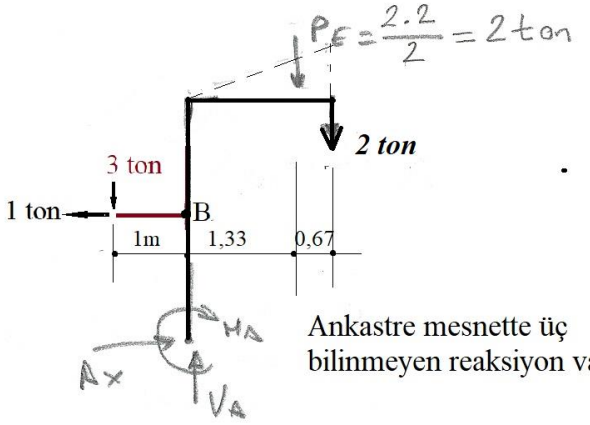
Dy=1,6625 kN düşey denge denkleminde yerine konulursa;

Ay+Dy=20 Ay+1,6625=20 Ay=18,3375kN ↑

Misal: Ankastre mesnetli çerçevenin MR hesabını yapınız.



S.C.D



Ankastre mesnette üç bilinmeyen reaksiyon vardır.

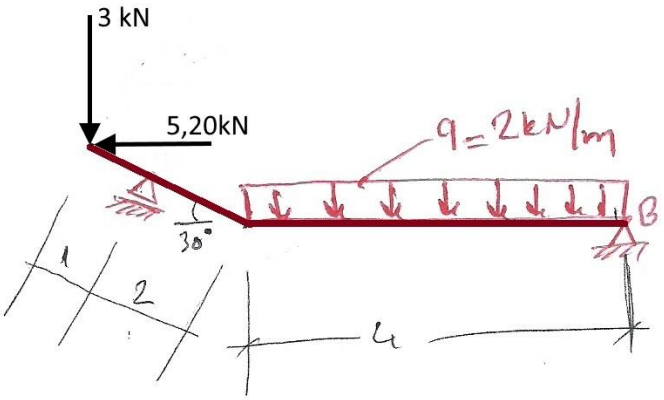
$\overrightarrow{+}\ \Sigma Fx=0$ Ax-1=0 Ax=1 ton ←

$+\uparrow \Sigma Fy=0$ VA-3-2-2=0 VA=7 ton.↑

$\circlearrowleft^{+} \Sigma MA=0$ MA-3•1-1•3+2•1,33+ 2•2=0

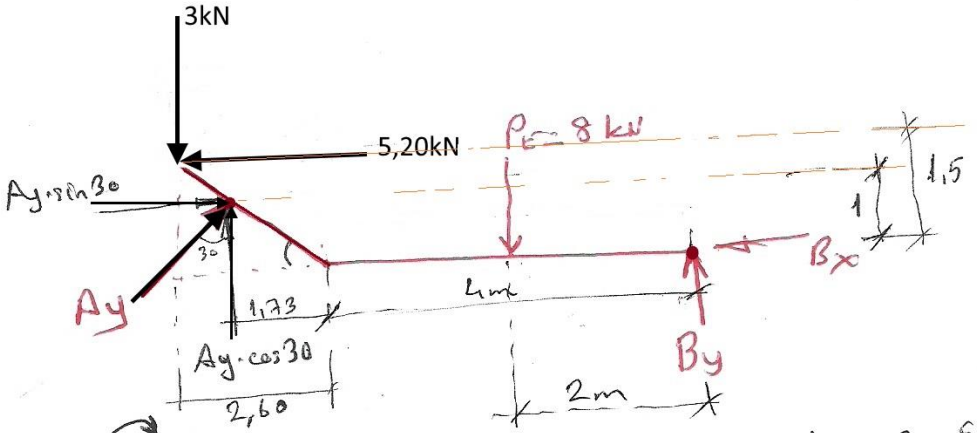
MA=-0,66 tm

(negatif mesnet momenti Mesnet momentleri genelde negatiftir.)



Şekildeki çerçevenin
a-SCD çiziniz.
b-Mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.

hareketli mesnette tek reaksiyon vardır, o da her zaman kiriş düzlemine dik etkir.



$\curvearrowleft \sum M_B = 0 \quad (-8\times2) + Ay\cdot\sin30\times1 + Ay\cdot\cos30\times5{,}73 - 3\times6{,}6 - 5{,}2\times1{,}5 = 0$

$5{,}46\,Ay = 43{,}6 \rightarrow$ Ay=8 kN.

$\uparrow \sum Fy = 0 \quad By + Ay\cdot\cos30 - 3 - 8 = 0$

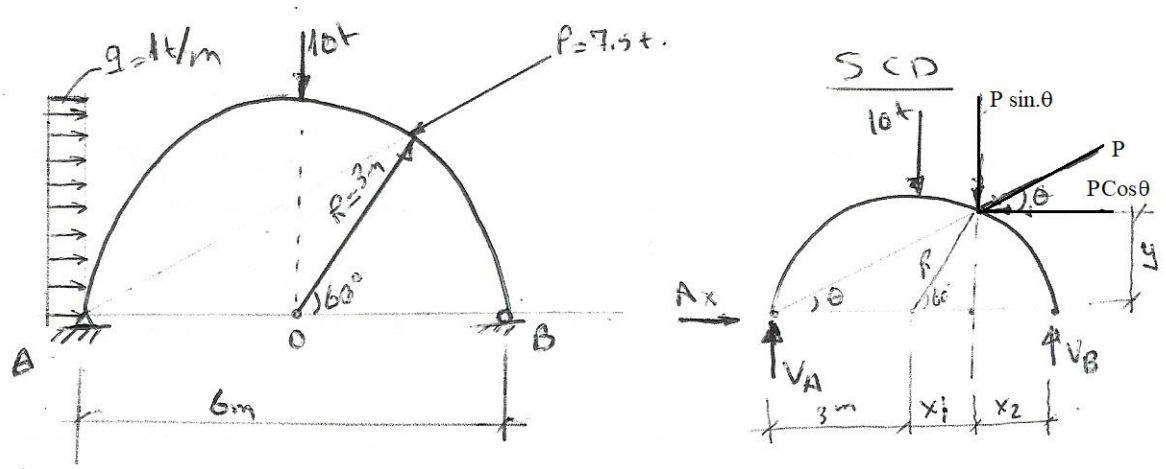
$By + 8\cdot\cos30 - 11 = 0$ By=4,07 kN

$\rightarrow + \quad \sum Fx = 0 \quad Ay\cdot\sin30 - 5{,}20 - Bx = 0$

$8\cdot\sin30 - 5{,}20 = Bx$

Bx=-1,20 kN ⇩ Yön değişecek.

Misal: Verilenlerden faydalanarak 1/2 yay şeklindeki basit mesnetli kemerin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.



Çözüm

y, mesafesinin bulunması.

$\sin 60 = \frac{y}{R} \Rightarrow y = R \cdot \sin 60 \Rightarrow 3 \cdot \sin 60 = 2{,}60$ m

x_1, mesafesinin bulunması

$\cos 60 = \frac{x_1}{R} \Rightarrow x_1 = 3 \cdot \cos 60 = 1{,}50$ m

θ, açısının bulunması.

$\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{R+x_1} \Rightarrow \frac{2{,}60}{3+1{,}5} = 0{,}577 \rightarrow \theta = 30°$

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0$ $\quad A_x - P \cdot \cos 30 + q \cdot R = 0$

$A_x = +7{,}5 \cdot \cos 30 - 1 \cdot 3$

$A_x = 3{,}50$ ton

$\overset{\circlearrowleft +}{\Sigma M_A = 0}$ $\quad q \cdot R \cdot \frac{R}{2} + 10 \cdot 3 - P \cdot \cos 30 \cdot y + P \cdot \sin 30 \cdot 4{,}5 = 6\, V_B$

$1 \cdot 3 \cdot 1{,}5 + 10 \cdot 3 - 7{,}5 \cdot \cos 30 \cdot 2{,}6 + 7{,}5 \cdot \sin 30 \cdot 4{,}5 = 6\, V_B$

$\uparrow V_B = 5{,}75$ ton

$\overset{+}{\uparrow} \Sigma F_y = 0$ $\quad V_A + V_B - 10 - P \cdot \sin 30 = 0$

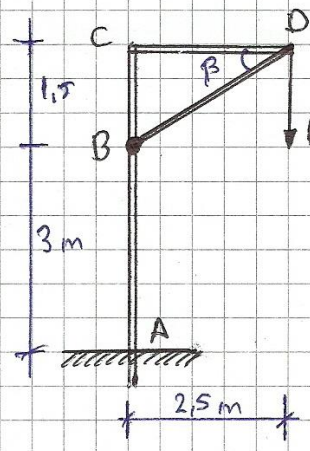
$V_A + V_B = 13{,}75$

$V_A = 13{,}75 - 5{,}75$

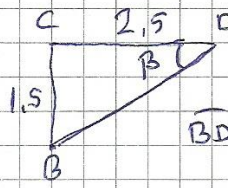
$V_A = 8$ ton

Misal: Şekilde konsol bir çubuğun üst kısmında oluşturulmuş kafes sistem ucuna 10 kN luk bir yük asılacaktır.
a) Bu yükten dolayı oluşan CD (T1) ve BD (T2) çubuk kuvvetlerini
b) A, ankastre mesnetindeki reaksiyonları hesaplayınız.

DERS :
KONU :
TARİH : ...../...../.....
GÜN :



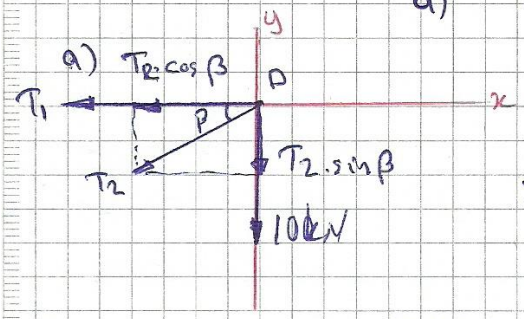
ÇÖZÜM



$\overline{BD} = \sqrt{1,5^2 + 2,5^2} = 2,915\ m.$

$\sin\beta = \frac{1,5}{2,915}$; $\cos\beta = \frac{2,5}{2,915}$

a)



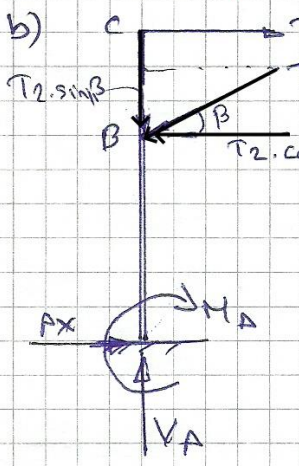
$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad -10 - T_2 \cdot \sin\beta = 0$

$-10 - T_2 \cdot \frac{1,5}{2,915} = 0 \quad T_2 = -19,43\ kN$ (Basınç)

$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad -T_1 - T_2 \cdot \cos\beta = 0$

$-T_1 - (-19,43 \cdot \frac{2,5}{2,915}) = 0 \quad T_1 = +16,66\ kN$ (Çekme)

b)



T_2, dik bileşenlerine ayrılır.

$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad A_x + T_1 - T_2 \cdot \cos\beta = 0$

$A_x + 16,66 - 19,43 \cdot \frac{2,5}{2,915} = 0 \quad A_x = 0$ ☺

(ilk soru üzerinde araştırınca da $A_x = 0$ olur.)

