



**SEKTÖRLER İTİBARIYLA BORSA İSTANBUL
VERİLERİNİN FOURİER VE KLASİK ZAMAN
SERİLERİ İLE ARAŞTIRILMASI**

Cebeli İNAN

**Doktora Tezi
Ekonometri Ana Bilim Dalı
Prof. Dr. Erkan OKTAY
2022
Her Hakkı Saklıdır**

**T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI**

Cebeli İNAN

**SEKTÖRLER İTİBARIYLA BORSA İSTANBUL VERİLERİNİN
FOURIER VE KLASİK ZAMAN SERİLERİ İLE ARAŞTIRILMASI**

DOKTORA TEZİ

**TEZ YÖNETİCİSİ
Prof. Dr. Erkan OKTAY**

ERZURUM -2022



TEZ BEYAN FORMU

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

BİLDİRİM

Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Uygulama Esaslarının ilgili maddelerine göre hazırlamış olduğum "Sektörler İtibariyle Borsa İstanbul Verilerinin Fourier ve Klasik Zaman Serileri ile Araştırılması" adlı tezin/raporun tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kâğıt ve elektronik kopyalarının aşağıda belirttiğim koşullarda saklanması için verdiğimi onaylarım.

Gereğini bilgilerinize arz ederim *.

- ☐ Tezimin/Raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.
- ☐ Tezimin/Raporumun makale için **altı ay**, patent için **iki yıl** süreyle erişiminin ertelenmesini istiyorum.

07.10.2022

Cebeli İNAN

Aslı ıslak imzalıdır

*** LİSANSÜSTÜ TEZLERİN ELEKTRONİK ORTAMDA TOPLANMASI, DÜZENLENMESİ VE ERİŞİME AÇILMASINA İLİŞKİN YÖNERGE**

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Çeşitli ve Son Hükümler

Lisansüstü tezlerin erişime açılmasının ertelenmesi **MADDE 6– (1)** Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu **iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.**

(2) Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internetten paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkânı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile **altı ay aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.**

Gizlilik dereceli tezler MADDE 7– (1) Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir. Kurum ve kuruluşlarla yapılan iş birliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir.

(2) Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir.



SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ Graduate School of Social Sciences

TEZ KABUL TUTANAĞI

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Prof. Dr. Erkan OKTAY danışmanlığında, Cebeli İNAN tarafından hazırlanan bu çalışma 07/10/2022 tarihinde aşağıda isimleri yazılı jüri tarafından Ekonometri Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan	: Prof. Dr. Bekir ELMAS	İmza: Ashı ıslak imzalıdır
Jüri Üyesi	: Prof. Dr. Erkan OKTAY	İmza: Ashı ıslak imzalıdır
Jüri Üyesi	: Doç. Dr. Ömer ALKAN	İmza: Ashı ıslak imzalıdır
Jüri Üyesi	: Doç. Dr. Ali Kemal ÇELİK	İmza: Ashı ıslak imzalıdır
Jüri Üyesi	: Doç. Dr. Müslüm POLAT	İmza: Ashı ıslak imzalıdır

Prof. Dr. Sait UYLAŞ
Enstitü Müdürü
Ashı ıslak imzalıdır

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	IV
ABSTRACT	V
KISALTMALAR ve SİMGELER DİZİNİ	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
TABLolar DİZİNİ	X
ÖNSÖZ.....	XII
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM ZAMAN SERİSİ ANALİZİ

1.1. ZAMAN SERİLERİ	4
1.1.1. Zaman Alanı Yaklaşımı	7
1.1.2. Frekans Alanı Yaklaşımı	8
1.1.3. Zaman Serisi Çeşitleri	9
1.1.4. Zaman Serisi Verileri	9
1.1.4.1. Kesikli (Ayrık) Zaman Serileri.....	10
1.1.4.2. Sürekli Zaman Serileri.....	10
1.1.5. Zaman Serisi Bileşenleri	11
1.1.5.1. Trend Bileşeni	11
1.1.5.2. Mevsimsel Bileşen.....	12
1.1.5.3. Konjonktörel Bileşen.....	13
1.1.5.4. Düzensiz (rassal) Bileşen.....	14
1.1.6. Stokastik ve Deterministik Süreçler	15
1.1.7. Durağan ve Durağan Olmama.....	17
1.1.8. Gerekli Bazı Testler ile Bilgi Kriterleri.....	21
1.1.9. Beyaz Gürültülü Süreç (White Noise).....	30
1.1.10. Performan Seçim Kriterleri	31

İKİNCİ BÖLÜM

FOURIER ANALİZİ

2.1. FOURİER ANALİZİ	35
2.2. FOURİER SERİSİ	36
2.2.1. Ortogonal Fonksiyonlar.....	38
2.2.2. Sonlu Dizilerin Fourier Gösterimi.....	42
2.2.3. Periyodik Dizilerin Fourier Gösterimi	44
2.2.4. Periyodik Olmayan Dizilerin Fourier Gösterimi.....	48
2.2.4.1. Ayırık-Zaman Fourier Dönüşümü	48
2.2.5. Sürekli Zaman Fonksiyonların Fourier Gösterimi	53
2.2.5.1. Periyodik Fonksiyonların Fourier Gösterimi.....	53
2.2.5.2. Periyodik Olmayan Fonksiyonların Fourier Gösterimi.....	55
2.2.5.2.1. Periyodik Olmayan Fonksiyonlar İçin Drichlet Koşulları.....	55
2.2.5.2.2. Sürekli Zamanlı Fourier Dönüşümü	56
2.2.6. Hızlı Fourier Dönüşümü.....	59

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DİĞER EKONOMETRİK MODELLER

3.1. ARIMA-FOURIER MODELİ.....	63
3.1.1. Otoregresif Süreç $AR(p)$ ve Hareketli Ortalama $MA(q)$	64
3.1.2. Otoregresif Hareketli Ortalama $ARMA(p, q)$	65
3.1.3. Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama $ARIMA(p, d, q)$	66
3.1.3.1. Fourier Dönüşümü Kullanan ARIMA Modeli	68
3.1.4. Mevsimsel ARIMA Modeli (SARIMA)	68
3.1.4.1. Fourier Dönüşümü Kullanan SARIMA Modeli	72
3.2. BATS ve TBATS MODELİ.....	74
3.2.1. BATS Modeli	76
3.2.2. TBATS Modeli.....	77
3.3. ETS MODELİ	80
3.3.1. ETS (Üstel Yumuşatma) Modeli.....	82
3.3.2. Holt'un Lineer Trend Yöntemi	84
3.3.3. Sönümlü Trend Yöntemleri.....	85

3.3.4. Holt-Winters Mevsimsel Yöntemi	86
3.3.5. Yenilikler Üstel Yumuşatma İçin Durum Uzay Modelleri	89
3.5. YAPAY SİNİR AĞLARI (ANN)	93
3.5.1. Çok Katmanlı Algılayıcı (MLP)	93
3.6. KULLANILAN MODELLERİN LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	98

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

EKONOMETRİK MODELLERİN BORSA İSTANBUL (BİST)'E

UYGULAMALARI

4.1. ARAŞTIRMANIN AMACI ve KAPSAMI	131
4.2. ARAŞTIRMADA KULLANILAN YÖNTEMLER.....	133
4.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ ve LİTERATÜRE KATKISI	134
4.4. BULGULARIN DEĞERLENDİRİLMESİ	135
4.4.1. BIST Sınai Endeksine Modellerin Uygulaması ve Analizi.....	136
4.4.2. BIST Hizmet Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulaması ve Analizi	141
4.4.3. BIST Teknoloji Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulaması ve Analizi	146
4.4.4. BIST Mali Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulaması ve Analizi	151
4.4.5. BIST Bankalar Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulaması ve Analizi	156
4.4.6. BIST30 Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulaması ve Analizi	161
4.4.7. BIST100 Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulaması ve Analizi	166
SONUÇ ve ÖNERİLER.....	172
KAYNAKÇA	178
ÖZGEÇMİŞ.....	196

ÖZET

DOKTORA TEZİ

SEKTÖRLER İTİBARIYLA BORSA İSTANBUL VERİLERİNİN
FOURIER VE KLASİK ZAMAN SERİLERİ İLE ARAŞTIRILMASI

Cebeli İNAN

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Erkan OKTAY

2022, 196 Sayfa

Jüri: Prof. Dr. Erkan OKTAY

Prof. Dr. Bekir ELMAS

Doç. Dr. Ömer ALKAN

Doç. Dr. Ali Kemal ÇELİK

Doç. Dr. Müslüm POLAT

Bu tez araştırmasında temel amaç; Borsa İstanbul (BIST) verilerinin geleceğe dair öngörülerinde kullanılabilecek en doğru tahmin yöntemini belirlemektir. Bu doğrultuda, Fourier serisi tabanlı yöntemler başta olmak üzere ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=2), ARIMA-Fourier (K=3), TBATS, BATS ETS ve MLP yöntemleriyle öngöründe bulunulmuştur. Daha sonra bu yöntemlerin tahmin sonuçları arasında en doğru tahmini belirlemek için de MAE, MAPE, MSE ve RMSE gibi performans ölçütleri uygulanmıştır.

