

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

72791

Mustafa BÜTE

KRUSKAL- WALLİS TESTİNE ALTERNATİF OLARAK
NORMAL SKOR TESTLERİ VE BİR UYGULAMA

72791

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Yöneticisi
Yrd. Doç. Dr. Erkan OKTAY

Erzurum-1998

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KRUSKAL-WALLİS TESTİNE ALTERNATİF OLARAK NORMAL SKOR TESTLERİ VE BİR UYGULAMA

Mustafa BÜTE

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Erkan OKTAY

1998, Sayfa: 100

Jüri: Prof. Dr. Şule ÖZKAN

Yrd. Doç. Dr. Erkan OKTAY

Yrd. Doç. Dr. Üstün ÖZEN

Bu çalışmada c-örnek normal skorlar testinin mahiyeti hakkında bilgi verilmiş ve alternatifi olduğu testlerle birlikte bir uygulama yapılmıştır.

Çalışmanın birinci bölümünde, tek-yönlü varyans analizinin teorisi ortaya konulmuş ve sözkonusu test ayrıntılı olarak örneklerle açıklanmıştır.

İkinci bölümde, Kruskal-Wallis testi örneklerle açıklanmıştır.

Sözkonusu çalışmanın üçüncü bölümünde, c-örnek normal skor prosedürü teorik olarak izah edilmiştir. Ayrıca Kruskal-Wallis testi ile c-örnek normal skor testi mukayese edilmiştir.

Dördüncü bölümde ise, Aşkale Çimento fabrikasındaki dört işçi grubunun iş verimleri izah edilen söz konusu metotlar yardımıyla mukayese edilmiştir.

ABSTRACT

MASTER THESIS

C-SAMPLE NORMAL SCORES TESTS AS AN ALTERNATIVE TO KRUSKAL -WALLIS TEST AND AN APPLICATION

Mustafa BUTE

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Erkan OKTAY

1998, Page: 100

Jury: Prof. Dr. Sule OZKAN

Assoc. Prof. Dr. Erkan OKTAY

Assoc. Prof. Dr. Ustun OZEN

In this study, it has been given some information on c-sample normal scores tests and its alternatives, and performed an application by using these tests.

In the first chapter, the theory of one-way variance analysis has been explained with detailed examples.

In the second chapter, Kruskal-Wallis test, an alternative for one-way variance analysis, has been analyzed. In the third chapter, c-sample normal scores procedure has been described step by step. Moreover, the Kruskal-Wallis test and c-sample normal scores test have been compared.

In the last chapter, by performing an application in Askale Cement Factory, work efficiency of four groups of workers have been compared with the tests explained in this study.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	I
ABSTRACT.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
TABLolar LİSTESİ.....	VI
 GİRİŞ.....	 1
 1. BÖLÜM: TEK-FAKTÖR VARYANS ANALİZİ.....	 2
1.1.Genel Bilgiler.....	3
1.2. Test Hipotezleri.....	4
1.3. Test İstatistiği.....	4
1.4. Karar Modeli.....	6
1.5. F İstatistiğinin Örneklem Dağılımı.....	10
1.6. Faraziyeler.....	11
1.7. Çoklu Karşılaştırmalar.....	14
1.7.1. Tukey testi	14
1.7.2. Duncan testi	16
 II. BÖLÜM: KRUSKAL-WALLİS TESTİ.....	 18
2.1. Genel Bilgiler.....	18
2.2. Faraziyeler.....	18
2.3. Test Hipotezleri.....	19
2.4. Test İstatistiği.....	19
2.5. Karar Modeli.....	20
2.6. H İstatistiğinin Örneklem Dağılımı.....	22
2.6.1. Kesin örneklem dağılımı.....	23
2.6.2. Ki-kare istatistiğine yaklaşımı	28

2.7. Bağlı Değerlerin Düzeltilmesi	32
2.8. Çoklu Karşılaştırmalar.....	35
2.8.1. Miller testi	35
2.8.2. Dunn testi	42
III. BÖLÜM: NORMAL SKOR TESTLERİ	45
3.1. Genel Bilgiler.....	45
3.2. Test Hipotezleri.....	47
3.3. Bağlı Değerlerin Düzeltilmesi	47
3.4. Test İstatistiği	47
3.5. Karar Modeli	50
3.6. Normal Skor Dönüşümleri.....	50
3.6.1. Beklenen normal skor dönüşümü.....	50
3.6.2. Ters normal skor dönüşümü.....	51
3.7. Tablo Değerlerinin Elde Edilmesi.....	51
3.7.1. Beklenen normal skorlarda tablo kullanımı.....	51
3.7.2. Ters normal skorlarda tablo kullanımı.....	53
3.8. Çoklu Karşılaştırmalar.....	59
3.9. Kruskal-Wallis ve Normal Skor Testlerinin Karşılaştırılması.....	59
IV. BÖLÜM: AŞKALE ÇİMENTO FABRİKASINDA ÇALIŞAN DÖRT İŞÇİ GRUBUNUN GERÇEKLEŞTİRDİKLERİ ÜRETİM MİKTARLARI YÖNÜNDEN KARŞILAŞTIRILMASI	60
4.1. Problemin Tanıtımı.....	60
4.2. Problemin Tek-Yönlü Varyans Analizi Yardımıyla Çözümü.....	61
4.2.1. Tukey testi	63
4.2.2. Duncan testi	64
4.3. Problemin Kruskal-Wallis Testi Yardımıyla Çözümü.....	65

4.3.1. Miller testi	68
4.3.2. Dunn testi	69
4.4. Terry-Hoeffding Testi ile Problemin Çözümü.....	69
4.5. Van der Wearden Testi ile Problemin Çözümü.....	72
SONUÇ.....	74
 EK TABLOLAR	 75
KAYNAKLAR	98
ÖZGEÇMİŞ.....	100



TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1.1. Tek Yönlü Sınıflama İçin Veri Tablosu	3
Tablo 1.2. Dört Bölüm Öğrencilerinin Aldıkları Puanlar.....	7
Tablo 1.3. Örnek 1’deki Verilere Uygulanan Tek-Yönlü Varyans Analizi....	8
Tablo 1.4. Altı Bölgedeki İşçilerin Aylık Gelirleri.....	9
Tablo 1.5. Örnek 2’deki Verilere Uygulanan Tek-Yönlü Varyans Analizi....	10
Tablo 2.1. Kruskal-Wallis Testi Yapabilmek için Gerekli Veriler.....	19
Tablo 2.2. H Değerlerinin Elde Edilişi	25
Tablo 2.3. H İstatistiğinin Örnekleme Dağılımı.....	36
Tablo 3.1 Van Der Wearden Örneği İçin Veriler.....	54
Tablo 3.2. Farklı Gürültü Seviyelerinde Elde Edilen Performans Ölçümleri	56
Tablo 3.3. Performans Ölçümlerinin Sıra değerleri	56
Tablo 3.4. Beklenen Normal Sıra İstatistikleri.....	57
Tablo 3.5. Ters Normal Sıra İstatistikleri.....	58
Tablo 4-1: Dört İşçi Grubu Tarafından Gerçekleştirilen Üretim Miktarları.	61
Tablo 4-2: Örnek Uygulama için Tek-Yönlü Varyans Analizi Tablosu.....	62
Tablo 4-3: Örnek Uygulama için Duncan Testi Değerleri.....	64
Tablo 4-4: Uygulamadaki Verilerin Sıra Değerleri.....	65
Tablo 4-5: Uygulamadaki Verilerin Sıra Değerlerinin Açık Yazılımı.....	70
Tablo 4-6: Örnek Uygulama için Beklenen Normal Sıra İstatistikleri.....	71
Tablo 4-7: Örnek Uygulama için Ters Normal Skorlar.....	72
Ek Tablo 1: F Tablosu.....	75
Ek Tablo 2: Tukey Testindeki q_{α} Değerleri.....	77
Ek Tablo 3: Duncan Testindeki Asgari Önemli Standart Farklar.....	78
Ek Tablo 4: Kruskal-Wallis Test İstatistiğinin Kritik Değerleri.....	79
Ek Tablo 5: Ki-kare Dağılımı.....	81
Ek Tablo 6: Normal Sıra İstatistiklerinin Beklenen Değerleri.....	82
Ek Tablo 7: Test Normal Skor Dönüşümleri.....	93
Ek Tablo 8: t Dağılımı.....	96

GİRİŞ

Bu çalışmanın amacı normal skor testlerinin mahiyeti hakkında kısa bilgiler sunarak söz konusu testleri tek-yönlü varyans analizi ve Kruskal-Wallis testi ile karşılaştırmalı olarak incelemektir.

Bilindiği üzere iki örnek ortalaması arasındaki farkın önem kontrolü, örnek büyüklüğü nazara alınarak z veya t testlerinden biriyle yapılmaktadır. Fakat sözkonusu prosedürler çok şıklı ve çok değişkenli verilerin bir arada değerlendirilmesi için elverişli değildir. İki'den fazla anakütle ortalamasının birbirine eşit olup olmadığını test etmek için genellikle F testine dayanan varyans analizi prosedürü kullanılmaktadır.

Ancak söz konusu prosedüre ait faraziyelerden bir veya daha fazlasının geçerliliğini yitirmesi durumunda parametrik olmayan alternatiflerine başvurulur. Varyans analizinin parametrik olmayan alternatiflerinden en çok kullanılanı Kruskal-Wallis testidir. Bununla birlikte güç ve etkinliği bakımından Kruskal-Wallis testine güçlü bir alternatif olabilecek normal skor testleri vardır. Normal skor testleri genelde, örneklerin normal olmayan anakütlelerden çıkarıldığı durumlarda Kruskal-Wallis testinden asimtotik olarak daha etkin olmaktadır.

Bu çalışmanın birinci bölümünde tek-yönlü varyans analizinin teorisi genel hatlarıyla ve örnekler yardımıyla ortaya konulmuştur.

Çalışmanın ikinci bölümünde Kruskal-Wallis testi örnekler yardımıyla izah edilmiştir.

Üçüncü bölümde, normal skor testleri teorik olarak incelenmiştir. Ayrıca, bu bölümde Kruskal-Wallis testi ile normal skor testleri karşılaştırılmıştır.

Dördüncü bölümde ise, daha önce izah edilen prosedürler kullanılarak Erzurum Aşkale Çimento fabrikasındaki üç vardiyada çalışan dört grup işçinin iş verimleri karşılaştırılmıştır.

I. BÖLÜM

TEK-YÖNLÜ VARYANS ANALİZİ

İki örnek ortalaması arasındaki farkın önem kontrolü, örnek büyüklüğü nazara alınarak z veya t testlerinden biriyle yapılır. Fakat sözkonusu prosedürler ikiden fazla grubun bir arada değerlendirilmesi için elverişli değildir. χ^2 bölünmesi ise kategoriler içindeki değerlerin ortalamalarını değil, kategorilerdeki frekansları dikkate aldığından çok gruplu problemlere uygulanmamaktadır.

İkiden fazla anakütle ortalamasının birbirine eşit olup olmadığını test etmek için F testi yapılır. Z ve t testlerinin çok şıklı ve çok değişkenli verilere uygulanamamasının en önemli sebeplerinden biri, her grubun diğer bir grupla ikili olarak karşılaştırılmasının oldukça külfetli oluşudur. Örneğin, 10 ortalamayı birbiriyle ikişerli olarak test etmek için $C(10;2) = 45$ ayrı t veya z değeri hesaplamak gerekir. Bu prosedürün önemli diğer bir sakıncası, testlerde kullanılan anlamlılık düzeyinin örneğin ($\alpha = 0.05$) grubun tamamı için geçerli olmayacağıdır. Çünkü bütün örneklerin aynı anakütleden seçildikleri durumda bile t veya Z değerlerinin ortalama olarak %5'i kritik değer dışında bulunacaktır. Dolayısıyla hata payı kendiliğinden yükselmiş olacaktır. Belirtilen sakıncalara ek olarak, sadece test edilen iki grup ile ilgili değerlerin kullanılması halinde varyansın tahmininde yeterince sağlıklı bir sonuç elde edilemeyeceğidir.¹

Sözkonusu sakıncalarından dolayı ikiden fazla ortalamanın birbirine eşit olup olmadığını test etmede varyans analizi prosedürü kullanılır. Bu prosedür, ilk defa 1924 yılında R. A. Fisher tarafından bulunmuş olması nedeniyle adının baş harfiyle yani, F dağılımı olarak tanımlanmaktadır.²

1.1. Genel Bilgiler

k adet anakütleden n hacimli bağımsız tesadüfi örnekler seçildiğinde, bu örneklerin ortalamalarından hareketle anakütle ortalamalarının birbirinden farklı olup olmadığı test edilebilir. Öncelikle k adet anakütleyi belirli ölçülere göre farklı faktör

¹ KÖKSAL B. Aloba , “ İstatistik Analiz Metodları, ” Çağlayan Kitabevi, İstanbul, 1985, s. 320-321.

² SERPER Özer, “ Uygulamalı İstatistik II, ” Filiz Kitabevi, 2.baskı, İstanbul, 1993, s. 161.

düzeylerine ayırmak gerekir. Bu şekildeki sınıflama da veriler farklı faktör düzeylerine ayrılırken faktör düzeyi içerisindeki veriler birbirinden bağımsız olur. Tek-yönlü sınıflama durumunda veriler aşağıdaki gibi gösterilir.³

Tablo 1-1: Tek-Yönlü Sınıflama İçin Veri Tablosu

Muameleler							
	1	2		i		k	
	X_{11}	X_{21}		X_{i1}		X_{k1}	
	X_{12}	X_{22}		X_{i2}		X_{k2}	
	X_{1n}	X_{2n}		X_{in}		X_{kn}	
Toplam	T_1	T_2		T_i		T_k	T
Ortalama	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$		$\bar{X}_i$		$\bar{X}_k$	$\bar{X}$

Bağımlı değişkenin bir veya daha fazla bağımsız değişken tarafından sınıflara veya gruplara bölündüğü zaman, heterojenlik gösterip göstermediğine bakılır. Bu yüzden, bir araştırmadaki önemli bağımsız değişkenleri bulmak, bunların bağımlı değişken üzerindeki etki derecelerini belirlemek ve bu değişkenler arasındaki interaksiyonları incelemek varyans analizinin temelini teşkil etmektedir.⁴

Söz konusu analizde üzerinde durulan değişkenler birbirlerini etkileme ve açıklama açısından bağımlı değişken ve bağımsız değişkenler olmak üzere iki gruba ayrılır. Bağımlı değişken, bağımsız değişkenler tarafından açıklanmaya çalışılan değişkendir. Varyans analizinin amacı, bağımlı değişkendeki varyansın kaynağını araştırmaktır. Örneğin, memurların sabah işe geliş saatleri farklıdır. Memurlar sabah sekizde başlayacak olan mesaiye farklı zamanlarda gelirler. Bir kısmı erken, bir kısmı tam zamanında, diğer bir kısmı da geç gelebilir. Sabah işe geliş saati bağımlı değişken olarak düşünülürse, bu değişkene ilişkin bir varyans olduğu açıktır. Bağımlı değişkendeki varyansın kaynağı, memurların oturdukları semt ya da kullanılan araç

³ BAŞAR Alaaddin ve OKTAY Erkan , “ Uygulamalı İstatistik II,” Şafak Yayınevi, Erzurum, 1998, s. 43.

⁴ BAŞAR Alaaddin, “Kovariyans Analizinin Türkiye Nüfus Tahminlerine Uygulaması Üzerine Bir Deneme,” Doçentlik Tezi, Erzurum, 1978, s. 7-8.

olabilir. Burada memurların oturdukları semt ya da kullanılan araç birer bağımsız değişkendir. Sözkonusu örnekte bağımlı değişken olarak verilen işe geliş saati, oranlama düzeyinde ölçülen değişkendir. Bağımsız değişken için oturulan semt, sınıflama düzeyinde ölçülen değişkendir. Varyans çözümlemesinde bağımlı değişken eşit aralıklı ya da oranlama; bağımsız değişkenler de sınıflama ya da sıralama ölçeği ile ölçülür.

Varyans analizinde bağımsız değişkene “Faktör” ve bağımsız değişkenin aldığı değerlere de “Faktör Düzeyleri” denir. Kullanılan araç bir faktördür. Faktörün düzeyleri de (dolmuş, otobüs, özel otomobil ve diğerleri) olabilir. Aynı şekilde oturulan semt faktör olarak alınırsa (Yenişehir, Dadaşkent, Yıldızkent vb.) faktör düzeyleri olacaktır. Teorik olarak bağımlı değişkeni etkileyebilecek çok sayıda faktör düşünülebilir. Ancak bunların içinden 2-3 tanesi varyansın büyük bir kısmını açıklayabilir. Tek-faktör varyans çözümlemesinde ise sadece bir faktörün bağımlı değişken üzerinde etkili olup olmadığı ortaya çıkartılmaya çalışılır.⁵

1.2. Test Hipotezleri

Bu testte kurulabilecek sıfır hipotezi “örnek veya grup ortalamaları arasında görülen farklılık tesadüfi sebeplerden kaynaklanır” şeklindedir. Yani;

$$“H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k”$$

olarak ifade edilir. Alternatif hipotez ise,

$$“H_1: \text{En az iki anakütle ortalaması birbirine eşit değildir.}”$$

şeklinde oluşturulur.⁶

1.3. Test istatistiği

Varyans analizinde asıl maksat, ikiden fazla örnek için sapmaların kareler toplamını, bu sapmalara sebep olan nedenler itibariyle, kısımlara ayırmak ve analiz etmektir. Bu analiz sonunda, örnekler itibariyle uygunluk olup olmadığı, yani; sözkonusu örneklerin aynı anakütleyle ait birer şans örneği olup olmadıkları da ortaya konulmuş olur.⁷

⁵ ÜNVER Özkan ve GAMGAM Hamza, “ Uygulamalı İstatistik Yöntemler, ” Siyasal Kitabevi, Ankara 1996, s. 229.

⁶ KARTAL Mahmut, “ Bilimsel Araştırmalarda Hipotez Testleri, ” Atatürk Üniversitesi İ.İ.B.F. Yayını, Erzurum, 1993, s. 58.

⁷ BAŞAR– OKTAY, a.g.e., s. 44.

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2$$

değerinin, yani örneklerdeki bütün X_{ij} değerlerinin genel ortalamadan gösterdikleri sapmaların kareler toplamının iki kaynağı vardır. Bunlardan birincisi, örnek ortalamalarının genel ortalamadan gösterdikleri sapmalar, yani gruplar arası kareler toplamıdır (GAKT) ve

$$n \sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

şeklinde hesaplanır. Her bir örnekteki değerlerin kendi örnek ortalamalarından gösterdikleri farklılıklar gruplar içi kareler toplamı (GİKT) veya gruplar içindeki bu değişim deneme hatasına atfedildiğinden hata kareler toplamıdır. Bu ifade,

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$$

şeklinde formüle edilir.⁸

Guruplar arası kareler toplamı toplam kareler toplamının faktör tarafından açıklanan kısmını verir. Söz konusu değerin büyük çıkması arzu edilir. Guruplar içi kareler toplamı da toplam kareler toplamının faktör tarafından açıklanamayan kısmını verir.⁹ Bu durumda,

$$\text{Genel kareler toplamı (GKT)} = \text{GAKT} + \text{GİKT}$$

veya

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2 = n \sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \bar{X})^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$$

şeklinde yazılabilir.¹⁰ Eşit örnekler söz konusu olduğunda,

$$\text{GKT} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{T^2}{n(k)}$$

$$\text{GAKT} = \frac{\sum_{i=1}^k T_i^2}{n} - \frac{T^2}{n(k)}$$

⁸ BAYRAM Mustafa ve KADIOĞLU Ekrem, "Olasılık ve İstatistik," Atatürk Üniv. Fen – Edebiyat Fakültesi Yayınları, Erzurum, 1996, s. 209-210.

⁹ ÜNVER-GAMGAM, a.g.e., s. 232.

¹⁰ AKDENİZ Fikri, "Olasılık ve İstatistik," Baki Kitap ve Yayınevi, Adana, 1996, s. 623-624.

$$G\dot{I}KT = GKT - GAKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{\sum_{i=1}^k T_i^2}{n}$$

formülleri kullanılır. Eşit olmayan örnekler durumunda ise toplam müşahede sayısı N ile gösterilirse,

$$GKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$$

$$GAKT = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N}$$

$$G\dot{I}KT = GKT - GAKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i}$$

olur.¹¹

1.4. Karar Modeli

F cetvelleriyle, çeşitli anlam düzeyleri ve örnek büyüklükleri için s_1^2/s_2^2 'nin hangi noktaya kadar şansla açıklanacağı, hangi noktadan sonra önemli kabul edilerek örneklerin farklı kütlelere ait olduklarına karar verilebileceği tesbit edilmiştir. Elde edilen F değeri cetveldeki değerden küçükse örnek ortalamaları arasındaki farklılığın tesadüfi olup örneklerin aynı anakütleye ait olduğuna karar verilir. Fakat elde edilen test istatistiği, kritik değerden büyükse örnek ortalamaları arasındaki farklılığın önemli olduğu kararına varılır. Dolayısıyla bu örneklerin farklı anakütlelere ait oldukları söylenebilir.¹²

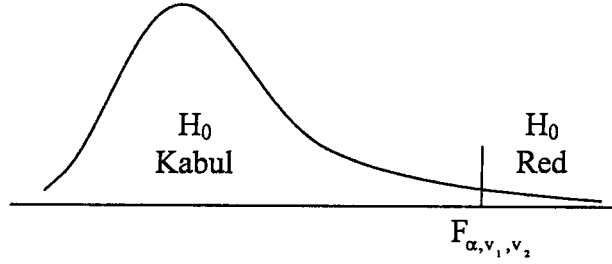
F testinde kritik değer v_1 ve v_2 serbestlik derecelerine ve α anlam düzeyine göre F cetvelinden tespit edilir. Payın serbestlik derecesi $k-1$; paydanın serbestlik derecesi $k(n-1)$ ile ifade edilince kritik değer F_{α, v_1, v_2} şeklinde sembolize edilir.

Sıfır hipotezinin (H_0) doğru olması halinde örnek varyansı s_1^2 , anakütle varyansı σ_1^2 'yi olduğunda daha yüksek tahmin edeceğinden F değeri giderek 1'den

¹¹ BAŞAR– OKTAY, a.g.e., s. 44-45.

¹² BAŞAR – OKTAY, a.g.e., s. 46.

uzaklaşacak ve söz konusu test, tek yönlü sağa çarpık bir şekil alacaktır. Bu durumda karar modeli aşağıdaki gibi olur.¹³



Şekil 1-1: Tek-Faktör Varyans Analizinde Karar Modeli

Şimdi tek-faktör varyans analizinin işleyişini iki örnek problem üzerinde inceleyelim. Birinci örnek alınan örneklerin aynı büyüklükte olması hali, diğeri ise farklı örnek büyüklükleri için çözülmüştür.

Örnek 1-1: Bir fakültenin 4 bölümünden mezun olan 5'er kişi bir iş imtihanına giriyor ve 100 puan üzerinden aşağıdaki notları alıyorlar. Başarı durumunun bölümler itibariyle farklılık gösterip göstermediğini %5 anlam düzeyinde test ediniz?

Tablo 1-2: Dört Bölüm Öğrencilerinin Aldıkları Puanlar

Müşahedeler	Bölümler				
	I	II	III	IV	
1	75	56	73	37	n = 5 k = 4
2	87	64	70	62	
3	65	60	79	54	
4	74	73	58	57	
5	64	57	80	55	
T_i	365	310	360	265	$\Sigma T = 1300$
T_i^2	133225	96600	129600	70225	$\Sigma T^2 = 1690000$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

H_1 : En az iki ortalama birbirine eşit değildir.

¹³ KARTAL, a.g.e., s. 61-62.

$$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 5$$

$$\bar{X}_I = \frac{365}{5} = 73 \quad \bar{X}_{II} = \frac{360}{5} = 72 \quad \bar{X}_{III} = \frac{310}{5} = 62 \quad \bar{X}_{IV} = \frac{265}{5} = 53$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 = 75^2 + 87^2 + 65^2 + \dots + 54^2 + 57^2 + 55^2 = 87\,038$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} = \frac{365^2}{5} + \frac{310^2}{5} + \frac{360^2}{5} + \frac{265^2}{5} = 85\,830$$

$$GAKT = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N} = 85\,830 - \frac{1300^2}{25} = 1330$$

$$GİKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} = 87\,038 - \frac{429150}{5} = 1208$$

olur. Buradan,

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{443.3}{75.5} = 5.87$$

değeri elde edilir. Test istatistiğinin elde edilişi aşağıdaki varyans analizi tablosunda özetlenmiştir.

Tablo 1-3: Örnek 1'deki Verilere Uygulanan Tek-Yönlü Varyans Analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	Test İstatistiği
Gruplar Arası	1330	3	443.3	5.57
Gruplar İçi (Hata)	1208	16	75.5	

Ek Tablo 1'de takdim edilen F tablosundan $F_{0.05, v_1, v_2} = 3.24$ bulunur. Hesaplanan test istatistiği kritik değerden büyük çıkmıştır ($5.78 > 3.24$). Bu yüzden H_0 hipotezi reddedilerek, bu dört bölüm mezunları için not ortalamalarının aynı olmadığına, ortalamalar arasında farklılık bulunduğu %5 anlam düzeyinde karar verilir. ($P < 0.05$)

Örnek 1-2: Aynı işi farklı bölgelerde yapan, $n_A = 9$, $n_B = 10$, $n_C = 10$, $n_D = 5$, $n_E = 7$ ve $n_F = 6$ hacimli tesadüfi örneklerden tespit edilen aylık gelirlerin Tablo 1-4'deki gibidir. Bu verilere göre, sözkonusu coğrafi bölgelerde ortalama gelirin aynı olduğu %5 anlam düzeyinde söylenebilir mi?

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E = \mu_F$$

H_1 : En az iki ortalama birbirine eşit değildir.

$$\begin{aligned}\bar{X}_A &= \frac{310}{9} = 34, & \bar{X}_B &= \frac{380}{10} = 38, & \bar{X}_C &= \frac{370}{10} = 37, \\ \bar{X}_D &= \frac{180}{5} = 36, & \bar{X}_E &= \frac{187}{7} = 27, & \bar{X}_F &= \frac{240}{6} = 40\end{aligned}$$

Tablo 1-4: Altı Bölgedeki İşçilerin Aylık Gelirleri

Coğrafi Bölgeler						
A	B	C	D	E	F	
27	29	34	44	32	45	
43	49	43	36	28	50	
40	27	30	30	54	30	
30	46	44	28	50	33	
42	26	32	42	46	35	
29	48	42		36	47	
30	28	41		41		
41	30	33				
28	47	31				
	50	40				
310	380	370	180	287	240	$\Sigma T = 1767$
96100	144400	136900	32400	82269	57600	$\Sigma T^2 = 549669$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 = 27^2 + 43^2 + 40^2 + \dots + 33^2 + 35^2 + 47^2 = 70.049$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} = \frac{310^2}{9} + \frac{380^2}{10} + \frac{370^2}{10} + \frac{180^2}{5} + \frac{287^2}{7} + \frac{240^2}{6} = 66640.49$$

$$GAKT = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{N} = 66640.49 - \frac{1767^2}{47} = 208.81$$

$$GİKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} = 70\,049 - 66\,640.49 = 3408.51$$

Yukarıdaki hesaplamalar neticesinde test istatistiğinin elde edilişi Tablo 1-5’de özetlenmiştir.

Tablo 1-5: Örnek 2’deki Verilere Uygulanan Tek-Yönlü Varyans Analizi

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	Test İstatistiği
Gruplar Arası	208.81	5	41.76	0.50
Gruplar İçi (Hata)	3408.51	41	83.14	

%5 önem seviyesinde F tablosundan bulunacak kritik değer $F_{0.05, v_1, v_2} = 2.45$ ’dir. Hesaplanan test istatistiği kritik değerden küçük çıktığı için ($0.5 < 2.45$) H_0 hipotezi kabul edilir. Bu yüzden söz konusu coğrafi bölgelerde ortalama gelirin aynı olduğuna, gelir ortalamaları arasında farklılık bulunmadığına %5 anlam düzeyinde karar verilir.