$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad V_A - T_2 \cdot \sin\beta = 0$

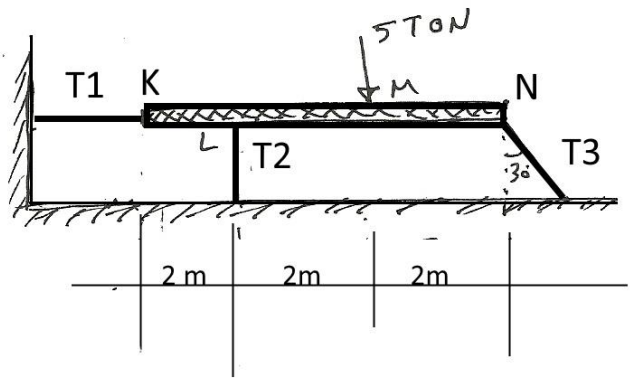
$V_A = 19,43 \cdot \frac{1,5}{2,915} = 10\ kN$ ✓ ☺

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \quad M_A + T_1 \cdot 4,5 - T_2 \cdot \cos\beta \cdot 3 = 0$

$M_A + 16,66 \cdot 4,5 - 19,43 \cdot \frac{2,5}{2,915} \cdot 3 = 0$

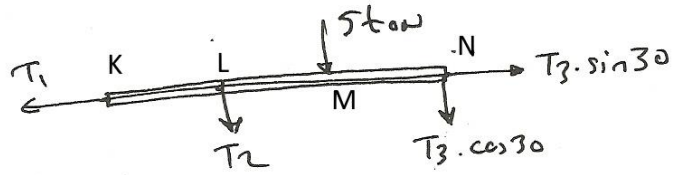
$M_A = +25\ kNm.$

Bu problemin çözümüzde, mesnet reaksiyonları T1 ve T2 yi hesaplamadan verilen esas sistem üzerinden de hesaplanabilir.



KN kirişi üç noktadan rijit çubuklar vasıtasıyla zemine ve karşı duvara bağlanmıştır. Yatay konumdadır. T1, T2, ve T3 çubuklarında oluşan eksenel kuvvetleri hesaplayınız.

S.C.D



$\sin 30 = \frac{1}{2}$

$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\rightarrow +$

$\sum F_x = 0$ $\quad -T_1 + T_3 \cdot \sin 30 = 0$ (1)

$+\uparrow \sum F_y = 0$ $\quad -T_2 - 5 - T_3 \cdot \cos 30 = 0$

$-T_2 - T_3 \cdot \cos 30 = 5$ (2)

$\circlearrowright + \sum M_N = 0$

$-5 \cdot 2 - T_2 \cdot 4 = 0 \rightarrow T_2 = -\frac{10}{4}$ ton (Basınç)

2. denklemden

$-(-\frac{10}{4}) - T_3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5$

$T_3 = \left(\frac{10}{4} - 5\right) \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = -2{,}88$ ton (Basınç)

1. denklemden

$-T_1 - 2{,}88 \cdot \frac{1}{2} = 0$

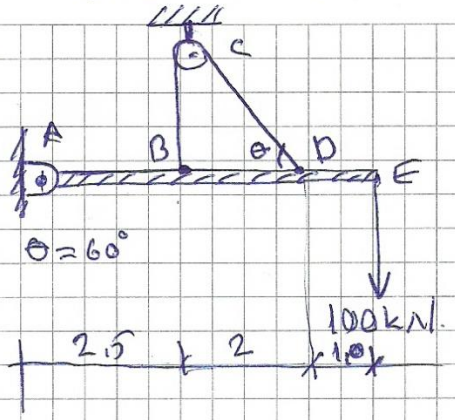
$T_1 = -1{,}44$ t (Basınç)

DERS :

TARİH : ...../...../.....

Mühendislik Mekaniği (Makara ve Menet)

GÜN :



Şekilde BCD halatı C deki makaradan geçirilip B ve D noktalarına sabitlenmiştir. Sistemin yükleme şekline göre

a) S.C.D. çiziniz.

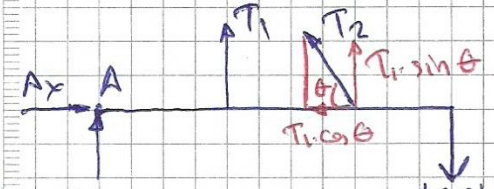
b) BC (T_1) ve DC (T_2) halatlarındaki eksenel kuvveti hesaplayınız.

c) A, sabit mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.

b ve c) Üç denge denklemi yardımıyla b ve c şıkkındaki istenenler hesaplanabilir.

Çözüm

a) S.C.D



$T_1 = T_2$ dir.
(makaradan geçen halat kuvveti)

S.C.D yardımıyla

1- $\overrightarrow{\Sigma F_x = 0}$ $\quad A_x - T_1 \cdot \cos 60 = 0 \quad A_x = T_1 \cdot \cos 60$

2- $\uparrow \Sigma F_y = 0$ $\quad V_A + T_1 + T_1 \cdot \sin 60 - 100 = 0$

3- $\circlearrowright \Sigma M_A = 0$ $\quad \underbrace{-T_1 \cdot 2,5 - T_1 \cdot \sin 60 \cdot 4,5}_{-6,397\,T_1} + 5,5 \times 100 = 0 \longrightarrow T_1 = 85,98$ kN.

1. den $\quad A_x = 85,98 \cdot \cos 60 = 43$ kN.

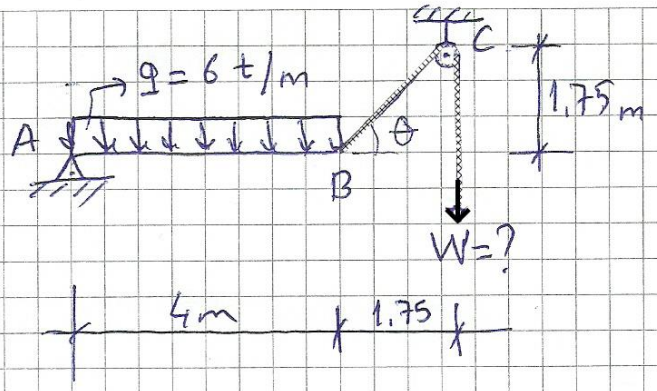
2. den $\quad V_A = -60,44$ kN ↓ (Yön değiştir)

DERS :

KONU: Misal:

TARİH: ...../...../.....

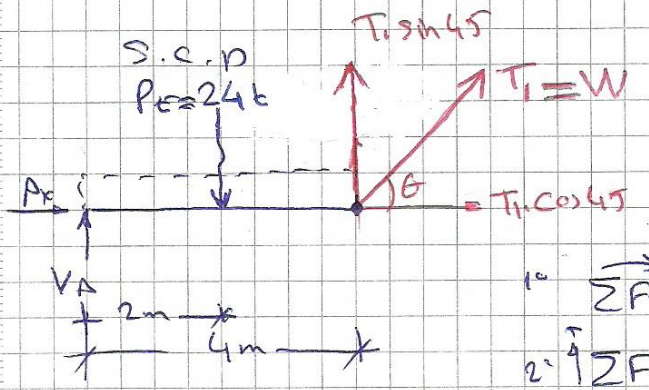
GÜN :



Yayılı yüklü AB kirişi A noktasından sabit mesnetli, B noktasından ise ucunda W ağırlığı bulunan bir halatla bağlanmıştır. AB kirişinin yatay kalabilmesi için

a) W ağırlığı ne kadardır?

b) A mesnetindeki reaksiyonlar ile BC (T_1) ipindeki kuvvet ne kadar olmalı.



ÇÖZÜM

$P_E = q \cdot L = 6 \times 4 = 24$ ton

$\boxed{T_1 = W}$

1° $\overrightarrow{\Sigma F_x = 0}$ $\quad A_x + T_1 \cdot \cos 45 = 0$

2° $\uparrow \Sigma F_y = 0$ $\quad V_A - 24 + T_1 \cdot \sin 45 = 0$

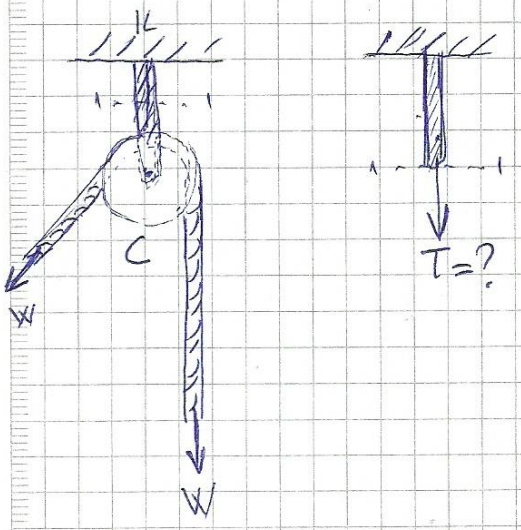
3° $\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$ $\quad 24 \times 2 - T_1 \cdot \sin 45 \cdot 4 = 0$

$T_1 = W = 16{,}98$ ton

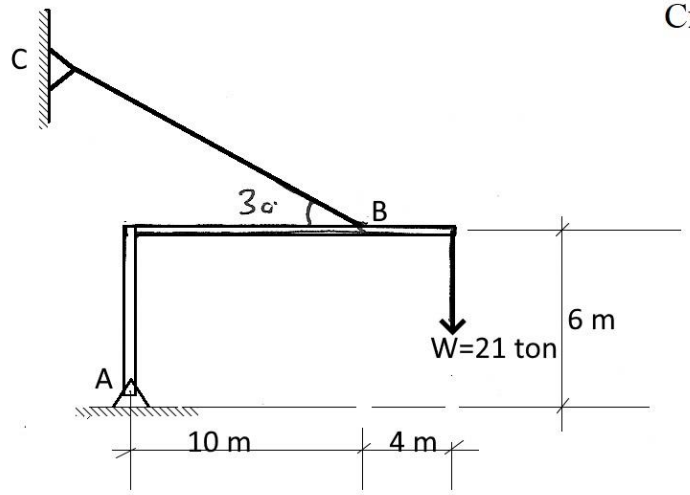
$A_x = -16{,}98 \cdot \cos 45 = 12$ ton.

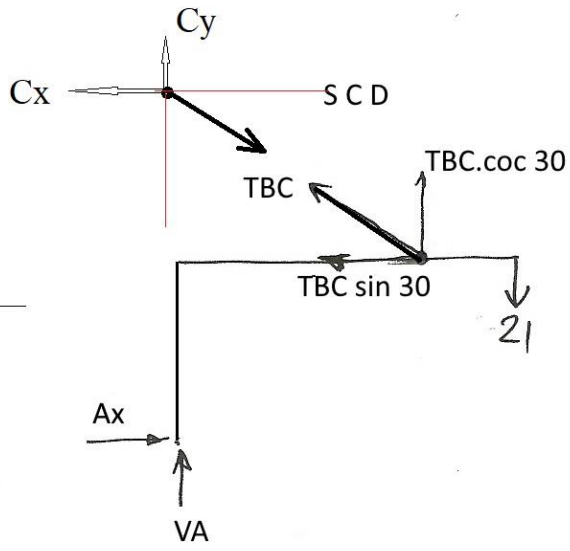
$V_A = 12$ ton. ✓

SORU: C deki makarayı tavana bağlayan halatta oluşan eksenel kuvvet ne kadardır?