Analiz sonuçları ışığında Borsa İstanbul verilerinden, BIST Sınai endeksi, BIST Teknoloji endeksi, BIST Hizmet endeksi, BIST Mali endeksi, BIST Bankalar endeksi, BIST30 aylık ortalama değeri ve BIST100 aylık ortalama değeri değerlendirilmiştir. Bu tahminlerin sonuçları karşılaştırıldığında Fourier tabanlı yöntemlerin tahmin sonuçları yukarıda belirtilen performans kriterlerine göre en iyi sonuçları verdiği tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: ARIMA-Fourier, TBATS, BATS, ETS, MLP, Borsa İstanbul, Zaman Serileri

ABSTRACT**DOCTORAL THESIS****EXAMINIG BORSA ISTANBUL DATA IN TERMS OF SECTORS WITH
FOURIER AND CLASSIC THE SERIES
Cebeli İNAN****Advisor: Prof. Dr. Erkan OKTAY****2022, 196 Pages****Jury: Prof. Dr. Erkan OKTAY
Prof. Dr. Bekir ELMAS
Assoc. Prof. Dr. Ömer ALKAN
Assoc. Prof. Dr. Ali Kemal ÇELİK
Assoc. Prof. Dr. Müslüm POLAT**

The main purpose of this thesis research is to determine the most accurate estimation method that can be used in the future predictions of Borsa Istanbul (BIST) data. In this direction, predictions have been made with Fourier series-based methods, especially those: ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=2), ARIMA-Fourier (K=3), TBATS, BATS ETS and MLP methods. Then, performance criteria such as MAE, MAPE, MSE and RMSE were applied to determine the most accurate estimation among the estimation results of these methods. In the light of the analysis results, BIST Industrial index, BIST Technology index, BIST Service index, BIST Financial index, BIST Banks index, BIST30 monthly average value and BIST100 monthly average value were evaluated. When the results of these estimations are compared, it has been determined that the estimation results of the Fourier-based methods give the best results according to the performance criteria mentioned above.

Keywords: ARIMA-Fourier, TBATS, BATS, ETS, MLP, Borsa Istanbul, Time Series

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

ACF	: Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF	: Arttırılmış Dickey-Fuller Testi
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri
AICc	: Düzeltilmiş Akaike Bilgi Kriteri
ANN	: Yapay Sinir Ağları
AR	: Otoregresif
ARIMA	: Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama
BATS	: (Box-Cox, ARIMA, Trend, Mevsimsellik)
BIC	: Bayesian Bilgi Kriteri
BİST	: Borsa İstanbul
ETS	: Üstel Yumuşatma Yöntemi
EVDS	: Elektronik Veri Dağıtım Sistemi
FFT	: Hızlı Fourier Dönüşümü
KPSS	: Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin
MA	: Hareketli Ortalama
MAE	: Ortalama Mutlak Hata
MAPE	: Ortalama Mutlak Yüzde Hata
ML	: Makine Öğrenimi
MLP	: Çok Katmanlı Algılayıcı
MSE	: Ortalama Kare Hata
NIID	: Normal Dağılmış, Bağımsız, Özdeş Dağılım
PACF	: Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
R	: R Yazılım Programı
RMSE	: Kök Ortalam Mutlak Hata
SARIMA	: Mevsimsel Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama
SIC	: Schwarz Bilgi Kriteri

SLP	: Tek Katmanlı Algılayıcılar
SPSS	: Sosyal Bilimler İçin İstatistiksel Paket
TBATS	: (Trigonometrik, Box-Cox, ARIMA, Trend, Mevsimsellik)
TBMM	: Türkiye Büyük Millet Meclisi
TCMB	: Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası
TÜİK	: Türkiye İstatistik Kurumu
WN	: Beyaz Gürültü
XUHIZ	: Borsa İstanbul'daki Hizmet Endeksi
XUMAL	: Borsa İstanbul'daki Mali Endeksi
XUSIN	: Borsa İstanbul'daki Sınai Endeksi
XUTEK	: Borsa İstanbul'daki Teknoloji Endeksi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Doğrusal ve Eğrisel Trend Zaman Serisi Grafikleri (Kara, 2009).....	12
Şekil 2. Mevsimsel Bileşeni Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Uslu, 2011)	13
Şekil 3. Konjonktörel Bileşeni Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Koyuncu, 2017).....	14
Şekil 4. Düzensiz Bileşeni Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Ulutürk, 1994)	15
Şekil 5. Tüm Bileşenleri Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Kara, 2009)	15
Şekil 6. ACF grafiği (Hyndman, 2014)	28
Şekil 7. PACF Grafiği (Hyndman, 2014)	28
Şekil 8. Tek Katmanlı MLP (Doğan ve Türkoğlu,2019)	94
Şekil 9. Tek Katmanlı MLP (Kayakuş ve Terzioğlu, 2021)	94
Şekil 10. Çok Katmanlı MLP (Albuquerque, vd. 2005).....	95
Şekil 11. 2000-2022 Yılları Arası BIST Sınai Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Zaman Serisi Grafiği Gösterilmektedir	136
Şekil 12. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği	138
Şekil 13. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler	140
Şekil 14. 2001-2022 Yılları Arası BIST Hizmet Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri.....	141
Şekil 15. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği	143
Şekil 16. Arima-Fourier (K=2) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler	145
Şekil 17. 2001-2022 Yılları Arası BIST Teknoloji Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri	146
Şekil 18. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği	148
Şekil 19. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler	150
Şekil 20. 2001-2022 Yılları Arası BIST Mali Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri.....	151
Şekil 21. Test tahmin sonuçlarına ait zaman serisi grafiği	153
Şekil 22. Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık öngörüler.....	155
Şekil 23. 2001-2022 Yılları Arası BIST Bankaların Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri.....	156
Şekil 24. Test tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği	158
Şekil 25. Arima-Fourier (K=2) modeline göre 24 aylık öngörüler.....	160
Şekil 26. 2000-2022 Arası BİST30 Oransal Değişimleri	161

Şekil 27. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği	163
Şekil 28. Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık öngörüler.....	165
Şekil 29. 2000-2022 Arası BİST100 Oransal Değişimleri	166
Şekil 30. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği	168
Şekil 31. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler	170



TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1. Performans Kriterlerinin Formülleri	31
Tablo 2. Trend, Mevsimsellik ve Hatayı içeren ETS Modelleri	81
Tablo 3. Holt-Winters Modelleri	88
Tablo 4. Bazı Üstel Yumuşatma Modellerinin İsimleri	88
Tablo 5. Bazı Aktivasyon Fonksiyonları	97
Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması	116
Tablo 7. BIST Sınai Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	136
Tablo 8. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	137
Tablo 9. Test Tahmin Sonuçları	138
Tablo 10. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri	140
Tablo 11. BIST Hizmet Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	142
Tablo 12. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	142
Tablo 13. Test Tahmin Sonuçları	143
Tablo 14. Arima-Fourier (K=2) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri	145
Tablo 15. BIST Teknoloji Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	146
Tablo 16. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	147
Tablo 17. Test Tahmin Sonuçları	148
Tablo 18. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri	150
Tablo 19. BIST Mali Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	151
Tablo 20. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	152
Tablo 21. Test Tahmin Sonuçları	153
Tablo 22. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri	155
Tablo 23. BIST Bankaların Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	156
Tablo 24. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	157
Tablo 25. Test Tahmin Sonuçları	158
Tablo 26 . Arima-Fourier (K=2) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri	160

Tablo 27. BIST30 Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	162
Tablo 28. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	162
Tablo 29. Test Tahmin Sonuçları	163
Tablo 30. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri.....	165
Tablo 31. BIST100 Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	167
Tablo 32. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri	167
Tablo 33. Test Tahmin Sonuçları	168
Tablo 34. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri.....	170



ÖNSÖZ

Tez çalışmamda konunun tespit edilmesi ve çalışmalarımın düzenli bir takvimde ilerlemesinde ve adım adım tezimin oluşmasında her türlü desteğini benden esirgemeyen danışman hocam sayın Prof. Dr. Erkan OKTAY'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışma süreci boyunca benden desteklerini esirgemeyen ve uygulama alanlarında her türlü katkıyı sağlayan değerli jüri hocalarım Prof. Dr. Bekir ELMAS ve Doç. Dr. Ömer ALKAN'a ayrıca bilgisini ve zamanını benimle paylaşan değerli Dr. Öğr. Üyesi Şener BALAT'a, takıldığım noktalarda birçok defa bilgisinden yararlandığım değerli Dr. Öğr. Üyesi Emre DÜNDER ve Doç. Dr. Müslüm POLAT'a bu süreçte büyük bir sabırla bana destek olan kıymetli eşim Emine İNAN'a, kıymetli vakitlerini aldığım değerli çocuklarım Mina ve Mirza'ya, tez çalışması boyunca ellerinden gelen her türlü desteği esirgemeyen değerli aileme teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Erzurum-2022

Cebeli İNAN

GİRİŞ

Bir ülkede yatırımcıların bir arada olduğu alım-satım faaliyetlerinin güven içerisinde, rekabetçi ve eşit şartlarda gerçekleşmesine imkân sağlayan ortamlara borsa denir. Ülkemizde bu alanda faaliyet gösteren kurum Borsa İstanbul'dur. İlk defa 1986'da İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) adı ile işlemlerde bulunan kurum 05.04.2013 tarihinde isim değişikliğine gidip BIST ismini almıştır. Günümüzde Borsa İstanbul her türlü uzun vey kısa vadeli hisse senedi, tahvil bono ve değerli madenlerin alış ve satışının yapıldığı ve tüm yatırımcıları bünyesinde barındıran kurum olma özelliğini taşımaktadır. Serbest rekabet kurallarının geçerli olup, şeffaflığın ve istikrarın olduğu güvenli bir ortamda pratik ve etkin bir şekilde alım-satımı yapmak borsanın özellikleri arasında yer almaktadır.