1.5. F İstatistiğinin Örneklem Dağılımı

Üç veya daha fazla anakütle ortalamasının karşılaştırılmasıyla ilgili hipotezlerin test edilmesinde kullanılan örneklem dağılımı F dağılımıdır.¹⁴ Normal bölünen bir anakütleden tesadüfi olarak çekilmesi mümkün birbirinden farklı tüm n hacimli örneklemelerin çekilip, her örneklem için,

¹⁴ ÖZÇELİK Salih , “İstatistik Analizi ,” İşletme Fakültesi Araştırma ve Yayın Müd. Yayınları, No: 68, Erzurum, 1982, s. 152.

$$X^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2}{\sigma^2} + \frac{(X_2 - \bar{X})^2}{\sigma^2} + \dots + \frac{(X_n - \bar{X})^2}{\sigma^2} = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2 = \sum_{i=1}^n Z_i^2$$

hesaplandığında, X^2 istatistikleri sürekli bir dağılım olan ki-kare dağılımına dönüşür. Aynı şekilde, normal bölünen iki farklı anakütleden sırasıyla n_1 ve n_2 hacimden oluşan bütün mümkün tesadüfi örneklemeler seçilip aynı işlemler yapıldığında, $v_1 = n_1 - 1$ serbestlik dereceli χ_1^2 dağılımı ve $v_2 = n_2 - 1$ serbestlik dereceli χ_2^2 dağılımı ortaya çıkar.¹⁵ χ_1^2 ve χ_2^2 istatistikleri sırasıyla kendi serbestlik derecelerine bölünüp birbirine oranlandığında,

$$F = \frac{\chi_1^2 / v_1}{\chi_2^2 / v_2}$$

oranı F istatistiği olarak adlandırılmakta ve bu oranların meydana getirdiği dağılım F dağılımı olarak tanımlanmaktadır. F dağılımının şekli, t ve χ^2 dağılımları gibi serbestlik derecesine bağlı olarak değişmektedir. Fakat F dağılımında hem pay hem de payda ile ilgili serbestlik dereceleri birarada dağılım şeklini belirlemektedirler.¹⁶

F dağılımı sürekli bir dağılım olup sadece sıfır ve pozitif sayıları için tanımlanmış ve sadece bölünmenin sağ ucunu dikkate alan bir testtir. Serbestlik derecelerinin küçük olması durumunda dağılım sağa çarpıktır. v_1 ve v_2 değerleri büyüdükçe F dağılımı normale yaklaşır. F dağılımı sürekli bir dağılım olduğu için F değerlerine ilişkin ihtimaller eğri altındaki alan ile tanımlanır.¹⁷

1.6. Faraziyeler

Buraya kadar verilen teorik bilgiler, müşahedeler ve ortalamalar hakkında bazı faraziyeler olmaksızın geçerliliklerini koruyamaz.

Yapılan araştırmalarda elde edilen verilere varyans analizi metotlarının uygulanabilmesi için bazı faraziyelerin geçerli olması gerekir. Aksi takdirde uygulanacak olan testlerin gücü zayıf olur. Bilhassa kullanılan örnek büyüklüğünün sınırlı olduğu durumlarda bu faraziyelerin göz önünde bulundurulması, testin gücü ve tahminlerin doğruluğu açısından çok önemlidir. Zira temel faraziyelerden biri veya

¹⁵ SERPER, a.g.e., s. 161.

¹⁶ KÖKSAL, a.g.e., s. 321.

¹⁷ SERPER, a.g.e., s. 163.

birkaçı geçerli olmadığı durumunda yapılacak olan analizler sıhhatli sonuçlar veremeyecektir.¹⁸

Varyans analizinin önemli temel faraziyeleri aşağıdaki gibidir;

- Normallik faraziyesi
- Bağımsızlık faraziyesi
- Homojenlik ve kovaryansın sıfır olması faraziyesi
- Toplanabilirlik faraziyesi

Varyans analizi metotları sadece normal dağılış gösteren verilere uygulanır. Hem orijinal verilerin hem de hata değişkeninin normal dağılış göstermemesi halinde normallik faraziyesi bozulur. Bu durumda gerçek önem seviyesi α genellikle görünen seviyeden daha düşük bir seviyede olur. Bu ise gerçekte doğru olan bir hipotezin reddedilmesiyle sonuçlanır. Yani testin gücü zayıf olur. Normallikten sapma hususunda bir şüphe sözkonusu ise ya normallik testi uygulanmalı veya karar verirken dikkat edilmelidir.¹⁹ Normallik faraziyesinden ufak çaptaki bir sapma, verilere bakar bakmaz kolayca anlaşılabilecek bir derecede değilse sonucu önemli derecede etkilemediğinden sözkonusu faraziye üzerinde fazla durulmaz. Zira F dağılımı normallik faraziyesinin bozulmasına karşı dayanıklıdır.²⁰

F testinin sıhhatle uygulanabilmesi, varyasyon kaynaklarının birbirinden bağımsız olmasıyla sağlanır. Veriler şansa bağlılık esasına göre elde edildiği için analizlerde bazı ihtimal kaideleri uygulanabilmektedir. Genel kareler toplamını meydana getiren gruplar arası ve gruplar içi kareler toplamı sözkonusu faraziyenin geçerliliği dikkate alınarak serbestlik derecelerine bölünüp gruplar arası kareler ortalaması ve gruplar içi kareler ortalaması bulunur.²¹

F dağılımı, alınan örnek hacimlerinin eşit olması durumunda homojenlik faraziyesinin bozulmasına karşı dayanıklı olmaktadır. Ancak farklı büyüklükteki örnekler için bu faraziyenin bozulması, testin sonucunu büyük ölçüde etkiler.²²

Bu faraziyenin geçerliliği test edilirken kurulacak hipotezler sırasıyla,

¹⁸ YILDIZ – BİRCAN, a.g.e., s. 46.

¹⁹ KARTAL, a.g.e., s. 58.

²⁰ ROGER E. Kirk, Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences, Brox-Cole Publishing Company, California, 1968, s.23.

²¹ BAŞAR – OKTAY, a.g.e., s. 50.

²² SERPER, a.g.e., s. 163.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

H_1 : En az iki örnek varyansı birbirine eşit değildir.

şeklindedir.²³

Varyansların homojen olmadığı durumlarda, uygun bir dönüştürme uygulayarak homojenlik sağlanmalıdır. Kurulacak olan modelde bulunan terimler arasında ve terimlerin kendi içinde herhangi bir kovaryans (birlikte değişme) bulunmamalıdır. Örneğin, araştırmadaki herhangi iki gruba ait tekerrürlerdeki hata terimleri arasındaki kovaryans $[cov(e_{ij}, e_{i'j'}) = 0, i \neq i', j \neq j']$ sıfır olmalıdır.

Yapılan işlemler sonucunda elde edilen y_{ij} cevap değişkeni, matematik modelde terimlerin toplamı etkilerinden meydana gelmesi gerekir. Mesela, tek-faktör varyans analizinde veriler,

$$y_{ij} = \mu + a_i + e_{ij}$$

modelde görüldüğü gibi veriler GAKT ve GİKT'den meydana gelir. Verilerin,

$$y_{ij} = \mu(a_i)(e_{ij})$$

şekline sözkonusu modeldeki terimlerin çarpımlarından meydana gelmesi halinde, orijinal müşahedelere bilinen varyans analizi metodları uygulanamaz. Çünkü toplanabilirlik faraziyesi geçerli değildir. Bu tip bir modele göre elde edilen verilere varyans analizi uygulamadan önce uygun bir transformasyonla (dönüştürme) toplanabilirlik geçerli kılınmalıdır. Mesela, yukarıdaki ikinci eşitlikte verilen çarpımlı modeli her iki yanını da logaritması alınarak,

$$\log y_{ij} = \log \mu + \log a_i + \log e_{ij}$$

şeklinde toplanabilirlik geçerli kılınmış olur. Logaritması alınmış değerlere normal varyans analizi uygulanabilir.²⁴ Varyans analizinin faraziyelerinden birinin bozulması az veya çok diğerlerini de etkileyebilir. Meselâ, normallik faraziyesinin bozulması, hata varyanslarının homojenliğini de bozabilir. Sözkonusu faraziyelerden bir veya birkaç tanesi sağlanamıyorsa, varyans analizi yerine parametrik olmayan alternatiflerini kullanmak daha uygun olacaktır.²⁵

²³ BAŞAR – OKTAY, a.g.e., s. 50.

²⁴ YILDIZ – BİRCAN, a.g.e., s. 47.

²⁵ SEZGİN Fatin, "Varyans Analizinin Dayandığı Faraziyeler ve Bunların Bozulmasından Doğan Durumlar," Basılmamış Doktora Tezi, Erzurum, 1972, s. 12.

1.7. Çoklu Karşılaştırmalar

Varyans analizi sonucunda sıfır hipotezinin reddedilmesi anakütle ortalamaların-dan en az birinin diğerlerinden farklı olduğunu, yani ortalamaların aynı anakütleden gelmediğini ifade eder.

Sözkonusu ortalamaların hangilerinin birbiriyle aynı hangilerinin birbirinden farklı olduğunun ortaya çıkaran tekniklere **çoklu karşılaştırma teknikleri** denir. Bu şekilde varyans analizi sonucu en az bir anakütle ortalamasının değerlerinden farklı olduğu ortaya çıkarsa hangi ortalamaların birbirinden farklı olduğunun tespit edilmesi gerekir. Çoklu karşılaştırma teknikleri sadece sabit etki modeli için kullanılır.²⁶ Çünkü şansa bağlı modelde ortalamaların karşılaştırılması söz konusu değildir.²⁷

Çoklu karşılaştırma teknikleri, incelemeye alınan bütün grupların karşılıklı olarak karşılaştırılmasına imkan sağlayan bir metottur. Sözkonusu metotlarla birden fazla hipotez birlikte test edildiği için I. tip hata seviyeleri değişik değerler almaktadır. Hipotez testlerinde I. tip hata seviyesinin alacağı değişik değerlerin bir sonucu olarak bazen kabul edilmesi gereken hipotezin reddedildiği durumlar ortaya çıkabilir. İşte çoklu karşılaştırma testlerinin amacı, alınacak birtakım önlemlerle en doğru kararın verilmesine çalışmaktır.

Varyans analizinde en yaygın olarak kullanılan çoklu karşılaştırma teknikleri şunlardır: Fisher'in Asgari Önemli Fark Testi, Duncan testi, Tukey'in Gerçekten Önemli Fark Metodu, Student, Newman Keuls, Scheffe ve Dunnet testleridir.²⁸ Burada en yaygın olarak kullanılan metotlardan Tukey ve Duncan testleri izah edilecektir.

1.7.1. Tukey Testi

Farklı grupların tesbitinde kullanabileceğimiz metodlardan biri Tukey'in gerçekten önemli fark metodudur. Bu metodda öncelikli olarak k adet örnek

²⁶ ÜNVER – GAMGAM, a.g.e., s. 240.

²⁷ WINKLER L. Robert ve WILLIAM L. Hays, "Statistics: Probability, Inference and Decision," Newyork, 1975, s. 790.

²⁸ SEZGİN, a.g.e., s. 63.

varyansından hareketle ortak varyansın bulunması gerekir. Ortak varyansı s_p^2 ile gösterirsek, bu değerden hareketle,

$$\sqrt{\frac{s_p^2}{n}}$$

değeri elde edilir. Bu değer, verilen α önem seviyesi, k örnek sayısı ve $N - k$ serbestlik derecesine göre Ek Tablo 2'den bulunan değerle çarpılarak gerçekten önemli sayılabilecek fark (GÖF) elde edilir.

$$GÖF = q_\alpha \sqrt{\frac{s_p^2}{n}}$$

Örnek ortalamalarını ikiyeşerli olarak karşılaştırdığımızda, örnek ortalamaları arasındaki fark, gerçekten önemli olan farktan büyükse bu örneklerin farklı anakütlelerden geldiklerine karar verilir.

Örnek 1-3: Bir araştırmada $\bar{X}_I = 11$, $\bar{X}_{II} = 10$, $\bar{X}_{III} = 15$, $\bar{X}_{IV} = 12$ olarak elde edilmiş ve örnek ortalamaları arasındaki fark anlamlı bulunmuş olsun. Yine, aynı verilere ilişkin varyanslar, $s_1^2 = 1$, $s_2^2 = 0.5$, $s_3^2 = 1.5$, $s_4^2 = 2.5$ olarak hesaplanmış ve ortak varyans, $s_p^2 = 1.375$ olarak tespit edilmiş olsun. Şimdi farklılığın kaynağını %5 önem seviyesinde Tukey testi ile araştıralım.

$\alpha = 0.05$ önem seviyesi, $k = 4$ örnek, $N - k = 20 - 4 = 16$ serbestlik derecesine göre Ek Tablo 2'den bulunan değer 4.05'dir. Buna göre,

$$GÖF = q_\alpha \sqrt{\frac{s_p^2}{n}} = 4.05 \sqrt{\frac{1.375}{5}} = 2.12$$

bulunur. Örnek ortalamalarını ikiyeşerli olarak eşleştirip fark değerleri elde ettiğimizde, birinci, ikinci ve dördüncü örneklerin birbiriyle olan farklarının 2.12'yi geçmemesi yüzünden bu örneklerin aynı anakütleyle ait olabileceğini, üçüncü örneğin ise diğerlerinden farklı olduğunu görürüz. Varyans analizi sonucu bulunan fark, büyük ölçüde üçüncü örnekten kaynaklanmaktadır.

1.7.2. Duncan Testi

Örnek ortalamaları arasındaki farkı tesbit etmeyi sağlayan ikinci prosedür Duncan'ın çoklu fark testidir. Bu testte, kendisine en yakın olandan başlanarak k adet örnek ortalaması birbiriyle eşleştirildiğinde bulunacak fark değerleri asgari önemli sayılacak fark (AÖF) değerleriyle mukayese edilir. Bir örnek ortalamasının kendisine en yakın ortalamadan farkı incelendiğinde, $m = 2$ olur. Bir örnek ortalamasının kendisine en yakın ikinci ortalamadan farkı incelendiğinde, $m = 3$ olur. Bu şekilde k adet ortalamadan birbirine en uzak olanlarının farkı incelendiğinde, $m = k$ olur.

Ek Tablo 3, verilen α önem seviyesi, m yakınlık katsayısı, $N - k$ serbestlik derecesine göre standart r_m değerlerini verir. Tablodan bulunan r_m değerlerine göre AÖF değerleri,

$$R_m = r_m \sqrt{\frac{s_p^2}{n}}$$

formülü ile hesaplanır.

Örnek 1-4: Herbiri 5 ölçümden oluşan dört örneğin ortalaması, $\bar{X}_I = 11$, $\bar{X}_{II} = 10$, $\bar{X}_{III} = 15$, $\bar{X}_{IV} = 12$ olarak elde edilmiş ve örneklerle ilişkin varyanslar ise, $s_1^2 = 1$, $s_2^2 = 0.5$, $s_3^2 = 1.5$, $s_4^2 = 2.5$ olarak hesaplanmış ve ortak varyans, $s_p^2 = 1.375$ olarak tespit edilmiştir. Yapılan test sonucu en az iki örnek ortalamasının birbirine eşit olmadığına karar verilmiştir. Farklılığın kaynağını, %5 önem seviyesinde Duncan testi ile araştırılalım.

Öncelikle örnek ortalamalarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$\bar{X}_{II} = 10, \quad \bar{X}_I = 11, \quad \bar{X}_{IV} = 12, \quad \bar{X}_{III} = 15,$$

Ek Tablo 3, $\alpha = 0.05$ önem seviyesi, $N - k = 20 - 4 = 16$ serbestlik derecesi ve $m = 2$ 'den $m = k = 4$ 'e kadar m değerleri için standart r_m değerlerini okuyarak aşağıdaki tabloya kaydederiz. Tablodan bulunan standart r_m değerleri,

$$\sqrt{\frac{s_p^2}{n}} = \sqrt{\frac{1.375}{5}} \cong 0.52$$

değeri ile çarpılarak AÖF değerleri elde edilmiş ve aynı tabloda gösterilmiştir.

m	2	3	4
r_m	2.998	3.144	3.235
R_m	1.559	1.635	1.682

İkinci ve birinci, birinci ve dördüncü, dördüncü ve üçüncü örnekler arasındaki fark, $m = 2$ için hesaplanan $R_2 = 1.559$ değeri ile mukayese edildiğinde dördüncü ve üçüncü örnek ortalamaları arasındaki fark anlamlı bulunur.

İkinci ve dördüncü, birinci ve üçüncü örnekler arasındaki fark, $m = 3$ için hesaplanan $R_3 = 1.635$ değeri ile mukayese edilir. Her iki fark da anlamlıdır. (Tukey testi, ikinci ve dördüncü örnek ortalaması arasındaki farkı ortaya çıkaramamıştı.)

Son olarak ikinci ve üçüncü örnekler arasındaki fark, $m = 4$ için hesaplanan $R_4 = 1.685$ değeri ile mukayese edilir. Fark anlamlıdır.²⁹

²⁹ BAŞAR-OKTAY, a.g.e., s. 55-57.

II. BÖLÜM

KRUSKAL-WALLİS TESTİ

2.1. Genel Bilgiler

İkiden fazla bağımsız örnekten alınan verileri kullanarak analiz yapan tekniklerden biri, R.A.Fisher tarafından geliştirilen F testi idi. Tek-faktör varyans analizi diye anılan F testi varsayımlarının sağlanması durumunda alternatiflerine göre daha etkin idi. Fakat sözkonusu testin faraziyelerinden ikisi sağlanamadığı takdirde parametrik olmayan alternatiflerini kullanmak gerekecektir. Bu faraziyelerden birincisi, her örneğin seçildiği alt yığının dağılımının normal olmasıdır. İkincisi ise bu alt yığınların varyanslarının aynı olmasıdır. Tek-faktör varyans analizi için parametrik bir teknik olan F testinin parametrik olmayan karşıtlarından biri Kruskal ve Wallis tarafından önerilen H testidir.³⁰

“İkiden fazla bağımsız örneğin aynı veya birbirine benzer anakütlelerden çekilmiş olduğunu” iddia eden sıfır hipotezinin testinde en çok kullanılan parametrik olmayan prosedür ise, sıra değerlerine uygulanan Kruskal-Wallis Tek-Faktör Varyans analizidir.³¹

Bu test Wilcoxon sıra-toplam testinin genişletilmiş şeklidir. Analiz edilecek iki örnek olması durumunda Mann-Whitney testine denktir. Tek yönlü sınıflamaya göre yapılan varyans analizine iyi bir alternatiftir.³²

2.2. Faraziyeler

1. Veriler, $n_1, n_2, \dots, n_c$ hacimli c tane tesadüfi örnekten meydana gelir.
2. Müşahedeler hem örnek içinde hem de örnekler itibariyle birbirinden bağımsızdır.
3. Üzerinde durulan değişken sürekli bir değişkendir.

³⁰ GAMGAM Hamza, “Parametrik Olmayan İstatistiksel Teknikler”, G.Ü. Fen- Edebiyat Fakültesi Yayınları, Ankara, 1989, s. 103.

³¹ DANIEL Wayne W., “Applied Nonparametric Statistics” Terc: Erkan Oktay, A.Ü.İ.İ.B.F Yayınları, Erzurum, 1996, s. 250.

³² KARTAL, Mahmut, a.g.e., s. 183.

4. Veriler en az aralık ölçeğiyle ölçülmüştür.

5. En az bir anakütlenin herhangi bir yer ölçüsü hariç diğer özellikleri itibariyle anakütleler birbirinin aynıdır.³³

2.3. Test Hipotezleri

Parametrik olmayan tek-faktör varyans analizinde kurulacak test hipotezleri aşağıdaki gibidir:

H_0 : c sayıda anakütle dağılım fonksiyonu birbiriyle aynıdır.

H_1 : En az bir anakütle yer ölçüsü diğerlerinden farklıdır.³⁴

2.4. Test İstatistiği

Analizde kullanılacak olan veriler, Tablo 2.1'dekine benzer bir tabloda gösterilebilir. 1 nolu alt yığından tesadüfi olarak seçilen n_1 çaplı örneğe ait müşahade değerleri, $X_{11}, X_{21}, \dots, X_{n1}$ 'dir. 2 nolu alt yığından tesadüfi olarak seçilen n_2 hacimli örneğe ait müşahade değerleri, $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{n2}$ 'dir. Nihayet c nolu alt yığından tesadüfi olarak seçilen n_c çaplı örneğe ait müşahade değerleri, $X_{c1}, X_{c2}, \dots, X_{cn}$ 'dir.

Tablo: 2.1. Kruskal-Wallis Testi Yapabilmek için Gerekli Veriler

Örnekler			
1	2		C
X_{11}	X_{12}		X_{1c}
X_{21}	X_{22}		X_{2c}
X_{n1}	X_{n2}		X_{nc}

Her bir orjinal müşahade değerinin yerine, c örnekteki tüm müşahadelerle ilişkili olan sıra değerleri konulur. c örnekteki toplam müşahade sayısı,

$$N = \sum_{i=1}^c n_i$$

³³ DANIEL, a.g.e., s. 250.

³⁴ Mc CLAVE, T. James - Benson G. PENFIELD, "Statistics for Business and Economics," Dellen Publusing Company, 5. Baskı, 1991, s. 972.

ile gösterilirse bu müşahedelerin en küçüğünün sıra değeri 1, sonrakinin sıra değeri 2 olur. Bu şekilde en büyük müşahedeye N sıra değeri verilene kadar sıra değeri verme işine devam edilir. Bağlı değerler durumunda, bu değerlere karşı gelen sıraların ortalaması alınarak söz konusu değerlerin ortak sıra değeri olarak kaydedilir.

Sıfır hipotezinin doğru olması halinde, gruptaki sıraların dağılımının tesadüfi bir seyir takip etmesi beklenir. Yani çok küçük sıra değerleri veya çok büyük sıra değerleri bir örnekte toplanmayacaktır. Bu nedenle, sıfır hipotezi doğru ise, örnek hacimleri eşit olduğunda (veya eşit olmayan örnekler için gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra) c adet örneğe ait sıra toplamlarının birbirine eşit olması beklenir.

Hesaplanan test istatistiğine bağlı olarak, sıra toplamlarının birbirinden anlamlı düzeyde farklı olduğu ve temsil edilen anakütlelerin birbirine benzer olmadıkları durumda sıfır hipotezi reddedilir. Ancak bunun aksine bazen sıra toplamları birbirine çok yakın olabilir. Bu gibi durumlarda ise anakütlelerin birbirine eşit olduğunu ifade eden hipotez kabul edilir. Kruskal-Wallis test istatistiği, sıra toplamlarından beklenen sıra toplamlarını çıkardığımızda elde edilen farklara ait ağırlıklı fark kare toplamıdır. Bu ifade formül yardımıyla,

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c \frac{1}{n_i} \left[R_i - \frac{n_i(N+1)}{2} \right]^2$$

şeklinde yazılabilir. Formüldeki R_i değeri, i'inci örnekteki müşahedelerin sıra değerleri toplamı ve $n_i(N+1)/2$ değeri ise, sıfır hipotezinin doğruluğu faraziyesi altında i'inci örneğe ait beklenen sıra değeri toplamıdır. Aşağıdaki formülü kullanarak daha güvenilir test istatistiği değerleri elde edilebilir.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

2.5. Karar Modeli

Her biri 5 veya daha az müşahededen oluşan üç örnek durumunda, hesaplanan H istatistiği Ek Tablo 4'de verilen tablo test istatistiği değerleriyle mukayese edilebilir. Bununla beraber örneklerin sayısı yukarıda belirtilenden fazla ise, Ek Tablo 4 kullanılamaz. Bu durumda H hesap istatistiği Ek Tablo 5'te takdim edilen c-1 serbestlik dereceli tablo Ki-kare değeriyle mukayese edilir. Ek Tablo 5'i kullanabilmek için gerekli örnek sayısı ve örnek hacimleri sağlandığında, hesaplanan

H değeri, önceden seçilen α değerine göre tablodan bulunacak değerden büyükse H_0 hipotezi reddedilir. Önceden seçilen α değeri tabloda yoksa buna en yakın olan değer tercih edilir.³⁵ Bu testi bir örnek yardımıyla açıklığa kavuşturalım.

Örnek 2-1: Bir kuruluşun açmış olduğu imtihanına 5'i A, 5'i B ve 4'ü C üniversitesinden mezunu olan 14 aday katılmıştır. Adayların imtihan sonuçları aşağıdaki gibidir.

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>
58	49	69
77	75	90
50	80	100
37	81	89
61	66	

Buna göre, bu üç üniversiteden mezun olan adayların notları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını %5 anlam düzeyinde test ediniz?

Bu örnek problemde üç örnek ve tek yönlü sınıflama durumu söz konusudur. Bu durumda ya parametrik bir test olan F testi veya bu testin nonparametrik alternatiflerinden uygun olan biri uygulanacaktır. F testinin faraziyelerinden bir veya daha fazlasının sağlanmadığını varsayalım. Bu durumda uygulanacak olan test prosedürü Kruskal-Wallis testi olacaktır. Test hipotezleri,

H_0 : A, B ve C üniversitelerinden mezun olan adayların sözkonusu imtihandan aldıkları puanlar birbirinin aynıdır.

H_1 : En az bir üniversiteden mezun olan bir adayın notu diğer bir üniversite mezunundan farklıdır.

şeklinde kurulur. Bu üç grup veri bir grupta toplanarak bu verilere sıra numaraları verildiğinde, her gruptaki müşahedelerin sıra numaraları aşağıdaki gibi olur.

³⁵ DANIEL, a.g.e., s. 251-253.

<u>A sıra</u>	<u>B sıra</u>	<u>C sıra</u>
4	2	7
9	8	13
3	10	14
1	11	12
5	6	
$T_A = 22$	$T_B = 37$	$T_C = 46$
$n_A = 5$	$n_B = 5$	$n_C = 4$

$$N = n_A + n_B + n_C = 5 + 5 + 4 = 14$$

Buradan test istatistiği,

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$H = \frac{12}{14(14+1)} \left(\frac{22^2}{5} + \frac{37^2}{5} + \frac{46^2}{4} \right) - 3(14+1) \Rightarrow H = 6.4$$

olarak hesap edilir. Bu teste üç örnek durumu sözkonusu olduğundan $c=3$ 'tür. Ayrıca örneklerin her birisi için $n_j < 5$ olduğundan kritik değer Kruskal-Wallis tablosundan (Ek Tablo 4) tespit edilecektir.

$n_A = 5$, $n_B = 5$, $n_C = 4$ ve $\alpha = 0.049$ için Ek Tablo 4'ten bulunacak kritik değer $H = 2.6657$ 'dir. Hesaplanan test istatistiği ($H = 6.4$) tablodaki H değerinden büyük olduğu için ($6.4 > 2.6657$) H_0 hipotezi %4.9 anlam düzeyinde reddedilir. Dolayısıyla %5 anlam düzeyinde reddedilebilir ve mezun olan adayların, imtihandan aldıkları notlar itibariyle birbirinden farklı olduklarına %5 anlam düzeyinde karar verilir.

2.6. H İstatistiğinin Örneklem Dağılımı

H istatistiğinin örneklem dağılımı iki başlık altında incelenecektir. Başlangıçta H istatistiğinin örneklem dağılımının kesin olarak bulunması, ikinci durum olarak ise, H istatistiğinin örneklem dağılımının χ^2 dağılımına yaklaşımı açıklanacaktır.

2.6.1. Kesin Örneklem Dağılımı

Örneklem dağılımı, herhangi bir istatistiğin alabileceği değerlerin saptanarak, ilgili istatistiğin belli bir aralıktaki değerleri alma ihtimalinin hesaplanmasında kullanılır. H istatistiğinin örneklem dağılımını oluşturabilmek için, c ve n_j 'ler belli iken, H istatistiğinin kaç farklı durumda hesaplanabileceğinin bilinmesi gerekir. Faktör düzeylerinin sayısına ve her faktör düzeyinden seçilen tesadüfi örnek sayısına bağlı olarak H istatistiğinin kaç farklı durumda hesaplanabileceğini izah edelim.

N tane örnek birimden n_1 tanesi birinci sütunda, n_2 tanesi ikinci sütunda ve n_c tanesi c'inci sütunda farklı sıralanışlarının sayısı,

$$\binom{N}{n_1, n_2, \dots, n_c}$$

kadardır. Bu kombinasyonların bileşenleri ise,

$$\binom{N}{n_1, n_2, \dots, n_c} = \binom{N}{n_1} \binom{N-n_1}{n_2} \dots \binom{N-n_1 \dots n_{c-2}}{n_{c-1}}$$

şeklinde gösterilebilir. Yani N tane birimin n_1 tanesinin birinci sütunda, n_2 tanesinin ikinci sütunda ve n_c tanesinin c inci sütunda farklı sıralanışlarının sayısı yukarıdaki eşitliğin sonucu kadardır.

H istatistiğinin örneklem dağılımı hazırlanırken, $n_1, n_2, \dots, n_c$ belli olduğunda,

$$\binom{N}{n_1, n_2, \dots, n_c}$$

kadar farklı durumda H istatistiğinin hesaplanıp bir ihtimal dağılımına dönüştürülmesi gerekir. Örneğin, $n_1 = 2$, $n_2 = 2$ ve $n_3 = 1$ için,

$$\binom{5}{2 \quad 2 \quad 1} = \binom{5}{2} \binom{3}{2} = 30$$

kombinasyon için H değerleri hesaplanmıştır. Örnek değerleri için kombinasyonlar ve H değerleri aşağıdadır.

Kombinasyonlardan birincisi için hesaplamalar aşağıda gösterilmiştir.

$n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$ olduğundan $N = 5$ olacaktır. 5 örnek birimine iyileşme sürelerine göre büyüklük sıra sayıları verilirse aşağıdaki R_{ij} değerleri elde edilir.