Misal: Şekilde verilen bağlı sistemde BC kablo kuvveti ile A daki reaksiyonların hesabı isteniyor.





$\rightarrow + \quad \Sigma F_x = 0$

$A_x - T_{BC}.\cos 30 = 0$

$\uparrow \quad \Sigma F_y = 0$

$V_A + T_{BC}.\sin 30 = 21$

$\circlearrowleft + \quad \Sigma M_A = 0$

$-T_{BC}.\cos 30.6 + T_{BC}.\sin 30.10 + 21.14 = 0$

$-T_{BC}.\frac{\sqrt{3}}{2}.6 - T_B.\frac{1}{2}.16 = -294$

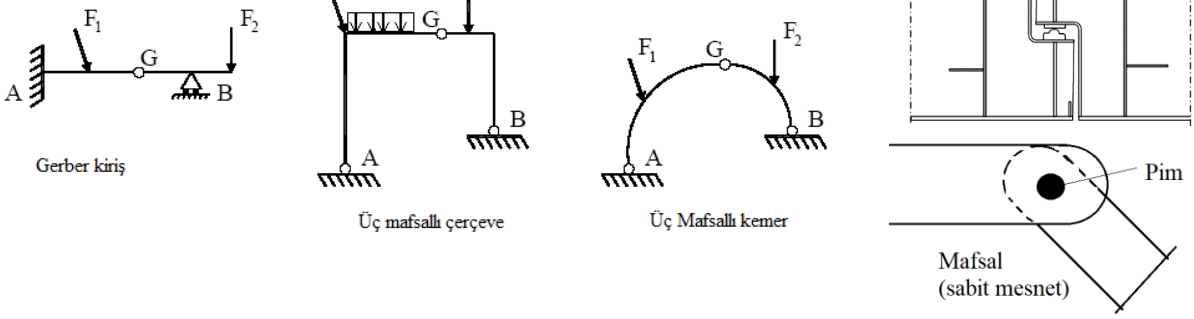
$3\sqrt{3}T_B + 5T_{BC} = +294$

$T_B.(3\sqrt{3}+5) = 294$

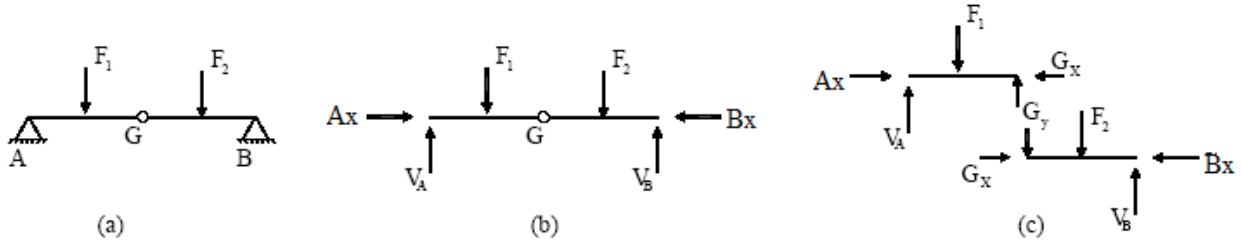
$TBC = \frac{294}{3\sqrt{3}+5} = 28{,}83 \text{ ton}$

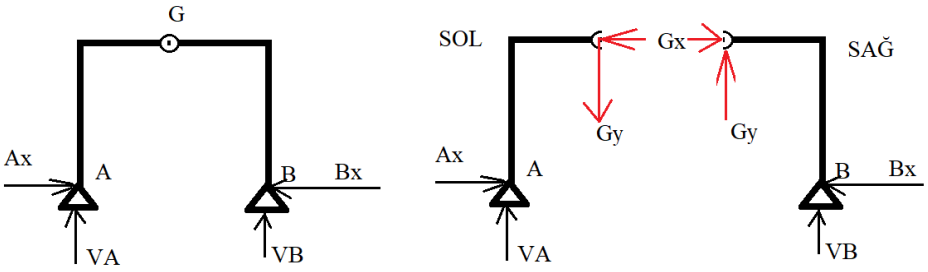
ÜÇ MAFSALLI SİSTEMLER

Fazla bilinmeyen sayısı kadar mafsal eklenerek birden fazla İzostatik sisteme ayrılabilen sistemlerdir. Çerçeveler, kemerler ve gerber kirişler bu guruptandır. Başlangıçta kirişin iki sabit mesnedi vardır. Bu kiriş 1. derece hiperstatik olduğu için üç denge denklemi ile çözülemez. Kirişi uygun bir yerden ikiye ayırır ve inşaat aşamasında da bu şekilde yapılmak kaydıyla mafsal eklersek üç mafsallı bir kiriş elde ederiz. Mafsal da mafsal kuvvetleri olarak yatay ve düşey reaksiyon oluşur fakat moment aktarmaz M=0 dır. Mafsal basite indirmek gerekirse makasın hareketli kısmı olarak düşünülebilir.

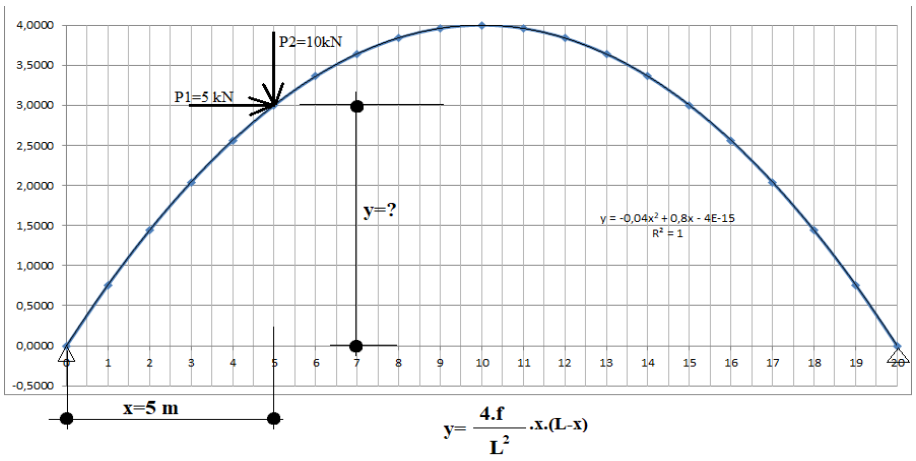


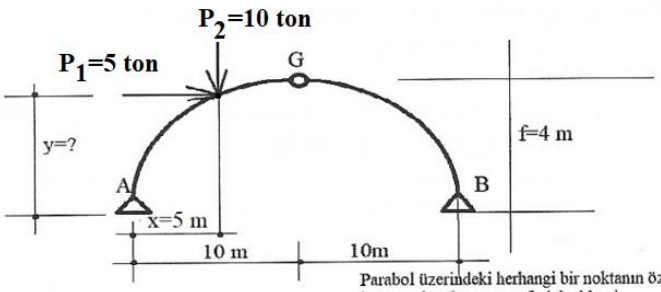
Aşağıdaki şekil incelenecek olursa, AB kirişinin her iki ucu da sabit mesnetlidir. G mafsalıyla AG ve BG kirişi olmak üzere iki İzostatik parçaya ayrılıyor. Hesaplamalara ilk önce bütün sistem göz önüne alınarak denklemler çıkartılır. Daha sonra parçalanmış kirişlerden en kolay çözülebilecek olanı ele alınır ve reaksiyonlar hesaplanır. Çünkü kesim yapılan yerde, yani mafsalın sağında ve solundaki kiriş parçası, iç kuvvetler bakımından dengededir. Mafsaldan moment alınması ($\Sigma M_G=0$) hesaplarda kolaylık sağlar.





(pozitif yönler, iç kuvvetler denge halinde)





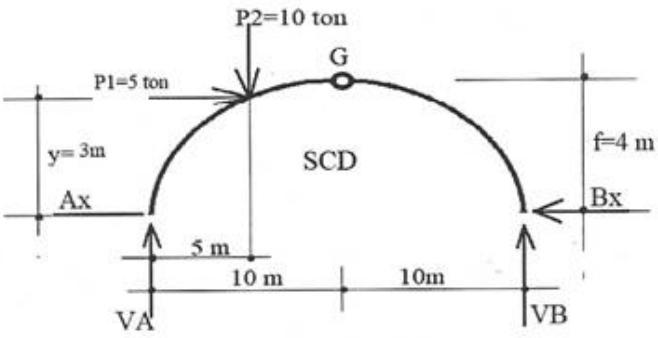
Basık kemer
A B hattı özengi hattı
G, Mafsal. anahtar,
f= basık kemerin oku

Parabol üzerindeki herhangi bir noktanın özengi hattına olan düşey mesafesi denklemi

$$y=\frac{4.f}{L^2}.x.(L-x)$$

MİSAL: Şekilde ölçü ve yükleme durumu verilen üç mafsallı kemerin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.
(Üç mafsallı kemerlerde, parçalara ayırmadan önce, bilinmeyen reaksiyon sayısı dört tanedir. Eklenen" G " mafsalı kemeri İzostatik yapmak için konulmuştur.

Önce SCD çizilir ve kiriş için bu haliyle denklem çıkarılır.



S C D 'den

$\rightarrow +$

$\Sigma F_x = 0$

$A_x - B_x + 5 = 0$

$\boxed{A_x - B_x = -5}$ 1°

$\uparrow +$

$\Sigma F_y = 0$

$\boxed{V_A + V_B = 10}$ 2°

$\circlearrowleft +$

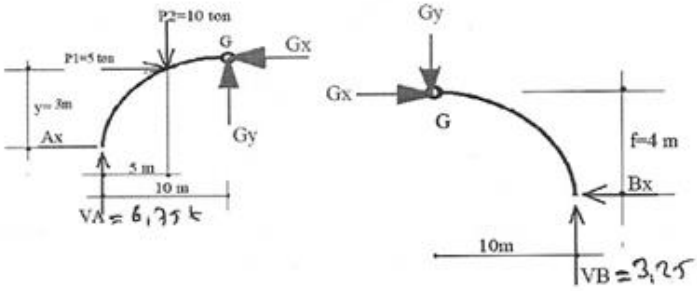
$\Sigma M_A = 0$

$5 \times 3 + 10 \times 5 = 20\, V_B$

$\boxed{V_B = 3{,}25 \text{ ton}} \uparrow$

2. denklemden

$V_A + 3{,}25 = 10$ $\boxed{V_A = 6{,}75 \text{ t}} \uparrow$



Ax, Bx ve G mafsal kuvvetlerini hesaplayabilmek için, kemeri G mafsalından ikiye ayırarak, iç kuvvetlerin dengesi açısından bir birine eşit olan iki parçadan birisini tercih ediyoruz. Bu örnekte hesap azlığı bakımından sağ tarafı ele alalım. Sol tarafı da ele alabiliriz. Sonuç asla değişmez.
KURAL: Hesaplardahemen sonuca varmak için G den moment alınır.