İnsanlar, birikimlerini daha güvenilir ve daha hızlı kazanç sağlamak amacıyla finansal yatırımlara yatırmak isterler. Bu yatırımlar; değerli maden ve taşlar, petrol, altın, tablolar, döviz, gayrimenkul, emtialar, hisse senedi, tahvil bono gibi menkul kıymetlere v.b. finansal yatırım araçlarıdır. Bu yatırım araçlarının temel özellikleri benzer olmakla beraber, her bir yatırım kendine has çeşitli özelliklere sahiptir. Günümüzde giderek önem kazanan bu finansal yatırım araçlarından birisi de hisse senedi veya tahvil gibi menkul kıymetlerdir. Menkul kıymetleri önemli kılan en büyük neden, küçük tasarruflarla satın alınabilmeleri, istenildiği zaman paraya çevrilebilmeleri ve aynı zamanda da sahibine bir getiri sağlamalarıdır.

Hisse senetlerinin analizi, birçok bilim insanının dikkatini celb etmiş ve hisse senetlerinin analizi için değişik yöntemler denenmiş ve bu denenilen yöntemlerin eksik yönleri giderilerek daha da geliştirilmiştir. Bizim de bu tezdeki amacımız Borsa İstanbul'un verileri olan çeşitli hisse senetleri endekslerine, klasik yöntemler ve Fourier serileri ile modifiye edilmiş yöntemleri uygulamak ve sonuçlarını incelemektir.

Fourier serileri, aslında matematik alanının bir konusudur. Ama günümüzde multi disiplinlerarası çalışmalar olması ve teknolojinin gelişmesi ile Fourier serilerinin temel kullanım alanları elektronik, görüntüleme ve haberleşme alanlarının yanı sıra, ekonometrik zaman serilerine de uygulanmaktadır. Böylece ekonometrik modeller daha etkin analiz edilebilir. Çünkü kullanılan çoğu ekonometrik modelin zaman serilerindeki çoklu mevsimsellik ve durağan olmama gibi eksikliklerden dolayı iyi tahmin

üretebilmektedir. Bu eksiklikleri gidermek adına çoğu yöntem modifiye edilerek kullanılması daha doğru sonuçlara ulaşılmayı sağlamaktadır.

Bu teori 1807 yılında; herhangi bir periyodik fonksiyonun harmonik olarak ilişkili sinüzoidler dizisi olarak temsil edilebileceği iddiasıyla Fransız matematikçi ve fizikçi Jean Baptiste Joseph Fourier (J. B. J) tarafından ortaya atıldığı için Fourier ismini almıştır. Zaman serilerinde Fourier serilerinin ayrı bir önemi vardır. Çünkü gerçek hayattaki verilerin yani zaman serilerinin davranışları periyodiklik sergiler ve bundan ötürü zaman serilerinde Fourier serilerinin birçok uygulaması vardır. Hemen hemen birçok bilim alanında trigonometrik fonksiyonların (Fourier serilerinin) kullanımı çok geniş bir yer kaplamaktadır. Matematik modeli oluşturan trigonometrik seri yani Fourier serisinin salınımlı (periyodik) verilere uygulamalarının sayısı çok fazladır. Amacımız için, ayrık zaman fonksiyonları veya dizilerinin Fourier analizine odaklanıyoruz. Bizim kullanacağımız seriler ekonometrik veri olan Borsa İstanbul'daki çeşitli endekslerin ortalama kapanış değerleridir.

Bu tez çalışmasında temel amaç; Borsa İstanbul'daki, BIST Sınai, BIST Hizmet, BIST Teknoloji, BIST Mali endeksleri ve BIST30 ile BIST100 endekslerinin ortalama kapanış değerlerine; ARIMA-Forier ($K=1$), ARIMA-Forier ($K=2$), ARIMA-Forier ($K=3$), TBATS, BATS, ETS ve MLP yöntemlerini uygulamaktır. Daha sonra bu altı yöntemin sonuçlarını MAE, MAPE, MSE ve RMSE performans ölçütlerine göre en doğru tahmin sonucunu belirlemektir.

Bu tez dört bölümden oluşmaktadır. Tezin ilk bölümünde zaman serilerine değinilmiştir. Çünkü kullandığımız serilerin zaman serisi olması itibarıyla zaman serileri ile ilgili kullandığımız tanım ve kavramlara değinilmiştir. Ayrıca yöntemlerimizin doğruluklarını kıyaslama yaptığımız ortalama mutlak hata (MAE), ortalama mutlak yüzde hata (MAPE), ortalama kare hata (MSE) ve kök ortalama kare hata (RMSE) performans ölçütlerine de değinilmiştir.

İkinci bölümde, Fourier serileri ve Fourier analizi geniş bir şekilde anlatılmıştır. Fourier serilerinin tanımı yapılarak, Fourier serilerinin dayandığı temel kural ve kabuller belirtilmiştir. Fourier serilerinin birçok avantajı vardır. Geleneksel ekonometrik modellerin çoğunda doğrusallığa ihtiyaç duyulurken gerçek hayatta zaman serilerinin çoğu doğrusallık sergilemez tam bu noktada Fourier serileri bu sorunu

gideriyor. Fourier analizi periyodik verilere rahatlıkla uygulanabilmesi ve herhangi bir seriyi bileşenlerine ayırıp farklı frekanstaki sinüs veya kosinüs fonksiyonlarının (sinüzoidal) toplamı şeklinde gösterilmesine olanak vermektedir.

Üçüncü bölümde, Fourier serileri ile modifiye edilmiş modeller genel yapıları ve bu modifiye edilmiş modeller ile mukayesesi yapılan diğer ekonometrik modellere değinilmiştir. Bu yöntemlerden Fourier serileri modifiye edilmiş ARIMA-Fourier ($K=1$), ARIMA-Fourier ($K=2$), ARIMA-Fourier ($K=3$) ve TBATS yöntemleri Fourier tabanlı modellerdir. BATS yöntemi Box-Cox tabanlı bir yöntemdir. ETS yöntemi Üstel Yumuşuma Modeli olup Durum Uzak Model ailesinin bir üyesidir. MLP yöntemi ise Yapay Sinir Ağı (ANN) ailesinin bir üyesidir. Bu bölümde bu yöntemlerin işleyişi ve yöntemlerle ilgili kavramlar ile kurallar belirtilmiştir.

Dördüncü bölümde, öncelikle yapılan çalışmanın amacı ve kapsamı anlatılmış ve çalışmada kullanılan yöntemler tanıtılmıştır. Ayrıca çalışmanın önemi ve literatüre katkısı açıklanmış ve uygulamada kullanılan veri setleri hakkında bilgiler verilmiştir. Daha sonra ARIMA-Fourier ($K=1$), ARIMA-Fourier ($K=2$), ARIMA-Fourier ($K=3$) ve TBATS BATS, ETS, MLP metotlarıyla tahminler yapılmış ve bu tahminlerin doğrulukları MAE, MAPE, MSE ve RMSE performan kriterleri ile kıyaslamaları yapılmıştır. Son olarak bulguların değerlendirilmesi yapılarak sonuçlar detaylı bir şekilde tezde yorumlanmıştır.

Sonuç ve öneriler bölümünde de Borsa İstanbul'dan alınan hisse senetlerini endeksleri verilerine uygulanan yöntemlerin sonuçları ortaya konularak yorumlamalara tezde yer verilmiştir. Ayrıca tezin bilime sağladığı katkılar ve konuyla ilgili olarak yaşanacak olan bilimsel gelişmelerin olması için atılması gereken adımlara değinilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİSİ ANALİZİ

Bu bölümde öncelikle üzerinde çalıştığımız seri zaman serileri olduğu için zaman serilerinin yapısı ve özelliklerine değinilecek; sonrasında zaman serilerinde kullanacağımız bazı temel kavramlar ve özellikler üzerinde durulacaktır.

1.1. ZAMAN SERİLERİ

Zaman serisi analizi, zaman içinde toplanan kayıtlarla ilgilenir. Verilerin zaman sırası önemlidir. Zaman serilerinde ayırt edici bir özellik, kayıtların genellikle bağımlı olmasıdır. Zaman serisi uygulamalarının arka planı çok çeşitli olup farklı uygulamalara bağlı olarak veriler saatlik, günlük, haftalık, aylık veya yıllık gibi veriler olarak toplanan sıralı bir gözlem dizisidir (Granger ve Newbold 1986). Bu serilere örnek verecek olursak yıllık mahsul üretimi ve fiyatları, hisse senedi fiyatlarının günlük kapanışları, haftalık faiz oranları, milli gelir, ithalat, ihracat, para arzı, para talebi, aylık veya yıllık faiz hadleri, döviz kurları, yatırımlar, harcamalar vb. birçok örnek verilebilir. Bir diğer tanıma göre geleneksel ekonometrik modeller ile genel olarak sistem analizinin yapılması, politika oluşturulması ve geleceğe dair tahminlerde bulunmaktadır. Zaman serisi analizleri genelde çeyreklik, aylık, haftalık hatta günlük verilerle de yapılmaktadır. Bu analizleri geleneksel klasik yöntemler çözmek ya da yorumlarda bulunmak pek mümkün değilken günümüzde bilgisayar kullanımı ve çeşitli paket programlar kullanarak yapmak mümkündür. Bunun sonucunda; zaman serileri analizlerinin günümüzde ortaya çıkması ve giderek önem kazanması çok doğal bir sonuç halini almıştır (Tari, 2016).