R_1	R_2	R_3
1	3	5
2	4	
3	7	5

Gruplara göre sıra sayılarının toplamaları aşağıdadır.

$$R_{.1} = 1 + 2 = 3$$

$$R_{.2} = 3 + 4 = 7$$

$$R_{.3} = 5$$

$$R_{..} = 3 + 7 + 5 = 15$$

Gruplara göre sıra sayılarına ilişkin ortalamalarda aşağıdadır.

$$\bar{R}_{.1} = \frac{3}{2} = 1.5, \quad \bar{R}_{.2} = \frac{7}{2} = 3.5, \quad \bar{R}_{.3} = \frac{5}{1} = 5,$$

$$\frac{N+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

H istatistiğinin değerini daha önce verilen iki formülden birini kullanarak hesaplayabiliriz. Buradan,

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c n_j \left(\bar{R}_{.j} - \frac{N+1}{2} \right)^2$$

$$H = \frac{12}{5(5+1)} [2(1.5 - 3)^2 + 2(3.5 - 3)^2 + (5 - 3)^2] = \frac{108}{30}$$

Kombinasyonların her biri için sıra değerleri, R_{i1} , R_{i2} , R_{i3} 'dir. Bu sıra değerlerinin toplamaları ve hesaplanmış H değerleri aşağıdadır.

Tablo 2.2: H Değerlerinin Elde Edilişi

Komb. No	R_{i1}	R_{i2}	R_{i3}	$\bar{R}_{.1}$	$\bar{R}_{.2}$	$\bar{R}_{.3}$	H
1	1.2	3.4	5	1.5	3.5	5	108/30
2	1.2	3.5	4	1.5	4	4	90/30
3	1.2	4.5	3	1.5	4.5	3	108/30
4	1.3	2.4	5	2	3	5	72/30
5	1.3	2.5	4	2	3.5	4	42/30
6	1.3	4.5	2	2	4.3	2	90/30
7	1.4	2.3	5	2.5	2.5	5	60/30
8	1.4	2.5	3	2.5	3.5	3	12/30
9	1.4	3.5	2	2.5	4	2	42/30
10	1.5	2.3	4	3	2.5	4	18/30
11	1.5	2.4	3	3	3	3	0/30
12	1.5	3.4	2	3	3.5	2	18/30
13	2.3	1.4	5	2.5	2.5	5	60/30
14	2.3	1.5	4	2.5	3	4	18/30
15	2.3	4.5	1	2.5	4.5	1	108/30
16	2.4	1.3	5	3	2	5	72/30
17	2.4	1.5	3	3	3	3	0/30
18	2.4	3.5	1	3	4	1	72/30
19	2.5	1.3	4	3.5	2	4	42/30
20	2.5	1.4	3	3.5	2.5	3	12/30
21	2.5	3.4	1	3.5	3.5	1	60/30
22	3.4	1.2	5	3.5	1.5	5	108/30
23	3.4	1.5	2	3.5	3	2	18/30
24	3.4	2.5	1	3.5	3.5	1	60/30
25	3.5	1.2	4	4	1.5	4	90/30
26	3.5	1.4	2	4	2.5	2	42/30
27	3.5	2.4	1	4	3	1	72/30
28	4.5	1.2	3	4.5	1.5	3	108/30
29	4.5	1.3	2	4.5	2	2	90/30
30	4.5	2.3	1	4.5	2.5	1	108/30

$n_1 = 2$, $n_2 = 2$ ve $n_3 = 1$ iken H istatistiğinin alabileceği değerlerin 0, 0.4, 0.6, 1.4, 2.0, 2.4, 3.0 ve 3.6 olduğu görülmektedir. Yukarıdaki hesaplamaların sonuçları kullanılarak $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$ iken H istatistiğinin örnekleme dağılımı aşağıdaki gibi elde edilir.

Tablo 2.3: H İstatistiğinin Dağılımı

H	P(H)
0/30 = 0.0	2/30
12/30 = 0.4	2/30
18/30 = 0.6	4/30
42/30 = 1.4	4/30
60/30 = 2.0	4/30
72/30 = 2.4	4/3
90/30 = 3.0	4/30
108/30 = 3.6	6/30
	30/30

H istatistiğinin örnekleme dağılımı biliniyorsa, H istatistiğinin belirli bir değere eşit yada daha büyük değerler alma ihtimalini (birikimli ihtimali) bulmak için basit bir toplama işlemi yapmak gerekir. Birikimli ihtimallerden ikisi,

$$P(H \geq 3.0) = 10/30$$

$$P(H \geq 2.0) = 18/30$$

olarak hesaplanır.

Test işleminde örnekleme dağılımından şu şekilde yararlanılır. Herhangi bir veri için H istatistiğinin değeri hesaplandığında bu değere eşit ya da daha büyük değerler alma ihtimali örnekleme dağılımından kolayca bulunabilir. Bulunan bu ihtimal, anlamlılık düzeyinden küçükse H_0 hipotezi reddedilir.³⁶ Bu konuyu bir örnek yardımıyla açıklığa kavuşturalım.

Örnek 2-2: Tesadüfi olarak seçilen 12 hasta yine tesadüfi olarak 4'erli 3 gruba ayrılmıştır. Birinci gruptaki hastalar A tekniği ile, ikinci gruptaki hastalar B

³⁶ GAMGAM, a.g.e., s. 107-111.

tekniki ile, üçüncü gruptaki hastalar ise C tekniği ile tedavi edilmişlerdir. Tedaviden sonra hastaların kaç günde iyileştikleri gruplara göre aşağıdaki gibi saptanmıştır.

<u>1. grup</u>	<u>2. grup</u>	<u>3. grup</u>
12	24	23
10	18	30
7	16	31
6	15	32

Tedavi tekniklerinin etkinlikleri arasında fark olup olmadığını 0.05 anlam düzeyinde test ediniz?

Test hipotezleri,

H_0 : A, B ve C tedavi tekniklerinin etkinlikleri aynıdır.

H_1 : En az bir tedavi tekniği diğerlerinden farklıdır.

şeklinde ifade edilir. $n_1 = n_2 = n_3 = 4$ olduğundan $N = 12$ olacaktır. 12 örnek birime iyileşme sürelerine göre büyüklük sıra sayıları verilirse aşağıdaki R_{ij} değerleri elde edilir.

<u>R_{i1}</u>	<u>R_{i2}</u>	<u>R_{i3}</u>
4	9	8
3	7	10
2	6	11
1	5	12

Gruplara göre sıra sayılarının toplamaları aşağıdadır.

$$R_{.1} = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

$$R_{.2} = 9 + 7 + 6 + 5 = 27$$

$$R_{.3} = 8 + 10 + 11 + 12 = 41$$

$$R_{..} = 10 + 27 + 41 = 78$$

Gruplara göre sıra sayılarına ilişkin ortalamalar aşağıda gösterilmiştir.

$$\bar{R}_{.1} = \frac{10}{4} = 2.5, \quad \bar{R}_{.2} = \frac{27}{4} = 6.75, \quad \bar{R}_{.3} = \frac{41}{4} = 10.25$$

$$\bar{R}_{..} = \frac{N+1}{2} = \frac{12+1}{2} = 6.5$$

H istatistiğinin değerini daha önce verilen iki formülden birini kullanarak hesaplayabiliriz. Buradan,

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c n_j \left(\bar{R}_{.j} - \frac{N+1}{2} \right)^2$$

$$H = \frac{12}{12(12+1)} \left[4(2.5 - 6.5)^2 + 4(6.75 - 6.5)^2 + 4(10.25 - 6.5)^2 \right] = 9.269$$

değeri elde edilir. $n_1 = n_2 = n_3 = 4$ iken Ek Tablo 4'ten $(H \geq 7.538) = 0.011$ olarak tesbit edilir. $P(H \geq 9.269)$ değeri 0.011'den daha küçüktür. Bu nedenle 0.05 anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezi reddedilir. Tedavi teknikleri etkinliklerinin aynı olmadığına karar verilir.

2.6.2. Ki-kare Dağılımına Yaklaşım

$c = 3$, $n_j > 5$ ve $c > 3$, $n_j \geq 5$ olduğunda H istatistiğinin örneklem dağılımının tesis edilmesi çok fazla işlem gerektirir. Bu durumda H istatistiğinin örneklem dağılımının nasıl tesis edildiğini izah etmeye çalışalım. Daha önce belirtildiği gibi H testi için veri tablosu Tablo 2.1'de sunulmuştur.

Veri tablosundaki R_{ij} değerlerinin sıra sayıları olduğunu ve 1, 2, ..., N değerlerini aldığını daha önce belirtilmişti. Şimdi de, R sıra sayısı olmak üzere bu değişkene ilişkin beklenen değer (ortalama) ve varyansı elde edelim.

$$R_{ij} = 1, 2, \dots, N$$

$$E(R) = \left(\sum_{i=1}^N i \right) / N$$

$$\sum_{i=1}^N i = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$E(R) = \frac{N+1}{2}$$

Görüldüğü gibi R değişkenine ilişkin ortalama (beklenen değer) $(N+1)/2$ olarak elde edilir.³⁷ Şimdi de R değişkenine ilişkin varyansı hesaplayalım.

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^N [i - E(R)]^2 / N$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{i=1}^N \left(i - \frac{N+1}{2}\right)^2 / N = \frac{\sum_{i=1}^N i^2}{N} - \left(\frac{N+1}{2}\right)^2$$

$$\sum_{i=1}^N i^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

Yukarıdaki değeri varyans formülünde yerine koyalım.

$$\sigma_R^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)/6}{N} - \left(\frac{N+1}{2}\right)^2 = \frac{N^2 - 1}{12}$$

R değişkenine ilişkin varyans, $(N^2-1)/12$ 'dir.³⁸

Varyansı bilinen bir anakütleden iadesiz olarak n_j tane örnek birimi seçip $\bar{R}_j$ istatistiği hesaplandığında, $\bar{R}_j$ istatistiğinin varyansı aşağıdaki eşitlikten elde edilir.

$$\sigma_{\bar{R}_j}^2 = \frac{N - n_j}{N - 1} \left(\frac{\sigma_R^2}{n_j} \right)$$

σ_R^2 değeri $\sigma_{R_j}^2$ formülünde yerine konursa,

$$\sigma_{\bar{R}_j}^2 = \frac{N - n_j}{N - 1} \left(\frac{(N^2 - 1)/12}{n_j} \right) = \frac{(N - n_j)(N + 1)}{12n_j}$$

değeri bulunur. Şimdi de $E(\bar{R}_j^2)$ değerini hesaplayalım.

$$E(\bar{R}_j) = E \left[\left(\sum_{i=1}^{n_j} R_{ij} \right) / n_j \right]$$

³⁷ GAMGAM, a.g.e., s.114.

³⁸ WILLIAM H. KRUSKAL, "A Nonparametric Test For The Several Sample Problem," Annals of Mathematical Statistics, (23), 1952, s.534.

$$E(\bar{R}_{ij}) = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} E(R_{ij})$$

$$E(\bar{R}_{ij}) = \frac{1}{n_j} n_j \left(\frac{N+1}{2} \right) = \frac{N+1}{2}$$

n_j değeri yeteri kadar büyükse, $\bar{R}_j$ istatistiğinin örnekleme dağılımı **merkezi limit teoremine** göre normal dağılıma yaklaşır.

$$\bar{R}_j : N \left(\frac{N+1}{2}, \frac{(N+1)(N-n_j)}{12n_j} \right)$$

Bu durumda Z_j standart normal değişkeni aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$Z_j = \frac{\bar{R}_j - [(N+1)/2]}{\sqrt{\frac{(N+1)(N-n_j)}{12n_j}}}$$

Bu durumda Z_j^2 , serbestlik derecesi 1 olan χ^2 dağılımına sahiptir. Z_j standart normal değişkenleri birbirlerinden bağımsız değildir. Çünkü N tane birim içinden n_j tanesi tesadüfi olarak iade edilmeden seçildiğinde, daha sonrakilerin seçimi öncekilere bağımlıdır. Bunun sonucu olarak Z_j^2 istatistiklerini toplayarak χ^2 istatistiğini elde edemeyiz. Fakat Kruskal, Z_j^2 istatistiklerinin $(N-n_j)/N$ terimi ile çarpımlarının toplamının serbestlik derecesi $c-1$ olan χ^2 istatistiğine yaklaştığını göstermiştir.

$$\sum_{j=1}^c Z_j^2 \left(\frac{N-n_j}{N} \right) = \sum_{j=1}^c \frac{\left(\bar{R}_j - \frac{N+1}{2} \right)^2}{[(N+1)(N-n_j)]/12n_j} \left(\frac{N-n_j}{N} \right)$$

$$\frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c n_j \left(\bar{R}_j - \frac{N+1}{2} \right)^2 \approx X_{c-1}^2$$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c n_j \left(\bar{R}_j - \frac{N+1}{2} \right)^2$$

$$H \approx \chi^2_{c-1}$$

Bu yüzden, $c \geq 3$ ve $n_j \geq 5$ olması durumunda H istatistiğinin örnekleme dağılımı, serbestlik derecesi $c-1$ olan χ^2 dağılımına yaklaşır.³⁹ Konuyu bir örnek yardımıyla açıklığa kavuşturalım.

Örnek 2-3: Tesadüfi olarak seçilen 25 parsel yine tesadüfi olarak 4 gruba ayrılmıştır. Gruplarda sırasıyla 5, 7, 6 ve 7 parsel bulunmaktadır. Her grubu farklı ayçiçek tohumu ekilmiş ve hasat mevsimi sonunda alınan verim (kg) aşağıda verilmiştir.

<u>1.grup</u>	<u>2. grup</u>	<u>3. grup</u>	<u>4. Grup</u>
200	182	210	219
160	174	195	217
140	142	220	230
145	150	215	250
180	166	204	202
	168	193	240
	171		245

Ayçiçek türlerinin verimleri arasında fark olup olmadığını 0.05 anlam düzeyinde test ediniz?

H_0 : Gruplar itibariyle ayçiçek türlerinin verimleri aynıdır.

H_1 : En az bir grup ayçiçek türü diğerlerinden farklıdır.

$n_1 = 5$, $n_2 = 7$, $n_3 = 6$ ve $n_4 = 7$ olduğundan $N = 25$ olacaktır. 25 örnek müşahedeyi büyüklük sıra sırasına göre küçükten büyüğe doğru sıralayıp sıra değerleri verdikten sonra orijinal müşahade değerlerinin yerine bunların sıra değerleri yazılırsa aşağıdaki R_{ij} değerler elde edilir.

³⁹ GAMGAM, a.g.e., s.113-117.

R_{ij}	R_{i2}	R_{i3}	R_{i4}
14	11	17	20
5	9	13	19
1	2	21	22
3	4	18	25
10	6	16	15
33	7	12	23
	8	97	24
	47		148

Gruplara göre sıra sayılarına ilişkin ortalamalarda aşağıdadır.

$$\bar{R}_{.1} = 6.6, \quad \bar{R}_{.2} = 6.71, \quad \bar{R}_{.3} = 16.17, \quad \bar{R}_{.4} = 21.14,$$

$R_{.j}$ değerleri tamsayı olmadığından hesaplama formülünü kullanmak daha uygun olacaktır.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c \frac{R_{.j}^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$H = \frac{12}{25(26)} \left(\frac{33^2}{5} + \frac{47^2}{7} + \frac{97^2}{6} + \frac{148^2}{7} \right) - 3(25+1) \Rightarrow H = 18.57$$

$c = 4$ ve $n_j \geq 5$ olduğundan $H \approx \chi_{c-1}^2$ yaklaşımı kullanılabilir. Bu nedenle test istatistiği serbestlik derecesi 3 olan χ^2 istatistiği olacaktır. %5 önem seviyesi ve 3 serbestlik derecesine göre Ek Tablo 5'ten bulunacak kritik ki-kare değeri 7.815'tir. Hesaplanan 18.57'lik test istatistiği kritik ki-kare değerinden büyük olduğu için 0.05 anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezi reddedilir. Ayçiçek türlerinin verimlerinin aynı olmadığına karar verilir.

2.7. Bağlı Değerlerin Düzeltilmesi

Birbirine eşit müşahedeler ya da ölçme aracının yeteri kadar hassas olmaması gibi nedenlerle aynı (bağlı) değerli müşahedelerin meydana gelmesi kaçınılmazdır. Birbirine müşahedelerin olması durumunda H testinin kullanılabilmesi için iki farklı yol vardır. Bunlardan birincisinde, aynı değerli müşahedelere, almaları gereken büyüklük sıra sayıları tesadüfi olarak verilir. Ancak bu birinci yol uygulamada pek

kullanılmamaktadır. İkinci yol ise, aynı değerli müşahedelere almaları gereken büyüklük sıra sayılarının ortalamasının verilmesidir.⁴⁰ Bu tekniği bir örnek yardımıyla açıklamaya çalışalım.

Örnek 2-4: Üç örnek grubundaki örnek birimlerinin bağımlı değişken bakımından aldıkları değerler aşağıdaki gibi olsun.

<u>1.grup</u>	<u>2. Grup</u>	<u>3. Grup</u>
$X_{11} \rightarrow 10$	$X_{12} \rightarrow 27$	$X_{13} \rightarrow 14$
$X_{21} \rightarrow 14$	$X_{22} \rightarrow 27$	$X_{23} \rightarrow 20$
$X_{31} \rightarrow 40$	$X_{32} \rightarrow 70$	
$X_{41} \rightarrow 27$		

En küçük değerli örnek birimi X_{11} 'dir. Bu nedenle R_{11} değeri 1 olacaktır. 14 değerli iki örnek birimi X_{21} ve X_{13} olduğundan bunlara ortalama sıra sayısı verilmelidir. $(2+3)/2 = 2.5$ 'tir. Eğer bu değerler farklı olsalardı 2 ve 3 sıra sayılarını alacaklardı. Dolayısıyla R_{21} ve R_{13} , 2.5 sıra sayılarını alacaklardır. Diğer örneklerde benzer şekilde yapıldıktan sonra $N = 9$ örnek birimine ilişkin büyüklük sıra sayıları aşağıdaki gibi olur.

<u>1. grup</u>	<u>2. Grup</u>	<u>3. Grup</u>
$R_{11} \rightarrow 1$	$R_{12} \rightarrow 6$	$R_{13} \rightarrow 2.5$
$R_{21} \rightarrow 2.5$	$R_{22} \rightarrow 6$	$R_{23} \rightarrow 4$
$R_{31} \rightarrow 8$	$R_{32} \rightarrow 9$	
$R_{41} \rightarrow 6$		

Aynı değerli müşahedelere ortalama sıra sayısının verilmesi, H istatistiğinin beklenen değerini etkilemezken varyansın küçülmesine neden olur.

Kruskal, aynı değerli müşahedelere ortalama sıra sayısı verilmesi nedeniyle varyansın küçülmesinin H istatistiğinin örnekleme dağılımı üzerine olan etkisinin bir

⁴⁰ GAMGAM, a.g.e., s.126.

düzeltilme faktörü ile ortadan kaldırılabilceğini göstermiştir. Söz konusu düzeltilme faktörü,

$$DF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^s T_i}{N^3 - N}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Formülde, $T_i = (t_i - 1) t_i (t_i + 1) = t_i^3 - t_i$ 'dir. t_i , bağlı değer grubundaki bağlı değer sayısıdır. Böylece test istatistiği,

$$H_D = \frac{H}{1 - \sum_{i=1}^s T_i / (N^3 - N)}$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Düzeltilmesiz H değeri, α anlam düzeyinde anlamlı ise H_D değerini hesaplamaya gerek yoktur.⁴¹ Bu durumu bir önceki örnek üzerinde açıklayalım.

Örneğimizde aynı değerli müşahedelere ortalama sıra sayıları verilmiş ve aşağıdaki veriler bulunmuştur.

<u>1. grup</u>	<u>2. Grup</u>	<u>3. Grup</u>
1	6	2.5
2.5	6	4
8	9	
6		
<u>17.5</u>	<u>21</u>	<u>6.5</u>

H değeri,

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

formülü ile

⁴¹ DANIEL, a.g.e., s. 293-254.

$$H = \frac{12}{9(10)} \left(\frac{17.5^2}{4} + \frac{21^2}{3} + \frac{65^2}{2} \right) - 3(9+1) \Rightarrow H = 2.625$$

olarak elde edilir. Buradan düzeltme faktörünü hesaplamamız gerekmektedir. 14 değerli iki örnek birimi ve 27 değerli üç örnek birimi vardır. Bu nedenle $t_1 = 2$ ve $t_2 = 3$ olacaktır. S değeri 2 olur.

$$\text{Düzeltilme Faktörü} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^s T_i}{N^3 - N}$$

$$T_1 = (t_1 - 1) t_1 (t_1 + 1)$$

$$T_1 = (2 - 1) 2 (2 + 1) = 6$$

$$T_2 = (3 - 1) 3 (3 + 1) = 24$$

$$\text{Düzeltilme Faktörü} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^s T_i}{N^3 - N} = 1 - \frac{6 + 24}{9^3 - 9} = 0.9583$$

H_D değeri,

$$H_D = \frac{2.625}{0.9583} = 2.7392$$

olarak hesaplanır. Ek Tablo 4'e bakılırsa %5 anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezinin kabul edildiği görülür.

2.8. Çoklu Karşılaştırma Teknikleri

H testinin uygulanması sonucu H_0 hipotezi reddedildiğinde, c sayıda faktör düzeyinden hangilerinin aynı, hangilerinin farklı olduğunun belirlenmesi istenir. Uygulamada sık kullanılan on kadar parametrik olmayan çoklu karşılaştırma tekniği vardır. Burada Miller testi ve Dunn testi izah edilecektir.

2.8.1. Miller testi

Miller, çoklu karşılaştırmalarda sıra sayılarının ortalamalarının farkını kullanmaktadır. H istatistiğinin örnekleme dağılımı biliniyorken, $\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j'}$ fark istatistiğinin beklen değerinin ve varyansının bilinmesi eşanlı güven aralığının

oluşturulması için yeterlidir. $\bar{R}_{.j}$ ve $\bar{R}_{.j!}$ istatistikleri hesaplanırken H testinde kullanılan büyüklük sıra sayıları kullanılmalıdır. İkili karşılaştırmalarda kurulacak olan hipotezler,

$$H_0: r_j = r_{j!} \quad j = 1, \dots, c-1$$

$$H_1: r_j \neq r_{j!} \quad j! = (j+1), \dots, c$$

şeklinde yazılabilir. n_j ve $n_{j!}$ hacimli tesadüfi örneklerle ait $\bar{R}_{.j}$ ve $\bar{R}_{.j!}$ istatistikleride,

$$\bar{R}_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} R_{ij}}{n_j} \quad \bar{R}_{.j!} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{j!}} R_{ij!}}{n_{j!}}$$

eşitlikleriyle hesaplanabilir. Faktörün j. düzeyindeki i. örnek büyüklüğüne ait büyüklük sıra sayısı $\bar{R}_{.j}$ 'dir.

H istatistiğinin χ^2_{c-1} istatistiğine yaklaşımındaki işlemler tekrarlanırsa $\bar{R}_{.j}$ ve $\bar{R}_{.j!}$ istatistiklerinin beklenen değerleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E(\bar{R}_{.j}) = \frac{N+1}{2}, \quad E(\bar{R}_{.j!}) = \frac{N+1}{2}$$

$\bar{R}_{.j}$ istatistiğinin varyansı daha önce,

$$\sigma_{\bar{R}_{.j}}^2 = \frac{(N+1)(N-n_j)}{12n_j}$$

şeklinde elde edilmişti. Bu eşitlikten hareketle,

$$\sigma_{\bar{R}_{.j}}^2 = \frac{N(N+1)}{12n_j} - n_j \frac{(N+1)}{12n_j} = \frac{N(N+1)}{12n_j} - \frac{(N+1)}{12}$$

yazılabilir. Ayrıca $\bar{R}_{.j}$ ve $\bar{R}_{.j!}$ istatistiklerinin beklenen değerleri ve varyansları biliniyorken $\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}$ fark istatistiğinin beklenen değeri ve varyansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E(\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}) = E(\bar{R}_{.j}) - E(\bar{R}_{.j!}) = \frac{N+1}{2} - \frac{N+1}{2} = 0$$

$$\sigma_{(\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!})}^2 = \sigma_{\bar{R}_{.j}}^2 + \sigma_{\bar{R}_{.j!}}^2 - 2\text{cov}(\bar{R}_{.j}, \bar{R}_{.j!})$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{N(N+1)}{12n_j} - \frac{(N+1)}{12} \right) + \left(\frac{N(N+1)}{12n_{j!}} - \frac{(N+1)}{12} \right) - 2 \left(-\frac{(N+1)}{12} \right) \\
&= \frac{N(N+1)}{12n_j} + \frac{N(N+1)}{12n_{j!}} = \frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_{j!}} \right)
\end{aligned}$$

$\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}$ ve $\sigma_{(\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!})}^2$ değerleri ile H istatistiğinin örnekleme dağılımı biliniyorken,

$$|\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}| \leq \sqrt{H_{\alpha, c, (n_1, n_2, n_3)}} \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_{j!}} \right)}$$

şeklindeki eşitsizlik elde edilmiştir. $H_{\alpha, c, (n_1, n_2, n_3)}$ değeri, α , c ve n_j değerlerine bağlı olarak bulunan tablo değeridir.

$j = 1, \dots, (c-1)$, $j! = (j+1), \dots, c$ olmak üzere $H_0: r_j = r_{j!}$ hipotezi doğru iken yukarıdaki $c(c-1)/2$ tane eşitsizliğin sağlanıyor olma olasılığı $1-\alpha$ 'ya eşit ya da daha büyüktür. Bu durumda aşağıdaki eşitsizliğin doğru olması H_0 hipotezinin reddedilmesi gerektiğini ifade eder.

$$\frac{|\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}|}{\sigma_{\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}}} > \sqrt{H_{\alpha, c, (n_1, \dots, n_c)}}$$

$c = 3$ ve $n_j \leq 5$ iken $H_{\alpha, c, (n_1, \dots, n_c)}$ değeri H istatistiğinin örnekleme dağılımına ilişkin Ek Tablo 6' den bulunabilir. Bu durumda karar modeli,

$$\frac{|\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}|}{\sigma_{\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}}} > \sqrt{H_{\alpha, c, (n_1, \dots, n_c)}}$$

şeklinde olacaktır. Şayet $c = 3$, $n_j > 5$ ve $c > 3$, $n_j \geq 5$ olduğunda, H istatistiğinin örnekleme dağılımı χ_{c-1}^2 istatistiğine yaklaştığından karar modeli,

$$\frac{|\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}|}{\sigma_{\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}}} > \sqrt{\chi_{1-\alpha, c-1}^2}$$

şeklinde olacaktır.⁴² Bu testi bir örnek yardımıyla izah edelim.

⁴² GAMGAM, a.g.e., s.129-132.

Örnek 2-5: Aynı hastalığa yakalanmış hastalar içinden 23 hasta tesadüfi olarak seçilmiş ve yine tesadüfi olarak 4 gruba ayrılmıştır. Gruplardaki hasta sayıları, sırasıyla; 5, 6, 5 ve 7'dir. Birinci gruptaki hastalara A, ikinci gruptaki hastalara B, üçüncü gruptaki hastalara C ve dördüncü gruptaki hastalara D tedavisi uygulanmıştır. Hastaların kaç günde iyileştikleri gruplara göre aşağıda verilmiştir.

<u>1.grup</u>	<u>2. grup</u>	<u>3. grup</u>	<u>4. Grup</u>
12	23	31	12
18	19	30	10
20	24	30	12
14	27	36	9
13	30	30	11
	30		7
			6

Sözkonusu tedavi tekniklerinin etkinlikleri arasında fark olup olmadığını 0.05 anlam düzeyinde test ediniz?

Öncelikle tedavi tekniklerinin etkinlikleri arasında fark olup olmadığını belirlemek için H testi yapılması gerekir.

H_0 : Gruplar itibariyle tedavi tekniklerinin etkinlikleri aynıdır.

H_1 : En az bir tedavi tekniğinin etkinliği diğerlerinden farklıdır.

$n_1 = 5$, $n_2 = 6$, $n_3 = 5$ ve $n_4 = 7$ olduğundan $N = 23$ olacaktır. İyileşme sürelerine göre 23 örnek birimine sıra değerleri verilir. $X_{74} = 6$ olduğundan $R_{74} = 1$, $X_{64} = 7$ olduğundan $R_{64} = 2$, ..., ve $X_{43} = 36$ olduğundan $R_{43} = 23$ olacaktır. Bundan başka X_{14} , X_{34} ve X_{11} aynı değerli olduğundan (iyileşme süreleri 12 gündür) $(6+7+8)/3 = 7$ olan ortalama sıra sayısını alacaklardır. Aynı şekilde, X_{52} , X_{62} , X_{23} , X_{33} ve X_{53} aynı değerli (iyileşme süreleri 30 gün) olduklarından $(17+18+19+20+21)/5 = 19$ olan ortalama sıra sayısını alacaklardır. Örnek birimlerine verilen büyüklük sıra sayıları gruplara göre toplu olarak aşağıda verilmiştir.