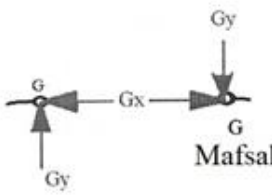
$\circlearrowleft \Sigma M_G = 0$ $\quad B_x \cdot 4 - 3{,}25 \cdot 10 = 0 \rightarrow B_x = +8{,}125$ ton. $\leftarrow$

1. denklemden $\quad A_x - 8{,}125 = -5 \rightarrow A_x = +3{,}125$ ton. $\rightarrow$

$\rightarrow + \quad \Sigma F_x = 0 \quad G_x - B_x = 0 \quad G_x - 8{,}125 = 0 \quad G_x = +8{,}125$ ton $\rightarrow$

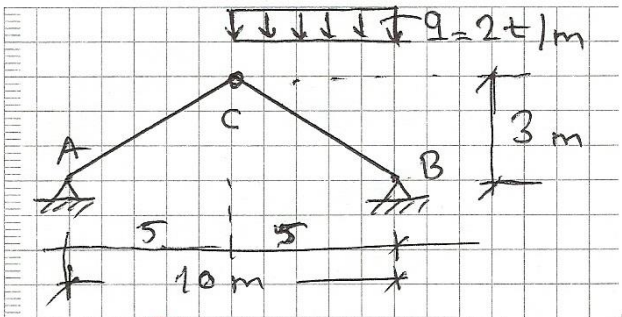
$\uparrow + \quad \Sigma F_y = 0 \quad V_B - G_y = 0 \quad 3{,}125 - G_y = 0 \quad G_y = +3{,}125$ ton $\downarrow$

Bulunan bu değerlerle kemerin diğer yarısı da gerçekleniz



Mafsal kuvvetleri için pozitif notasyon.

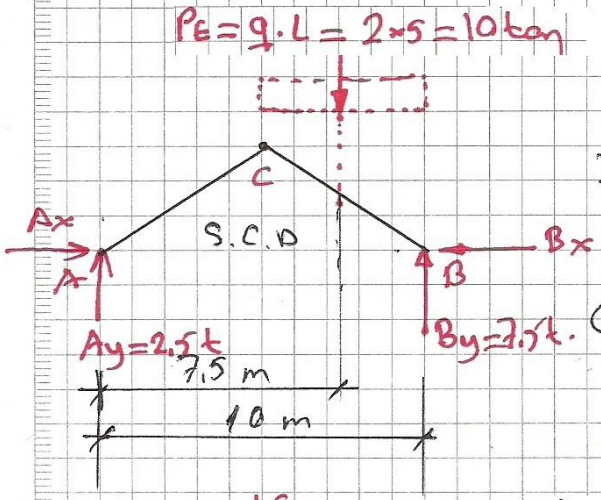
DERS :	TARİH : ...../...../.....
MİSAL:	GÜN :



Verilen üç mafsallı çerçevenin mafsal kuvvetlerini hesaplayınız.

Ax Ay Bx By Cx Cy

Sistemin çözümüne SCD çizilmesi ve tüm sisteme üç denge denklemi uygulanması ile başlanır.



$\rightarrow +$

$\Sigma F_x = 0 \quad A_x - B_x = 0$ 1°

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad A_y + B_y - 10 = 0$

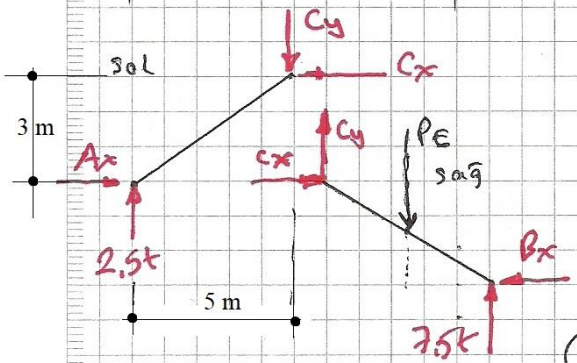
$A_y + B_y = 10$ 2°

$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_A = 0 \quad 10 \times 7.5 - 10\,B_y = 0$ 3°

$B_y = 7,5$ ton ↑

2°. denklemden $A_y = 2,5$ ton ↑

İkinci olarak, çerçeve "C" mafsalından ikiye ayırılır. C noktasında iç kuvvetler dengede olduğu için (Cx;Cy) hesap kolaylığı bakımından SOL kısmı ele alıyor ve denklem kuruyoruz.



$\rightarrow +$

$\Sigma F_x = 0 \quad A_x - C_x = 0$ 4°

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \quad 2,5 - C_y = 0 \rightarrow C_y = 2,5$ ton ↓

$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_C = 0 \quad -A_x \cdot 3 + 2,5 \cdot 5 = 0 \quad A_x = 4,17$ t.

4° denklemden $C_x = 4,17$ t ← +✓

1° denklemden $B_x = 4,17$ ton ← +✓

DERS :

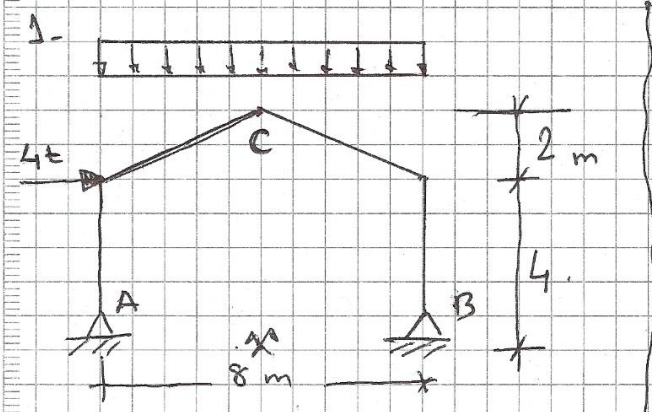
KONU :

TARİH : ...../...../.....

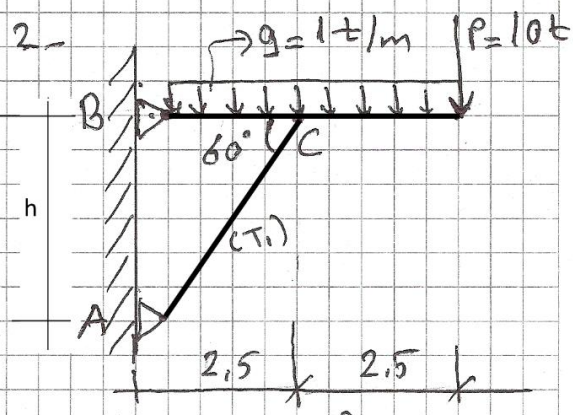
GÜN :

ÖRNEK SORULAR

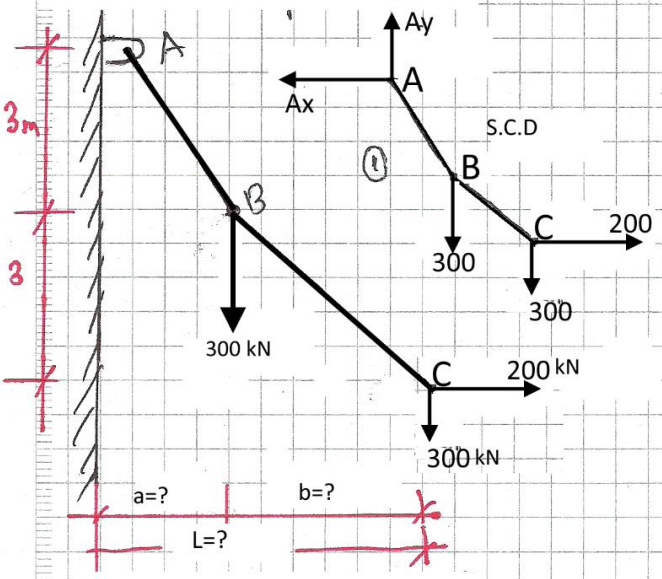
1-

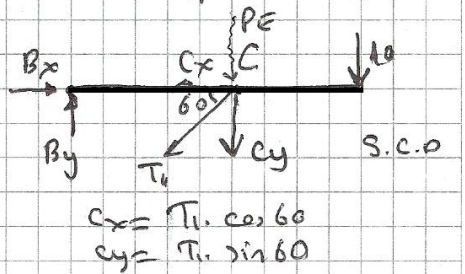


2-



KABLO PROBLEMİ: Şekildeki ABC kablosu, etkiyen yükler altında C' noktasından yatayda 200 kN luk bir kuvvetle çekilmektedir. B ve C noktalarının duvardan uzaklaşma miktarını hesaplayınız.

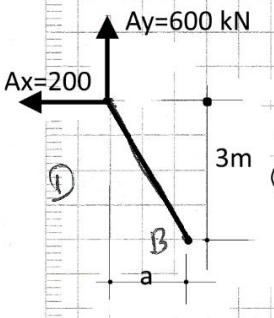




$C_x = T_1 \cdot \cos 60$

$C_y = T_1 \cdot \sin 60$

S.C.D'' den

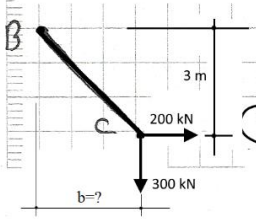


$\overrightarrow{Fx=0}$ $-Ax+200=0$ $Ax=200$ kN

$\uparrow Fy=0$ $Ay-300-300=0$ $Ay=600$ kN

AB kablo parçasının dengesinden

$\circlearrowright \Sigma M_B=0$ $200x3=600xa$ $a=1$ metre



BC kablo parçasından

$\circlearrowright \Sigma M_B=0$ $200x3=300xb$

$b=2$ metre

KABLOLAR

Taşıyıcı sistemlerin önemli bir çeşidi olan kablolar, asma köprüler, enerji iletim hatları, teleferikler, yüksek kulelerin gergileri gibi birçok mühendislik uygulamalarında kullanılırlar. Çekme kuvvetleri etkisi altında uzamaya çalışırlar ve genel anlamda esnek olduklarından eğilme dayanımları ihmal edilebilir. Bu sebeple kablolar sonsuz sayıda mafsalın yanyana gelmesiyle oluşmuş taşıyıcı sistemler olarak göz önüne alınabilirler. Bu kabul "kablo kuvvetinin kablonun her noktasında o noktadaki kablo teğeti doğrultusunda ve çekme olduğu" anlamına gelmektedir.

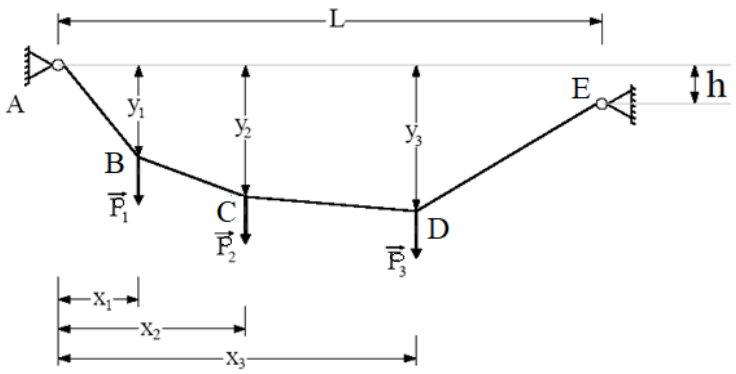
Kablolar yükleme durumlarına göre iki guruba ayrılırlar

1) Tekil yükler etkisindeki kablolar

2) Yayılı yükler etkisindeki kablolar

1-Tekil Yükler Etkisindeki Kablolar

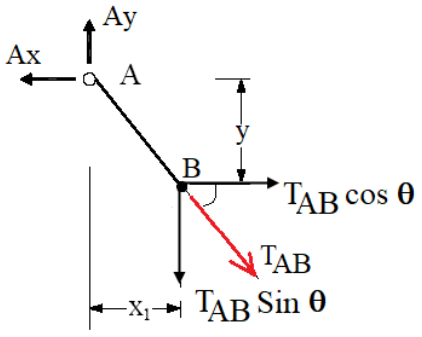
Tekil yükler etkisindeki kablolarda kablo ağırlığı ihmal edilmekte olup, kablo üzerine tekil yükler düşey olarak etkimektedir.