Bir zaman serisinin verilerine baktığımızda herhangi bir dönem ile peşisıra gelen dönemde gözlemlenen sayısal veriler bizi konu hakkında bilgi edinmemizi sağlamaktadır. Gözlemlenen bu verilerin zaman içinde ardışıklık göstermesi şart değil ama dizinin takibini yapılabilmesi ve sağlıklı analizler yapmamız açısından çok önemlidir (Sevüktekin ve Çınar,2017).

Genel olarak T uzunluğundaki bir zaman serisini göstermek için X_t veya Y_t ($t = 1, 2, \dots, T$) gibi gösterimleri ya da daha genel bir gösterim olan $Z_t = Z_1, Z_2, \dots, Z_t$, $t = 1, 2, \dots, T$ şeklinde gösterilir.

Zaman serisi verileri tarihte nispeten uzun bir süre toplanmış olsa da bu tür zaman serileri için yöntemlerin ve stokastik modellerin geliştirilmesi yeni konu başlıklarıdır. Zaman serisinin ilk kapsamlı çalışmaları Box ve Jenkins tarafından 1970'te yayınlanmıştır. Bu çalışmalarda; zaman serisi yaklaşımlarının kapsamı, stokastik süreçler için modellerin yanı sıra model uydurma, model tanımlama, tahmin ve diğer çeşitli uygulamalar için çıkarımsal prosedürler konu olarak işlenmiştir (Weiß, 2021).

Zaman serisi, bir süre boyunca düzenli olarak tek bir değişkenin ölçülmesiyle elde edilen bir dizi gözlemdir. Bu gözlemlerin sosyal bilimler, mühendislik, tıp bilimleri, nöroloji, psikoloji, ekonomi vb. alanlarla ilişkili olduğu konulardan yola çıkılarak bazı bulgulara ulaşmak amaçlanmaktadır (Kirchgassner ve Wolters, 2007). Zaman serisi kavramı; tarihsel gözlemlere dayanmaktadır. Bu gözlemler zaman içinde sürekli olarak yapılabilmekte veya ayrı bir noktada ele alınabilmektedir (Chatfield, 2000).

Zaman serisi analizinde birbirinden ayrı fakat birbirini dışlanmayan iki yaklaşım vardır. Bu yaklaşımlar; zaman alanı yaklaşımı ve frekans alanı yaklaşımıdır (Hamilton, 1994). “*Zaman Alanı Yaklaşımı Çalışmaları*” önceden belirlenmiş bir frekansta kaydedilen bir değişkenin gerçekleştirmelerinin zamansal özelliklerini incelemektedir ve değişkenin frekans bileşenleri hakkında herhangi bir bilgiyle ilişkilendirmez. Zaman alanı yaklaşımının bir örneği, otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modelidir (Box vd., 2015). Öte yandan “*Frekans Alanı Yaklaşımı*”, zaman serisi analizini genellikle spektral analiz yoluyla elde edilen çeşitli periyodik varyasyon türlerinin bozulmasıyla çoğu veride doğal olarak bulunan periyodik veya sistematik sinüzoidal varyasyonu içermektedir. Frekans alanı yaklaşımı için Fourier serisi analizi örnektir (Iwok ve Udoh, 2016).

Bütün ekonometrik çalışmalarının üç gayesi vardır. Hali hazır durumu ve sistemin analizini yapmak, politika oluşturmak ve geleceğe dair tahmin etmektir. Bir çalışmada bu gayelerin biri veya hepsi aynı anda bulunabilir. Ekonometrik zaman serilerinin öngörüsü, hem makro ölçekli ve mikro ölçekli seviyede hali hazır durumun tespit

edilmesi, hem de gelecekteki durumun önceden tahminlere yakın bir şekilde bilinerek, bir dizi ön hazırlık yapılması ve kararlar alınması için önemlidir.

Ekonometrik zaman serilerinin geçmişteki ve günümüz değerlerini kullanarak geleceğe dair alacağı değerlerinin tespit edilmesi geleceğe ait tahmin modelleriyle elde edilmektedir (Yaffee ve McGee 2000). Tahmin kavramı, herhangi bir değişkenin belli varsayımlar altında gelecekte alabileceği değerlerin önceden takriben belirlenmesine denir. Tahmin, günümüzün rekabetçi piyasasında rekabet avantajı oluşturabilecek faydalı bir araç olduğu aşikâr bir durumdur. Aslında tahmin; ya insan yargısına (nitel tahmin) ya da geçmiş verilere (nicel tahmin) dayanarak geleceği tahmin ederek belirsizlikle ilgilenir. Tahmin, geçmiş veriler kullanılarak gelecekteki bir parametrenin tahmin edilebileceği bilimsel süreç olarak da tanımlanabilir. Tahminin değişkenin geçmiş değerleri ile en iyi uyumu yakalayan ve geleceği en iyi şekilde temsil eden özellikte olması tahminin başarısını artırır. Başka bir deyişle hızlı değişen bir ortamda bile tahminler, çevremizde seçilen konunun değişme şeklini modellemek açısından önemlidir. Hyndman ve Athanasopoulos'a (2018) göre bir olayın tahmin edilebilirliği esas olarak üç faktöre bağlıdır: Birinci faktörde mevcut geçmiş verilerin miktarını hesaplamak. İkinci faktörde tahmin edilen değişkeni etkileyen tahmin edicileri anlamamız ve eğer varsa tahminin tahmin edilen değişken üzerindeki herhangi bir etkisi. Üçüncü faktörü göstermek için hisse senedi örneğini ele alalım. Bu tür bir değişkene ilişkin tahminler yayınlanırsa insanlar tahminlerin sağladığı trendi takip edecektir. Başka bir deyişle, tahminler belirli bir şirket için hisse senedi fiyatlarında bir artışa işaret ediyorsa; insanlar onları satın almak için acele edecek ve fiyatların yükselmesine neden olacaktır.

Zaman serileri analizi, istatistik teknikler arasında çok önemli yere sahip olan teknikler arasında geniş bir yer tutmaktadır. Geçmiş dönemlerin çeşitli yöntemlerle incelenmesiyle elde edilen bilgilerin, geleceğin öngörüsünde kullanılmasına dayanan bu teknikler; özellikle kısa, orta ve uzun dönem öngörülerinde ihtiyaç duyulan her alanda kullanılmaktadır. Bilinmeyen geleceğin bilimsel yöntemlerle öngörülmesi ve gelecek için önceden hazırlıkların yapılması her alanda olduğu gibi özellikle ekonomide ve finans alanlarında büyük bir önem taşımaktadır.

Zaman serisi yöntemlerinin en yoğun ve karmaşık uygulamaları, fiziksel ve çevre bilimlerindeki problemlerden kaynaklıdır. Bu gerçek, zaman serisi analizinin diline nüfuz eden temel mühendislik lezzetini açıklar. Kaydedilen en eski serilerden biri; Schuster (1906) tarafından incelenen aylık güneş lekeleri sayılarıdır. Daha modern araştırmalar, küresel sıcaklık ölçümlerinde bir ısınma olup olmadığına veya kirlilik seviyelerinin Los Angeles'ta günlük ölümleri etkileyip etkilemediğine odaklanabilir. Konuşma dizilerinin modellenmesi, ses kayıtlarının verimli bir şekilde iletilmesi ile ilgili önemli bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır (Yule, 1927).

Zaman serileri analizinde, doğru tahmin yöntemini seçmek, yalnızca eldeki verilerin türünü ve ne ilettiğini anlamakla mümkündür. Tahmin yöntemlerinin bir sınıflandırması; tahminin doğruluğunu artırmak için tamamlayıcı olabilecek nitel ve nicel yöntemler arasında ayrım yapmaktadır. Yargısal tahminler olarak da adlandırılan nitel yöntemler, geçmiş veriler mevcut olmadığında genellikle tek seçenektir. Öte yandan nicel veya istatistiksel yöntemler geçmiş verilere dayanır ve geçmişteki bazı eğilimlerin gelecekte genişleyeceğini varsaydığımızda daha doğru bir değerlendirme olmaktadır (Hyndman ve Athanasopoulos 2018). Doğru bir tahmin yöntemini seçmenin ilk aşaması da doğru model kurmaktır. Doğru model kurmanın da ilk aşaması olan probleme ilişkin veriler güvenilir ve eksiksiz bir biçimde toplanıp verilere uygun bir modelleme belirlenir. Bu belirlenen model için matematiksel kalıp oluşturulur ve mevcut olan verilerin yardımı ile modelin parametreleri belirlenir. Oluşturulan bu modelin uyumu çeşitli hata testleri ile tespit edilir. Şayet kurulan model uygun bir modelse geleceğe dair öngörüler de bulunabilir (Bıçen, 2006). Zaman serisi analizine yönelik, genellikle zaman alanı yaklaşımı ve frekans alanı yaklaşımı olarak tanımlanan iki ayrı, ancak mutlaka birbirini dışlamayan yaklaşımın mevcut olduğundan bahsetmek uygundur.