<u>1. grup</u>	<u>2. grup</u>	<u>3. grup</u>	<u>4. grup</u>
7	14	22	7
11	12	19	4
13	15	19	7
10	16	23	3
9	19	19	5
			2
			1
<u>50</u>	<u>95</u>	<u>102</u>	<u>29</u>

R_j 'lere bağılı olarak H değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$H = \frac{12}{25(25+1)} \left(\frac{50^2}{5} + \frac{95^2}{6} + \frac{102^2}{5} + \frac{29^2}{7} \right) - 3(25+1) \cong 19.42$$

Sözkonusu örnekte aynı değerli (bağılı) müşahedeler bulunduğundan düzeltme teriminin de hesaplanması gerekmektedir.

$$\text{Düzeltilme Terimi} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^s T_i}{N^3 - N}$$

$$T_i = (t_i - 1) t_i (t_i + 1)$$

3 örnek birimi 12 değerini aldığından $t_1 = 3$ ve 5 örnek birimi 30 değerini aldığından $t_2 = 5$ 'tir.

$$T_1 = (3-1)3(3+1) = 24$$

$$T_2 = (5-1)5(5+1) = \frac{120}{144}$$

$$\text{Düzeltilme Terimi} = 1 - \frac{144}{23^3 - 23} = 0.9881$$

$$H_D = \frac{H}{1 - \sum_{i=1}^s T_i / (N^3 - N)} = \frac{19.4154}{0.9881} = 19.6492$$

$c = 4$ ve $n_j \geq 5$ olduğundan $H \approx \chi^2_{c-1}$ yaklaşımı kullanılabilir. Bu nedenle test istatistiği serbestlik derecesi 3 olan χ^2 istatistiği olacaktır. Ek Tablo 5'ten $P(\chi^2_{4-1} \geq 12.838) = 0.0005$ olarak tespit edilir. Bu sebeple 0.05 anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezi reddedilir. Söz konusu tedavi tekniklerinin aynı olmadığına karar verilir. H_0 hipotezi reddedildiğine göre bu durumda çoklu karşılaştırmalara geçilebilir. Amacımız faktör düzeylerini (tedavi tekniklerini) mukayese ederek farklı olanları ortaya çıkarmaktır.

Birinci örnek olarak A ve B tedavi tekniklerinin etkinliklerini 0.05 anlamlılık düzeyinde mukayese edelim. Söz konusu hipotezler,

$$H_0: r_1 = r_2$$

$$H_1: r_1 \neq r_2$$

şeklinde kurulur. Aşağıdaki eşitsizliğin doğru olması durumunda H_0 hipotezi reddedilecektir.

$$\frac{|\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}|}{\sigma_{\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}}} > \sqrt{\chi^2_{1-\alpha, c-1}}$$

j değeri yerine 1 ve $j!$ değeri yerine de 2 indisi kullanılırsa karar modeli aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{|\bar{R}_{.1} - \bar{R}_{.2}|}{\sigma_{\bar{R}_{.1} - \bar{R}_{.2}}} > \sqrt{\chi^2_{1-\alpha, c-1}}$$

$R_{.1} = 50$ ve $R_{.2} = 95$ olarak H testinde hesaplanmıştır.

$$\bar{R}_{.1} = \frac{50}{5} = 10.00$$

$$\bar{R}_{.2} = \frac{95}{6} = 15.83$$

olur. Buradan standart hata,

$$\sigma_{\bar{R}_1 - \bar{R}_2} = \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_{jl}} \right)} = \sqrt{\frac{23(23+1)}{12} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)} = 4.11$$

olarak hesap edilir. %5 önem seviyesi ve $4-1 = 3$ serbestlik derecesine göre tablo ki-kare değeri 7.815 olarak tespit edilir. Elde edilen değerler eşitsizlikte yerine konulursa,

$$\frac{|10.00 - 15.83|}{4.11} > \sqrt{7.815}$$

$$1.42 > 2.79$$

şeklinde eşitsizliğin doğru olmadığı görülür. Bu sebeple H_0 hipotezi reddedilemez. Dolayısıyla A ve B tedavi tekniklerinin farklı olmadığına karar verilir.

İkinci olarak B ve D tedavi tekniklerinin etkinliklerini 0.05 anlamlılık düzeyinde mukayese edelim. Hipotezler,

$$H_0: r_2 = r_4$$

$$H_1: r_2 \neq r_4$$

şeklinde kurulur. Karar modeline ilişkin eşitsizlik,

$$\frac{|\bar{R}_2 - \bar{R}_4|}{\sigma_{\bar{R}_2 - \bar{R}_4}} > \sqrt{\chi^2_{1-\alpha, c-1}}$$

şeklinde tespit edilir. $R_2 = 9$ ve $R_4 = 29$ olarak daha önceden hesaplanmıştı. Buradan,

$$\bar{R}_2 = \frac{95}{6} = 15.83$$

$$\bar{R}_4 = \frac{29}{7} = 4.14$$

değerleri elde edilir. Standart hata ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\sigma_{\bar{R}_2 - \bar{R}_4} = \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_4} \right)} = \sqrt{\frac{23(23+1)}{12} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7} \right)} = 3.77$$

Bulunan bu değer eşitsizlikte yerine yazılırsa,

$$\frac{|15.83 - 4.14|}{3.77} > \sqrt{7.815}$$

$$3.10 > 2.79$$

sonucu elde edilir. Eşitsizlik doğru çıktığından H_0 hipotezi reddedilir. Yani B ve D tedavi tekniklerinin etkinliklerinin farklı olduğuna karar verilir. $c = 4$ olduğundan

ikili karşılaştırmaların sayısı $4(3)/2 = 6$ 'dır. Diğer karşılaştırmalar da benzer şekilde hesap edilerek birbirinden farklı olan tedavi teknikleri ortaya çıkarılır.

2.8.2. Dunn testi

Bu çoklu karşılaştırma tekniği uygulanırken denemedeki hata oranı olarak bilinen kavram kullanılır. Çoklu karşılaştırma yapmada ihtiyatlı yaklaşımı temsil eden denemedeki hata oranı anakütleler arasında farklılık olmadığını iddia eden sıfır hipotezi doğru iken $1 - \alpha$ güven seviyesinde yalnızca doğru karar verme ihtimalidir.

Sözkonusu prosedür uygulanırken ilk önce her bir örnek için sıra değerleri ortalaması hesaplanır. $\bar{S}_i$, i inci örnekteki sıra değerleri ortalamasını temsil ederken, $\bar{S}_j$, j inci örnekteki sıra değerleri ortalamasını temsil etsin. Daha sonra normal önem seviyesi α ' ya benzeyen denemedeki α hata oranı seçilir. Denemedeki α hata oranı örnek sayısını gösteren k değeri ile kısmen ilişkilidir. k adet örnek sözkonusu iken karşılaştırılacak $k(k-1)/2$ örnek çifti var demektir. Mesela, elimizde 4 örnek bulunuyorken, karşılaştırılabilecek $4(3)/2 = 6$ örnek çifti var demektir. Denemedeki α hata oranı ile çoklu karşılaştırmalar yaparken, basit karşılaştırma prosedürlerinde olduğundan daha büyük bir α değeri seçilir. Mesela, örnek sayısı k'ya bağlı olarak 0.15, 0.20 ve hatta 0.25 gibi α değerleri seçilebilir.

Daha sonra Ek Tablo 7'den, sağındaki alanın $\alpha/k(k-1)$ olduğu Z değeri bulunur. Nihayet,

$$|\bar{S}_i - \bar{S}_j| \leq Z_{(1-[\alpha/k(k-1)])} \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

eşitsizliği belirlenir. Burada N değeri birleştirilen bütün örneklerdeki müşahede sayısıdır. H_0 hipotezi doğru iken bütün ortalama çiftleri için birinci formüldeki eşitsizliğin karşıladığı ihtimal en az $1-\alpha$ 'dır.

Örnek hacimleri eşit olduğunda eşitsizlik,

$$|\bar{S}_i - \bar{S}_j| \leq Z_{(1-[\alpha/k(k-1)])} \sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$$

şekline dönüşür. Herhangi bir $|\bar{S}_i - \bar{S}_j|$ farklılığı yukarıdaki formülün sağ tarafındaki değerden büyükse, bu farklılık α önem seviyesinde anlamlıdır.

Farklılıkların yönü sonuçları mukayese ederken muhakkak göz önünde bulundurulmalıdır. Zira, sözkonusu prosedürü izlenirken, standart normal dağılım eğrisinin her iki ucunda eşit hacimli iki alan tarif edilir. k adet örnekten elde edilen verileri analiz edilirken, α 'yı mümkün olabilecek fark çiftleri sayısını ifade eden $k(k-1)/2$ ifadesine değil de $k(k-1)$ 'e bölünmesinin sebebi budur.⁴³ Şimdi bu prosedürü bir örnekle izah edelim.

Örnek 2-6: Bir önceki örneği şimdi de Dunn testi yardımıyla çözelim. Söz konusu örnek H testi ile analiz edilmiş ve $P(\chi_3^2 \geq 12.838) = 0.0005$ olarak tespit edilmiştir. Bu sebeple 0.05 anlamlılık düzeyinde H_0 hipotezi reddedilmişti. Sözkonusu tedavi tekniklerinin etkinliklerinin aynı olmadığına karar verilir. H_0 hipotezi reddedildiğine göre bu durumda çoklu karşılaştırmalara geçilebilir. Amacımız faktör düzeylerini (tedavi tekniklerini) mukayese ederek farklı olanları ortaya çıkarmaktır.

Farklılığın yerini tespit etmek için yapılacak muhtemel bütün karşılaştırmalarda $\alpha = 0.15$ 'lik hata oranını seçeceğiz. Elimizde $k = 4$ örnek vardır. Dolayısıyla, $4(3)/2 = 6$ adet karşılaştırma yapılabilecektir. Normal eğrinin iki ucunda kalan alanlardan her biri $\alpha/k(k-1) = 0.15/4(3) = 0.0125$ 'dir. Ek Tablo 6 yardımıyla, sağındaki alanın 0.0125'e eşit olduğu değer 2.24 olarak elde edilir.

Dört örneğe ait sıra ortalaması ise $\bar{S}_1 = 10$, $\bar{S}_2 = 15.8$, $\bar{S}_3 = 20.4$ ve $\bar{S}_4 = 4.1$ şeklindedir.

I. Grup ile II. Grubun karşılaştırması için, birinci formülün sağ tarafı kullanılarak,

$$2.24 \sqrt{\frac{25(25+1)}{12} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)} = 10.04$$

değeri elde edilir. $|10 - 15.8| = 5.8$ değeri 10.04' den büyük olduğu için bu karşılaştırma önemli bulunmuştur. I. ve II. Grup tedavi tekniklerinin aynı olmadığı görülmektedir.

⁴³ DANİEL, a.g.e., s. 266-268.

I. Grup ile III. Gruplar karşılaştırılırken,

$$2.24 \sqrt{\frac{25(25+1)}{12} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right)} = 10.44$$

değeri bulunur. $|10 - 20.4| = 10.4$ değeri 10.44' den küçük olduğu için I. ve III. Grup tedavi teknikleri arasında fark görülememiştir. Aynı mantıktan hareketle diğer karşılaştırmalar da yapılabilir.



III. BÖLÜM

NORMAL SKOR TESTLERİ

Üç veya daha fazla bağımsız örnekten alınan verileri kullanarak analiz yapıldığında bulunan örnek farklılıklarının anakütledeki gerçek farklılıkları netice verip vermediğine ve aynı anakütleden alınan tesadüfi örnekler arasında basit şans değişmelerinin olup olmadığına karar vermek için genellikle F testine dayanan varyans analizi prosedürü kullanılmakta idi. Ancak sözkonusu prosedüre ait faraziyelerden bir veya daha fazlasının geçerliliğini yitirmesi durumunda parametrik olmayan testlere müracaat edilir. Varyans analizinin parametrik olmayan alternatiflerinden en çok kullanılanı Kruskal-Wallis testidir. Bununla birlikte güç ve etkinliği bakımından Kruskal-Wallis testine güçlü bir alternatif olabilecek normal skor testleri vardır. Normal skor testleri genelde, örneklerin normal olmayan anakütlelerden çıkarıldığı durumlarda Kruskal-Wallis testinden asimtotik olarak daha etkin olmaktadır. Kruskal ve Wallis, küçük örnek hacimleri durumunda sıra değerlerinin yerine normal değerlere dönüştürülmüş müşahade değerlerini kullanan test istatistiğinin Kruskal-Wallis testinde olduğundan daha hızlı bir şekilde χ^2 dağılımına yaklaştığını savunmuşlardır.

Bu bölümde beklenen normal skorlar ve ters normal skorlar diye adlandırılan iki test usulünü inceleyeceğimiz normal skor testlerinin birkaç farklı tip test prosedürü bulunmaktadır. Bununla birlikte sözkonusu testler prensipte birbirine çok benzemektedir. Bu testlerin hepsi tablo kullanılmadan yapılamayan ve sıra dönüşümlerinden farklı bir dönüşüm gerektiren prosedürlerdir.⁴⁴

3.1. Genel Bilgiler

İki veya daha fazla bağımsız tesadüfi örnekteki müşahadeleri $X_{11}, \dots, X_{1n_1}; X_{21}, \dots, X_{2n_2}; X_{c1}, \dots, X_{cn_c}$ ile gösterirsek bu müşahadelerin $F_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, c$) gibi kümülatif dağılım fonksiyonlu anakütlelerden çekilmiş oldukları farzedilsin. Bu

⁴⁴ BRADLEY James, V., "Distribution-Free Statistical Test," Prentice-Hall, 1968, s.146-147.

örneklerdeki N sayıdaki değerden oluşan her bir örnek sıra düzeninin X_{ij} olduğu ilgili sırasıyla ilişkilendirilir. Sözkonusu sıralar, sıralara ait müşahedelerin özellikleri tesbit edilerek bu müşahedelerin büyüklüğüne göre sıra numaraları vermek suretiyle sıralara karşı gelen değerler ile ilişkilendirilmiştir. Dolayısıyla r_{ij} , i inci örnekteki j inci skorun sıra sayısı olacaktır. $X_{(r_{ij})}$ ise, N sayıdaki müşahedeler örneğinde r_{ij} ile ifade edilen en küçük müşahede değerini gösterir.

Test istatistiği sıralama ölçeği ile ölçülmüş ise, sıralara ait verilerle müşahedelerin tek düzeliği önlenmelidir. Fakat orijinal müşahedeler test istatistiği içerisinde yer almamalıdır. Sıra sayıları orijinal müşahede değerlerinin yerine sıra değeri olarak kabul edilirse, sıraların çekilmiş olduğu dağılımın bir takım farazi dağılımlardan ileri geldiği kabul edilir. Müşahede edilebilir sıraların, standart normal bir dağılımdan $\Phi(x)$ hasıl olan N büyüklüğünün bir tek varsayıma dayanan tesadüfi bir örneğe karşılık geleceğini varsayalım. Şayet r_{ij} değeri bilinirse, hipotetik standart normal dağılımdan çekilen benzer müşahedenin değeri olarak en iyi tahmin, $E[x(r_{ij})]$ beklenen normal sıra istatistiği olacaktır. $E[x(r_{ij})]$ istatistiği, standart normal dağılımdan çekilen N hacimli örnekteki r_{ij} inci en küçük müşahedenin beklenen değeridir. Eğer r_{ij} inci en küçük müşahede değeri N hacimli örnekten tekrarlı olarak çekilirse, $E[x(r_{ij})]$ ortalama olarak x 'in beklenen değeri olur. Böylece standart normal dağılım olan $F_i(x)$ 'den çekilen N sayıda müşahade setinin bilinmeyen $F_i(x)$ dağılımından çekilen örneklerden elde edilen sıra değerlerinden oluştuğu faraziyesi altında, müşahade edilen r_{ij} sıraları $\Phi(x)$ 'e karşı gelen beklenen normal sıra istatistikleri olan $E[x(r_{ij})]$ 'in yerine yazılır. $E[x(r_{ij})]$ ile ifade edilen değerler benzer beklenen normal sıra istatistiğine göre formüldeki yerine konulur.

Beklenen normal sıra istatistiklerindeki benzer sebeplerden dolayı ters normal dağılım kullanılarak sözkonusu istatistiğe uygulanır. Daha önce ifade edildiği gibi r_{ij} , i inci örnekteki j inci müşahedenin sıra sayısını gösterir. $\Phi(x)$ 'nin değeri mutlaka $0 < \Phi(x) < 1$ gibi bir aralıkta olduğu için, bitiş noktaları ile işaretlenen $N+1$ eşit hacimli ikincil aralıklara bölünebilir.

$$\frac{0.1}{(N+1)}, \frac{2}{(N+1)}, \dots, \frac{(N-1)}{(N+1)}, \frac{N}{(N+1)}, 1.$$

r_{ij} ile ifade edilen sıraların 1, 2, ..., (N-1), N değerlerini aldığı farzedilsin. Bundan dolayı bütün r_{ij} değerleri için $\Phi(x^{(rij)}) = r_{ij}/(N+1)$ bulmak suretiyle bu alt kısım elde edilebilir.

Şayet $\Phi(x^{(rij)}) = r_{ij}/(N+1)$ ise, şu halde $\alpha(r_{ij}) = \Phi^{-1} [r_{ij}/(N+1)]$ 'dir. Böylece N sayıdaki normale dönüştürülmüş skorlar; $(X^{(rij)}) = \Phi^{-1} [r_{ij}/(N+1)]$ ters normal dağılımından elde edilir. Bu sayıların sıra değerleri gerçek müşahade değerleri gibidir. Bilinmeyen dağılımlardan çekilen müşahadeler veya bu müşahadelerin sıraları aynı sıra değerine sahip olan normale dönüştürülmüş müşahadelerle yer değiştirilir. Bu şekilde yapılan işlemler sonucunda sözkonusu değerler elde edilir.

3.2. Test Hipotezleri

C anakütlesinin stokastik eşitlik hipotezi;

$$H_0 = F_1(x) = F_2(x) = \dots = F_c(x)$$

$$H_1 = F_i(x) \neq F(x - \delta_i)$$

şeklinde ifade edilir. Buradaki hiçbir δ_i değeri aynı/eşit değildir.

3.3. Bağlı Değerlerin Düzeltilmesi

Dağılım fonksiyonlarına ait sıfır hipotezi, örneklerin sürekli dağılımından çekilmiş olduğu anlamına gelir. Bu faraziye bağlı skorların oluşmasını engeller. Bununla beraber bu bölümde vereceğimiz örneklerde de görüldüğü gibi aynı sırayı paylaşan çok sayıda değer müşahade edilebilir. Bağlı değerlerin düzeltilmesi için parametrik olamayan istatistik tekniklerde yaygın olarak kullanılan iki prosedür genel kabul görmüştür. Birinci yöntem, aynı değere sahip müşahadelere almaları gereken büyüklük sıra sayılarının tesadüfi olarak verildiği tesadüfi çözülme prosedürüdür. Diğeri ise, aynı değere sahip müşahadelere almaları gereken büyüklük sıra sayılarının ortalama değerinin verilmesi prosedürüdür. Bu metotlardan ikincisi daha çok kabul görmüştür.

3.4. Test İstatistiği

$E[x(r_{ij})]$ ve $\Phi^{-1}[r_{ij}/(N+1)]$ ifadelerine dayanan test istatistikleri asimtotik olarak denk ve yapısal olarak da aynıdır. Bu nedenle bir tek türev almak her iki test

istatistiğinin elde edilmesi için de yeterli olacaktır. Beklenen normal sıra istatistiği için, $w_{ij} = E[x(r_{ij})]$ formülünü ve ters normal sıra istatistiği için, $W_{ij} = \Phi^{-1}[r_{ij}/(N+1)]$ formülünü yazalım.

$w_{i.} = \sum_j w_{ij} / n_i$ olduğu düşünülürse, $\sum_i \sum_j \Phi^{-1}[r_{ij}/(N+1)] = 0$ iken, $\sum_i \sum_j E[x(r_{ij})] = 0$ olduğundan dolayı; $w_{..} = \sum_i \sum_j w_{ij} / N = 0$ olmaktadır. Bu nedenle; $\sum_i \sum_j (w_{ij} - w_{..})^2 = \sum_i \sum_j w_{ij}^2$ tespit edilen N için sabit olup, $\sum_i n_i (w_{i.} - w_{..})^2 = \sum_i n_i w_{i.}^2$ 'dir.

Eşit örnek hacimlerine (n) dayanan ortalama normal skorlar için,

$$E(w_{i.}) = \sum_j \frac{E(w_{ij})}{n} = 0$$

ve

$$\text{var}(w_{i.}) = \frac{1}{n^2} \left\{ \sum_j \text{var}(w_{ij}) + \sum_j \sum_{\substack{m \\ j \neq m}} \text{cov}(w_{ij}, w_{im}) \right\} = \frac{\sum_i \sum_j w_{ij}^2}{nN} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

olduğu ispatlanabilir.

Şayet sınırlı anakütle düzeltilmesi ihmal edilir ve eşit örnek hacim sınırlaması azaltılırsa,

$$\text{var}(w_{i.}) = \sum_j \frac{w_{ij}^2}{n_i N}$$

olur. $\sum_i \sum_j (w_{ij} - w_{..})^2$ ifadesi bütün içerisinde gösterilirse,

$$\sum_i \sum_j (w_{ij} - w_{i.})^2 = \sum_i \sum_j (w_{ij} - w_{..})^2 + \sum_i n_i (w_{i.} - w_{..})^2$$

olur. Bu nedenle

$$F = \frac{\sum_i n_i (w_{i.} - w_{..})^2 / (c-1)}{\sum_i \sum_j (w_{ij} - w_{..})^2 / (N-c)}$$

şeklinde yazabileceğimiz genel F oranı,

$$\frac{\sum_i n_i (w_{i.} - w_{..})^2}{\sum_i \sum_j (w_{ij} - w_{..})^2} \text{ ve}$$

sonra da

$$\frac{\sum_i n_i (w_{i.} - w_{..})^2}{\sum_i \sum_j w_{ij}^2}$$

ifadesinin artan monoton fonksiyonudur. Son ifadeyi N ile çarparsak,

$$N \frac{\sum_i n_i (w_{i.} - w_{..})^2}{\sum_i \sum_j w_{ij}^2} = \sum_i \frac{w_{i.}^2}{\sum_j w_{ij}^2 / n_i N} = \sum_i \frac{[w_{i.} - E(w_{i.})]^2}{\text{var}(w_{i.})}$$

şeklinde bir istatistik elde ederiz. Bu istatistik, c-1 serbestlik derecesi ile asimtotik olarak χ^2 dağılımına yaklaşır. Bu istatistiği, (N-1)/N ile çarparsak,

$$W = \frac{(N-1) \sum_i n_i w_{i.}^2}{\sum_i \sum_j w_{ij}^2} = \frac{(N-1) \sum_i \left(\frac{\sum_j w_{ij}}{n_i} \right)^2}{\sum_i \sum_j w_{ij}^2}$$

gibi c-1 serbestlik derecesi ile χ^2 dağılımına asimtotik olarak yaklaşan bir başka istatistik elde ederiz. Üzerinden stokastik eşitlik testinin yapılacağı asimtotik olarak denk olan diğer tesadüfi değişkenlere göre W'nin üstünlüğü, sıfır hipotezinin doğruluğu faraziyesi altında $E(W) = E(\text{c-1 serbestlik dereceli } \chi^2) = \text{c-1}$ olmasıdır.

Beklenen normal sıra istatistiği ve ters normal istatistik vasıtasıyla test istatistiği karşı gelen ifadeler sırasıyla,

$$W = \frac{(N-1) \sum_i \left(\sum_j E[x(r_{ij})] \right)^2 / n_i}{\sum_i \sum_j (E[x(r_{ij})])^2}$$

ve

$$W = \frac{(N-1) \sum_i \left[\sum_j \Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2 / n_i}{\sum_i \sum_j \left[\Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2}$$

şeklinde ifade edilir. Bu test istatistiğinin elde edilişi, Kruskal'ın 1952'de ortaya attığı Kruskal-Wallis test istatistiğinin elde ediliş yöntemine benzemektedir.

3.5. Karar Modeli

Hesaplanan test istatistikleri, c-1 serbestlik derecesi ve α önem seviyesine göre Ek Tablo 5'ten elde edilecek kritik ki-kare değeri ile mukayese edilir. Test istatistiği kritik ki-kare değerinden büyük olursa H_0 hipotezi reddedilerek en az iki anakütlenin birbirinden farklı olduğuna karar verilir.⁴⁵

3.6. Normal Skor Dönüşümleri

3.6.1. Beklenen normal skor dönüşümü

Fisher ve Yates'in birlikte yazdıkları klasik istatistik tablolarında, birkaç müşahede setindeki verileri büyükten küçüğe doğru sıralayıp herbir müşahede değerinin yerine sıra değerini yazdıktan sonra bu sıra değerlerini beklenen normal skorlara dönüştürüp müşahede setlerinin merkezi eğilimleri arasında farklılığın olup olmadığını anlamak için bu skorları normal varyans analizi ile test etmişlerdir. Sıra değerlerinden beklenen normal skorları tespit edebilmek için hazırlanan özel tablolar vardır. Bu tablolardan biri Ek Tablo 6'da takdim edilmiştir. Mesela, ortalaması 0 ve varyansı 1 olan normal dağılımdan $N = 5$ hacimli tesadüfi bir örnek çekildiğinde, bu örnekteki en küçük değere 1 numarası ve en büyük müşahedeye 5 sırası verilirse, elimizdeki sıra numaraları Ek Tablo 6 yardımıyla beklenen normal skorlara dönüştürülebilir. Bu şekilde 1, 2, 3, 4 ve 5 sıra değerlerinin yerine, -1.163, -0.495, 0, 0.495, 1.163 beklenen normal skorları yazılabilir.

⁴⁵ Mc SWEENEY Maryeller ve PENFIELD Douglas, "The Normal Scores Test for the c-Sample Problem," *Br.J. Math. Statist. Psychol.*, 22 (1969), s.178-182.

3.6.2. Ters Normal Skor Dönüşümü

N sayıda müşahededden oluşan tesadüfi bir örneğin Z değerlerinden oluşan sürekli bir dağılımdan çekilmiş olduğu farz edilsin. Z_R , örnekteki R inci en küçük Z değeridir. Bu nedenle Z_R 'nin altında bulunan Z anakütlesinin beklenen oranı $R/(N+1)$ olur. Keza bu oran, N sayıda müşahedenin R inci en küçük değerinin altında dağılım gösteren standart normal bir dağılımın oranıdır. Ters normal dönüşüm uygulanırken standart normal bir değişken için alt kuyruk kümülatif ihtimallerinin bir tablosu dikkate alınır, kümülatif ihtimali $R/(N+1)$ olan değişken değeri bulunur ve daha sonra bu değer Z_R değerlerin yerine konur. Örneklenen anakütle standart normal bir dağılıma sahip ise N sayıda müşahedenin R inci en küçük değeri tahmini anakütle kantili yerine geçer.

Eğer, $p = R/(N-1)$, η standart bir değişken, $\Phi(\eta)$ bunun kümülatif dağılımı ve η_p , alt-kuyruk kümülatif ihtimali p olan η 'in değeri olarak tarif edilirse, ters normal dönüşümde Z_R 'nin yerine η_p yazılabilir. Fakat $\Phi(\eta_p) = R/(N-1)$ olduğu için η_p , $\eta_p = \Phi^{-1}[R/(N-1)]$ olarak ifade edilebilir. Eşitliğin sağ tarafındaki işaret, icra edilen işlemi daha açık olarak gösterdiği ve yapılan transformasyonun test karakteristik taşıdığını belirtmesi bakımından η_p ifadesinin yerine kullanılır.

N sınırlı olduğu durumlarda ters normal dönüşüm ve beklenen normal skorlar dönüşümü aynı değildir. η_{NR} , standart normal bir anakütleden çekilmiş N sayıda müşahededden oluşan tesadüfi bir örnekteki R inci en küçük müşahede değerini göstermektedir. $R/(N+1)$, η_{NR} 'nin altında bulunan η 'nin beklenen oranı ve η_p bu orana karşı gelen anakütle kantili iken, E_{NR} , örnek değişken η_{NR} 'nin beklenen değeridir. Bununla beraber N sonsuz olduğunda, E_{NR} etrafındaki η_{NR} 'nin varyansı sıfır olur. Böylece $\eta_{NR} = E_{NR}$ ve $\Phi(\eta_{NR})$ 'nin $R/(N+1)$ etrafındaki varyansı sıfır olur. Bu nedenle N sınırsız olduğunda $\eta_p = E_{NR}$ ve dolayısıyla iki transformasyon aynı olur.

Ters normal dönüşüm prosedürü, beklenen normal skorlar dönüşümü prosedüründen biraz zordur. Beklenen normal skorlar dönüşümünün en önemli avantajı standart normal tabloların kullanımına imkan sağlaması ve E_{NR} tablolarından daha geniş olması ve değerlerin bulunmasını daha kolay sağlamasıdır.

3.7. Tablo Değerlerinin Elde Edilmesi

3.7.1. Beklenen normal skorlar testinde tablo kullanımı

Beklenen normal skorlar testini icra etmeden önce (veya en azından test istatistiğini hesaplamadan önce) Ek Tablo 6’da takdim edilen tabloyu kullanarak orjinal müşahade değerleri beklenen normal skorlara dönüştürülmelidir. Dönüştürme işlemi yapıldıktan ve test istatistiği hesaplandıktan sonra bu bölümde takdim edilen tablolardan biri kullanılarak hesaplanan test istatistiğinin anlamlı olup olmadığı test edilebilir.