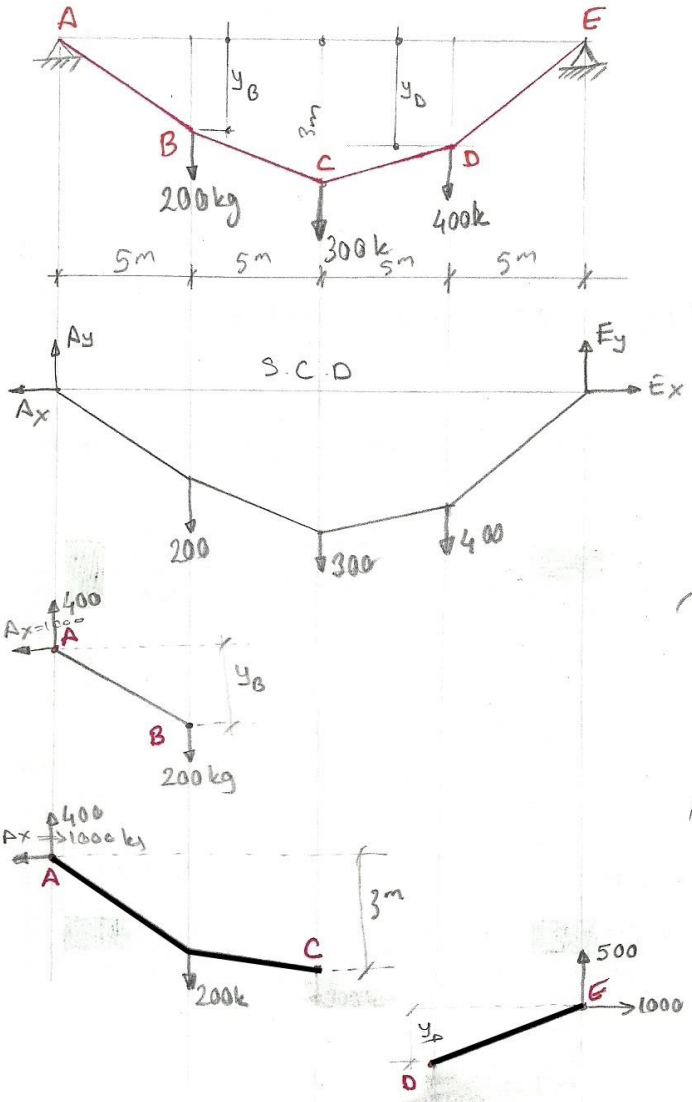
Şekilde ki kablo sistemine bakılacak olursa, A ve E mesnetleri sabit mesnet (mafsal) dır. Dolayısı ise sistem hiperstatiktir. Sistemin SCD sinden A ve E deki reaksiyonlar için denklem kurulduktan sonra, kablo, B, C, D noktaalrından birisinden kesilerek sitemin bir yarısı ele alınır. Bu kablo parçası için denklem kurularak, aranılan kablo sarkması (y, mesafesi), en büyük kablo kuvveti (T_{max}) ve kablonun gerçek uzunluğu gibi sorulara cevap verilebilir.

KABULLER:

Kablo problemleri önceden hazırlanılmalıdır, doğaçlama problem hazırlanamaz.
A mesnedinden, diğer noktalara olan yatay ve düşey mesafeler bilinmektedir.
Kablolu sistemin biçimi "ip çokgeni"dir.
Kabloya belirli noktalarından düşey yükler etkimektedir.
Kablo kuvveti, çekme kuvveti olup (T) daima kablo doğrultusundadır.
Kablo kuvvetinin yatay bileşeni (T_x=T.Cos θ) kablonu her yerinde aynı şiddettedir.
Kablolu sistemde en büyük kablo kuvveti (T_{max}), eğimin en fazla olduğu kablo kısmındadır.
Kablolar sadece çekme kuvvetinin etkisi altındadırlar, basınç kuvvetini aktarmazlar.
Her bir kuvvetin etkidiği noktanın Başlangıca olan düşey mesafesi (y) ve her bir kablo parçasındaki çekme kuvvetinin değeri istenir.



MİSAL:Tekil yük etkisi altındaki kablolu sistemin, A ve E mesnet reaksiyonlarını, y_B ve y_D düşey mesafelerini, en büyük kablo kuvvetini, ve kablonun gerçek uzunluğunu hesaplayınız.



S.C.D den

$\rightarrow +$ $\Sigma F_x = 0$

$E_x - A_x = 0$ $\quad \boxed{E_x = A_x}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$

$A_y + E_y = 900$ kg.

$\curvearrowleft \Sigma M_A = 0$

$200 \cdot 5 + 300 \cdot 10 + 400 \cdot 15 = 29\, E_y$

$\boxed{E_y = 500 \text{ kg}}$, $\boxed{A_y = 400 \text{ kg}}$

AC KABLO KISMINDAN

$\curvearrowleft^{+} \Sigma M_C = 0$

$-200 \cdot 5 - A_x \cdot 3 + 400 \cdot 10 = 0$

$\boxed{A_x = 1000 \text{ kg.}}$

AB KABLO KISMINDAN

$\curvearrowleft \Sigma M_B = 0$

$400 \cdot 5 = 1000 \cdot y_B$ $\quad \boxed{y_B = 2\text{ m}}$

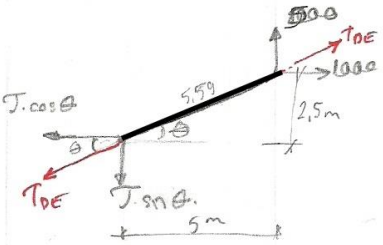
ED Kablosunda

$\curvearrowleft \Sigma M_D = 0$

$500 \cdot 5 = 1000\, y_D \Rightarrow \boxed{y_D = 2{,}5\text{m}}$

EN BÜYÜK KABLO KUVVETİ (T max)

En büyük kablo kuvveti, eğimin en fazla olduğu DE kablo parçasında olur.



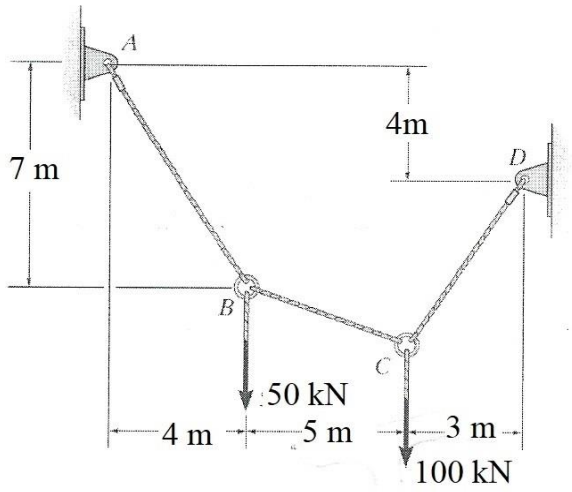
$\rightarrow + \Sigma F_x = 0$ $\quad T \cdot \cos\theta = 1000$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$ $\quad T \sin\theta = 500$

$\tan\theta = \frac{2{,}5}{5{,}0} \approx 27°$ $\quad$ θ, açısı yerine konularak bulunabilir

$T = \frac{1000}{\frac{5}{5{,}59}} = 1118 \text{ kg.}$

$T_{DE} = \sqrt{500^2 + 1000^2} = 1118 \text{ kg.}$

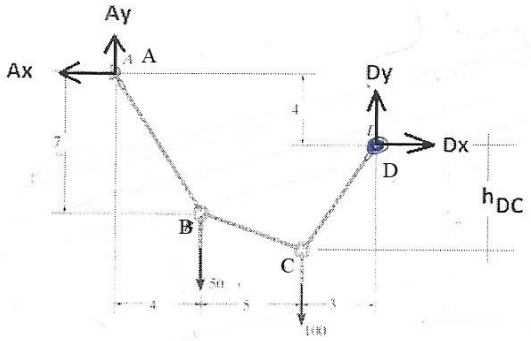


Problem: Şekildeki tekil yüklü kablolu sistemde
a-A ve D mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız.
b-En büyük kablo kuvvetini hesaplayınız
c- kablonun gerçek uzunluğunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM

S C D den faydalanılarak,

Serbest Cisim Diyagramı



$\rightarrow \sum F_x=0$ Dx=Ax

$\uparrow \sum F_y=0$ Ay+Dy=150

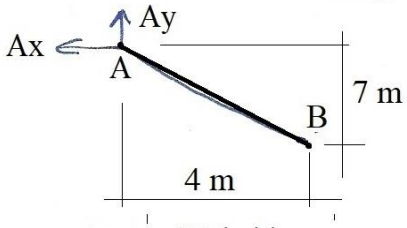
D noktasından moment almak hesap kolaylığı sağlar

$\circlearrowleft \sum M_D=0$ -100x3-50x8+12Ay-4Ax=0

12 Ay-4Ax=700

3Ay-Ax=175 (1)

AB kablo parçasından $\circlearrowleft^{+} \sum M_B=0$

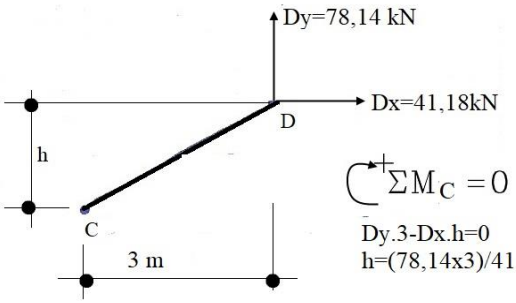


Ay.4-Ax.7=0 (2)