1.1.1. Zaman Alanı Yaklaşımı

Genellikle, zaman içindeki bitişik noktalar arasındaki korelasyonun, mevcut değerlerin geçmiş değerlere bağımlılığı açısından en iyi şekilde açıklandığı varsayımına dayanır. “Zaman Alanı Yaklaşımı”, bir zaman serisinin gelecekteki bazı değerlerinin mevcut ve geçmiş değerlerin parametrik bir fonksiyonu olarak modellenmesine odaklanır. Bu yaklaşımda, bir zaman serisinin şimdiki değerinin kendi geçmiş değerleri ve diğer serilerin geçmiş değerleri üzerinde doğrusal regresyonları ele alınır. Bu

modelleme, zaman alanı yaklaşımının sonuçlarını bir tahmin aracı olarak kullanmaya yönlendirir ve bu nedenle ekonomistler arasında özellikle popülerdir.

Box ve Jenkins'in (1970) dönüm noktası niteliğindeki çalışmasında savunulan bir yaklaşım, zamana bağlı modelleme ve tahminle başa çıkmak için otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modelleri adı verilen sistematik bir model sınıfı geliştirir. Yaklaşım, çok değişkenli ARIMA veya transfer fonksiyonu modellemesi yoluyla birden fazla girdi serisinin işlenmesi için bir ifade içerir.

Bu modellerin tanımlayıcı özelliği, çarpımsal modeller olmalarıdır; yani gözlemlenen verilerin, beyaz gürültü girişine yanıt veren diferansiyel veya fark denklemleri operatörlerini içeren faktörlerin ürünlerinden kaynaklandığı varsayılır. Aynı soruna daha yeni bir yaklaşım, istatistikçilerin daha aşına olduğu toplamsal modelleri kullanır. Bu yaklaşımda, gözlemlenen verilerin, her biri belirli bir zaman serisi yapısına sahip olan serilerin toplamlarından elde edildiği varsayılır; örneğin, ekonomide, trend, mevsimsel etki ve hatanın toplamı olarak bir serinin oluşturulduğunu varsayılır. Ortaya çıkan durum uzayı modeli, daha sonra, uzay uygulamalarında tahmin ve kontrol için orijinal olarak geliştirilen ünlü Kalman filtreleri ve yumuşatıcılar makul bir şekilde kullanılarak işlenir (Box ve Jenkins, 1970).

1.1.2. Frekans Alanı Yaklaşımı

Frekans alanı yaklaşımı, çoğu veride doğal olarak bulunan periyodik veya sistematik sinüzoidal varyasyonlarla ilgili zaman serisi analizlerinde ilgilenilen birincil özellikleri varsayar. Bu periyodik değişimlere genellikle biyolojik, fiziksel veya ilgili çevresel olgular neden olur. Bunlardan bazıları; bir dizi periyodik şok beynin belirli bölgesini etkilemesi veya rüzgârın bir uçak kanadındaki titreşimleri etkilemesi, El Nino salınımlarının neden olduğu deniz yüzeyi sıcaklıklarının değişimi, okyanustaki balık sayısını etkilemesi, aylık işsizlik veya aylık doğum oranları gibi serilerdeki yıllık periyodikliklerle ilgili alanlarla ilgili olarak bizlere bilgiler vermektedir. Bu periyodikliği daha detaylı incelememizi ve yorumlamayı sağlayan da spektral analizdir.

Spektral analizde, bir zaman serisindeki çeşitli periyodik varyasyon türlerinin bölünmesi ilgilenilen her bir periyodiklik ile ilişkili varyansın ayrı ayrı değerlendirilmesiyle gerçekleştirilir. Frekans üzerindeki bu varyans profiline de güç

spektrumu denir. Çoğu durumda, iki yaklaşım uzun seriler için benzer cevaplar üretebilir, ancak kısa örnekler üzerindeki karşılaştırmalı performans zaman alanında daha iyi yapılır. Bazı durumlarda, frekans alanı formülasyonu, kavramsal olarak bir zaman alanı hesaplamasını gerçekleştirmek için uygun bir araç sağlar.

1.1.3. Zaman Serisi Çeşitleri

İktisadi ve Finansal Zaman Serileri: İktisadi ve finansal serilerin çoğunluğu zaman serilerinden oluşmaktadır. Örneğin günlük döviz kuru, hisse senedi getirisi, yıllık faiz oranı, yıllık işsizlik oranları, enflasyon oranı gibi seriler düşünülebilir.

Fiziki Zaman Serileri: Bilhassa Coğrafyada, meteorolojide ve denizcilik bilimlerinde sürekli biçimde gözlemlenen serilere örneğin yıllık deniz seviyesindeki değişim ölçüleri, meteorolojide günlük olarak kaydedilen sıcaklık, nem, yağış ve rüzgâr verileri, ortalama aylık yağış miktarları gibi ölçümler örnek olarak verilebilir.

İşletme Zaman Serileri: Farklı zamanlarda gözlemlenen işletmelerin satış miktarları, kâr oranları, maliyet hesaplamaları gibi veriler işletme politikalarının tespit edilmesi, yön verilmesi veya tekrardan düzenlemesinde önemli bir rol almaktadır.

Demografik Zaman Serileri: Genel olarak nüfus çalışmalarında gereksinim duyulan ve hükümetlerin orta ve uzun dönem planlamalarında kullanılan yıllık nüfus artışı, yine yıllık ölüm oranları, doğum oranları yıllık ortalama evlenme ve boşanma oranları gibi veriler örnek olarak verilebilir.

1.1.4. Zaman Serisi Verileri

Zaman serileri verilerin kayıt altına alması itibari ile sürekli zaman serileri ve kesikli zaman serileri olarak iki kategoride toplanır. Zaman serileri zaman içinde sürekli olarak kaydedilebilen verilere sahip ise “*sürekli zaman serileri*”, sadece belli aralıklarda kaydedilebilen verilere sahip ise “*kesikli zaman serileri*” denir. Elektrik sinyalleri, voltaj, EKG, ses titreşimleri gibi seriler sürekli zaman serileri iken; faiz oranı, satış miktarı ve üretim gibi iktisadi seriler kesikli zaman serilerine örnektir.

Zaman serileri sürekli veya kesikli olarak ölçülebilir. Bir osilograf, bir ses yükselticisinin harmonik salınımlarını kaydettiği için sürekli zaman serileri anında ve istikrarlı bir şekilde kaydedilir. Sosyal bilimlerdeki çoğu ölçüm düzenli aralıklarla

yapılır ve bu zaman serisi verileri kesiklidir. Düzenli aralıklarla ayrı ayrı ölçülen yağış birikimleri bir örnek olabilir.

1.1.4.1. Kesikli (Ayrık) Zaman Serileri

Bir “*Ayrık Zaman Serisinde*” gözlemler, ayrık anlarda hesaplanır. Ayrık bir zaman serisi olması durumunda, ardışık gözlemler eşit aralıklı zaman aralıklarında not edilir. Bu ayrık zaman aralıkları saatlik, günlük, haftalık, aylık veya yıllık olabilir. Kesikli zaman serilerinin bazı örnekleri arasında saat başı ölçülen sıcaklık değerleri, aylık yağış miktarı, günlük hisse senedi kapanış fiyatları veya haftalık doğum oranları bir ülkenin nüfusu, bir firmada üretim, iki farklı para birimi arasındaki değişim tarifeleri gibi örnekler çoğaltılabilir. Kesikli zaman serileri dikkate alınırken, incelenen değişkenin gerçek bir sayısal ölçek uygulanarak sürekli bir değişken olarak ölçülmesi beklenir. Bu ölçümlerin genellikle eşit olan belli zaman aralıklarıyla yapıldığından ($t=1, 2, \dots, n$) ayrık (discrete) zaman serileri olarak adlandırılır. Böyle seriler deniz biliminde, hava biliminde, tıp alanında, jeofizik, ekonomi ve finans gibi alanlarda da kullanılırlar.

1.1.4.2. Sürekli Zaman Serileri

Zaman serilerinin diğer bir çeşidi olan sürekli zaman serilerinde gözlemler her bir zaman noktasında ölçülürse, bir zaman serisi sürekli dir. Ekonomik verilerde sürekli zaman serileri nispeten çok nadirdir. Örnek verecek olursak; sıcaklık değerini sürekli olarak okuyup kayıt edersek de her an kayıt altında olduğundan sürekli zaman serileri elde ederiz. Elektrik mühendisleri sürekli zaman serileri ile uğraştıkları halde, ekonomi, finans gibi sosyal bilimlerde bu tür sürekliliği sağlamak çok mümkün değildir. Zaman serileri ile alakalı yararlı çalışma ortaya koyabilmek için zaman serilerinin hangi bileşenlerin etkisinde olduğunu belirlemek ve bu bileşenlerin etkilerini tahmin etmek gerekir. Zaman serileriyle oluşturulacak matematiksel modelin yanı sıra, seri üzerinde etkide bulunan bileşenlerin tahminin yapılması ve hesaplanan tahminlerden faydalanarak serinin gelecek dönemlerine ait öngörü de bulunulabilir.

1.1.5. Zaman Serisi Bileşenleri

Zaman serileri sistematik bileşen ve rassal hata (gürültü) bileşeninden oluştuğu kabul edilir. Bu bileşenlerden sistematik bileşen belirlenebilecek bir bileşendir. Diğer taraftan rassal hata ise zaman serisinin örüntüsü (pattern)'nü tespit edilmesini engelleyen bir bileşendir. Zaman serilerinin sistematik bileşenleri arasından trend, konjonktürel ve mevsimsel dalgalanmalar var iken rassal hata bileşeni de düzensiz dalgalanmalardır (Gürsaka, 2018).