Ek Tablo 7, $N = m + n = 6$ (1) 20 ve $n = 2$ (1) $N/2$ için üst kuyruk kümülatif ihtimalleri, 0.001, 0.005, 0.01, 0.025, 0.05, 0.075 ve 0.10’luk α ’ya yakın olan $S = \sum_{i=1}^n E_{NR_i}$ değerlerini vermektedir. Her bir S değerini alt kısmı üst-kuyruk kümülatif ihtimallerini tam olarak vermektedir. S değerlerinin sıfır dağılımı sıfır etrafında simetriktir. Böylece tablolandırılmış S değerleri mutlak (negatif) kritik değerlerdir veya aynı sayısal α değerlerine karşı gelen S ’nin az ötedeki kritik değerleri ve bir alt-kuyruk testi için kesin ihtimal seviyesidir.

S ’nin sıfır dağılımının ortalaması sıfır ve varyansı, $\frac{nm}{N(N-1)} = \sum_{R=1}^N (E_{NR})^2$ ’dır.

N sonsuza doğru büyüdükçe dağılım normale yaklaşır ve N sonsuz iken normale dönüşür fakat n/N hiçbir zaman sıfır veya 1 olmaz. N değeri verilen tabloları kullanamayacak kadar büyük olursa S için yaklaşık ihtimal seviyeleri tespit etmede,

$$\frac{S}{\sqrt{\frac{nm}{N(N-1)} \sum_{R=1}^N (E_{NR})^2}}$$

kritik oranı kullanılabilir. Bu değeri mukayese etmede ortalaması sıfır standart sapması 1 olan standart normal dağılım tabloları kullanılabilir. Bununla birlikte daha iyi yaklaşım

$$t_{N-2} \cong \frac{\sqrt{(N-2)S^2}}{\sqrt{\frac{nm}{N} \sum_{R=1}^N (E_{NR})^2 - S^2}}$$

ile gerçekleştirilebilir. Bu test istatistiğini karşılaştırmada N-2 serbestlik derecesine göre ihtimal seviyelerini veren t dağılımı tabloları kullanılabilir.⁴⁶

3.7.2. Ters Normal Skor Dönüşümünde Tablo Kullanımı

N adet müşahede küçükten büyüğe doğru sıralanarak 1'den N'e kadar sıra numarası verilir. X_{ij} müşahedelerinin sırası $R(x_{ij})$ sembolü ile ifade edilir. Sıra değerleri orijinal müşahede değerlerinin yerine yazılır. Daha sonra her bir sıra değeri (N+1) ifadesine bölünür. Değerleri elde ederken virgülden sonra üç basamak yürütülmelidir. Bu şekilde elde edilen $R(x_{ij})/(N+1)$ değerlerine karşı gelen normal skorları bulmada Ek tablo 7 kullanılabilir. Bu değerler A_{ij} simgesiyle gösterilir.

Nihayet k adet örneğin her biri için

$$\bar{A}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} A_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

formülü yardımıyla ortalama skorlar elde edilir. Bu normal skorların varyans ise,

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{\substack{\text{Tüm} \\ \text{Skorlar}}} A_{ij}^2$$

eşitliği ile elde edilir. Bağlı değer olsun olmasın genel ortalama prensipte sıfıra eşit olacağı için varyansın hesaplanışında genel ortalama dikkate alınmayabilir.⁴⁷

Aşağıda verilen iki örnekten birincisinde ters normal skor dönüşümü prosedürü incelenecektir. İkinci örnekte ise hem Van der Wearden ters normal skor testinin hem de Terry-Hoeffding beklenen normal skorlar testinin uygulaması tanıtılacaktır.

Örnek 3-1: Dört çeşit mısır yetiştirme tekniğinin birbirinden farklı sonuçlar sağlayıp sağlamadığını merak eden bir araştırmacı bu metotların her biri ile elde ettiği sonuçları Tablo 3-1'dekine benzer bir tabloda göstermiştir. Buna göre bu dört metod arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını 0.05 anlam seviyesinde Van der Wearden ters normal skor testi ile test edelim.

⁴⁶ BRADLEY James, V., a.g.e., s.151-152.

⁴⁷ CONOVER, W.J., "Practical Nonparametric Statistics," Newyork, Wiley, 1971, s. 318.

Öncelikle tüm müşahedeler küçükten büyüğe doğru sıralanmış ve müşahede değerlerine sıra değerleri verilmiştir. Birbirine eşit müşahedelere işgal ettikleri sıra numaralarının ortalaması sıra değeri olarak verilmiştir. Artık orijinal müşahede değerlerinin yerine sıra değerlerini yazarak işlemlerimize devam ederiz.

Tablo 3-1: Van der Wearden Örneği İçin Veriler

Metod			(1)			(2)		
			Normal			Normal		
Müşahede	Sıra	Skorlar	Müşahede	Sıra	Skorlar	Müşahede	Sıra	Skorlar
83	11	-0.4845	91	23	0.4043	91	23	0.4043
91	23	0.4043	90	19.5	0.1434	90	19.5	0.1434
94	28.5	0.8927	81	6.5	-0.8927	81	6.5	-0.8927
89	17	-0.0351	83	11	-0.4845	83	11	-0.4845
89	17	-0.0351	84	13.5	-0.2829	84	13.5	-0.2829
96	31.5	1.2816	83	11	-0.4845	83	11	-0.4845
91	23	0.4043	88	15	-0.1789	88	15	-0.1789
92	26	0.6526	91	23	0.4043	91	23	0.4043
90	19.5	0.1434	89	17	-0.0351	89	17	-0.0351
			84	13.5	-0.2898	84	13.5	-0.2898
Ort. Skor		0.3582						-0.1703

Metod			(3)			(4)		
			Normal			Normal		
Müşahede	Sıra	Skorlar	Müşahede	Sıra	Skorlar	Müşahede	Sıra	Skorlar
101	34	1.8957	78	2	-1.5805	78	2	-1.5805
100	33	1.5805	82	9	-0.6526	82	9	-0.6526
91	23	0.4043	81	6.5	-0.8927	81	6.5	-0.8927
93	27	0.7421	77	1	-1.8957	77	1	-1.8957
96	31.5	1.2826	79	3	-1.3658	79	3	-1.3658
95	30	1.0669	81	6.5	-0.8927	81	6.5	-0.8927
94	28.5	0.8927	80	4	-1.2055	80	4	-1.2055
			81	6.5	-0.8927	81	6.5	-0.8927
Ort. Skor		1.1234						-1.1723

Her bir sıra numarası toplam müşahede sayısının bir fazlasına bölünür. Elde edilen değerler Ek Tablo 7 yardımıyla normal skorlara dönüştürülür.

Toplam örnek hacmi, $N = 34$ 'dür. Bu nedenle her bir sıra değeri $N+1 = 35$ 'e bölünür virgülden sonra üç basamak yürütülür. Mesela, ilk müşahede 11 nolu sırayı

işgal etmektedir. Dolayısıyla $11/35 = 0.314$ 'e eşittir. Ek Tablo 7'den 0.314 değerine bakıldığında bu değer -0.4845 gibi bir normal skora karşılık geldiği görülür. Elde edilen tüm değerler Tablo 3-1'de gösterilmiştir.

Söz konusu testi icra edebilmek için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

H_0 : Mısır yetiştirme tekniğinin sözkonusu dört metodunun hepsi birbirinin aynıdır.

H_1 : En az bir metod diğer bir metodlardan farklıdır.

Dağılımın varyansı,

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{\substack{\text{Tüm} \\ \text{Skorlar}}}^{n_i} A_{ij}^2 = \frac{1}{34-1} (27.8751) = 0.8447$$

olarak hesaplanır.

Genelde S^2 değerinin, 1.0'dan daima biraz küçük olması beklenir. Burada test istatistiği,

$$T_1 = \frac{1}{S^2} \sum_{i=1}^k n_i (\bar{A}_i)^2$$

$$T_1 = \frac{1}{0.8447} [9(0.3582)^2 + 10(-0.1703)^2 + 7(1.1234)^2 + 8(-1.1723)^2] = 25.184$$

olarak bulunur. Hesaplanan test istatistiği, $k-1 = 3$ serbestlik derecesi ve %5 önem seviyesine göre Ek Tablo 5'ten bulunacak 7.815 değerinden büyük olduğu için sıfır hipotezi reddedilir. Mısır yetiştirme tekniklerinden en az ikisinin birbirinden farklı olduğunu söyleyebiliriz.

Örnek 3-2: Altı farklı gürültü seviyesine maruz kalan deneklerin çalışma performanslarının birbirinden farklı olup olmayacağını merak eden bir araştırmacı, denekleri tesadüfi olarak altı gruba ayırmış ve her grubun farklı bir gürültü seviyesinde bir işi başarmaları istenmiştir. Performans ölçümleri Tablo 3-2'de gösterilmiştir. Buna göre farklı gürültü seviyelerinde sağlanan çalışma performanslarının birbirinden farklı olup olmadığını 0.05 anlam düzeyinde test ediniz?

Tablo 3-2: Farklı Gürültü Seviyelerinde Elde Edilen Performans Ölçümleri

I	II	III	IV	V	VI
18	28	33	23	13	5
20	30	35	25	15	7
23	33	38	28	18	10
24	34	39	29	19	11
26	36	41	31	16	13
27	37	42	32	22	14
29	39	44	34	24	16
32	42	47	37	27	19
33	43	48	38	28	20
38	48	53	43	33	25

Altı gruptaki veriler bir grupta toplanarak bu verilere sıra numaraları verildiğinde, her grupta bulunan müşahade değerlerinin sıra numaraları aşağıdaki gibi olur. Birbirine eşit müşahadeler durumunda bu müşahadelere işgal ettikleri sıra numaralarının tümü sıra numarası olarak verilmiştir.

Tablo 3-3: Performans Ölçümlerinin Sıra değerleri

I	II	III	IV	V	VI
10,11	27,28,29	36,37,38,39	18,19	5,6	1
14,15	32	42	22,23	8	2
18,19	36,37,38,39	46,47,48	27,28,29	10,11	3
20,21	40,41	49,50	30,31	12,13	4
24	43	51	33	16	5,6
25,26	44,45	52,53	34,35	17	7
30,31	49,50	56	40,41	20,21	9
34,35	52,53	57	44,45	25,26	12,13
36,37,38,39	54,55	58,59	46,47,48	27,28,29	14,15
46,47,48	58,59	60	54,55	36,37,38,39	22,23

Söz konusu testi icra edebilmek için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

H_0 : Altı farklı gürültü seviyeleri için performans ölçümleri birbirine eşittir.

H_1 : En az bir anakütle diğerlerinden farklıdır.

İlk olarak Terry-Hoeffding test prosedürünün uygulamasını izah edelim. Toplam müşahede sayısı $N=60$ idi. Bu sayının yarısı olan 30'a 0.0000 değeri verilir. Daha sonra 30'a kadar olan sıra değerleri için beklenen skorlara negatif, 30'dan büyük sıra değerleri için beklenen skorlar pozitif işaret verilir. Aynı şekilde toplam 60 müşahede değerine ait sıra numaralarını Ek Tablo 6 yardımıyla beklenen normal skorlara dönüştürsek Tablo 3-4'teki beklenen normal skorları elde ederiz.

Tablo 3-4: Beklenen Normal Sıra İstatistikleri

I	II	III	IV	V	VI
-0.9634	-0.1043	0.2960	-0.5225	-1.3764	-2.3193
-0.7252	0.0625	0.4986	-0.3395	-1.1444	-1.9352
-0.5225	0.2960	0.7530	-0.1043	-0.9634	-1.7162
-0.4292	0.4292	0.8991	0.0000	-0.8383	-1.5574
-0.2740	0.5464	0.9966	0.1042	-0.6459	-1.3764
-0.2037	0.6206	1.1060	0.1673	-0.5954	-1.2287
0.0000	0.8991	1.4302	0.4292	-0.4292	-1.0676
0.1673	1.1060	1.5574	0.6206	-0.2097	-0.8383
0.2960	1.2757	1.8257	0.7530	-0.1043	-0.7252
0.7530	1.8257	2.3193	1.2757	0.2960	-0.3395

Beklenen normal sıra istatistiği için kareler toplamı,

$$\sum_i \left(\sum_j E[x(r_{ij})] \right) = 402.0283 \text{ ve } \sum_i \sum_j (E[x(r_{ij})])^2 = 57.3048$$

şeklinde olur. Böylece Terry-Hoeffding test istatistiği,

$$W = \frac{(N-1) \sum_i \left(\sum_j E[x(r_{ij})] \right)}{n \sum_i \sum_j (E[x(r_{ij})])^2} = \frac{59(402.0283)}{10(57.3048)} \Rightarrow W = 41.39$$

olarak hesaplanır.

Van der Weerden test prosedürü özel tabloların kullanımını gerektirmez. Her bir sıra değerini toplam müşahade sayısı olan 60'ın bir fazlasına bölüp elde edilen değerleri Ek Tablo 7'deki standart normal tablosu yardımıyla ters normal skorlara dönüştürebiliriz. Bu şekilde elimizdeki sıra değerleri test normal skorlara dönüştürüldüğünde Tablo 3-5'deki normal skorlar elde edilir.

Tablo 3-5: Ters Normal Sıra İstatistikleri

I	II	III	IV	V	VI
-0.9468	-0.1030	0.2920	-0.5159	-1.3424	-2.1444
-0.7130	0.0627	0.4930	-0.3346	-1.1217	-1.8384
-0.5159	0.2920	0.7407	-0.1030	-0.9468	-1.6546
-0.4235	0.4235	0.8839	0.0000	-0.8242	-1.5063
-0.2715	0.5388	0.9782	0.1030	-0.6372	-1.3224
-0.2070	0.6115	1.08 34	0.1650	-0.5858	-1.2004
0.0000	0.8839	1.3917	0.4235	-0.4235	-1.0450
0.1650	1.0834	1.5063	0.6115	-0.2070	-0.8242
0.2920	1.2467	1.7465	0.7407	-0.1030	-0.7130
0.7407	1.7465	2.1444	1.2467	0.2920	-0.3346

Ters normal sıra istatistikleri için kareler toplamı,

$$\sum_i \left[\sum_j \Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2 = 375.4836 \text{ ve } \sum_i \sum_j \left[\Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2 = 53.1797$$

olarak elde edilir. Bu değerler formülde yerine konulursa Van der Wearden test istatistiği,

$$W = \frac{(N-1) \sum_i \left[\sum_j \Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2}{n \sum_i \sum_j \left[\Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2} = \frac{59(375.4836)}{10(53.1797)} \Rightarrow W = 41.66$$

olarak elde edilir.

Her iki istatistik değeri, $c-1 = 6-1 = 5$ serbestlik derecesi ve %5 önem seviyesine göre Ek Tablo 5'ten elde edilecek 11.07'lik kritik ki-kare değeri ile mukayese edilir. Her iki test istatistiği de 11.07'den büyük olduğu için her iki test ile de H_0 hipotezi reddedilerek en az iki gürültü seviyesindeki performansın birbirinden farklı olduğuna karar verilir.

3.8. Çoklu Karşılaştırmalar

Sıfır hipotezi reddedildiğinde,

$$|\bar{A}_i - \bar{A}_j| > t_{\alpha/2} \sqrt{S^2 \frac{N-1-T_1}{N-k} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

eşitsizliği gerçekleşirse i ve j anakütlelerinin birbirinden farklı olduğunu söyleyebiliriz. Bu eşitsizlikteki $t_{\alpha/2}$ ifadesi, $\alpha/2$ önem seviyesi ve $N - k$ serbestlik derecesine göre Ek Tablo 8'den bulunacak kritik t değeridir. Bu prosedür genellikle bütün i ve j çiftleri için uygulanır. Çoklu karşılaştırmada hangi α değeri kullanılmışsa ikili karşılaştırmalarda da aynı α değeri kullanılır.

3.9. Kruskal-Wallis ve Normal Skor Testlerinin Karşılaştırması

Normal skor test prosedürleri, Kruskal-Wallis testine göre daha zor ve sıkıcıdır. Bundan başka Terry-Hoeffding testi özel olarak hazırlanmış beklenen normal sıra istatistiği tablolarının kullanımını gerekli kılar. Ayrıca, söz konusu test istatistiğinin önem seviyesinin belirlenmesi için küçük örnek tablolarının hazır bulunmaması, c-örnek normal skor testlerinin kullanımı için katlanılacak zahmeti daha da arttırır.

Bütün bu dezavantajlara rağmen normal skor test prosedürleri, varyans analizi faraziyelerinin ihlal edildiği durumlarda veya eldeki verilerin sıralama ölçeği ile ölçülmüş olması durumunda Kruskal-Wallis testinin güçlü bir alternatifidir. Örneklerin normal, üniform ve üslü dağılımlar gibi sık karşılaşılan dağılımlardan çekilmesi durumunda Normal skor testleri, asimtotik olarak en az parametrik varyans analizi kadar etkin ve Kruskal-Wallis testinden daha etkindir.

Normal skor testleri, normallik faraziyesinin bozulmasına ve varyansların homojenliğinin bozulmasına karşı Kruskal-Wallis testinden daha güçlüdür.⁴⁸

⁴⁸ Mc SWEENEY- DOUGLAS, a.g.e., s.186-191.

IV. BÖLÜM

AŞKALE ÇİMENTO FABRİKASINDA ÇALIŞAN DÖRT GRUP İŞÇİNİN GERÇEKLEŞTİRDİKLERİ ÜRETİM MİKTARLARI YÖNÜNDEN KARŞILAŞTIRILMASI

4.1. Problemin Tanıtımı

Erzurum Aşkale Çimento Fabrikası doğu anadolu bölgesinin en büyük işletmelerinden biridir. Bu fabrikada üretim teknolojisinin mahiyetine bağlı olarak günden 24 saat kesintisiz üretim yapılması gerekmektedir. Çünkü üretim durdurulunca fırınlar soğur ve yeniden üretime başlayabilmek için fırınların ısıtılması hem daha fazla zaman hem de daha fazla enerji gerektirmektedir. Üretimin bu karakteristiğinden dolayı fabrikadaki işçiler vardiya usulü çalıştırılmaktadır. Üretim, üç vardiya ile sürdürülmektedir. Bunlar sabah 07.00-15.00, gündüz 15.00-23.00 ve gece 23.00-07.00 vardiyalarıdır. Sözkonusu vardiyalara atanabilecek dört işçi grubu vardır. Üç grup işçi çalışırken bir grup işçi tatil yapmaktadır.

Bu çalışmada vardiyalarda karışık olarak çalışan işçi gruplarının saat başına ürettikleri ortalama çimento miktarları mukayese edilecektir. Sabah, gündüz ve gece vardiyalarında çalışan dört işçi grubunun farklı üretim seviyelerinde çalışmalarına devam ettiklerinden şüphelenilmektedir. Bu yüzden bu çalışmadaki sıfır hipotezi, “İşçi grupları tarafından gerçekleştirilen ortalama üretim miktarları birbirine eşittir.” şeklinde kurulurken alternatif hipotez, “En az iki işçi grubu tarafından gerçekleştirilen ortalama üretim miktarları birbirine eşit değildir.” şeklinde kurulmalıdır.

Sıfır hipotezinin test edilebilmesi için her grubunun gerçekleştirdiği üretim miktarları anakütlesinden $n = 25$ 'er birimlik tesadüfi örnekler alınmıştır. Bu şekilde dört grup işçinin gerçekleştirdiği üretim miktarlarından 25'er birimlik tesadüfi örnekler oluşturulmuş ve Tablo 4-1'de takdim edilmiştir. Bu tablodaki üretim miktarları ton cinsinden verilmiştir.

Tablo 4-1: Dört işçi grubu tarafından gerçekleştirilen üretim miktarları

A	B	C	D
Grubu	Grubu	Grubu	Grubu
İşçiler	İşçiler	İşçiler	İşçiler
85	81	75	79
75	65	79	51
70	73	79	78
89	81	75	58
84	73	82	72
82	84	86	82
88	70	84	67
84	77	85	78
84	64	84	69
86	68	85	56
84	84	80	82
81	73	74	54
79	53	81	82
81	77	81	78
78	84	85	79
79	67	75	74
88	84	78	72
79	88	80	59
79	83	78	61
62	76	81	57
75	76	81	80
75	81	81	76
74	76	82	79
84	77	60	81
78	55	63	76

Tablo 4-1'deki verilere göre dört grup işçinin iş verimleri arasında fark olup olmadığını 0.05 anlam düzeyinde test edelim.

4.2. Problemin Tek-Yönlü Varyans Analizi Yardımıyla Çözümü

Her gruptaki müşahedeleri topladığımızda,

$$T_1 = 2003 \quad T_2 = 1870 \quad T_3 = 1974 \quad T_4 = 1780 \quad \Sigma T_i = 7627$$

elde edilir. Bu değerlerin karesi alındığında,

$$T_1^2 = 4012009 \quad T_2^2 = 3496900 \quad T_3^2 = 3896676 \quad T_4^2 = 3168400$$

$$\sum T_i^2 = 58171129$$

bulunur. $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 25$ olduğundan örnek ortalamaları aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\bar{X}_A = 2003/25 = 80, \quad \bar{X}_B = 1870/25 = 75, \quad \bar{X}_C = 1974/25 = 79$$

$$\bar{X}_D = 1780/25 = 71$$

Buradan GKT, GAKT ve GİKT değerleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 = 85^2 + 75^2 + 70^2 + \dots + 79^2 + 81^2 + 76^2 = 589221$$

$$GKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{T^2}{n(k)} = 589221 - \frac{58171129}{25(4)} = 7509.71$$

$$GAKT = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{T^2}{n(k)} = \frac{14573985}{25} - \frac{58171129}{25(4)} = 1248.11$$

$$GİKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} = 589221 - 582959.4 = 6262.6$$

Yukarıdaki hesaplamalara göre test istatistiğinin elde edilişi Tablo 4-2'de gösterilmiştir.

Tablo 4-2: Örnek uygulama için tek-yönlü varyans analizi tablosu

Varyasyon Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	Test İstatistiği
G. Arası	1248.11	k-1 = 3	416.04	$F = \frac{416.04}{65.24} = 6.38$
Gruplar İçi	6262.60	k(n-1) = 96	65.24	
Toplam	7509.71	n(k)-1 = 99		

%5 önem seviyesi, $v_1 = 3$ ve $v_2 = 96$ serbestlik derecesine göre Ek Tablo 1'den bulunacak değer 2.68'dir. Hesaplanan test istatistiği tablo değerinden büyük olduğu için %5 önem seviyesinde H_0 hipotezi reddedilerek en az iki işçi grubunun yaptıkları ortalama üretim yönünden birbirinden farklı olduğuna karar verilir.

Şimdi, Tukey ve Duncan testleri kullanılarak farklı grupların tespiti üzerinde durulacaktır.

4.2.1. Tukey testi

Yapılan tek-faktör varyans analizi sonucunda örnek ortalamaları,

$$\bar{X}_A = 80, \quad \bar{X}_B = 75, \quad \bar{X}_C = 79, \quad \bar{X}_D = 71$$

olarak elde edilmiş ve söz konusu örnek ortalamaları arasındaki fark önemli bulunmuştur. Aynı verilere ilişkin varyanslar ise, $s_A^2 = 28.89$, $s_B^2 = 80.67$, $s_C^2 = 37.65$ ve $s_D^2 = 124.48$ olarak hesaplanmıştır.

Buradan ortak varyans,

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{k} = \frac{28.89 + 80.67 + 37.65 + 124.48}{4} = \frac{271.69}{4} = 67.92$$

olarak tespit edilir.

$\alpha = 0.05$ önem seviyesi, $k = 4$ örnek sayısı, $N-k = 100-4 = 96$ serbestlik derecesine göre Ek Tablo 2'den q_α değeri 3.69 değeri tesbit edilir. Bu değerler formülde yerine konulduğunda gerçekten önemli fark,

$$\text{GÖF} = q_\alpha \sqrt{\frac{s_p^2}{n}} = 3.69 \sqrt{\frac{67.92}{25}} = (3.69) \cdot (1.65) = 6.09$$

olarak elde edilir. Örnek ortalamalarının ikişerli olarak eşleştirilip fark değerleri elde edildiğinde,

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B = 80 - 75 = 5$$

$$\bar{X}_A - \bar{X}_C = 80 - 79 = 1$$

$$\bar{X}_A - \bar{X}_D = 80 - 71 = 9$$

$$\bar{X}_C - \bar{X}_B = 79 - 75 = 4$$

$$\bar{X}_B - \bar{X}_D = 75 - 71 = 4$$

$$\bar{X}_C - \bar{X}_D = 79 - 71 = 8$$

görüldüğü gibi $(\bar{X}_A, \bar{X}_B)$, $(\bar{X}_A, \bar{X}_C)$, $(\bar{X}_C - \bar{X}_B)$, $(\bar{X}_B, \bar{X}_D)$ ortalamaları arasındaki fark 6.09'u geçmediği için söz konusu örneklerin aynı anakütleye ait

olabileceği söylenebilir. Ancak $(\bar{X}_A, \bar{X}_D)$ ve $(\bar{X}_C, \bar{X}_D)$ örnek ortalamaları arasındaki fark anlamlıdır. Varyans analizi sonucunda bulunan fark büyük ölçüde A grubundan kaynaklanmaktadır.

4.2.2. Duncan testi yardımıyla yapılan çoklu karşılaştırmalar

Daha önce her biri 25 birimden oluşan 4 örneğin ortalaması,

$$\bar{X}_A = 80, \quad \bar{X}_B = 75, \quad \bar{X}_C = 79, \quad \bar{X}_D = 71$$

olarak hesaplanmış ve örnek ilişkin varyanslar ise, $s_1^2 = 28.89$, $s_2^2 = 80.67$, $s_3^2 = 37.65$ ve $s_4^2 = 124.48$ olarak bulunarak ortak varyans 67.92 olarak tesbit edilmişti. Yapılan test işlemleri neticesinde en az bir grup işçinin iş verimi diğer gruplardan farklı olduğuna karar verilmişti.

Öncelikle örnek ortalamalarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

$$\bar{X}_D = 71, \quad \bar{X}_B = 75, \quad \bar{X}_C = 79, \quad \bar{X}_A = 80$$

$\alpha = 0.05$ önem seviyesinde, $N-k = 100-4 = 96$ serbestlik derecesi ve $m = 2$ den $m = k = 4$ 'e kadar m değerleri için standart r_m değerleri Tablo 4-3'e kaydedilir. Ek Tablo 3'ten bulunan standart r_m değerleri,

$$\sqrt{\frac{s_p^2}{n}} = \sqrt{\frac{67.92}{25}} = 1.65$$

değeri ile çarpılarak asgari önemli fark değerleri elde edilip Tablo 4-3'te gösterilmiştir.

Tablo 4-3: Örnek uygulama için Duncan testi değerleri

m	2	3	4
r_m	2.80	2.95	3.05
R_m	4.62	4.87	5.03

$$\bar{X}_A - \bar{X}_C = 80 - 79 = 1$$

$$\bar{X}_C - \bar{X}_B = 79 - 75 = 4$$

$$\bar{X}_B - \bar{X}_D = 75 - 71 = 4$$

$m = 2$ için hesaplanan $R_2 = 4.62$ asgari önemli farkı ile mukayese edilir. Söz konusu üç fark da anlamlı değildir.

$$\bar{X}_A - \bar{X}_B = 80 - 75 = 5$$

$$\bar{X}_C - \bar{X}_D = 79 - 71 = 8$$

$m = 3$ için hesaplanan $R_2 = 4.87$ ile mukayese edilir. Farkların ikisi de anlamlı bulunmuştur. Tukey testi $(\bar{X}_A, \bar{X}_B)$ ortalamaları arasındaki farkı ortaya çıkaramamıştı.

Son olarak,

$$\bar{X}_C - \bar{X}_B = 79 - 75 = 4$$

$m = 4$ için hesaplanan $R_2 = 5.03$ ile mukayese edilir. $(\bar{X}_C - \bar{X}_B)$ ortalamaları arasındaki fark anlamlı bulunamamıştır.

Varyans Analizinin varsayımların gerçekleşmediğini varsayarak söz konusu problemi parametrik olmayan testler yardımıyla çözelim.

4.3. Problemin Kruskal-Wallis Testi Yardımıyla Çözümü

Her biri 25 örnekten oluşan dört gruptaki müşahedeleri küçükten büyüğe doğru sıralayarak sıra değerleri verilir ve bu sıra değerleri orijinal ölçüm değerlerinin yerine yazılırsa Tablo 4-4'deki R_{ij} değerleri elde edilir.