1. ve 2. denklem yardımıyla

Ay=72 kN
Dy=78,14kN
Dx=41,18 kN
Ax=41,18 kN

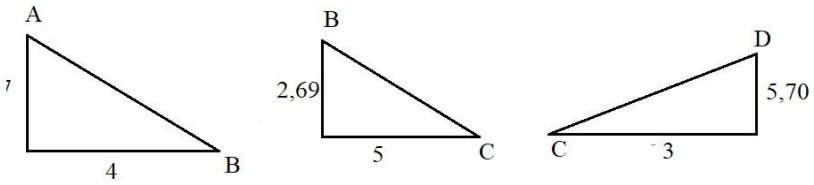
CD kablo parçasından



$\circlearrowleft^{+} \sum M_C=0$

Dy.3-Dx.h=0
h=(78,14x3)/41,18=5,70 m

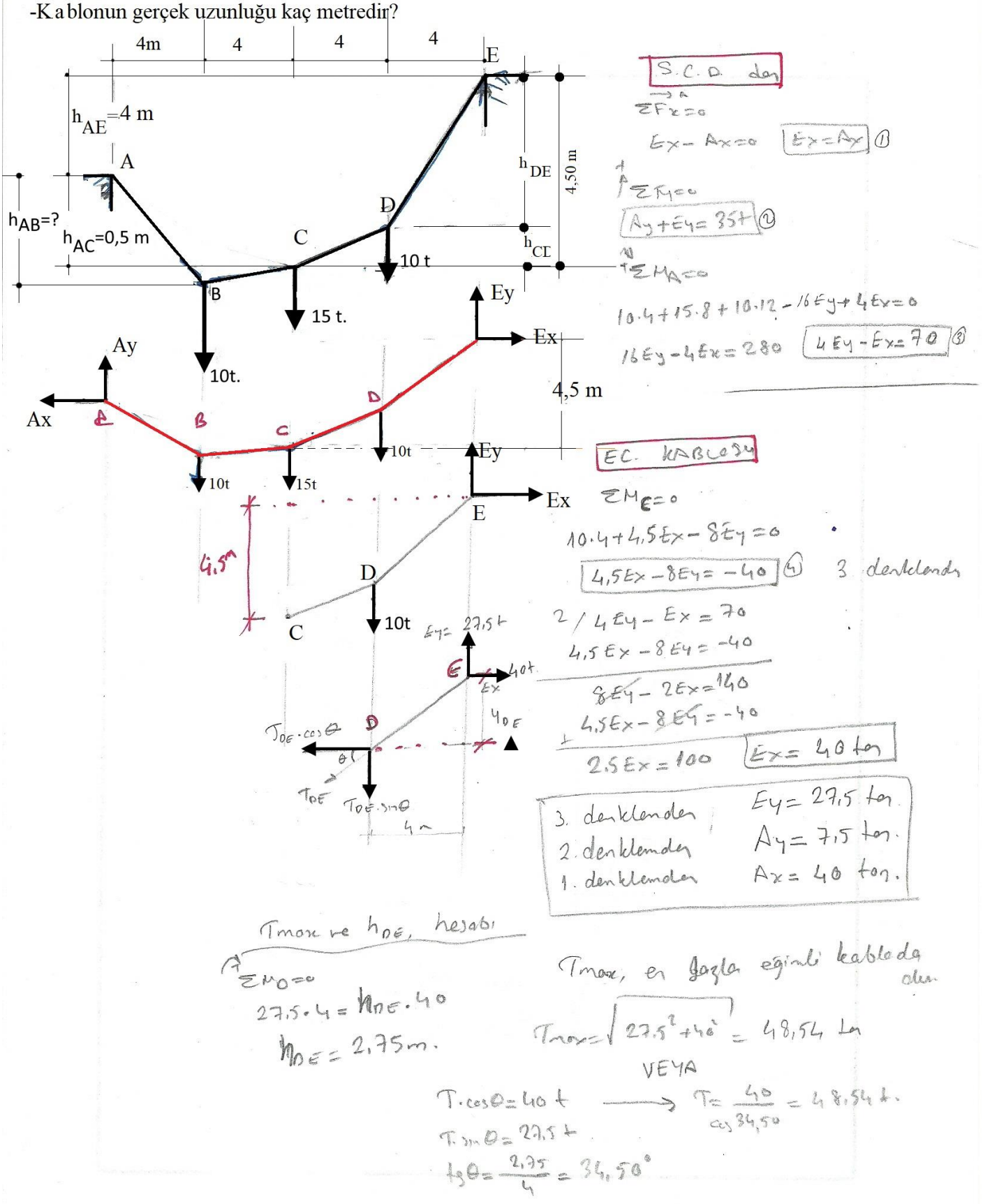
Toplam kablo uzunluğu



$\sum L=20,17$ m

Misal: Tekil yük etkisi altındaki kablolu sistemde A ve E mesnet tepkileri ile, en büyük kablo kuvvetini (Tmax) hesaplayınız.

-Kablonun gerçek uzunluğu kaç metredir?



S.C.D. dan

$\rightarrow \Sigma F_x = 0$

$E_x - A_x = 0$ $\quad E_x = A_y$ ①

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$A_y + E_y = 35t$ ②

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$

$10.4 + 15.8 + 10.12 - 16E_y + 4E_x = 0$

$16E_y - 4E_x = 280$ $\quad 4E_y - E_x = 70$ ③

EC. KABLOSU

$\Sigma M_E = 0$

$10.4 + 4,5E_x - 8E_y = 0$

$4,5E_x - 8E_y = -40$ ④ 3. denklemdir

2 / $4E_y - E_x = 70$

$4,5E_x - 8E_y = -40$

$8E_y - 2E_x = 140$

$4,5E_x - 8E_y = -40$

$2,5E_x = 100$ $\quad E_x = 40$ ton

3. denklemden $E_y = 27,5$ ton.

2. denklemden $A_y = 7,5$ ton.

1. denklemden $A_x = 40$ ton.

Tmax ve h_{DE} hesabı

$\circlearrowleft \Sigma M_D = 0$

$27,5 \cdot 4 = h_{DE} \cdot 40$

$h_{DE} = 2,75$ m.

Tmax, en fazla eğimli kablada olur.

$T_{max} = \sqrt{27,5^2 + 40^2} = 48,54$ ton

VEYA

$T.\cos\theta = 40$ t

$T.\sin\theta = 27,5$ t

$\tan\theta = \frac{2,75}{4} = 34,50°$

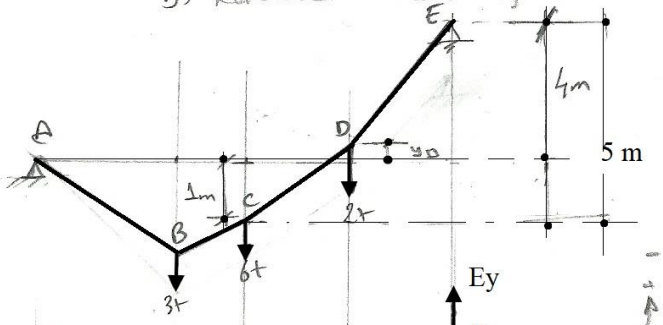
$T = \frac{40}{\cos 34,50} = 48,54$ t.

Misal:

AE kablosu belirtilen noktalarda düşey yük taşımakta. C noktası, A menesinin 1 m. altındadır. Verilen lerden faydalanarak

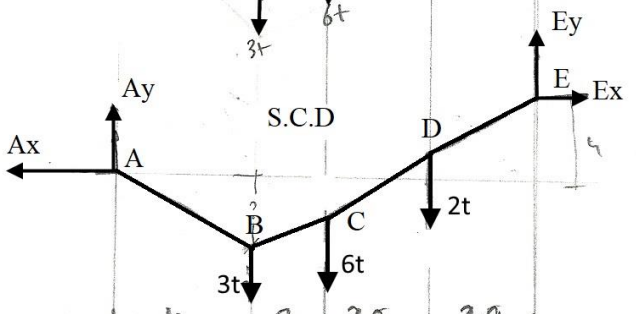
a) B ve D noktalarının düşey mesafelerini (Ace ile yapılacak)

b) Kablodaki max eğim ve max çekme kuvvetini bulunuz.



ÇÖZÜM

S.C.D den



$\rightarrow \Sigma F_x = 0$

$-A_x + E_x = 0$ $\boxed{A_x = E_x}$ ①

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

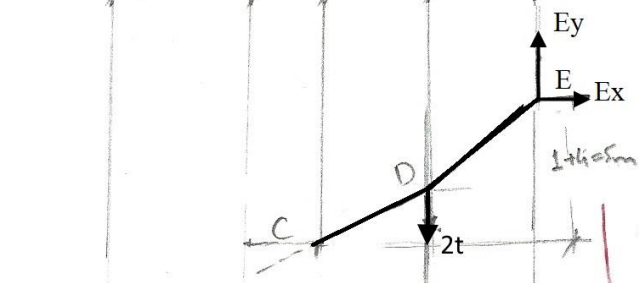
$\boxed{A_y + E_y = 11}$ ②

$\curvearrowleft \Sigma M_A = 0$

$3.4 + 6.6 + 2.9 - 12E_y + 4E_x = 0$

$12E_y - 4E_x = 66$ (4'lük sadeleşir).

$\boxed{3E_y - E_x = 16,5}$ ③



KABLOYU C. dan keselim.

$\curvearrowleft \Sigma M_C =$

$-E_y \cdot 6 + E_x \cdot 5 + 2.3 = 0$

$\boxed{6E_y - 5E_x = 6}$ ④

$2/\ 3E_y - E_x = 16,5$

$+\ 6E_y - 5E_x = 6$

$6E_y - 2E_x = 33$

$\mp\ 6E_y \pm 5E_x = -6$

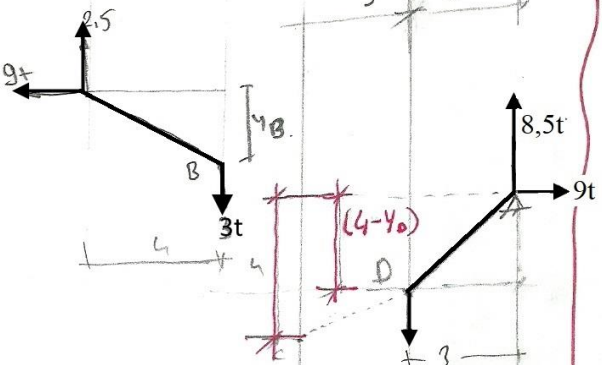
$3E_x = 27$

$\boxed{E_x = 9 \text{ ton}}$

3. den $E_y = 8,5$ ton

2. den $A_y = 2,5$ t

1 den $A_x = 9$ ton bulunur



B noktasının düşeyi için

$\curvearrowleft \Sigma M_B = 0$

$-9.y_B + 2,5.4 = 0 \rightarrow y_B = 1,11$ metre

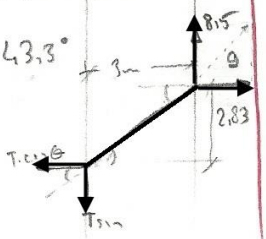
D noktasının düşeyi için

$\curvearrowleft \Sigma M_D = 0 \quad -8,5.3 + 9.(4-y_D) = 0$

$y_D = 1,17$ m

Max eğim ve çekme DE dedir.