Zaman serilerinin uzun-dönem yönelimine trend; mevsimselliğin zaman serileri üzerindeki etkisine mevsimsel dalgalanmalar; ekonomiden dolayı oluşan etkilere konjonktür dalgalanmalar ve doğal, ekonomik ya da siyasi durumlardan oluşan ve hangi zamanda oluşacağı belli olmayan tesadüfi dalgalanmalara da rastgele dalgalanmalar denir (Özoğuz, 1986).

Bir zaman serisinin verileri incelendiğinde bu verilerin birtakım dalgalanmaların etkisi altında olduğu görülür. Bu bileşenler sırayla: Trend(T), mevsimsel dalgalanma(S), döngüsel (konjonktürel) dalgalanmalar(C), düzensiz (tesadüfi) hareketler(E) olmak üzere dört ana etkenden oluşmaktadır. Bu bileşenlerin olay üzerindeki etkileri farklı yön ve şiddette olabileceği gibi aynı yön ve şiddette de olabilir.

Zaman Serisi Tahmini, geçmiş verilere dayanarak gelecekteki değeri tahmin etme sürecidir ve çeşitli alanlarda iş kararlarında çok önemli bir rol oynar. Uygun bir zaman serisi tahmin tekniğinin seçimi, aşağıdaki dört bileşenin varlığına bağlıdır: Trend, mevsimsellik, döngüsel ve düzensiz bileşen (Naim vd. 2018).

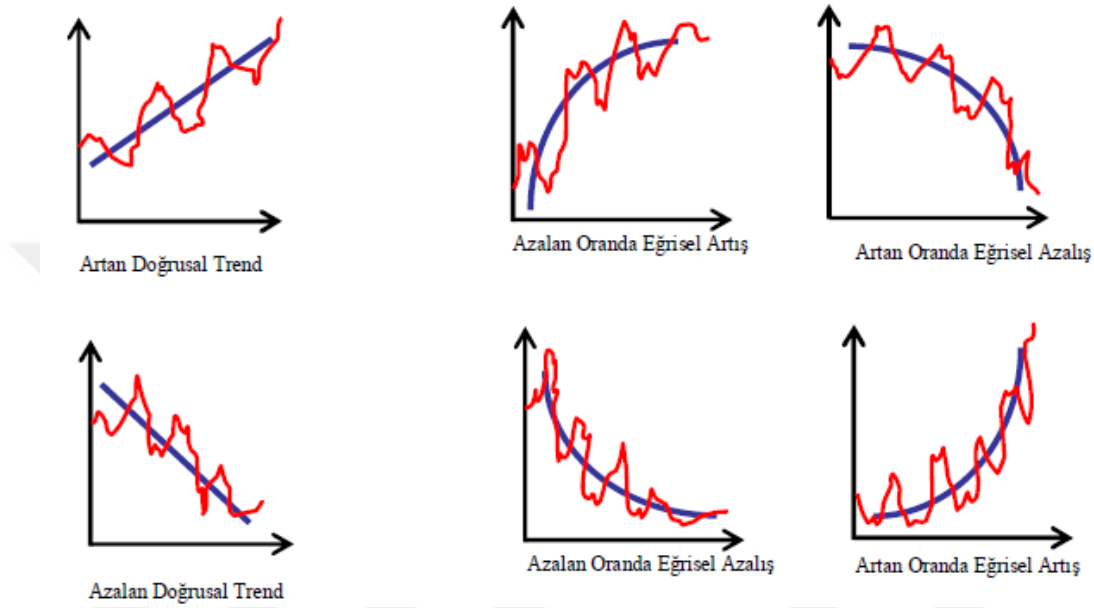
1.1.5.1. Trend Bileşeni

Bir zaman serisinin belirli bir dönem boyunca yukarı doğru (artış) ya da aşağı doğru (azalış) hareketine ana eğilimine trend denir. Başka bir tanımda da bir zaman serisinin uzun bir dönemde (15 ile 20 yıl) belli bir yöne doğru gösterdiği genel eğilime uzun dönem eğilimi (trend) veya ana eğilim adı verilir (Serper, 2000).

Etkilerin şiddetine bağlı olarak artma ve azalma yönündeki değişimler bazen artabilir bazen de azalabilir. Örnek olarak nüfus artışı, teknolojiye gelişmeler, gayri safi milli hasıla, ihracat, ithalat, hisse senetlerinin artma veya azalma eğilimleri

verilebilir. Tabi ki bu eğilimin tespit edilebilmesi için uzun bir dönemde takip edilmesi gerekir.

Trend yönü ve şiddeti açısından hep aynı kaldığı söylenemez. Trend doğrusal (lineer) olabileceği gibi eğrisel de olabilmektedir. Zaman içerisinde artma ve azalma göstermeyen yani aynı düzeyde kararlık gösteren serilerde trend yoktur.



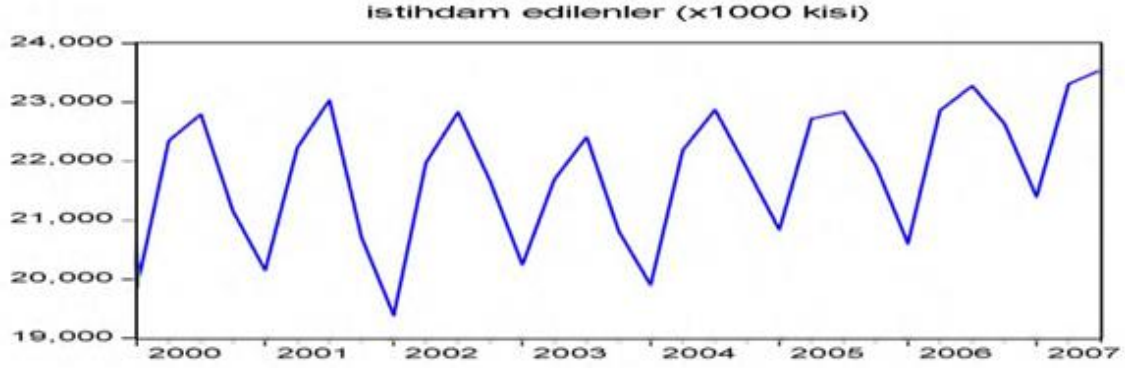
Şekil 1. Doğrusal ve Eğrisel Trend Zaman Serisi Grafikleri (Kara, 2009)

1.1.5.2. Mevsimsel Bileşen

Mevsimsel Bileşen, bir zaman serisinde çok sık rastlanılan ve gözlemlenen bir etkidir. Periyodik bir şekilde kendini gösterir. Yani her yıl içerisinde belli aylarda artış ya da azalış sergilerler bu sürenin uzunluğu ise periyodu verir. Mevsimsel verilerde periyod genellikle 4, aylık verilerde 12, günlük verilerde ise iş gününe bağlı olarak 5,6 veya 7 olarak karşımıza çıkar. Bu genellemeler sadece bir beklentidir bu şekilde davranış sergilemeyebilir.

Mevsimin etkisi altında olan değişkenler yılın belirli dönemlerinde daha yüksek veya daha düşük değerler alabilir. Örneğin; yaz aylarında dondurma satışının yükselmesi, yine yaz aylarında turizm rakamlarının yükselmesi, iklimler, insan alışkanlıkları, özel günler, belli aylarda sıcaklık ve yağış değerlerinin yükselmesi veya düşmesi, okulların tatil olması ile işsizlik oranında artış olması kış aylarında ısınmaya

olan ihtiyacın artması gibi örnekler verilebilir. Yani mevsimsel dalgalanmalar genel olarak doğal ve sosyo-ekonomik sebeplerden ötürü oluşur. Ayrıca mevsimsel dalgalanmalar hem döngüsel hem de periyodikliği içinde barındırır.

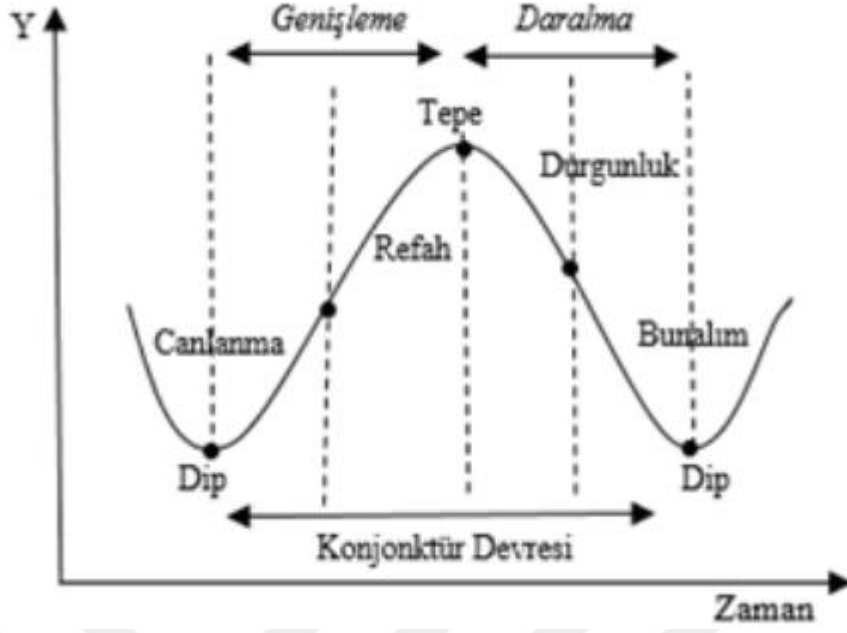


Şekil 2. Mevsimsel Bileşeni Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Uslu, 2011)

1.1.5.3. Konjonktörel Bileşen

Konjonktörel hareketler çoğunlukla bir ülkenin refah veya kriz dönemlerinde gerçekleşir. Örnek olarak; refah dönemlerinde ülkedeki yatırım harcamaları artarken kriz dönemlerinde ise yatırımlar düşer satışlar azalır. Artmalar ve azalmalar her yıl görülmeyip genellikle 2 ile 10 yıl ya da daha uzun yıllar arasında görülüyorsa bu dalgalanmalara “*Döngüsel (Konjonktörel) Dalgalanma*” denir. Mevsimsel dalgalanmalar arasında analizlerde bir fark yoktur sadece döngüsel dalgalanmalarda dalga boyu daha uzun olacağından gözlemlenmesi biraz daha güçtür. Başka bir ifadeyle zaman serisinin trend doğrusu veya eğrisinin etrafındaki uzun dönem dalgalanmalara “*konjonktörel dalgalanmalar*” denir. İktisatta ve ekonomide bolluk, durgunluk, depresyon ve yükselme devreleri konjonktörel hareketler olarak ifade edilir (Atlas, 2000).