Tablo 4-4: Uygulamadaki verilerin sıra değerleri

<u>A Grubu İşçiler</u>	<u>B Grubu İşçiler</u>	<u>C Grubu İşçiler</u>	<u>D Grubu İşçiler</u>
92.5	65	30.5	53
30.5	14	53	1
18.5	23	53	45
100	65	30.5	7
85	23	74.5	21
74.5	85	95.5	74.5
98	18.5	85	15
85	40	92.5	45
85	13	85	17
95.5	16	92.5	5
85	85	59	74.5

Tablo 4-4'ün devamı

<u>A Grubu İşçiler</u>	<u>B Grubu İşçiler</u>	<u>C Grubu İşçiler</u>	<u>D Grubu İşçiler</u>
65	23	26	3
53	2	65	74.5
65	40	65	45
45	85	92.5	53
53	15	30.5	26
98	85	45	21
53	98	59	8
53	79	45	10
11	36	65	6
30.5	36	65	59
30.5	65	65	36
26	36	74.5	53
85	40	9	65
45	4	12	36

Gruplara göre sıra sayılarının toplamaları aşağıdadır.

$$R_{.1} = 1562.5$$

$$R_{.2} = 1091.5$$

$$R_{.3} = 1469.5$$

$$R_{.4} = 853.5$$

$$R_{..} = 4977$$

Gruplara göre sıra sayılarına ilişkin ortalamalar da aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{R}_{.1} = \frac{1562.5}{25} = 62.5, \quad \bar{R}_{.3} = \frac{1469.5}{25} = 58.78,$$

$$\bar{R}_{.2} = \frac{1091.5}{25} = 43.66, \quad \bar{R}_{.4} = \frac{853.5}{25} = 34.14,$$

$$\bar{R}_{..} = \frac{N+1}{2} = \frac{100+1}{2} = 50.5$$

H istatistiğinin değerini,

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^c \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

formülünü kullanarak,

$$H = \frac{12}{100(100+1)} \left[\frac{1562.5^2}{25} + \frac{1091.5^2}{25} + \frac{1469.5^2}{25} + \frac{853.5^2}{25} \right] - 3(100+1) = 9.99$$

şeklinde elde edebiliriz.

$c = 4$ ve $n_j \geq 5$ olduğundan $H \approx \chi^2_{c-1}$ yaklaşımı kullanılabilir. Bu nedenle test istatistiği serbestlik derecesi 3 olan χ^2 istatistiği olacaktır. Ek Tablo 5, $c - 1 = 3$ serbestlik derecesi ve $\alpha = 0.05$ için kritik ki-kare değerinin 7.815 olduğunu göstermektedir. Hesaplanan test istatistiği tablo ki-kare değerinden büyük olduğu için ($9.99 > 7.815$) H_0 hipotezi 0.05 anlamlılık düzeyinde reddedilir. Bu dört grup işçi için iş veriminin (ortalama çimento üretim miktarlarının) aynı olmadığı sonucuna varılır. Sözkonusu örnekte aynı değerli (bağlı) müşahedeler bulunduğundan düzeltme teriminin de hesaplanması gerekmektedir. Düzeltme terimi,

$$\text{Düzeltilme Terimi} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^s T_i}{N^3 - N}, \quad T_i = (t_i - 1)(t_i + 1)$$

formülü yardımıyla,

$$\text{Düzeltilme Terimi} = 1 - \frac{4722}{100^3 - 100} = 0.5230$$

olarak elde edilir. Böylece düzeltme terimini dikkate alan test istatistiği,

$$H_D = \frac{H}{1 - \sum_{i=1}^s T_i / (N^3 - N)} = \frac{9.99}{0.5230} = 19.10$$

olarak bulunur. Düzeltilmiş test istatistiği tablo ki-kare değerinden büyük olduğu için ($19.10 > 7.815$) H_0 hipotezi 0.05 anlamlılık düzeyinde reddedilir. Bu dört grup işçi için iş veriminin aynı olmadığına, ortalamalar arasında farklılık bulunduğuna %5 anlam düzeyinde karar verilir. H_0 hipotezi reddedildiğine göre bu durumda çoklu karşılaştırmalara geçilebilir. Amacımız faktör düzeylerini (ortalama çimento üretim miktarlarını) mukayese ederek farklı olanları ortaya çıkarmaktır. Söz konusu farklı ortalamaların tespiti için çoklu karşılaştırma testlerinden teorik bölümde tanıtilen ve en çok başvurulan Miller ve Dunn testleri kullanılacaktır.

4.3.1. Miller testi

Birinci olarak A ve B grubu işçilerin iş verimlerini 0.05 anlamlılık düzeyinde mukayese edelim. Sözkonusu hipotezler,

$$H_0: r_A = r_B$$

$$H_1: r_A \neq r_B$$

şeklinde kurulur. Aşağıdaki eşitsizliğin doğru olması durumunda H_0 hipotezi reddedilecektir.

$$\frac{|\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}|}{\sigma_{\bar{R}_{.j} - \bar{R}_{.j!}}} > \sqrt{\chi^2_{1-\alpha, c-1}}$$

j değeri yerine A ve j! değeri yerine de B indisi kullanılırsa karar kuramını aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$\frac{|\bar{R}_{.A} - \bar{R}_{.B}|}{\sigma_{\bar{R}_{.A} - \bar{R}_{.B}}} > \sqrt{\chi^2_{1-\alpha, c-1}}$$

$R_{.A} = 1562.5$ ve $R_{.B} = 1091.5$ olarak H testinde hesaplanmıştı.

$$\bar{R}_{.A} = \frac{1562.5}{25} = 62.5, \quad \bar{R}_{.B} = \frac{1091.5}{25} = 43.66,$$

olur. Buradan standart hata,

$$\sigma_{(\bar{R}_{.A} - \bar{R}_{.B})} = \sqrt{\frac{N(N+1)}{12} \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)} = \sqrt{\frac{100(100+1)}{12} \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{25} \right)} = 8.2057$$

olarak hesap edilir. %5 önem seviyesi ve $c-1 = 3$ serbestlik derecesine göre Ek Tablo 5'ten bulunacak ki-kare değeri formüldeki yerine yazılırsa,

$$\frac{|62.5 - 43.66|}{8.2057} > \sqrt{7.815}$$

$$2.30 > 2.79$$

şeklinde eşitsizliğin doğru olmadığı görülür. Bu sebeple H_0 hipotezi reddedilemez. Dolayısıyla A ve B grubu işçilerin iş verimlerinin farklı olmadığına karar verilir.

Bu prosedür yardımıyla grupları ikiyeşerli olarak karşılaştırdığımızda (A, D) ve (C, D) grubu işçilerin iş verimlerinin farklı olduğu sonucuna varılır. Diğer gruplarda bir farklılık bulunamamıştır.

4.3.2. Dunn testi

İşçi grupları arasındaki farklılığın kaynağını tespit etmek için yapılacak muhtemel karşılaştırmalarda $\alpha = 0.15$ 'lik hata oranını seçeceğiz. Elimizde $k = 4$ örnek vardır. Dolayısıyla, $4(3)/2 = 6$ adet karşılaştırma yapılabilecektir. Normal eğrinin iki ucunda kalan alanlardan her biri $\alpha/[k(k-1)] = 0.15/[4(3)] = 0.0125$ 'dir. Ek Tablo 7 yardımıyla, sağındaki alanın 0.0125'e eşit olduğu değer 2.24 olarak elde edilir.

Gruplara göre sıra sayılarına ilişkin ortalamalarda aşağıdadır.

$$\begin{aligned}\bar{R}_{.1} &= \frac{1562.5}{25} = 62.5, & \bar{R}_{.3} &= \frac{1469.5}{25} = 58.78, \\ \bar{R}_{.2} &= \frac{1091.5}{25} = 43.66, & \bar{R}_{.4} &= \frac{853.5}{25} = 34.14,\end{aligned}$$

Örnek hacimleri eşit olduğundan aşağıdaki formül kullanılır.

$$|\bar{S}_i - \bar{S}_j| \leq Z_{(1-\alpha/k(k-1))} \sqrt{\frac{k(N+1)}{6}}$$

A grup ile B grubunun karşılaştırması için yukarıdaki formüldeki değerler yerine konulursa,

$$2.24 \sqrt{4(100+1)/6} = 18.38$$

sonucu elde edilir. $|62.5 - 43.66| = 18.84$ değeri 18.38' den büyük olduğu için A ve B grubu işçilerin iş verimleri arasında farklılık bulunduğu karar verilir. Bunun gibi ikili karşılaştırmalara esas olan sıra ortalamaları arasındaki mutlak farklar 18.38 değeri ile karşılaştırıldığında, (A, B) ve (A, D) grubu işçilerin iş verimlerinin farklı olduğu sonucuna varılır. Diğer gruplarda bir farklılık bulunamamıştır.

4.4. Terry-Hoeffding Testi ile Problemin Çözümü

Sözkonusu dört grup veri bir grupta toplanarak bu verilere sıra numaraları verildiğinde, her grupta bulunan müşahade değerlerinin, sıra numaraları aşağıdaki gibi olur.

Tablo 4-5: Uygulamadaki verilerin sıra değerlerinin açık yazılımı

A Grubu	B Grubu	C Grubu	D Grubu
(91,92,93,94)	(60,61,...,70)	(28,29,...,33)	(49,50,...,57)
(28,29,...,33)	14	(49,50,...,57)	1
(18,19)	(22,23,24)	(49,50,...,57)	(42,43,...,48)
100	(60,61,...,70)	(28,29,...,33)	7
(80,81,...,90)	(22,23,24)	(71,72,...,78)	21
(71,72,...,78)	(80,81,...,90)	(95,96)	(71,72,...,78)
(97,98,99)	(18,19)	(80,81,...,90)	15
(80,81,...,90)	(39,40,41)	(91,92,93,94)	(42,43,...,48)
(80,81,...,90)	13	(80,81,...,90)	17
(95,96)	16	(91,92,93,94)	5
(80,81,...,90)	(80,81,...,90)	(58, 59, 60)	(71,72,...,78)
(60,61,...,70)	(22,23,24)	(25,26,27)	3
(49,50,...,57)	2	(60,61,...,70)	(71,72,...,78)
(60,61,...,70)	(39,40,41)	(60,61,...,70)	(42,43,...,48)
(42,43,...,48)	(80,81,...,90)	(91,92,93,94)	(49,50,...,57)
(49,50,...,57)	15	(28,29,...,33)	(25,26,27)
(97,98,99)	(80,81,...,90)	(42,43,...,48)	21
(49,50,...,57)	(58, 59, 60)	(58, 59, 60)	8
(49,50,...,57)	79	(42,43,...,48)	10
11	(34,35,...,38)	(60,61,...,70)	6
(28,29,...,33)	(34,35,...,38)	(60,61,...,70)	(58, 59, 60)
(28,29,...,33)	(60,61,...,70)	(60,61,...,70)	(34,35,...,38)
(25,26,27)	(34,35,...,38)	(71,72,...,78)	(49,50,...,57)
(80,81,...,90)	(39,40,41)	9	(60,61,...,70)
(42,43,...,48)	4	12	(34,35,...,38)

Ek Tablo 6 yardımıyla yukarıdaki tabloda bulunan sıra değerleri beklenen normal skorlara çevrilir ve bağlı değerlere ait beklenen normal skorların ortalaması verilirse Tablo 4-6'daki skorlar elde edilir. Toplam 100 müşahede olduğu için 50'ye kadar olan sıra değerlerine negatif 50'den sonraki sıra değerlerine pozitif işaret verilir.

Tablo 4-6: Örnek Uygulama İçin Beklenen Normal Sıra İstatistikleri

A Grubu	B Grubu	C Grubu	D Grubu
1.4039	0.3724	-0.5238	0.0000
-0.5238	-1.0998	0.0000	-2.5076
-0.9131	-0.7538	0.0000	-0.1382
2.5076	0.3724	-0.5238	-1.5080
1.0216	-0.7538	0.6434	-0.8218
0.6434	1.0216	1.6392	0.6434
1.9654	-0.9131	1.0216	-1.0551
1.0216	-0.2658	1.4039	-0.1382
1.0216	-1.1469	1.0216	-0.9715
1.6392	-1.0124	1.4039	-1.6872
1.0216	1.0216	0.1888	0.6434
0.3724	-0.7538	-0.6575	-1.9464
0.0000	-2.1482	0.3724	0.6434
0.3724	-0.2658	0.3724	-0.1382
-0.1382	1.0216	1.4039	0.0000
0.0000	-1.0551	-0.5238	-0.6575
1.9654	1.0216	-0.1382	-0.8218
0.0000	1.9654	0.1888	-1.4341
0.0000	0.7872	-0.1382	-1.3062
-1.2495	-0.3713	0.3724	-1.5912
-0.5238	-0.3713	0.3724	0.1888
-0.5238	0.3724	0.3724	-0.3713
-0.6575	-0.3713	0.6434	0.0000
1.0216	-0.2658	-1.3673	0.3724
-0.1382	-1.8018	-1.1966	-0.3713

Beklenen normal sıra istatistiği için kareler toplamı,

$$\sum_i \left(\sum_j E[x(r_{ij})] \right) = 421.5704 \text{ ve } \sum_i \sum_j (E[x(r_{ij})])^2 = 97.0176$$

şeklinde hesaplanır. Böylece Terry-Hoeffding test istatistiği,

$$W = \frac{(N-1) \sum_i \left(\sum_j E[x(r_{ij})] \right)}{n \sum_i \sum_j (E[x(r_{ij})])^2} = \frac{99(421.5704)}{25(97.0176)} \Rightarrow W = 17.21$$

olarak hesaplanır.

Test istatistiği, $c-1 = 3$ serbestlik derecesi ve %5 önem seviyesine göre Ek Tablo 5'ten elde edilecek 7.815 değerinden büyük olduğu için %5 önem seviyesinde H_0 hipotezi reddedilerek en az iki işçi grubunun ortalama üretimleri arasındaki farkın anlamlı olduğuna karar verilir.

4.5. Van der Wearden Testi ile Problemin Çözümü

Tablo 4-5'teki sıra değerlerinin her birini $N+1 = 101$ değerine bölerek virgülden sonra üç basamak yürütülür. Daha sonra Ek Tablo 7 kullanılarak bu değerler ters normal skorlara dönüştürülür. Elde edilen ters normal skorlar Tablo 4-7'de gösterilmiştir.

Tablo 4-7: Örnek uygulama için ters normal skorlar

A Grubu	B Grubu	C Grubu	D Grubu
1.3787	0.3692	-0.5187	0.0000
-0.5187	-1.0848	0.0000	-2.3656
-0.9040	-0.7454	0.0000	-0.1383
2.3263	0.3692	-0.5187	-1.4833
1.0027	-0.7454	0.6372	-0.8134
0.6372	1.0027	1.6072	0.6372
1.8808	-0.9040	1.0027	-0.0407
1.0027	-0.2637	1.3787	-0.1383
1.0027	-1.1311	1.0027	-0.9581
1.6072	-1.9986	1.3787	-1.6546
1.0027	1.0027	0.2121	0.6372
0.3692	-0.7454	-1.6495	-1.8957
0.0000	-2.0749	0.3692	0.6372
0.3692	-0.2637	0.3692	-0.1383
-0.1383	1.0027	1.3787	0.0000
0.0000	-1.0407	-0.5187	-0.6495
1.8808	1.0027	-0.1383	-0.8134
0.0000	1.8808	0.2121	-1.4118
0.0000	0.7790	-0.1383	-1.2873
-1.2319	-0.3665	0.3692	-1.5632
-0.5187	-0.3665	0.3692	0.2121
-0.5187	0.3692	0.3692	-0.3665
-0.6495	-0.3665	0.6372	0.0000
1.0027	-0.2637	-1.3469	0.3692
-0.1383	-1.7624	-1.1800	-0.3665

Ters normal istatistikler için kareler toplamı,

$$\sum_i \left[\sum_j \Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2 = 398.5858 \text{ ve } \sum_i \sum_j \left[\Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2 = 91.9428$$

olarak elde edilir. Bu değerler formülde yerine konulursa Van der Wearden test istatistiği,

$$W = \frac{(N-1) \sum_i \left[\sum_j \Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2}{n \sum_i \sum_j \left[\Phi^{-1} \left(\frac{r_{ij}}{N+1} \right) \right]^2} = \frac{99(398.5858)}{25(91.9428)} \Rightarrow W = 17.13$$

olarak elde edilir.

Test istatistiği, $c-1 = 3$ serbestlik derecesi ve %5 önem seviyesine göre Ek Tablo 5'ten elde edilecek 7.815 değerinden büyük olduğu için %5 önem seviyesinde H_0 hipotezi reddedilerek en az iki işçi grubunun ortalama üretimleri arasındaki farkın anlamlı olduğuna karar verilir.

SONUÇ

Bu çalışmada literatürümüzde yeterince tanınmayan Terry-Hoeffding Beklenen Normal Skorlar testi ve Van Der Wearden Ters Normal Skorlar testi tanıtılmış, varyans analizi ve Kruskal-Wallis test ile birlikte Aşkale Çimento Fabrikasında bir uygulama yapılmıştır.

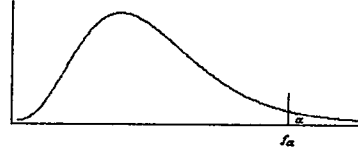
Sözkonusu çalışmada parametrik bir teknik olan tek-yönlü varyans analizi hakkında teorik olarak kısa bir bilgi verildikten sonra bu testin alternatifleri olan Kruskal-Wallis ve normal skor testlerinin mahiyeti hakkında ayrıntılı olarak bilgi verilmiştir.

Varsayımlarının sağlanması ve ölçme düzeyinin yeterli olması halinde tek-yönlü varyans analizini nonparametrik tekniklere göre daha etkin olmaktadır. Ancak normallik varsayımı sağlanmadığında örnek çapı da küçükse varyans analizinin kullanımı kesin olmayan sonuçların çıkmasına yol açmaktadır. Bunun en önemli sebebi istatistiklerin örnekleme dağılımlarının farklı olmasıdır. Varyans analizinin geçerliliğini yitirmesi durumunda bu testin alternatifleri olan nonparametrik tekniklere başvurulacaktır. Bu sebeple parametrik testler içinde en yaygın kullanım alanı bulan Kruskal-Wallis testi de izah edilmiştir.

Bu çalışmada yukarıda bahsedilen alternatif tekniklerden literatürlerimizde bulunmayan Terry-Hoeffding beklenen normal skorlar testi ve Van Der Wearden ters normal skorlar testinin mahiyeti hakkında ayrıntılı olarak bilgi verilmiş ve yine alternatifi olduğu Kruskal-Wallis testi ile karşılaştırma yapılmıştır.

Normal skor testlerinin uygulanması zor ve sıkıcıdır. Eldeki örnekler pratikte rastlanabilecek dağılımlardan çekildiğinde, normal skorlar testi en az parametrik varyans analizi kadar etkin ve Kruskal-Wallis testinden daha etkin olduğu ortaya çıkmıştır.

Uygulama bölümünde yapılan testlerden benzer sonuçlar elde edilmiştir. Aşkale Çimento fabrikasında çalışan dört grup işçinin iş verimleri arasında önemli farklılıklar bulunmuştur. Yapılan çoklu karşılaştırmalar da bu farklılığın büyük çapta A grubundan kaynaklandığı gözlenmiştir. Ancak bu işletme açısından olumlu bir sonuçtur. Çünkü A grubundaki işçiler daha yüksek iş verimi ile çalışan işçilerdir.

Ek Tablo 1: F Tablosu, $f_{0.05}(v_1, v_2)$ 

v_2	v_1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.40	199.50	215.70	224.60	230.20	234.00	236.80	238.90	240.50	241.90
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83

Ek Tablo 1'in Devamı, $f_{0.01}(v_1, v_2)$

v_2	v_1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052.0	4999.5	5403.0	5625.0	5764.0	5859.0	5928.0	5981.0	6022.0	6056.0
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32

Ek Tablo 2 : Tukey Testindeki q_α Değerleri

N - k	α	Örnek Sayısı, k										
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	0.05	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32
	0.01	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24	10.48	10.70
6	0.05	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79
	0.01	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10	9.30	9.48
7	0.05	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43
	0.01	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37	8.55	8.71
8	0.05	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18
	0.01	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86	8.03	8.18
9	0.05	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87	5.98
	0.01	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49	7.65	7.78
10	0.05	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83
	0.01	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21	7.36	7.49
11	0.05	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71
	0.01	4.39	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99	7.13	7.25
12	0.05	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51	5.61
	0.01	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81	6.94	7.06
13	0.05	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53
	0.01	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67	6.79	6.90
14	0.05	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46
	0.01	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54	6.66	6.77
15	0.05	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40
	0.01	4.17	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44	6.55	6.66
16	0.05	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35
	0.01	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35	6.46	6.56
17	0.05	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31
	0.01	4.10	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27	6.38	6.48
18	0.05	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27
	0.01	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20	6.31	6.41
19	0.05	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23
	0.01	4.05	4.67	5.05	5.33	5.55	5.73	5.89	6.02	6.14	6.25	6.34
20	0.05	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20
	0.01	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09	6.19	6.28
24	0.05	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10
	0.01	3.96	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92	6.02	6.11
30	0.05	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00
	0.01	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76	5.85	5.93
40	0.05	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82	4.90
	0.01	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60	5.69	5.76
60	0.05	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81
	0.01	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45	5.53	5.60

Ek Tablo 3: Duncan Testindeki Asgari Önemli Standart Farklar

N - k	α	Örnek Sayısı, k								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0.05	3.635	3.749	3.797	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814	3.814
	0.01	5.702	5.893	5.989	6.040	6.065	6.074	6.074	6.074	6.074
6	0.05	3.461	3.587	3.649	3.680	3.694	3.697	3.697	3.697	3.697
	0.01	5.243	5.439	5.549	5.614	5.655	5.680	5.694	5.701	5.703
7	0.05	3.344	3.477	3.548	3.588	3.611	3.622	3.626	3.626	3.626
	0.01	4.949	5.145	5.260	5.334	5.383	5.416	5.439	5.454	5.464
8	0.05	3.261	3.399	3.475	3.521	3.549	3.566	3.575	3.579	3.579
	0.01	4.746	4.939	5.057	5.135	5.189	5.227	5.256	5.276	5.291
9	0.05	3.199	3.339	3.420	3.470	3.502	3.523	3.536	3.544	3.547
	0.01	4.596	4.787	4.906	4.986	5.043	5.086	5.118	5.142	5.160
10	0.05	3.151	3.293	3.376	3.430	3.465	3.489	3.505	3.516	3.522
	0.01	4.482	4.671	4.790	4.871	4.931	4.975	5.010	5.037	5.058
11	0.05	3.113	3.256	3.342	3.397	3.435	3.462	3.480	3.493	3.501
	0.01	4.392	4.579	4.697	4.780	4.841	4.887	4.924	4.952	4.975
12	0.05	3.082	3.225	3.313	3.370	3.410	3.439	3.459	3.474	3.484
	0.01	4.320	4.504	4.622	4.706	4.767	4.815	4.852	4.883	4.907
13	0.05	3.055	3.200	3.289	3.348	3.389	3.419	3.442	3.458	3.470
	0.01	4.260	4.442	4.560	4.644	4.706	4.755	4.793	4.824	4.850
14	0.05	3.033	3.178	3.268	3.329	3.372	3.403	3.426	3.444	3.457
	0.01	4.210	4.391	4.508	4.591	4.654	4.704	4.743	4.775	4.802
15	0.05	3.014	3.160	3.250	3.312	3.356	3.389	3.413	3.432	3.446
	0.01	4.168	4.347	4.463	4.547	4.610	4.660	4.700	4.733	4.760
16	0.05	2.998	3.144	3.235	3.298	3.343	3.376	3.402	3.422	3.437
	0.01	4.131	4.309	4.425	4.509	4.572	4.622	4.663	4.696	4.724
17	0.05	2.984	3.130	3.222	3.285	3.331	3.366	3.392	3.412	3.429
	0.01	4.099	4.275	4.391	4.475	4.539	4.589	4.630	4.664	4.693
18	0.05	2.971	3.118	3.210	3.274	3.321	3.356	3.383	3.405	3.421
	0.01	4.071	4.246	4.362	4.445	4.509	4.560	4.601	4.635	4.664
19	0.05	2.960	3.107	3.199	3.264	3.311	3.347	3.375	3.397	3.415
	0.01	4.046	4.220	4.335	4.419	4.483	4.534	4.575	4.610	4.639
20	0.05	2.950	3.097	3.190	3.255	3.303	3.339	3.368	3.391	3.409
	0.01	4.024	4.197	4.312	4.395	4.459	4.510	4.552	4.587	4.617
24	0.05	2.919	3.066	3.160	3.226	3.276	3.315	3.345	3.370	3.390
	0.01	3.956	4.126	4.239	4.322	4.386	4.437	4.480	4.516	4.546
30	0.05	2.888	3.035	3.131	3.199	3.250	3.290	3.322	3.349	3.371
	0.01	3.889	4.056	4.168	4.250	4.314	4.366	4.409	4.445	4.477
40	0.05	2.858	3.006	3.102	3.171	3.224	3.266	3.300	3.328	3.352
	0.01	3.825	3.988	4.098	4.180	4.244	4.296	4.339	4.376	4.408
60	0.05	2.829	2.976	3.073	3.143	3.198	3.241	3.277	3.307	3.333
	0.01	3.762	3.922	4.031	4.111	4.174	4.226	4.270	4.307	4.340

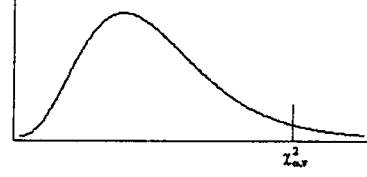
Ek Tablo 4: Kruskal-Wallis Test İstatistiğinin Kritik Değerleri

Örnek Hacimler					Örnek Hacimler				
n_1	n_2	n_3	Kritik Değer	α	n_1	n_2	n_3	Kritik Değer	α
2	1	1	2.7000	0.500				4.7000	0.101
2	2	1	3.6000	0.200	4	4	1	6.6667	0.010
2	2	2	4.5714	0.067				6.1667	0.022
			3.7143	0.200				4.9667	0.048
3	1	1	3.2000	0.300				4.8667	0.054
3	2	1	4.2857	0.100				4.1667	0.082
			3.8571	0.133				4.0667	0.102
3	2	2	5.3572	0.029	4	4	2	7.0364	0.006
			4.7143	0.048				6.8727	0.011
			4.5000	0.067				5.4545	0.046
			4.4643	0.105				5.2364	0.052
3	3	1	5.1429	0.043				4.5545	0.098
			4.5714	0.100				4.4455	0.103
			4.0000	0.129	4	4	3	7.1439	0.010
3	3	2	6.2500	0.011				7.1364	0.011
			5.3611	0.032				5.5985	0.049
			5.1389	0.061				5.5758	0.051
			4.5556	0.100				4.5455	0.099
			4.2500	0.121				4.4773	0.102
3	3	3	7.2000	0.004	4	4	4	7.5538	0.008
			6.4889	0.011				7.5385	0.011
			5.6889	0.029				5.6923	0.049
			5.6000	0.050				5.6538	0.054
			5.0667	0.086				4.6539	0.097
			4.6222	0.100				4.5001	0.104
4	1	1	3.5714	0.200	5	1	1	3.8571	0.143
4	2	1	4.8214	0.057	5	2	1	5.2500	0.036
			4.5000	0.076				5.0000	0.048
			4.0179	0.114				4.4500	0.071
4	2	2	6.0000	0.014				4.2000	0.095
			5.3333	0.033				4.0500	0.119
			5.1250	0.052	5	2	2	6.5333	0.008
			4.4583	0.100				6.1333	0.013
			4.1667	0.105				5.1600	0.034
4	3	1	5.8333	0.021				5.0400	0.056
			5.2083	0.050				4.3733	0.090
			5.0000	0.057				4.2933	0.122
			4.0556	0.093	5	3	1	6.4000	0.012
			3.8889	0.129				4.9600	0.048
4	3	2	6.4444	0.008				4.8711	0.052
			6.3000	0.011				4.0178	0.095
			5.4444	0.046				3.8400	0.123
			5.4000	0.051	5	3	2	6.9091	0.009
			4.5111	0.098				6.8218	0.010
			4.4444	0.102				5.2509	0.049
4	3	3	6.7455	0.010				5.1055	0.052
			6.7091	0.013				4.6509	0.091
			5.7909	0.046				4.4945	0.101
			5.7273	0.050	5	3	3	7.0788	0.009
			4.7091	0.092				6.9818	0.011

Ek Tablo 4'ün Devamı

Örnek Hacimler					Örnek Hacimler				
n_1	n_2	n_3	Kritik Değer	α	n_1	n_2	n_3	Kritik Değer	α
5	3	3	5.6485	0.049	5	5	1	6.8364	0.011
			5.5152	0.051				5.1273	0.046
			4.5333	0.097				4.9091	0.053
			4.4121	0.109				4.1091	0.086
			6.9545	0.008				4.0364	0.105
5	4	1	6.8400	0.011	5	5	2	7.3385	0.010
			4.9855	0.044				7.2692	0.010
			4.8600	0.056				5.3385	0.047
			3.9873	0.098				5.2462	0.051
			3.9600	0.102				4.6231	0.097
5	4	2	7.2045	0.009	5	5	3	4.5077	0.100
			7.1182	0.010				7.5780	0.010
			5.2727	0.049				7.5429	0.010
			5.2682	0.050				5.7055	0.047
			4.5409	0.098				5.6264	0.051
5	4	3	4.5182	0.101	5	5	4	4.5451	0.097
			7.4449	0.010				4.5363	0.100
			7.3949	0.011				7.8229	0.010
			5.6565	0.049				7.7914	0.010
			5.6308	0.050				5.6657	0.049
5	4	4	4.5487	0.099	5	5	5	5.6429	0.050
			4.5231	0.103				4.5229	0.099
			7.7604	0.009				4.5200	0.101
			7.7440	0.011				8.0000	0.009
			5.6571	0.049				7.9800	0.010
5	5	1	5.6176	0.050	5	5	1	5.7800	0.049
			4.6187	0.100				5.6600	0.051
			4.5527	0.102				4.5600	0.100
			7.3091	0.009				4.5000	0.102