$\tg\theta = \frac{2,83}{3} = 0,94 \sim 43,3°$

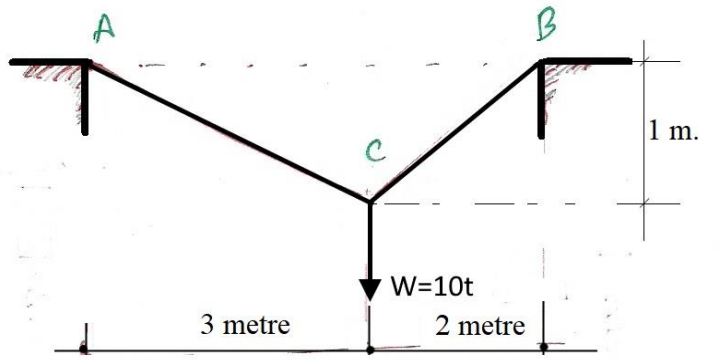


$T\cos\theta = 9$

$T\sin\theta = 8,5$ $\Big\}$ $T = 12,4$ ton

veya $T = \sqrt{E_y^2 + E_x^2} = 12,37$ t

S.102 –



S.C.D. DEN

$\overrightarrow{\Sigma F_x = 0}$

$B_x - A_x = 0$ → $\boxed{B_x = A_x}$ ①

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$\boxed{A_y + B_y = 10}$ ②

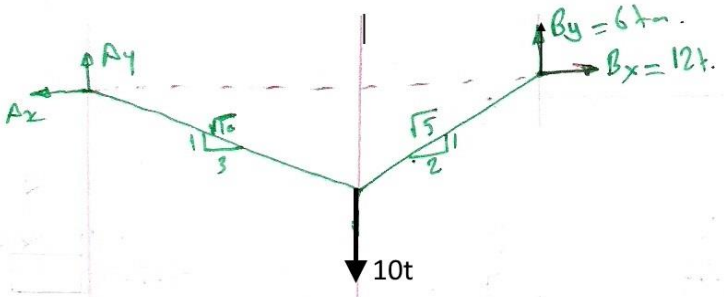
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$

$10 \cdot 3 = 5\, B_y$

$\boxed{B_y = 6 \text{ ton}}$

2. denklemden $A_y = 10 - 6 = 4$

$\boxed{A_y = 4 \text{ ton}}$



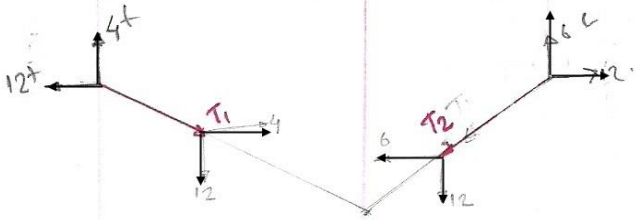
CB kablosundan

$\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$

$B_y \cdot 2 = B_x \cdot 1$

$6 \cdot 2 = B_x$ → $\boxed{B_x = 12 \text{ ton}}$

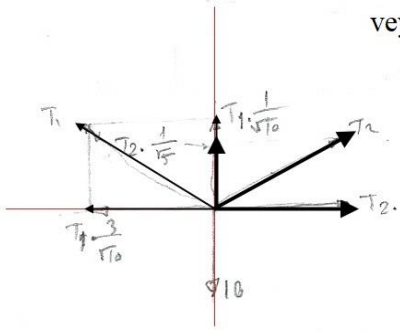
1. denklemden $\boxed{A_x = 12 \text{ ton}}$



$T_1 = \sqrt{4^2 + 12^2} = 12{,}65$ ton

$T_2 = \sqrt{6^2 + 12^2} = 13{,}42$ ton

veya "C" noktasının dengesinden,



$\overrightarrow{\Sigma F_x = 0}$

$T_2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} - T_1 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = 0$

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$\boxed{T_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} + T_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = 10}$

$0{,}32 / \; 0{,}89 \cdot T_2 - 0{,}95 T_1 = 0$

$0{,}95 / \; 0{,}45 T_2 + 0{,}32 T_1 = 10$

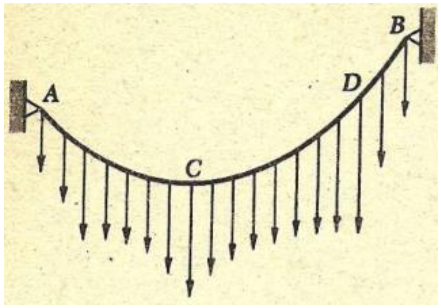
$0{,}28 T_2 - 0{,}30 T_1 = 0$

$0{,}43 T_2 + 0{,}30 T_1 = 9{,}5$

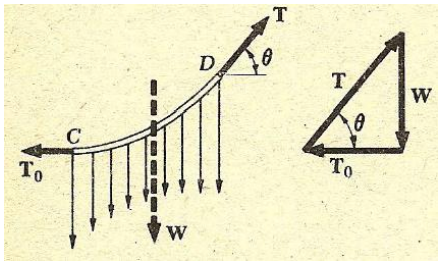
$0{,}71 T_2 = 9{,}5$

$T_2 = 13{,}39$ ton → $T_1 = 12{,}60$ ton

2- Yayılı Yükler Etkisindeki Kablolar



İki A ve B sabit noktasına bağlanmış ve düzgün yayılı yük taşıyan kabloyu göz önüne alalım. Tekil yük etkisi altındaki kablolarda, kablo kuvveti kablo ekseni doğrultusunda oluşuyordu. Düzgün yayılı yük taşıyan kablolarda ise, kablo parabol şeklinde olduğu için, kablonun herhangi bir noktasındaki eksenel kablo kuvveti parabol eğrisinin teğeti doğrultusunda etkir. Kablo rijit bit cisim değildir. Bundan dolayı denge denklemleri gerekli, fakat yeterli değildir.



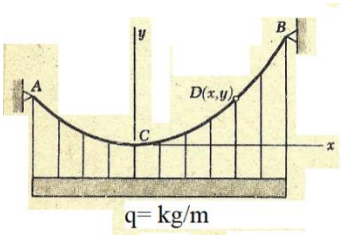
Yayılı yük etkisindeki kablolarda, kablonun en alt noktasından (C), D' noktasına kadarlık bir kısmı ele alarak serbest cisim diyagramını çizelim. Kablonun en alt noktası C den yatay konumda etkiyen T_0 çekme kuvvetidir. Buna yatay kablo kuvveti de denilir. Kablonun D noktasından kablonun teğeti doğrultusunda etkiyen "T" kuvveti ise kablonun CD kısmındaki yayılı yükün bileşkesidir (W). Buradan yola çıkarak şu bağıntılar elde edilebilir.

$$T_0 = T \cdot \cos\theta \qquad W = T \cdot sin\theta \qquad T = \sqrt{{T_0}^2 + W^2}$$

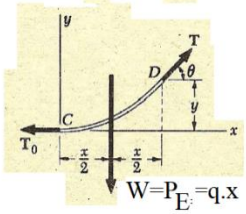
$$tg\theta = \frac{W}{T_0}$$

Bu bağıntılardan, T çekme kuvvetinin yatay bileşeninin kablonun her noktasında aynı olduğu ve T nin düşey bileşeninin de en alt noktada hesaplanan yükün W şiddetine eşit olduğu görülür.

Parabolik Kablo:



AB kablosunun yatayda bir düzgün yayılı yük taşıdığını kabul edelim. Kablo ağırlığı, taşıdığı köprü tabliyesinin ağırlığına göre çok küçüktür. Bu yüzden asma köprülerdeki kabloların bu şekilde yüklendiği varsayılır. Yatay uzunlukta birim bir uzunluk ele alalım (x). Koordinat eksenlerinin başlangıcını da kablonun en alt noktası olan C den alalım. CD kablo parçasına etkiyen yayılı yükün şiddeti W=q.x dir ve CD kablosunun tam ortasından etkir. D deki T kablo kuvvetinin şiddeti

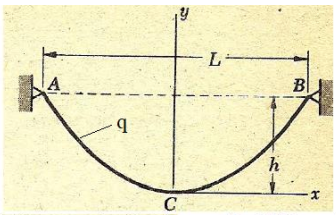


$T = \sqrt{{T_0}^2 + q^2 \cdot x^2}$ olarak hesaplanır. Çekme kuvveti "T"nin yatayla yaptığı açı ise,

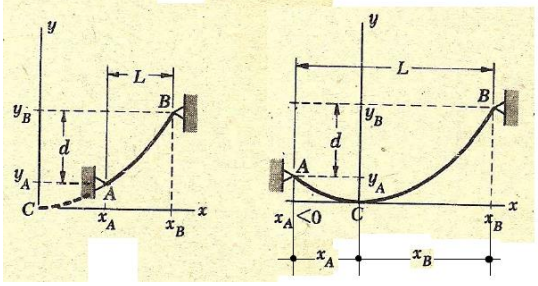
$tg\theta = \frac{q \cdot x}{T_0}$ ifadesi ile hesaplanabilir. Kablonun "y" sarkmasını hesaplayabilmek için CD kablo parçasının dengesinden faydalanırız.

$$\sum M_D = 0 \qquad q \cdot x \cdot \frac{x}{2} - T_0 \cdot y = 0 \qquad y = \frac{q \cdot x^2}{2 \cdot T_0}$$

denklemi elde edilir. Gördüğünüz gibi bu tepe noktası C olan ikinci derece bir parabol denklemidir. Düzgün yayılı yük etkisindeki kabloların eğrisel biçimi paraboldür.



A ve B mesnetleri aynı seviyede olan yayılı yüklü parabolik kablolar.



Kablo uzunluğu

$$L_{CB} = \frac{T_0}{q}.Sinh\frac{q \cdot x_B}{T_0} \qquad L_{CA} = \frac{T_0}{q}.Sinh\frac{q \cdot x_A}{T_0} \quad metre.$$

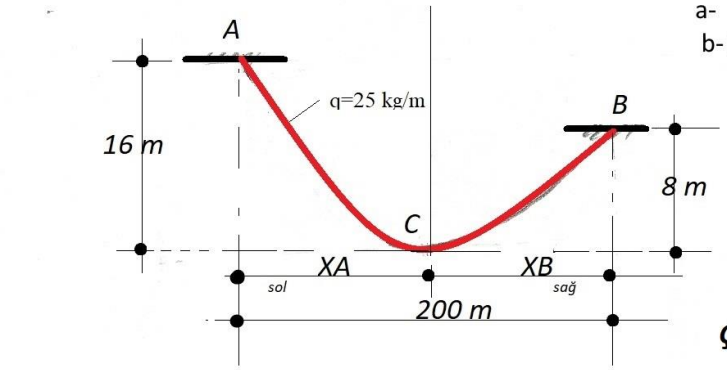
Kendi ağırlıkları altında asılı kablolar yatayda düzgün yayılı yükle yüklenmemişlerdir ve eğrisel şekilleri bir parabol biçiminde değildir. Kendi ağırlıkları altında asılı kablolar için parabolik biçim kabulü büyük bir hata sayılmaz.

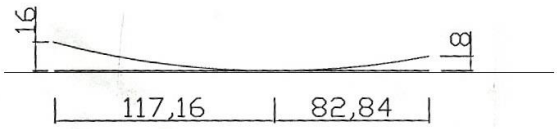
Kablolar konusunda daha fazla bilgi için Mühendislik mekaniği ve statik kitaplarına bakınız.

Misal: Şekilde verilen Kendi ağırlığı altında asılı kablolda kablo ağırlığı q=25 kg/m dir. Ab arası yatay mesage 200 m dir. A mesneti ile B mesneti kot farkı 8.00 m dir. KAblo ağırlığından dolayı oluşan zincir eğrisinin en düşük noktası C dir.

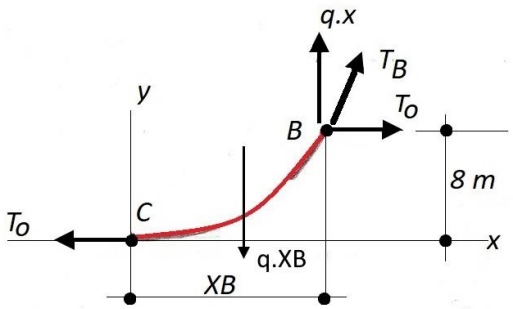
a- Şekilden faydalanarak en büyük kablo kuvvetini

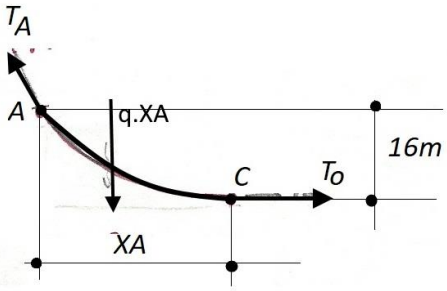
b- Kablo uzunluğunu hesaplayınız.