Bu dalgalanmalar genellikle bir ülkede ekonomide görülen durgunluk (Recession) veya refah (welfare) dönemlerini ifade eden değişimlerdir. Refah döneminde yatırımlar, satış miktarları, gelir düzeyleri ve üretim miktarları genellikle artarken durgunluk dönemlerinde (ekonomik krizlerde) ise bu göstergelerde düşüşler olur. Bu hareketler düzensiz ve herhangi bir periyoda sahip değildir. Konjonktörel hareketler döngüseldir fakat periyodik değildirler (Serper, 2000).

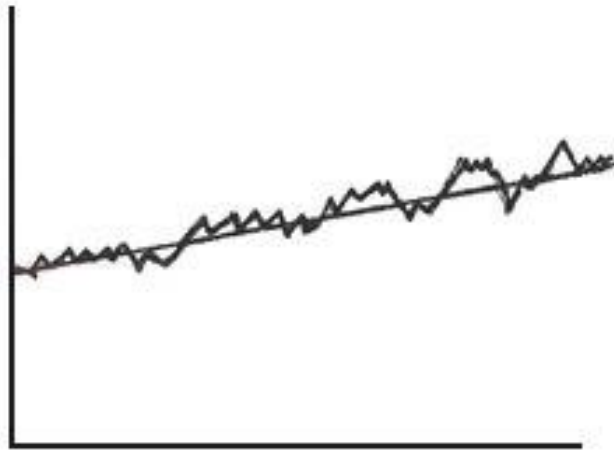


Şekil 3. Konjonktörel Bileşeni Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Koyuncu, 2017)

1.1.5.4. Düzensiz (rassal) Bileşen

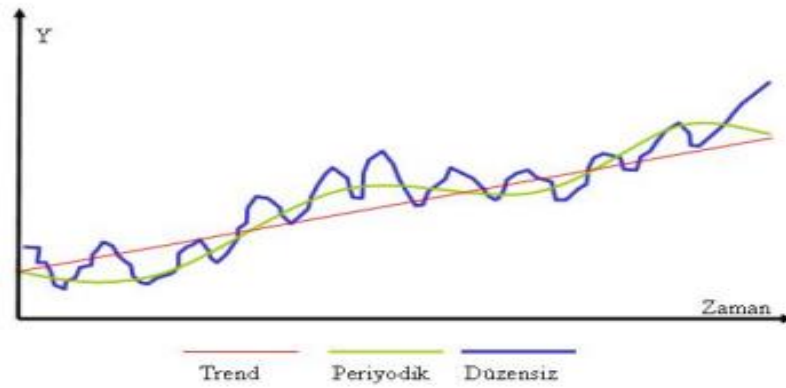
Serinin dalgalanması veya hareketi belli bir kalıba uymuyorsa veya bir periyot barındırmıyorsa hiçbir şekilde modellenemezse bu dalgalanmalara düzensiz hareketler denir. Başka bir deyişle bir zaman serisindeki trend, konjonktürel hareketler ve mevsimsel dalgalanmalar izole edildikten sonra geriye kalan bileşendir.

Hareketler düzensiz olduğu için bu seriler tahmin edilemez ve öngöründe bulunamaz. Bundan dolayı bu serilerin gelecekte nasıl bir seyir izleyeceği bilinemez ve bu dalgalanmalar hata termi ile açıklanabilecek değişimlerdir. Örneğin doğal felaketler: Sel, deprem, tsunami vb. felaketler sonrası oluşabilecek artma ve azalmalar verilebilir.



Şekil 4. Düzensiz Bileşeni Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Ulutürk, 1994)

$$\text{Zaman Serisi} = f(\text{Trend Bileşeni}, \text{Periyodik Bileşen}, \text{Stokastik Bileşen})$$



Şekil 5. Tüm Bileşenleri Barındıran Zaman Serisi Grafiği (Kara, 2009)

Yukarıdaki Şekil 5, tüm bileşenlerin bir arada gösterildiği bir grafik. Yani trend, mevsimsellik, konjonktürel ve düzensiz bileşenin bir arada gösterildiği grafik.

1.1.6. Stokastik ve Deterministik Süreçler

Zaman serileri, zaman içinde düzenli noktalarda meydana gelen bir zaman aralığı boyunca temel veri üreten süreçlerin gerçekleşmesiyle ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle zaman serileri tanımlanabilir stokastik veya deterministik bileşenlere sahiptir.

Ekonometride, modellerin birçoğu zaman serilerine dayanmaktadır. Bu zaman serileri, trend mevsimsellik, konjonktür (döngüsel) ve düzensiz (tesadüfi) hareketlerin

etkisindedir. Yani zaman serileri bu bileşenleri içinde barındırır. Verilerin zaman serisi özellikleri genel olarak deterministik ve stokastiktir.

Deterministik özellikleri genelde serilerde sabit, trend konjonktürel ve mevsimsel bileşenlerinin bulunup bulunmamasıdır. Stokastik özellikleri ise genelde düzensiz değişkenlerin olup olmadıkları ile ilgili bir durumdur.

Süreç stokastik ise, serinin her veri değeri, zaman içinde her noktada temel alınan bir popülasyonun olasılık dağılımının örnek ortalaması olarak görülebilir. Her dağılımın bir ortalaması ve varyansı vardır. Her dağılım çifti, gözlemlenen değerler arasında bir kovaryansa sahiptir. Bir kuvvetler dengesizliği seriyi etkilediğinde ve serinin seviyesinde stokastik olarak bir değişiklik meydana getirdiğinde, serinin stokastik eğilim ile karakterize edildiğini söyleriz (Wei, 2013). Deterministik eğilimler, zamanın bir fonksiyonu olarak bir serinin ortalama seviyesindeki sistematik değişikliklerdir.

Stokastik süreçler tarafından yönlendirilmeyen seriler, deterministik süreçler tarafından yönlendirilebilir. Bazı deterministik süreçlerin fizik yasaları veya muhasebe tarafından öngörülen işlevsel ilişkileri olabilir. Bir olayın varlığını veya yokluğunu gösterebilirler. Olasılık dağılımlarını ve tahminini içermeyen çok sayıda süreç kendisini örnekleyebilmektedir. Kesin olarak hesaplanabilen olaylar deterministiktir ve stokastik değildir.

Stokastik süreç, w 'nin örnek bir uzaya, t 'nin ise bir dizin kümesine ait olduğu $Z(w, t)$ zaman serisinin dizinlenmiş olduğu rastgele değişkenler ailesidir. Sabit bir t için $Z(w, t)$ rastgele bir değişkendir. Belirli bir w için, $Z(w, t)$ t fonksiyonu olarak örnek bir fonksiyon veya gerçekleştirme olarak adlandırılır. Tüm olası gerçekleştirmelerden oluşan sonuçlara stokastik süreç ve zaman serisi analizinde stokastik süreç denir. Bu nedenle, bir zaman serisi belirli bir stokastik işlemde bir gerçekleştirme veya örnek fonksiyonudur.

Tanım kümesinin aksi belirtilmedikçe, tüm tam sayıların kümesi olduğunu varsayıyoruz. Bir stokastik süreçlerden $\{Z(\omega, t): t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ sonlu bir rastgele değişkenler $\{Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_n}\}$ kümesi düşünelim. n -boyutlu dağılım fonksiyonu ile tanımlanır.

$$F_{Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_n}}(x_1, \dots, x_n) = P\{\omega: Z_{t_1} \leq x_1, \dots, Z_{t_n} \leq x_n\} \quad (1.1.6.1)$$

Burada $x_i, i = 1, \dots, n$ gerçek sayılardır. Bir işlemin birinci dereceden durağan olduğu söylenir, eğer tek boyutlu dağılım fonksiyonu zamanla değişmez ise, yani herhangi bir t_1, k ve $t_1 + k$ tamsayı için $F_{Z_{t_1}}(x_1) = F_{Z_{t_1+k}}(x_1)$ ise; $t_1, t_2, k, t_1 + k$ ve $t_2 + k$ tam sayıları için $F_{Z_{t_1}, Z_{t_2}}(x_1, x_2) = F_{Z_{t_1+k}, Z_{t_1+k}}(x_1, x_2)$ ise dağılımda ikinci dereceden durağan; ve dağılımda n. dereceden durağan ise.

$$(F_{Z_{t_1}, \dots, Z_{t_n}}(x_1, \dots, x_n) = F_{Z_{t_1+k}, \dots, Z_{t_n+k}}(x_1, \dots, x_n) \quad (2.1.6.2)$$

$t_1, \dots, t_n$ ve k tamsayı için Herhangi bir n için (2.1.6.2) doğruysa, yani $n = 1, 2, \dots$ bir sürecin kesinlikle durağan olduğu söylenir (Wei, 2006).