Ek Tablo 5 : Ki-Kare Dağılımı



v	α							
	0.995	0.975	0.99	0.95	0.05	0.01	0.025	0.005
1	0.000	0.000	0.000	0.004	3.841	6.635	5.024	7.879
2	0.010	0.051	0.020	0.103	5.991	9.210	7.378	10.597
3	0.072	0.216	0.115	0.352	7.815	11.345	9.348	12.838
4	0.207	0.484	0.297	0.711	9.488	13.277	11.143	14.860
5	0.412	0.831	0.554	1.145	11.070	15.086	12.832	16.750
6	0.676	1.237	0.872	1.635	12.592	16.812	14.449	18.548
7	0.989	1.690	1.239	2.167	14.067	18.475	16.013	20.278
8	1.344	2.180	1.646	2.733	15.507	20.090	17.535	21.955
9	1.735	2.700	2.088	3.325	16.919	21.666	19.023	23.589
10	2.156	3.247	2.558	3.940	18.307	23.209	20.483	25.188
11	2.603	3.816	3.053	4.575	19.675	24.725	21.920	26.757
12	3.074	4.404	3.571	5.226	21.026	26.217	23.337	28.300
13	3.565	5.009	4.107	5.892	22.362	27.688	24.736	29.819
14	4.075	5.629	4.660	6.571	23.685	29.141	26.119	31.319
15	4.601	6.262	5.229	7.261	24.996	30.578	27.488	32.801
16	5.142	6.908	5.812	7.962	26.296	32.000	28.845	34.267
17	5.697	7.564	6.408	8.672	27.587	33.409	30.191	35.718
18	6.265	8.231	7.015	9.390	28.869	34.805	31.526	37.156
19	6.844	8.907	7.633	10.117	30.144	36.191	32.852	38.582
20	7.434	9.591	8.260	10.851	31.410	37.566	34.170	39.997
21	8.034	10.283	8.897	11.591	32.671	38.932	35.479	41.401
22	8.643	10.982	9.542	12.338	33.924	40.289	36.781	42.796
23	9.260	11.688	10.196	13.091	35.172	41.638	38.076	44.181
24	9.886	12.401	10.856	13.848	36.415	42.980	39.364	45.558
25	10.520	13.120	11.524	14.611	37.652	44.314	40.646	46.928
26	11.160	13.844	12.198	15.379	38.885	45.642	41.923	48.290
27	11.808	14.573	12.879	16.151	40.113	46.963	43.194	49.645
28	12.461	15.308	13.565	16.928	41.337	48.278	44.461	50.993
29	13.121	16.047	14.256	17.708	42.557	49.588	45.722	52.336
30	13.787	16.791	14.953	18.493	43.773	50.892	46.979	53.672

Ek Tablo 6 : Normal Sıra İstatistiklerinin Beklenen Değerleri

k/n	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.56419	0.84628	1.02938	1.16296	1.26721	1.35218	1.42360	1.48501
2	—	.00000	0.29701	0.49502	0.64176	0.75737	0.85222	0.93230
3	—	—	—	.00000	.20155	0.35271	.47282	.57197
4	—	—	—	—	—	.00000	.15251	.27453
5	—	—	—	—	—	—	—	.00000

k/n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1.53875	1.58644	1.62923	1.66799	1.70338	1.73591	1.76599	1.79394	1.82003	1.84448
2	1.00136	1.06192	1.11573	1.16408	1.20790	1.24794	1.28474	1.31878	1.35041	1.37994
3	0.65606	0.72884	0.79284	0.84983	0.90113	0.94769	0.99027	1.02946	1.06573	1.09945
4	.37576	.46198	.53684	.60285	.61776	.71488	.76317	0.80738	0.84812	0.88586
5	.12267	.22489	.31225	.38833	.45557	.51570	.57001	.61946	.66479	.70661
6	—	0.00000	0.10259	0.19052	0.26730	0.33530	0.39622	0.45133	0.50158	0.574771
7	—	—	—	.00000	0.08816	.16530	.23375	.29519	.35084	.40164
8	—	—	—	—	—	.00000	0.07729	.14599	.20774	.26374
9	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.06880	.13072
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000

k/n	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1	1.86748	1.88917	1.90969	1.92916	1.94767	1.96531	1.98216	1.99827	2.01371	2.02852
2	1.40760	1.43362	1.45816	1.48137	1.50338	1.52430	1.54423	1.56326	1.58145	1.59888
3	1.13095	1.16047	1.18824	1.21445	1.23924	1.26275	1.28511	1.30641	1.32674	1.34619
4	0.92098	0.95380	0.98459	1.01356	1.04091	1.06679	1.09135	1.11471	1.13697	1.15822
5	.74538	.78150	.81527	0.84697	0.87682	0.90501	0.93171	0.95705	0.98115	1.00414
6	0.59030	0.62982	0.66667	0.70115	0.73354	0.76405	0.79289	0.82021	0.84615	0.87084
7	.44833	.49148	.53157	.56896	.60399	.63690	.66794	.69727	.72508	.75150
8	.31493	.36203	.40559	.44609	.48391	.51935	.55267	.58411	.61385	.64205
9	.18696	.23841	.28579	.32965	.37047	.40860	.44436	.47801	.50977	.53982
10	.06200	.11836	.16997	.21755	.26163	.30268	.34105	.37706	.41096	.44298
11	—	0.00000	0.05642	0.10813	0.15583	0.20006	0.24128	0.27983	0.31603	0.35013
12	—	—	—	.00000	.05176	.09953	.14387	.18520	.22389	.26023
13	—	—	—	—	—	.00000	.04781	.09220	.13361	.17240
14	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.04442	.08588
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000

k/n	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
1	2.04276	2.05646	2.06967	2.08241	2.09471	2.10661	2.11812	2.12928	2.14009	2.15059
2	1.61560	1.63166	1.64712	1.66200	1.67636	1.69023	1.70362	1.71659	1.72914	1.74131
3	1.36481	1.38268	1.39985	1.41637	1.43228	1.44762	1.46244	1.47676	1.49061	1.50402

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
4	1.17855	1.19803	1.21672	1.23468	1.25196	1.26860	1.28466	1.30016	1.31514	1.32964
5	1.02609	1.04709	1.06721	1.08652	1.10509	1.12295	1.14016	1.15677	1.17280	1.18830
6	0.89439	0.91688	0.93841	0.95905	0.98786	0.99790	1.01624	1.03390	1.05095	1.06741
7	.77666	.80066	.82359	.84555	.86660	.88681	0.90625	0.92496	0.94300	0.96041
8	.66885	.69438	.71875	.74204	.76435	.78574	.80629	.82605	.84508	.86343
9	.56834	.59545	.62129	.64596	.66954	.69214	.71382	.73465	.75468	.77398
10	.47329	.50206	.52943	.55552	.58043	.60427	.62710	.64902	.67009	.69035
11	0.38235	0.41287	0.44185	0.46942	0.49572	0.52084	0.54488	0.56793	0.59005	0.61131
12	.29449	.32686	.35755	.38669	.41444	.44091	.46620	.49042	.51363	.53592
13	.20885	.24322	.27573	.30654	.33582	.36371	.39032	.41576	.44012	.46348
14	.12473	.16126	.19572	.22832	.25924	.28863	.31663	.34336	.36892	.39340
15	.04148	.08037	.11695	.15147	.18415	.21515	.24463	.27272	.29954	.32520
16	—	0.00000	0.03890	0.07552	0.11009	0.14282	0.17388	0.20342	0.23159	0.25849
17	—	—	—	.00000	.03663	.07123	.10399	.13509	.16469	.19292
18	—	—	—	—	—	.00000	.03461	.06739	.09853	.12817
19	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.03280	.06395
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000
k/n	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
1	2.16078	2.17068	2.18032	2.18969	2.19882	2.20772	2.21639	2.22486	2.23312	2.24119
2	1.75312	1.76458	1.77571	1.78654	1.79707	1.80733	1.81732	1.82706	1.83655	1.84582
3	1.51702	1.52964	1.54188	1.55377	1.56533	1.57658	1.58754	1.59820	1.60860	1.61874
4	1.34368	1.35728	1.37048	1.38329	1.39574	1.40784	1.41962	1.43108	1.44224	1.45312
5	1.20330	1.21782	1.23190	1.24556	1.25881	1.27170	1.28422	1.29641	1.30827	1.31983
6	1.08332	1.09872	1.11364	1.12810	1.14213	1.15576	1.16899	1.18186	1.19439	1.20658
7	0.97722	0.99348	1.00922	1.02446	1.03924	1.05358	1.06751	1.08104	1.09420	1.10701
8	.88114	.89825	0.91480	0.93082	0.94634	0.96139	0.97599	0.99018	1.00396	1.01737
9	.79259	.81056	.82792	.84472	.86097	.87673	.89201	.90684	0.92125	0.93525
10	.70988	.72871	.74690	.76448	.78148	.79795	.81391	.82939	.84442	.85902
11	0.63177	0.67052	0.67052	0.68889	0.70666	0.72385	0.74049	0.75663	0.77228	0.78748
12	.55736	.59788	.59788	.61707	.63561	.65353	.67088	.68768	.70397	.71978
13	.48591	.50749	.52827	.54830	.56763	.58631	.60438	.62186	.63881	.65523
14	.41688	.43944	.46114	.48204	.50220	.52166	.54046	.55865	.57625	.59331
15	.34978	.37337	.39604	.41784	.43885	.45912	.47868	.49759	.51588	.53360
16	0.28423	0.30890	0.33257	0.35533	0.37723	0.39833	0.41868	0.43834	0.45734	0.47573
17	.21988	.24569	.27043	.29418	.31701	.33898	.36016	.38060	.40034	.41942
18	.15644	.20931	.20931	.23411	.25792	.28081	.30285	.32410	.34460	.36441
19	.09362	.12192	.14897	.17488	.19972	.22358	.24652	.26862	.28992	.31049
20	.03117	.06085	.08917	.11625	.14219	.16707	.19097	.21396	.23610	.25746

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
1	2.31928	2.32556	2.33173	2.33778	2.34373	2.34958	2.35532	2.36097	2.36652	2.37199
2	1.93516	1.94232	1.94934	1.95624	1.96301	1.96965	1.97618	1.98260	1.98891	1.99510
3	1.71616	1.72394	1.73158	1.73906	1.74641	1.75363	1.76071	1.76767	1.77451	1.78122
4	1.55736	1.56567	1.57381	1.58180	1.58963	1.59732	1.60487	1.61228	1.61955	1.62670
5	1.43023	1.43900	1.44760	1.46430	1.46430	1.47241	1.48036	1.48817	1.49584	1.50338
6	1.32247	1.33195	1.34097	1.34982	1.35848	1.36698	1.37532	1.38351	1.39154	1.39942
7	1.22869	1.23832	1.24774	1.25698	1.26603	1.27490	1.28360	1.29213	1.30051	1.30873
8	1.14443	1.15445	1.16427	1.17388	1.18329	1.19252	1.20157	1.21044	1.21915	1.22769
9	1.06760	1.07802	1.08821	1.09819	1.10797	1.11754	1.12693	1.13613	1.14516	1.15401
10	0.99632	1.00742	1.01799	1.02833	1.03846	1.04838	1.05810	1.06762	1.07696	1.08612
11	0.93034	0.94153	0.95247	0.96317	0.97365	0.98391	0.99395	1.00380	1.01345	1.02291
12	.86793	.87950	.89081	.90187	.91270	.92329	.93367	0.94383	0.95379	0.96355
13	.80873	.82068	.83237	.84379	.85496	.86590	.87660	.88708	.89735	.90741
14	.75224	.76459	.77665	.78843	.79996	.81123	.82226	.83306	.84364	.85400
15	.69807	.71081	.72324	.73540	.74727	.75889	.77025	.78138	.79226	.80293
16	0.64587	0.65901	0.67183	0.68436	0.69659	0.70856	0.72025	0.73170	0.74290	0.75387
17	.59538	.60893	.62214	.63504	.64764	.65996	.67200	.68377	.69529	.70657
18	.54637	.56033	.57395	.58723	.60020	.61288	.62526	.63737	.64921	.66080
19	.49864	.51303	.52705	.54073	.55408	.56712	.57985	.59230	.60447	.61638
20	.45202	.46685	.48129	.49537	.50911	.52252	.53561	.54841	.56091	.57314
21	0.40637	0.42164	0.43652	0.45101	0.46515	0.47894	0.49240	0.50555	0.51839	0.53095
22	.36155	.37729	.39260	.40752	.42207	.43625	.45009	.46360	.47680	.48969
23	.31745	.33366	.34944	.36480	.37976	.39435	.40857	.42245	.43601	.44925
24	.27396	.29066	.30691	.32272	.33812	.35312	.36775	.38201	.39594	.40953
25	.23098	.24820	.26494	.28122	.29706	.31249	.32753	.34219	.35649	.37045
26	0.18842	0.20618	0.22343	0.24019	0.25650	0.27237	0.28784	0.30290	0.31759	0.33192
27	.14621	.16452	.18230	.19957	.21636	.23269	.24859	.26408	.27917	.29389
28	.10425	.12315	.14148	.15927	.17656	.19337	.20973	.22565	.24116	.25627
29	.06248	.08198	.10089	.11923	.13704	.15435	.17118	.18755	.20349	.21902
30	.02081	.04096	.06047	.07938	.09774	.11556	.13288	.14972	.16611	.18207
31	—	0.00000	0.02014	0.03966	0.05858	0.07694	0.09478	0.11211	0.12896	0.14536
32	—	—	—	.00000	.01952	.03844	.05681	.07465	.09199	.10885
33	—	—	—	—	—	.00000	.01893	.03730	.05514	.07249
34	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.01837	.03622
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000
k/n	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
1	2.37736	2.38265	2.38785	2.39298	2.39802	2.40299	2.40789	2.41271	2.41747	2.42215
2	2.00120	2.00720	2.01310	2.01890	2.02462	2.03024	2.03578	2.04124	2.04662	2.05191

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
3	1.78783	1.79432	1.80071	1.80699	1.81317	1.81926	1.82525	1.83115	1.83696	1.84268
4	1.63373	1.64063	1.64742	1.65410	1.66067	1.66714	1.67350	1.67976	1.68592	1.69200
5	1.51078	1.51805	1.52520	1.53223	1.53914	1.54594	1.55263	1.55921	1.56569	1.57207
6	1.40717	1.41478	1.42226	1.42961	1.43684	1.44395	1.45094	1.45782	1.46459	1.47125
7	1.31680	1.32473	1.33252	1.34017	1.34770	1.35510	1.36237	1.36953	1.37657	1.38350
8	1.23608	1.24431	1.25240	1.26034	1.26815	1.27583	1.28338	1.29080	1.29810	1.30529
9	1.16270	1.17123	1.17961	1.18784	1.19592	1.20387	1.21168	1.21936	1.22691	1.23434
10	1.09511	1.10393	1.11259	1.12110	1.12945	1.13766	1.14572	1.15365	1.16145	1.16912
11	1.03220	1.04130	1.05024	1.05902	1.06764	1.07610	1.08442	1.09260	1.10063	1.10854
12	0.97313	0.98252	0.99173	1.00078	1.00966	1.01838	1.02695	1.03537	1.04364	1.05178
13	.91728	.92695	.93644	0.94576	0.95490	0.96387	0.97269	0.98135	0.98986	0.99822
14	.86416	.87412	.88388	.89346	.90286	.91209	.92115	.93005	.93880	.94739
15	.81338	.82362	.83366	.84351	.85317	.86265	.87196	.88010	.89008	.89890
16	0.76462	0.77514	0.78546	0.79558	0.80550	0.81524	0.82480	0.83418	0.84339	0.85244
17	.71761	.72843	.73903	.74942	.75960	.76960	.77940	.78903	.79848	.80776
18	.67214	.68325	.69413	.70480	.71526	.72551	.73557	.74544	.75512	.76463
19	.62803	.63943	.65060	.66155	.67227	.68279	.69310	.70322	.71314	.72289
20	.58510	.59681	.60327	.61950	.63050	.64128	.65185	.66222	.67239	.68237
21	0.54323	0.55525	0.56701	0.57852	0.58980	0.60085	0.61168	0.62230	0.63272	0.64294
22	.50230	.51463	.52669	.53850	.55006	.56138	.57248	.58336	.59403	.60449
23	.46219	.47484	.48721	.49932	.51117	.52277	.53414	.54528	.55621	.56692
24	.42281	.43579	.44848	.46089	.47304	48493	.49657	.50798	.51917	.53013
25	.38404	.39739	.41041	.42313	.43558	.44777	.45970	.47138	.48283	.49404
26	0.34591	0.35958	0.37292	0.38597	0.39873	0.41122	0.42343	0.43540	0.44711	0.4589
27	.30825	.32227	.33596	.34934	.36242	.37521	.38772	.39997	.41196	.42371
28	.27102	.28540	.29945	.31317	.32657	.33968	.35250	.36504	.37731	.38934
29	.23416	.24993	.26333	.27740	.29114	.30457	.31770	.33055	34311	.35542
30	.19762	.21277	.22756	.24199	.25608	.26984	.28329	.29645	.30931	.32190
31	0.16134	0.17690	0.19208	0.20688	0.22133	0.23543	0.24922	0.26269	0.27586	0.28875
32	.12527	.14125	.15683	.17202	.18684	.20130	.21543	.22923	.24272	.25591
33	.08936	.10579	.12178	.13737	.15257	.16740	.18188	.19602	.20983	.22334
34	.05357	.07045	.08688	.10289	.11848	.13370	.14854	.16303	.17718	.19101
35	.01785	.03520	.05209	.06852	.08453	.10014	.11536	.13021	.14471	.15888
36	—	0.00000	0.01736	0.03424	0.05068	0.06670	0.08231	0.09754	0.11240	0.12691
37	—	—	—	.00000	.01689	.03333	.04935	.06497	.08020	.09507
38	—	—	—	—	—	.00000	.01644	.03247	.04809	.06333
39	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.01602	.03165
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
1	2.42677	2.43133	2.43582	2.44026	2.44463	2.44894	2.45320	2.45741	2.46156	2.46565
2	2.05714	2.06228	2.06735	2.07236	2.07729	2.08216	2.08696	2.09170	2.09637	2.10099
3	1.84832	1.85387	1.85935	1.86475	1.87007	1.87532	1.88049	1.88560	1.89064	1.89561
4	1.69798	1.70387	1.70968	1.71540	1.72104	1.72660	1.73209	1.73750	1.74283	1.74810
5	1.57836	1.58455	1.59065	1.59665	1.60258	1.60841	1.61417	1.61984	1.62544	1.63096
6	1.47781	1.48428	1.49064	1.49691	1.50309	1.50918	1.51518	1.52110	1.52693	1.53269
7	1.39032	1.39704	1.40366	1.41017	1.41659	1.42292	1.42915	1.43529	1.44135	1.44732
8	1.31236	1.31932	1.32617	1.33292	1.33957	1.34611	1.35257	1.35893	1.36520	1.37138
9	1.24165	1.24884	1.25593	1.26290	1.26977	1.27653	1.28320	1.38976	1.29624	1.30262
10	1.17666	1.18409	1.19139	1.19859	1.20567	1.21264	1.21951	1.22628	1.23295	1.23952
11	1.11631	1.12396	1.13148	1.13889	1.14618	1.15336	1.16043	1.16740	1.17426	1.18102
12	1.05978	1.06764	1.07539	1.08300	1.09050	1.09788	1.10515	1.11231	1.11936	1.12631
13	1.00644	1.01453	1.02249	1.03031	1.03802	1.04560	1.05306	1.06041	1.06765	1.07478
14	0.95584	0.96414	0.97231	0.98034	0.98825	0.99603	1.00369	1.01122	1.01865	1.02596
15	.90757	.91609	.92447	.93271	.94082	.94880	0.95665	0.96437	0.97198	0.97948
16	0.86134	0.87007	0.87867	0.88711	0.89542	0.90360	0.91164	0.91956	0.92735	0.93502
17	.81687	.82583	.83464	.84329	.85180	.86017	.86841	.87651	.88449	.89234
18	.77398	.78315	.79217	.80103	.80975	.81832	.82675	.83504	.84320	.85123
19	.73246	.74186	.75109	.76016	.76908	.77785	.78647	.79496	.80330	.81152
20	.69217	.70179	.71124	.72053	.72965	.73862	.74744	.75611	.76465	.77304
21	0.65297	0.66282	0.67249	0.68199	0.69133	0.70050	0.70952	0.71838	0.72710	0.73568
22	.61476	.62484	.63473	.64445	.65399	.66337	.67259	.68165	.69056	.69932
23	.57742	.58773	.59785	.60779	.61755	.62714	.63656	.64581	.65492	.66387
24	.54088	.55143	.56178	.57193	.58191	.59171	.60133	.61079	.62009	.62923
25	.50504	.51583	.52641	.53680	.54700	.55701	.56684	.57650	.58600	.59533
26	0.46985	0.48088	0.49170	0.50232	0.51274	0.52297	0.53301	0.54288	0.55258	0.56210
27	.43522	.44651	.45757	.46842	.47907	.48952	.49979	.50986	.51976	.52949
28	.40111	.41265	.42397	.43506	.44594	.45662	.46710	.47739	.48750	.49743
29	.36747	.37927	.39084	.40218	.41330	.42421	.43491	.44542	.45574	.46587
30	.33423	.34630	.35813	.36972	.38108	.39223	.40316	.41389	.42443	.43477
31	0.30136	0.31371	0.32580	0.33765	0.34926	0.36065	0.37182	0.38278	0.39353	0.40409
32	.26881	.28144	.29381	.30592	.31779	.32943	.34084	.35203	.36300	.37378
33	.23655	.24947	.26212	.27450	.28664	.29852	.31018	.32161	.33281	.34381
34	.20453	.21775	.23069	.24335	.25576	.26790	.27981	.29148	.30292	.31415
35	.17272	.18625	.19949	.21244	.22512	.23753	.24970	.26162	.27330	.28476
36	0.14108	0.15493	0.16848	0.18172	0.19469	0.20738	0.21981	0.23199	0.24392	0.25562
37	.10959	.12377	.13763	.15118	.16444	.17741	.19012	.20256	.21475	.22669
38	.07820	.09272	.10691	.12078	.13434	.14761	.16059	.17330	.18576	.19796
39	.04689	.06177	.07629	.09049	.10436	.11793	.13121	.14420	.15692	.16938

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
40	.01562	.03087	.04575	.06028	.07448	.08836	.10193	.11521	.12821	.14094
41	—	0.00000	0.01524	0.03013	0.04466	0.05886	0.07275	0.08633	0.09961	0.11262
42	—	—	—	.00000	0.01488	.02942	.04362	.05751	.07110	.08439
43	—	—	—	—	—	.00000	.01454	.02874	.04263	.05622
44	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.01421	.02810
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000
k/n	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
1	2.46970	2.47370	2.47764	2.48154	2.48540	2.48920	2.49297	2.49669	2.50036	2.50400
2	2.10554	2.11004	2.11448	2.11887	2.12321	2.12749	2.13172	2.13590	2.14003	2.14411
3	1.90052	1.90536	1.91015	1.91487	1.91953	1.92414	1.92869	1.93318	1.93763	1.94201
4	1.75329	1.75842	1.76348	1.76848	1.77341	1.77828	1.78309	1.78784	1.79254	1.79718
5	1.63641	1.64178	1.64709	1.65232	1.65749	1.66259	1.66763	1.67261	1.67752	1.68238
6	1.53836	1.54396	1.54949	1.55494	1.56033	1.56564	1.57089	1.57607	1.58118	1.58118
	1.45321	1.45903	1.46476	1.47042	1.47600	1.48151	1.48695	1.49232	1.49762	1.50286
8	1.37747	1.38348	1.38941	1.39526	1.40103	1.40673	1.41235	1.41790	1.42338	1.42879
9	1.30891	1.31511	1.32123	1.32726	1.33321	1.33909	1.34489	1.35061	1.35626	1.36183
10	1.24600	1.25239	1.25869	1.26491	1.27104	1.27708	1.28305	1.28894	1.29475	1.30049
11	1.18769	1.19426	1.20073	1.20712	1.21342	1.219664	1.22577	1.23182	1.23779	1.24368
12	1.13316	1.13990	1.14656	1.15311	1.15958	1.16596	1.17226	1.17847	1.18459	1.19064
13	1.08181	1.08873	1.09555	1.10228	1.10891	1.11546	1.12191	1.12827	1.13455	1.14075
14	1.03316	1.04026	1.04726	1.05415	1.06095	1.06765	1.07426	1.08078	1.08721	1.09356
15	0.98686	0.99413	1.00129	1.00835	1.01531	1.02217	1.02894	1.03561	1.04219	1.04868
16	0.94258	0.95002	0.95735	0.96458	0.97170	0.97872	0.98564	0.99246	0.99919	1.00583
17	0.90007	0.90769	.91519	.92258	.92986	.93704	94411	.95109	.95797	0.96475
18	.85914	.86693	.87460	.88215	.88959	.89693	90416	.91129	.91831	.92524
19	.81960	.82756	.83540	.84312	.85072	.85822	.86560	.87288	.88006	.88713
20	.78131	.78944	.79745	.80533	.81310	.82075	.82829	.83572	.84305	.85027
21	0.74412	0.75243	0.76061	0.76866	0.77659	0.78441	0.79210	0.79968	0.80716	0.81452
22	.70795	.71643	.72478	.73300	.74110	.74907	.75692	.76466	.77228	.77980
23	.67267	.68134	.68986	.69825	.70651	.71464	.72266	.73055	.73832	.74598
24	.63822	.64706	.65576	.66432	.67275	.68105	.68922	.69727	.70519	.71301
25	.60451	.61353	.62241	.63115	.63974	.64821	.65654	.66474	.67282	.68079
26	0.57147	0.58068	0.58974	0.59865	0.60742	0.61605	0.62454	0.63291	0.64115	0.64926
27	.53905	.54845	.55769	.56678	.57572	.58452	.59318	.60170	.61010	.61837
28	.50718	.51677	.52620	.53547	.54459	.55356	.56239	.57108	.57963	.58805
29	.47582	.48561	.49522	.50468	.51398	.52312	.53212	.54097	.54969	.55827
30	.44493	.45491	.46472	.47436	.48384	.49316	.50233	.51136	.52024	.52898
31	0.41445	0.42463	0.43464	0.44447	0.45414	0.46364	0.47299	0.48218	0.49123	0.50013