ÇÖZÜM





AB kablosunun en alt noktası olan C noktasından ikiye ayırıp, ayrı ayrı SCD çizip her iki kısım için de önceden elde ettiğimiz parabol denklemini uygulayalım.

$x_A + x_B = 200 \ldots\ldots\ldots 1$

CB kablo parçası için parabol denklemi uygulaması (sağ taraf)

$$y_B = \frac{q \cdot {x_B}^2}{2 \cdot T_0} \qquad 8 = \frac{25 \cdot {x_B}^2}{2 \cdot T_0} \qquad T_0 = \frac{25}{16} x_B^2 = 1{,}5625 \cdot x_B^2 \ldots\ldots\ldots 2$$

CA kablo parçası için parabol denklemi uygulaması (sol taraf)

$$y_A = \frac{q \cdot {x_A}^2}{2 \cdot T_0} \qquad 16 = \frac{25 \cdot {x_A}^2}{2 \cdot T_0} \qquad T_0 = \frac{25}{32} x_A^2 = 0{,}78125 \cdot x_A^2 \ldots\ldots\ldots 3$$

Kablonun yatay kuvveti kablonun her yerinde aynı olduğu için 2. ve 3. Denklem eşittir.

$1{,}5625 \cdot x_B^2 = 0{,}78125 \cdot x_A^2$

$\frac{x_A^2}{x_B^2} = 2 \qquad \frac{x_A}{x_B} = \sqrt{2} \qquad x_A = \sqrt{2} \cdot x_B \qquad 1.denklemde \ \sqrt{2} \cdot x_B + x_B = 200 \qquad x_B = 82{,}84\, m \ ve \ x_A = 117{,}16m$

Kablonun yatay kuvveti, kablonun her yerinde aynı olduğu için herhangi bir denklemden elde edilebilir.

$T_0 = \frac{25}{32} x_A^2 = 0{,}78125 \cdot 117{,}16^2 = 10724\, kg.hesaplanır.$

En büyük kablo kuvvetini bulmak için TA ve TB kablo kuvvetlerini hesaplamak gerekir.

$$T_A = \sqrt{{T_0}^2 + q \cdot {x_A}^2} = \sqrt{(10724)^2 + (25 \cdot 117{,}16)^2} = 11117\, kg$$

$$T_B = \sqrt{{T_0}^2 + q \cdot {x_B}^2} = \sqrt{(10724)^2 + (25 \cdot 82{,}84)^2} = 10922\, kg$$

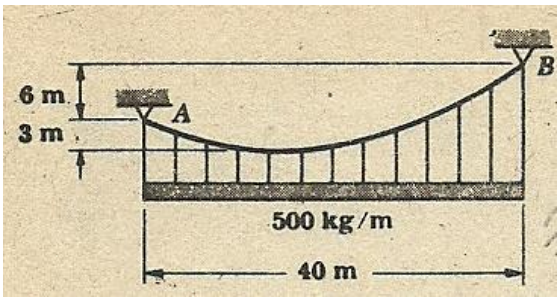
En büyük kablo kuvveti $T_{max}=T_A=11117$ kg.dır.

Zincir eğrisinin, Ab kablosunun gerçek uzunluğu;

$$L_{CB}=\frac{T_0}{q}.Sinh\frac{q\cdot x_B}{T_0}=\frac{10724}{25}.Sinh\frac{25\cdot 82{,}84}{10724}=83{,}35\ m$$

$$L_{CA}=\frac{T_0}{q}.Sinh\frac{q\cdot x_A}{T_0}=\frac{10724}{25}.Sinh\frac{25\cdot 117{,}16}{10724}=118{,}622\quad metre$$

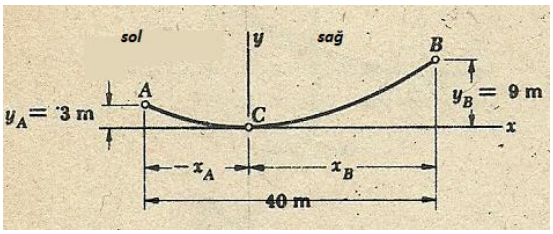
ΣL=83,35+118,622=202 metre.



Misal: AB kablosu şekilde görüldüğü gibi düzgün yayılı bir yükü taşımaktadır. Kablonun en alt noktası (C) A mesnedinin 3 m altındadır. a-Kablodaki en büyük çekme kuvvetini (kablo kuvvetlerini) hesaplayınız.

b- Kablonun gerçek uzunluğunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM



AB kablosunun en alt noktası olan C noktasından ikiye ayırıp, ayrı ayrı SCD çizip her iki kısım için de önceden elde ettiğimiz parabol denklemini uygulayalım.

$x_A+x_B=40\ \ldots\ldots\ldots 1$

CB kablo parçası için parabol denklemi uygulaması (sağ taraf)

$$y_B=\frac{q\cdot {x_B}^2}{2\cdot T_0}\qquad 9=\frac{500\cdot {x_B}^2}{2\cdot T_0}\qquad T_0=\frac{500}{18}x_B^2=27{,}78\cdot x_B^2\ \ldots\ldots\ldots 2$$

CA kablo parçası için parabol denklemi uygulaması (sol taraf)

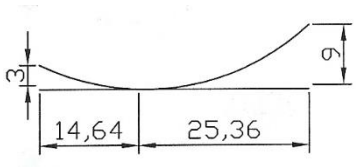
$$y_A=\frac{q\cdot {x_A}^2}{2\cdot T_0}\qquad 3=\frac{500\cdot {x_A}^2}{2\cdot T_0}\qquad T_0=\frac{500}{6}x_A^2=83{,}33\cdot x_A^2\ \ldots\ldots\ldots 3$$

Kablonun yatay kuvveti kablonun her yerinde aynı olduğu için 2. ve 3. Denklem eşittir.

$$27{,}78\cdot x_B^2=83{,}33\cdot x_A^2$$

$$\frac{x_A^2}{x_B^2}=0{,}333\qquad \frac{x_A}{x_B}=\sqrt{0{,}333}\qquad x_A=\sqrt{0{,}333}\cdot x_B$$

1. *denklemde yerine koyalım.* $\sqrt{0{,}333}\cdot x_B+x_B=40$ $\quad \mathbf{x_B=25{,}36\ m}$ **ve** $\quad \mathbf{x_A=14{,}64\ m}$



Kablo kuvveti kablonun her yerinde aynıdır. Mesela hesapladığımız x değerinin birisini 3. Denklemde yerine koyalım.

$$y_A=\frac{q\cdot {x_A}^2}{2\cdot T_0}\qquad T_0=\frac{500}{6}x_A^2=83{,}33\cdot 14{,}64^2=17860\ kg.hesaplanır.$$

En büyük kablo kuvvetini bulmak için TA ve TB kablo kuvvetlerini hesaplamak gerekir.

$$T_A=\sqrt{{T_0}^2+q\cdot {x_A}^2}\ =\sqrt{(17860)^2+(500\cdot 14{,}64)^2}=19302\ kg$$

$$T_B=\sqrt{{T_0}^2+q\cdot {x_B}^2}\ =\sqrt{(17860)^2+(500\cdot 25{,}36)^2}=21903\ kg$$

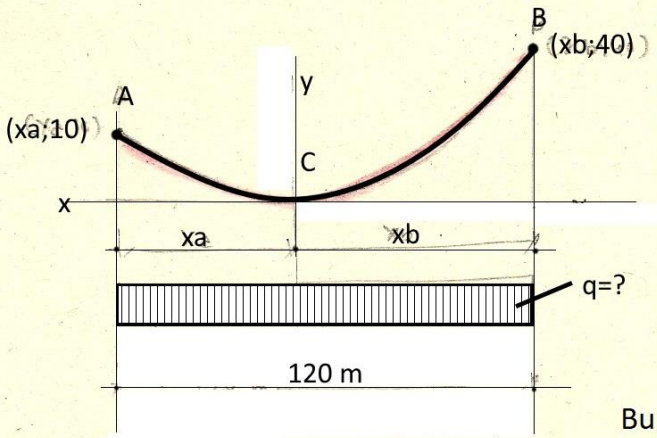
En büyük kablo kuvveti $T_{max}=T_B=21903$ kg.dır.

Zincir eğrisinin, Ab kablosunun gerçek uzunluğu;

$$L_{CB} = \frac{T_0}{q}.Sinh\frac{q \cdot x_B}{T_0} = \frac{17860}{500}.Sinh\frac{500 \cdot 25{,}36}{17860} = 27{,}54\ m$$

$$L_{CA} = \frac{T_0}{q}.Sinh\frac{q \cdot x_A}{T_0} = \frac{17860}{500}.Sinh\frac{500 \cdot 14{,}64}{17860} = 15{,}05\ m$$

ΣL=27,54+15,05=42,59 m



Misal: Şekildeki düzgün yayılı yüklü kablolu sistemde "q" yayılı yükünü hesaplayınız. AB kablosunun en büyük çekme kuvveti $T_{max} = 8000\sqrt{2} \quad kg.dır$

ÇÖZÜM

Şeklin geometrisinden

$x_b - x_a = 120 \qquad x_b = 120 + x_a \qquad x_a = (x_b - 120) \ldots\ldots\ldots 1\ olur.$

$y = \dfrac{q \cdot x^2}{2 \cdot T_0}$ denklemi daha önce çıkarılmıştı.

Bu denklemi A ve B tarafının geometrisine göre yazalım.

A tarafı

$10 = \dfrac{q}{2T_0}\cdot(x_b-120)^2$

B tarafı

$40 = \dfrac{q}{2T_0}\cdot x_b^2$

To, her iki denklemde de aynı olduğundan, denklemler birbirine eşitlenir ve elde edilen $\dfrac{10}{40} = \dfrac{(x_B-120)^2}{x_B^2}$ denklem çözülürse,

$10x_b^2 = 40(x_b-120)^2$

$10x_b^2 = 40(x_b^2 - 240x_b + 14400)$

$10x_b^2 = 40x_b^2 - 9600x_b + 576000$

$0 = 30x_b^2 - 9600x_b + 576000$

$x_1 \rightarrow 80\ m.$

$x_2 \rightarrow 240\ m$

x_A=40 m

x_B=80 m

$40 = \dfrac{q}{2T_0}\cdot 80^2$

② $T_0 = 800q$ olur

ayrıca

$T_{max} = \sqrt{T_0^2 + q^2 \cdot x_B^2}$

$(8000\sqrt{2})^2 = T_0^2 + q^2 \cdot 80^2$ 2yi yerine koyalım

$(8000\sqrt{2})^2 = (80q)^2 + q^2 \cdot 80^2$

$q = 100\ kg/m.$ olacak

$q = 100$ kg/m olursa herhangi bir denklemden

$10 = \dfrac{100}{2T_0}\cdot 40^2$

$T_0 = 8000$ kg. olur

$q = 100$ kg/m.

$T_0 = 8000$ kg/m.

$x_A = 40$ m.

$x_B = 80$ m

veya $\dfrac{1}{4} = \dfrac{x_A^2}{x_B^2}$

$4x_A^2 = x_B^2$

$x_B = \sqrt{4x_A^2} = 2x_A$

$x_B + x_A = 120$ (işaretler kabul.)

$2x_A + x_A = 120$

$x_A = \dfrac{120}{3} =$ yerine

Kısa yolu

$a+b=4$