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
32	.38436	.39474	.40495	.41498	.42483	.43452	0.44404	.45341	.46263	.47170
33	.35461	.36520	.37561	.38584	.39588	.40576	.41547	.42501	.43440	.44364
34	.32517	.33598	.34660	.35702	.36727	.37733	.38722	.39695	.40652	.41593
35	.29601	.30704	.31787	.32850	.33895	.34921	.35929	.36920	.37895	.38853
36	0.26710	0.27835	0.28940	0.30025	0.31090	0.32136	0.33163	0.34173	0.35166	0.36142
37	.23841	.24990	.26117	.27223	.28309	.29375	.30423	.31452	.32464	.33458
38	.20991	.22164	.23314	.24443	.25550	.26637	.27705	.28754	.29785	.30797
39	.18159	.19356	.20530	.21681	.22810	.23919	.25008	.26077	.27127	.28159
40	.15341	.16563	.17761	.18936	.20080	.21219	.22328	.23418	.24488	.25539
41	0.12536	0.13783	0.15006	0.16205	0.17380	0.18533	0.19665	0.20776	0.21866	0.22937
42	.09740	.11014	.12262	.13486	.14685	.15861	.17015	.18148	.19259	.20351
43	.06952	.08253	.09528	.10777	.12001	.13201	.14378	.15533	.16666	.17778
44	.04169	.05499	.06801	.08076	.09325	.10550	.11750	.12928	.14083	.15217
45	.01389	.02748	.04078	.05381	.06656	.07906	.09131	.10332	.11510	.12666
46	—	0.00000	0.01359	0.02689	0.03992	0.05267	0.06518	0.07743	0.08944	0.10123
47	—	—	—	.00000	.01330	.02633	.03909	.05159	.06385	.07586
48	—	—	—	—	—	.00000	.01303	.02579	.03829	.05055
49	—	—	—	—	—	—	—	.00000	.01276	.02527
50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.00000

k/n	100	125	150	175	200	225	250	300	350	400
1	2.50759	2.58634	2.64925	2.70148	2.74604	2.78485	2.81918	2.87777	2.92651	2.96818
2	2.14814	2.23630	2.30638	2.36434	2.41365	2.45649	2.49431	2.55867	2.61207	2.65761
3	1.94635	2.04090	2.11578	2.17755	2.22999	2.27547	2.31555	2.38365	2.44004	2.48806
4	1.80176	1.90146	1.98019	2.04500	2.09991	2.14746	2.18932	2.26033	2.31904	2.36897
5	1.68718	1.79137	1.87341	1.94081	1.99783	2.04713	2.09050	2.16397	2.22462	2.27615
6	1.591213	1.69947	1.78448	1.85419	1.91308	1.96395	2.00864	2.08427	2.14663	2.19955
7	1.50803	1.61002	1.70777	1.77959	1.84019	1.89247	1.93837	2.01595	2.07985	2.13402
8	1.43414	1.54966	1.63997	1.71376	1.77594	1.82953	1.87654	1.95592	20.2122	2.07654
9	1.36734	1.48623	1.57896	1.65462	1.71828	1.77310	1.82115	1.90220	1.96882	2.02521
10	1.30615	1.42828	1.52333	1.60075	1.66583	1.72182	1.77084	1.85348	1.92133	1.97871
11	1.24950	1.37477	1.47206	1.55118	1.61760	1.67470	1.72466	1.80879	1.87781	1.93614
12	1.19661	1.32493	1.42438	1.50514	1.57287	1.63103	1.68189	1.76746	1.83758	1.89681
13	1.14687	1.27819	1.37975	1.46210	1.53109	1.59027	1.64199	1.72894	1.80013	1.86021
14	1.09982	1.23409	1.33731	1.42161	1.49182	1.55200	1.60451	1.69283	1.76504	1.82595
15	1.05509	1.19226	1.29791	1.38333	1.45472	1.51588	1.56923	1.65880	1.73201	1.79371
16	1.01238	1.15243	1.26007	1.34697	1.41953	1.48163	1.53577	1.62659	1.70076	1.76324
17	0.97145	1.11435	1.22396	1.31232	1.38602	1.44904	1.50395	1.59599	1.67109	1.73432
18	.93208	1.07783	1.18937	1.27917	1.35399	1.41792	1.47359	1.56681	1.64283	1.70678

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	100	125	150	175	200	225	250	300	350	400
19	.89411	1.04268	1.15616	1.24738	1.32330	1.38812	1.44452	1.53891	1.61582	1.68048
20	.85739	1.00879	1.12417	1.21680	1.29381	1.35950	1.41663	1.51216	1.58994	1.65530
21	0.82179	0.97601	1.09330	1.18731	1.26540	1.33195	1.38980	1.48645	1.56508	1.63112
22	.78720	.94426	1.06344	1.15883	1.23798	1.30539	1.36393	1.46169	1.54116	1.60786
23	.75353	.91342	1.03449	1.31126	1.21146	1.27971	1.33895	1.43780	1.51809	1.58544
24	.72070	.88344	1.00639	1.10452	1.18577	1.25485	1.31478	1.41470	1.49580	1.56379
25	.68863	.85423	0.97907	1.07855	1.16084	1.23074	1.29135	1.39233	1.47423	1.54285
26	0.65725	0.82573	0.95245	1.05329	1.13661	1.20733	1.26861	1.37063	1.45332	1.52257
27	.62651	.79789	.92650	1.02868	1.11303	1.18457	1.24651	1.34957	1.43303	1.50289
28	.59635	.77065	.90115	1.00469	1.09005	1.16240	1.22500	1.32908	1.41332	1.48378
29	.56672	.74398	.87638	0.98125	1.06763	1.14079	1.20405	1.30914	1.39414	1.46520
30	.53758	.71782	.85212	.95835	1.04574	1.11970	1.18361	1.28971	1.37546	1.44711
31	0.50890	0.69215	0.82836	0.93594	1.02434	1.09909	1.16365	1.27070	1.35725	1.42948
32	.48062	.66692	.80506	.91399	1.00340	1.07895	1.14415	1.25225	1.33947	1.41228
33	.45273	.64212	.78219	.89247	0.98290	1.05923	1.12507	1.23415	1.32211	1.39550
34	.42518	.61770	.75973	.87135	.96279	1.03992	1.10640	1.21646	1.30515	1.37910
35	.39796	.59365	.73764	.85062	.94207	1.02098	1.08810	1.19914	1.28854	1.36306
36	0.37102	0.56993	0.71590	0.83.25	0.92371	1.00241	1.07016	1.18217	1.27229	1.34736
37	.34436	.54653	.69450	.81022	.90469	0.98418	1.05256	1.16553	1.25637	1.33199
38	.31793	.52343	.67341	.79051	.88599	.96626	1.03528	1.14921	1.24076	1.31695
39	.29173	.50001	.65261	.77110	.86760	.94866	1.01830	1.13320	1.22544	1.30216
40	.26572	.47804	.63210	.75197	.84950	.93134	1.00161	1.11746	1.21041	1.28767
41	0.23990	0.45571	0.61185	0.73312	0.83167	0.91429	0.98520	1.10200	1.19565	1.27344
42	.21423	.43361	.59184	.71453	.81410	.89751	.96905	1.08680	1.18114	1.25947
43	.18870	.41172	.57208	.69618	.79678	.88098	.95314	1.07185	1.16688	1.24574
44	.16330	.39002	.55253	.67806	.77969	.86469	.93748	1.05713	1.15285	1.23225
45	.13800	.36851	.53319	.66016	.76283	.84862	.92204	1.04264	1.13904	1.21897
46	0.11279	0.34717	0.51405	0.64247	0.74619	0.83277	0.90682	1.02836	1.12545	1.20590
47	.08765	.32598	.49509	.62498	.72975	.81712	.89180	1.01429	1.11207	1.19304
48	.06257	.30494	.47632	.60768	.71350	.80168	.87699	1.00042	1.09888	1.18037
49	.03753	.28403	.45770	.59056	.69744	.78642	.86236	0.98674	1.08587	1.16789
50	.01251	.26325	.43925	.57361	.68156	.77134	.84792	.97324	1.07305	1.15559

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	125	150	175	200	225	250	300	350	400
51	0.24258	0.42094	0.55682	0.66585	0.75644	0.83365	0.95991	1.06041	1.14346
52	.22201	.40278	.54019	.65030	.74170	.81955	.94676	1.04793	1.13149
53	.20154	.38475	.52371	.63490	.72712	.80561	.93376	1.03561	1.11969
54	.18115	.36684	.50737	.61966	.71270	.79183	.92093	1.02345	1.10804
55	.16084	.34904	.49116	.60456	.69842	.77819	.90824	1.01144	1.09654
56	0.14059	0.33136	0.47508	0.58959	0.68428	0.76470	0.89570	0.99957	1.08518
57	.12040	.31378	.45913	.57476	.67028	.75135	.88329	.98784	1.07396
58	.12026	.29630	.44329	.56005	.65641	.73812	.87102	.97624	1.06287
59	.08016	.27891	.42756	.54546	.64267	.72503	.85888	.96478	1.05192
60	.06009	.26160	.41193	.53099	.62904	.71206	.84687	.95344	1.04108
61	0.04005	0.24437	0.39641	0.51663	0.61553	0.69921	0.83498	0.94222	1.03037
62	.02002	.22721	.38098	.50237	.60213	.68647	.82320	.93112	1.01978
63	.00000	.21012	.36564	.48822	.58884	.67384	.81154	.92013	1.00930
64	—	.19309	.35039	.47616	.57566	.66132	.79998	.90925	0.99893
65	—	.17612	.33521	.46020	.56257	.64891	.78854	.89848	.98866
66	—	0.15919	0.32012	0.44632	0.54958	0.63659	0.77719	0.88782	0.97850
67	—	.14232	.30510	.43253	.53668	.62437	.76595	.87725	.96844
68	—	.12548	.29014	.41882	.52386	.61224	.75480	.86678	.95848
69	—	.10868	.27525	.40519	.51114	.60020	.74374	.85640	.94861
70	—	.09191	.26042	.39164	.49850	.58824	.73277	.84612	.93883
71	—	0.07516	0.24565	0.37816	0.48593	0.57637	0.72189	0.83592	0.92914
72	—	.05844	.23093	.36474	.47344	.56458	.71110	.82581	.91954
73	—	.04173	.21626	.35139	.46103	.55287	.70039	.81579	.91002
74	—	.02503	.20164	.33811	.44869	.54124	.68976	.80584	.90058
75	—	.00834	.18706	.32488	.43641	.52967	.67920	.79598	.89122
76	—	—	0.17252	0.31171	0.42420	0.51818	0.66872	0.78619	0.88194
77	—	—	.15802	.29859	.41205	.50676	.65831	.77648	.87274
78	—	—	.14355	.28553	.39997	.49540	.64798	.76684	.86361
79	—	—	.12911	.27251	.38794	.48410	.63771	.75727	.85455
80	—	—	.11470	.25954	.37596	.47287	.62751	.74777	.84556
81	—	—	0.10031	0.24661	0.36404	0.46169	0.61738	0.73833	0.83663
82	—	—	.08594	.23373	.35218	.45058	.60730	.72896	.82778
83	—	—	.07159	.22088	.34036	.43925	.59729	.71966	.81899
84	—	—	.05725	.20807	.32859	.42851	.58734	.71041	.81026
85	—	—	.04293	.19529	.31686	.41755	.57745	.70123	.80159
86	—	—	0.02862	0.18254	0.30518	0.40665	0.56761	0.69211	0.79298
87	—	—	.01431	.16983	.29354	.39579	.55783	.68304	.78443
88	—	—	.00000	.15714	.28194	.38498	.54810	.67403	.77594
89	—	—	—	.14448	.27038	.37421	.53842	.66507	.76750

Ek Tablo 6'nın Devamı

k/n	125	150	175	200	225	250	300	350	400
90	—	—	—	.13184	.25885	.36349	.52879	.65617	.75912
91	—	—	—	0.11922	0.24736	0.35280	0.51922	0.64732	0.75079
92	—	—	—	.10662	.23590	.34216	.50968	.63852	.74252
93	—	—	—	.09404	.22447	.33156	.50020	.62976	.73429
94	—	—	—	.08147	.21307	.32099	.49076	.62106	.72611
95	—	—	—	.06891	.20170	.31046	.48136	.61240	.71798
96	—	—	—	0.05637	0.19035	0.29997	0.47201	0.60379	0.70990
97	—	—	—	.04383	.17903	.28951	.46269	.59522	.70186
98	—	—	—	.03130	.16773	.27907	.45342	.58670	.69387
99	—	—	—	.01878	.15645	.26867	.44419	.57822	.68593
100	—	—	—	.00626	.14520	.25830	.43499	.56978	.65802

Ek Tablo 7: Test Normal Skor Dönüşümleri

$$W_{0.0001} = 3.7190 \quad W_{0.0005} = -3.2905 \quad W_{0.025} = -1.9600 \quad W_{0.05} = -1.6449$$

$$W_{0.9999} = 3.7190 \quad W_{0.9995} = 3.2905 \quad W_{0.975} = 1.9600 \quad W_{0.95} = 1.6449$$

p	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
00		-3.0902	-2.8782	-2.7478	-2.6521	-2.5758	-2.5121	-2.4573	-2.4089	-2.3656
01	-2.3263	-2.2904	-2.2571	-2.2262	-2.1973	-2.1701	-2.1444	-2.1201	-2.0969	-2.0749
02	-2.0537	-2.0335	-2.0141	-1.9954	-1.9774	-1.9600	-1.9431	-1.9268	-1.9110	-1.8957
03	-1.8808	-1.8663	-1.8522	-1.8384	-1.8250	-1.8119	-1.7991	-1.7866	-1.7744	-1.7624
04	-1.7507	-1.7392	-1.7299	-1.7169	-1.7060	-1.6954	-1.6849	-1.6747	-1.6646	-1.6546
05	-1.6449	-1.6352	-1.6258	-1.6164	-1.6072	-1.5982	-1.5893	-1.5805	-1.5718	-1.5632
06	-1.5548	-1.5464	-1.5382	-1.5301	-1.5220	-1.5141	-1.5063	-1.4985	-1.4909	-1.4833
07	-1.4758	-1.4684	-1.4611	-1.4538	-1.4466	-1.4395	-1.4325	-1.4255	-1.4187	-1.4118
08	-1.4051	-1.3984	-1.3917	-1.3852	-1.3787	-1.3722	-1.3658	-1.3595	-1.3532	-1.3469
09	-1.3408	-1.3346	-1.3285	-1.3225	-1.3165	-1.3106	-1.3047	-1.2988	-1.2930	-1.2873
10	-1.2816	-1.2759	-1.2702	-1.2646	-1.2591	-1.2536	-1.2481	-1.2426	-1.2372	-1.2319
11	-1.2265	-1.2212	-1.2160	-1.2107	-1.2055	-1.2004	-1.1952	-1.1901	-1.1850	-1.1800
12	-1.1750	-1.1700	-1.1650	-1.1601	-1.1552	-1.1503	-1.1455	-1.1407	-1.1359	-1.1311
13	-1.1264	-1.1217	-1.1170	-1.1123	-1.1077	-1.1031	-1.0985	-1.0939	-1.0893	-1.0848
14	-1.0803	-1.0758	-1.0714	-1.0669	-1.0625	-1.0581	-1.0537	-1.0494	-1.0450	-1.0407
15	-1.0364	-1.0322	-1.0279	-1.0237	-1.0194	-1.0152	-1.0110	-1.0069	-1.0027	-0.9986
16	-0.9945	-0.9904	-0.9863	-0.9822	-0.9782	-0.9741	-0.9701	-0.9661	-0.9621	-0.9581
17	-0.9542	-0.9502	-0.9463	-0.9424	-0.9385	-0.9346	-0.9307	-0.9269	-0.9230	-0.9192
18	-0.9154	-0.9116	-0.9078	-0.9040	-0.9002	-0.8965	-0.8927	-0.8890	-0.8853	-0.8816
19	-0.8779	-0.8742	-0.8705	-0.8669	-0.8633	-0.8596	-0.8560	-0.8524	-0.8488	-0.8452
20	-0.8416	-0.8381	-0.8345	-0.8310	-0.8274	-0.8239	-0.8204	-0.8169	-0.8134	-0.8099
21	-0.8064	-0.8030	-0.7995	-0.7961	-0.7926	-0.7892	-0.7858	-0.7824	-0.7790	-0.7756
22	-0.7722	-0.7688	-0.7655	-0.7621	-0.7588	-0.7554	-0.7521	-0.7488	-0.7454	-0.7421
23	-0.7388	-0.7356	-0.7323	-0.7290	-0.7257	-0.7225	-0.7192	-0.7160	-0.7128	-0.7095
24	-0.7063	-0.7031	-0.6999	-0.6967	-0.6935	-0.6903	-0.6871	-0.6840	-0.6808	-0.6776
25	-0.6745	-0.6713	-0.6682	-0.6651	-0.6620	-0.6588	-0.6557	-0.6526	-0.6495	-0.6464
26	-0.6433	-0.6403	-0.6372	-0.6341	-0.6311	-0.6280	-0.6250	-0.6219	-0.6189	-0.6158
27	-0.6128	-0.6098	-0.6068	-0.6038	-0.6008	-0.5978	-0.5948	-0.5918	-0.5888	-0.5858
28	-0.5828	-0.5799	-0.5769	-0.5740	-0.5710	-0.5681	-0.5651	-0.5622	-0.5592	-0.5563
29	-0.5534	-0.5505	-0.5476	-0.5446	-0.5417	-0.5388	-0.5359	-0.5330	-0.5302	-0.5273
30	-0.5244	-0.5215	-0.5187	-0.5158	-0.5129	-0.5101	-0.5072	-0.5044	-0.5015	-0.4987
31	-0.4959	-0.4930	-0.4902	-0.4874	-0.4845	-0.4817	-0.4789	-0.4761	-0.4733	-0.4705
32	-0.4677	-0.4649	-0.4621	-0.4593	-0.4565	-0.4538	-0.4510	-0.4482	-0.4454	-0.4427
33	-0.4399	-0.4372	-0.4344	-0.4316	-0.4289	-0.4261	-0.4234	-0.4207	-0.4179	-0.4152
34	-0.4125	-0.4097	-0.4070	-0.4043	-0.4016	-0.3989	-0.3961	-0.3934	-0.3907	-0.3880
35	-0.3853	-0.3826	-0.3799	-0.3772	-0.3745	-0.3719	-0.3692	-0.3665	-0.3638	-0.3611
36	-0.3585	-0.3558	-0.3531	-0.3505	-0.3478	-0.3451	-0.3425	-0.3398	-0.3372	-0.3345
37	-0.3319	-0.3292	-0.3266	-0.3239	-0.3213	-0.3186	-0.3160	-0.3134	-0.3107	-0.3081
38	-0.3055	-0.3029	-0.3002	-0.2976	-0.2950	-0.2924	-0.2898	-0.2871	-0.2845	-0.2819
39	-0.2793	-0.2767	-0.2741	-0.2715	-0.2689	-0.2663	-0.2637	-0.2611	-0.2585	-0.2559
40	-0.2533	-0.2508	-0.2482	-0.2456	-0.2430	-0.2404	-0.2478	-0.2353	-0.2327	-0.2301
41	-0.2275	-0.2250	-0.2224	-0.2198	-0.2173	-0.2147	-0.2121	-0.2096	-0.2070	-0.2045
42	-0.2019	-0.1993	-0.1968	-0.1942	-0.1917	-0.1891	-0.1866	-0.1840	-0.1814	-0.1789

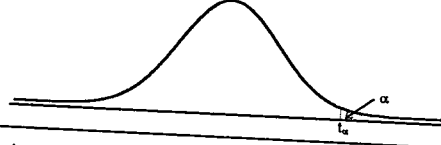
Ek Tablo 7'nin Devamı

p	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
43	-0.1764	-0.1738	-0.1713	-0.1687	-0.1662	-0.1637	-0.1611	-0.1586	-0.1560	-0.1535
44	-0.1510	-0.1484	-0.1459	-0.1434	-0.1408	-0.1383	-0.1358	-0.1332	-0.1307	-0.1282
45	-0.1257	-0.1231	-0.1206	-0.1181	-0.1156	-0.1130	-0.1105	-0.1080	-0.1055	-0.1030
46	-0.1004	-0.0979	-0.0954	-0.0929	-0.0904	-0.0878	-0.0853	-0.0828	-0.0803	-0.0778
47	-0.0753	-0.0728	-0.0702	-0.0677	-0.0652	-0.0627	-0.0602	-0.0577	-0.0552	-0.0527
48	-0.0502	-0.0476	-0.0451	-0.0426	-0.0401	-0.0376	-0.0351	-0.0326	-0.0301	-0.0276
49	-0.0251	-0.0226	-0.0201	-0.0175	-0.0150	-0.0125	-0.0100	-0.0075	-0.0050	-0.0025
50	0.0000	0.0025	0.0050	0.0075	0.0100	0.0125	0.0150	0.0175	0.0201	0.0226
51	0.0251	0.0276	0.0301	0.0326	0.0351	0.0376	0.0401	0.0426	0.0451	0.0476
52	0.0502	0.0527	0.0552	0.0577	0.0602	0.0627	0.0652	0.0677	0.0702	0.0728
53	0.0753	0.0778	0.0803	0.0828	0.0853	0.0878	0.0904	0.0929	0.0954	0.0979
54	0.1004	0.1030	0.1055	0.1080	0.1105	0.1130	0.1156	0.1206	0.1206	0.1231
55	0.1257	0.1282	0.1307	0.1332	0.1358	0.1383	0.1408	0.1434	0.1459	0.1484
56	0.1510	0.1535	0.1560	0.1586	0.1611	0.1637	0.1662	0.1687	0.1713	0.1738
57	0.1764	0.1789	0.1815	0.1840	0.1866	0.1891	0.1917	0.1942	0.1968	0.1993
58	0.2019	0.2045	0.2070	0.2096	0.2121	0.2147	0.2173	0.2198	0.2224	0.2250
59	0.2275	0.2301	0.2327	0.2353	0.2378	0.2404	0.2430	0.2456	0.2482	0.2508
60	0.2533	0.2559	0.2585	0.2611	0.2637	0.2663	0.2689	0.2715	0.2741	0.2767
61	0.2793	0.2819	0.2845	0.2871	0.2898	0.2924	0.2950	0.2976	0.3002	0.3029
62	0.3055	0.3081	0.3107	0.3134	0.3160	0.3186	0.3213	0.3239	0.3266	0.3292
63	0.3319	0.3345	0.3372	0.3398	0.3425	0.3451	0.3478	0.3505	0.3531	0.3558
64	0.3585	0.3611	0.3638	0.3665	0.3692	0.3719	0.3745	0.3772	0.3799	0.3826
65	0.3853	0.3880	0.3907	0.3934	0.3961	0.3989	0.4016	0.4043	0.4070	0.4097
66	0.4125	0.4152	0.4179	0.4207	0.4234	0.4261	0.4289	0.4316	0.4344	0.4372
67	0.4399	0.4427	0.4454	0.4482	0.4510	0.4538	0.4565	0.4593	0.4621	0.4649
68	0.4677	0.4705	0.4733	0.4761	0.4789	0.4817	0.4845	0.4874	0.4902	0.4930
69	0.4959	0.4987	0.5015	0.5044	0.5072	0.5101	0.5129	0.5158	0.5187	0.5215
70	0.5244	0.5273	0.5302	0.5330	0.5359	0.5388	0.5417	0.5446	0.5476	0.5505
71	0.5532	0.5563	0.5592	0.5622	0.5651	0.5681	0.5710	0.5740	0.5769	0.5799
72	0.5828	0.5858	0.5888	0.5918	0.5948	0.5978	0.6008	0.6038	0.6068	0.6098
73	0.6128	0.6158	0.6189	0.6219	0.6250	0.6280	0.6311	0.6341	0.6372	0.6403
74	0.6433	0.6464	0.6495	0.6526	0.6557	0.6588	0.6620	0.6651	0.6682	0.6713
75	0.6745	0.6776	0.6808	0.6840	0.6871	0.6903	0.6935	0.6967	0.6999	0.7031
76	0.7063	0.7095	0.7128	0.7160	0.7192	0.7225	0.7257	0.7290	0.7323	0.7356
77	0.7388	0.7421	0.7454	0.7488	0.7521	0.7554	0.7588	0.7621	0.7655	0.7688
78	0.7722	0.7756	0.7790	0.7824	0.7858	0.7892	0.7926	0.7961	0.7995	0.8030
79	0.8064	0.8099	0.8134	0.8169	0.8204	0.8239	0.8274	0.8310	0.8345	0.8381
80	0.8416	0.8452	0.8488	0.8524	0.8560	0.8596	0.8633	0.8669	0.8705	0.8742
81	0.8779	0.8816	0.8853	0.8890	0.8927	0.8965	0.9002	0.9040	0.9078	0.9116
82	0.9145	0.9192	0.9230	0.9269	0.9307	0.9346	0.9385	0.9424	0.9463	0.9502
83	0.9542	0.9581	0.9621	0.9661	0.9701	0.9741	0.9782	0.9822	0.9863	0.9904
84	0.9945	0.9986	1.0027	1.0069	1.0110	1.0152	1.0194	1.0237	1.0279	1.0322
85	1.0364	1.0407	1.0450	1.0494	1.0537	1.0581	1.0625	1.0669	1.0714	1.0758
86	1.0803	1.0848	1.0893	1.0939	1.0985	1.1031	1.1077	1.1123	1.1170	1.1217
87	1.1264	1.1311	1.1359	1.1407	1.1455	1.1503	1.1552	1.1601	1.1650	1.1700
88	1.1750	1.1800	1.1850	1.1901	1.1952	1.2004	1.2055	1.2107	1.2160	1.2212
89	1.2265	1.2319	1.2372	1.2426	1.2481	1.2536	1.2591	1.2646	1.2702	1.2759
90	1.2816	1.2873	1.2930	1.2988	1.3047	1.3106	1.3165	1.3225	1.3285	1.3346

Ek Tablo 7'nin Devamı

p	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
91	1.3408	1.3469	1.3532	1.3595	1.3658	1.3722	1.3787	1.3852	1.3917	1.3984
92	1.4051	1.4118	1.4187	1.4255	1.4325	1.4395	1.4466	1.4538	1.4611	1.4684
93	1.4758	1.4833	1.4909	1.4985	1.5063	1.5141	1.5220	1.5301	1.5382	1.5464
94	1.5548	1.5632	1.5718	1.5805	1.5893	1.5982	1.6072	1.6164	1.6285	1.6352
95	1.6449	1.6546	1.6646	1.6747	1.6849	1.6954	1.7060	1.7169	1.7279	1.7392
96	1.7507	1.7624	1.7744	1.7866	1.7991	1.8119	1.8250	1.8384	1.8522	1.8663
97	1.8808	1.8957	1.9110	1.9268	1.9431	1.9600	1.9774	1.9954	2.0141	2.0335
98	2.0537	2.0749	2.0969	2.1201	2.1444	2.1701	2.1973	2.2262	2.2571	2.2904
99	2.3263	2.3656	2.4089	2.4573	2.5121	2.5758	2.6521	2.7478	2.8782	3.0902

Ek Tablo 8: t Dağılımı



v	$t_{0.10}$	$t_{0.05}$	$t_{0.025}$	$t_{0.01}$	$t_{0.005}$	$t_{0.001}$	$t_{0.0005}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.310	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	23.326	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.375	3.633
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
33	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.356	3.611
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340	3.591

Ek Tablo 8'in Devamı

v	t _{0.10}	t _{0.05}	t _{0.025}	t _{0.01}	t _{0.005}	t _{0.001}	t _{0.0005}
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
37	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715	3.326	3.574
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
39	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708	3.313	3.558
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281	3.520
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
150	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609	3.145	3.357
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

KAYNAKLAR

- AKDENİZ Fikri , “İstatistik Analiz Metodları,” Çağlayan Kitabevi, İstanbul 1985.
- BAŞAR Alaaddin, “Kovariyans Analizinin Türkiye Nüfus Tahminlerine Uygulaması Üzerine Bir Deneme,” Doçentlik Tezi, Erzurum, 1978.
- BAŞAR Alaaddin ve OKTAY Erkan, “Uygulamalı İstatistik II” Şafak Yayınevi, Erzurum, 1998.
- BAYRAM Mustafa ve KADIOĞLU Ekrem, “Olasılık ve İstatistik,” Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Yayınları, Erzurum, 1996.
- BRADLEY James, V., “Distribution-Free Statistical Test,” Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1968.
- CONOVER W.J., “Practical Nonparametric Statistics,” Newyork, Wiley, 1971.
- DANIEL Wayne W., “Applied Nonparametric Statistics,” Terc: Erkan Oktay, A.Ü.İ.İ.B.F, Erzurum, 1996.
- GAMGAM Hamza, “Parametrik Olmayan İstatistiksel Teknikler,” Gazi Üniv. Fen- Edebiyat Fakültesi Yayınları, Ankara, 1989.
- KARTAL Mahmut, “Bilimsel Araştırmalarda Hipotez Testleri,” A.Ü.İ.İ.B.F. Yayını, Erzurum, 1993.
- KIRK Roger, “Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences,” California, Brox-Cole Publishing Company, 1968.
- KÖKSAL B. Aloba, “İstatistik Analiz Metodları,” Çağlayan Kitabevi, İstanbul, 1985.
- McCLAVE James T. and PENFIELD G. Benson, “ Statistics for Business and Economics,” Dellen PUBLISHING Company, 5.Baskı, 1991.
- Mc SWEENEY Maryelen ve Douglas PENFIELD, “The Normal Scores Test for the c-Sample Problem,” Br. J. Math. Statist, Psychol, 22 (1969).

SERPER Özer, “Uygulamalı İstatistik II,” Filiz Kitabevi, 2.Baskı, İstanbul, 1993.

SEZGİN Fatin, “Varyans Analizinin Dayandığı Faraziyeler ve Bunların Bozulmasından Doğan Durumlar,” Erzurum, Basılmamış Doktora Tezi, 1972.

ÖZÇELİK Salih, “İstatistik Analizi,” İşletme Fakültesi Araştırma ve Yayın Müdürlüğü Yayını No: 68, Erzurum, 1982.

WILLIAM H. Kruskal, “A Nonparametric Test for the Several Sample Problem,” Annals of Mathematical Statistics, (23),1952.

WINKLER L. Robert ve WILLIAM L. Hays, “Statistics: Probability, Inference and Decision,” Newyork, 1975.

YILDIZ Necati ve BİRCAN Hüdaverdi, “Araştırma ve Deneme Metodları,” Atatürk Üniversitesi Yayınları, Erzurum, 1994.

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa Büte, 1970 yılında Muş'ta doğdu. İlk ve orta tahsilini Muş'ta bitirdi. Lise öğrenimini İzmir Bergama Lisesinde tamamladı. 1990 yılında Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi İşletme Bölümü'ne kayıt yaptırdı. 1994 yılında söz konusu bölümden mezun oldu. Aynı yıl Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü tarafından açılan sayısal Yöntemler yüksek lisans programını kazandı. Araştırmacı, 1995 yılından beri Kafkas Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır. Evlidir ve askerlik hizmetini ifa etmemiştir.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