1.1.7. Durağan ve Durağan Olmama

Zaman serilerin en önemli özelliklerinden biri durağan (Stationary) ya da durağan olmaması (non-stationary)'dır. Değişkenlerin arasında ekonometrik açıdan anlamlı ilişkiler yakalanabilmesi için bu zaman serilerinin durağan olması gerekmektedir (Tari, 2016).

Zaman serileri durağan veya durağan olmayabilir. Durağan seriler, sabit bir ortalama seviye etrafında bir tür istatistiksel denge ve bu ortalama seviye etrafında sabit bir dağılım ile karakterize edilir (Box ve Jenkins, 1970). Durağanlık (zayıf durağanlık) ve katı durağanlık olmak üzere iki tür durağanlık vardır. Her ikisi de zaman serilerinin belirli zamanla değişmeyen davranışlar sergilemesini gerektirir.

Tanım 1. Her t için $E(X_t^2) < \infty$ ise $\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ zaman serisi (zayıf) durağandır ve

(i) $E(X_t)$, t 'den bağımsız bir sabittir,

(ii) $Cov(X_t, X_{t+k})$ her k değeri için t den bağımsızdır.

Tanım 2. Eğer $(X_1, \dots, X_n)$ ve $(X_{1+k}, \dots, X_{n+k})$ herhangi bir $n \geq 1$ tamsayısı ve herhangi bir k tamsayısı için aynı ortak dağılımlara sahipse, bir $\{X_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ zaman serisi kesinlikle durağandır.

Sıklıkla zayıf durağanlık olarak anılan durağanlık, zaman serilerinin yalnızca ilk iki momentinin zamanla değişmez olduğunu varsayar ve sürecin sonlu ikinci momentleri olması koşuluyla genellikle katı durağanlıktan daha zayıftır.

Bir seri, sabit bir ortalama ve sabit varyansa ek olarak, sabit bir otokovaryans yapısına sahipse, kesinlikle durağan olduğu söylenir. Bir seri bu kovaryans durağanlığına sahip olduğunda, kovaryans yapısı zaman içinde kararlıdır (Diebold, 1998). Yani, otokovaryans, zamansal referans noktasından bağımsız olarak aynı kalır. Bu koşullar altında, otokovaryans yalnızca iki zamansal referans noktası arasındaki zaman periyodlarının sayısına bağlıdır (Mills, 1990).

Bir seri durağansa, otokorelasyonun büyüklüğü oldukça hızlı bir şekilde azalırken, seri durağan değilse veya entegre ise, otokorelasyon zamanla yavaş yavaş azalır. Bununla birlikte, bu eşit aralıklı gözlemler, çok değişkenli normal dağılımların gerçekleşmeleri olarak kabul edilirse, serinin kesinlikle durağan olduğu kabul edilir.

Birçok makroekonomik seri entegredir veya durağan değildir. Ortalama durağanlığı olmayan durağan olmayan serilerin, seviyenin zaman içinde yöneldiği ortalama bir çekicisi yoktur. Homojen durağanlığı olmayan durağan olmayan serilerin sabit veya sınırlı varyansı yoktur. Serinin stokastik bir eğilimi varsa, o zaman rastgelelik unsuruna sahip seviye zamanın bir fonksiyonudur. Her biri stokastik eğilimle parçalanmış bir serinin diğeri üzerindeki regresyonunda, şişirilmiş bir belirlenim katsayısına sahip sahte bir regresyon ortaya çıkabilir. T ve F testleri ile boş hipotezler aşırı reddedilme eğilimi gösterecek ve yanlış pozitif ilişkiler önerecektir (Granger ve Newbold, 1986).

Durağan olmayan serilerin doğasında var olan kararsız ve süresiz olarak büyüyen varyanslar, yalnızca anlamlılık testlerini karmaşıklaştırmakla kalmaz, aynı zamanda tahmin etmeyi de sorunlu hale getirir.

Durağan olmayan seriler, rastgele yürüyüş, sürüklenme, trend veya değişen varyans ile karakterize edilir. Eğer stokastik sürecin her gerçekleştirilmesi, sarhoş bir denizcinin gelişigüzel adımı olduğu gibi, rastgele bir dalgalanma gibi görünüyorsa, rastgele şoklarla sarsılmış, hareketler dizisi rastgele bir yürüyüştür. Eğer seri, incelenen zaman ufkunun bitiminden önce bir seviye etrafında bu tür düzensiz hareketler sergiliyorsa, rastgele yürüyüş artı sürüklenme sergiler. Başka bir deyişle, sürüklenme,

sıfır olmayan bir ortalama etrafındaki rastgele değişimdir. Geçmişinden tamamen tahmin edilemeyen bu davranış, bazen uygunsuz bir şekilde stokastik bir trend olarak adlandırılır, çünkü trendli bir seri, zaman içinde ortalama düzeyde ortalama bir değişiklik gösterir (Harvey, 1990). Bu eğilimler deterministik veya stokastik olsun ya da olmasın, doğrusal veya eğrisel olabilirler. Eğrisel iseler, eğilimler polinom, üstel veya sönümlü olabilir. Bir trend kısa vadeli veya uzun vadeli olabilir. Serinin seviyesi düzensiz hareket edebilir. Birçok yerel dönüm noktası olabilir. Verilerin stokastik bir eğilimi varsa, o zaman seride, geçmişinden tamamen tahmin edilemeyen bir düzey değişikliği vardır. Mevsimsel etkiler, yılın dönem(ler)ine denk gelen yıllık dalgalanmalardır. Örneğin, g kullanımı kışın ısıtma maliyetleri, yazın ise klima maliyetleri ile artabilir. Mayo satışları yaz başında veya ortasında zirve yapabilir. Mevsimsel etkiler toplamsal veya çarpımsal olabilir. Döngüsel veya uzun dalga etkileri, 11 yıllık güneş lekesi döngüsü veya belirli bir iş döngüsü gibi çok daha uzun dönemlere sahip dalgalanmalardır.

Bir trend döngüsü oluşturmak için trendlerle etkileşime girebilirler. Diğer durağan olmayan seriler artan veya küçülen varyansa sahiptir. Varyanstaki değişiklikler, işlem günü etkilerinden veya diğer değişkenlerin incelenen seri üzerindeki etkisinden kaynaklanabilir. İstatistiksel modellemeye hazırlamak için seriler ya doğal logaritması alınarak, farkı alınarak ya da bir regresyondan artıklar alınarak durağanlığa dönüştürülür. Eğer seri farkları alınarak durağan hale getirilebiliyorsa seri fark-durağan olarak adlandırılır. Bir regresyonda serinin trendini bozarak ve artıkları kullanarak seriyi durağan hale getirebilirsek, o zaman serinin trend-durağan olduğunu söyleriz.

Genellikle zayıf durağanlık olarak anılan durağanlık, zaman serilerinin yalnızca ilk iki momentinin zamanla değişmediğini varsayar ve sürecin sonlu ikinci momentleri olması koşuluyla genellikle katı durağanlıktan daha zayıftır. Zayıf durağanlık öncelikle, farklı zamanlarda değişkenler arasındaki doğrusal ilişkilerle ilgilendiğimiz ARMA süreçleri gibi doğrusal zaman serileri için kullanılır. Aslında durağanlık varsayımı, spektral analizde olduğu gibi çoğu lineer zaman serisi analizi için yeterlidir. Buna karşılık, odak noktamız doğrusal olmayan ilişkiler ise, ilk iki anın ötesine bakmamız gerekir. Bu, doğrusal olmayan zaman serisi analizi bağlamında neden katı durağanlığın gerekli olduğunu açıklar.

Ortalaması ve varyansı zaman içinde değişmeyen ve iki dönem arasındaki ortak varyansı bu ortak varyansın hesaplandığı deneme değil de sadece iki dönem arasındaki uzaklığa ya da farka bir diğer diğer ifadeyle gecikmeye bağlı olan durumlara durağan durumlar denir.

Yani,

$$\text{Sabit aritmetik ortalama} \quad : E(Y_t) = \mu$$

$$\text{Sabit varyans} \quad : Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$$

$$\text{Gecikme mesafesine bağlı kovaryans: } \gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)]$$

Bütün t değerleri için k gecikme mesafesi bu şartların hepsi sağlanırsa süreç durağan süreç olur. μ serinin aritmetik ortalamasıdır. Durağanlık testleri korelogram testi ve birim kök (unit root) testi ile belirlenir.

Bir zaman serisi durağan değilse onun davranışını sadece ele alınan dönem için inceleyebiliriz diğer zaman dilimlerine genelleyemeyiz bu nedenle durağan olmayan serilerle genelleme yapmak yani kestirimde bulunmak pek sağlıklı değildir (Gujarati ve Porter, 2012).

Değişkenler arasında ekonometrik olarak anlamlı ilişkiler elde edilebilmesi için serilerin durağan seriler olması gerekir. Yani serimiz durağan olmayan bir seri ise, seriden elde edilen farklı veri setleri farklı özellikler gösterir. Böyle bir durumda da bu veri setlerinden elde edilen bilgiler ile genelleme yapılamaz, modelin oluşturulması ve geleceğe dair tahmin yapılması da çok zor olur. Asıl ilğimiz durağan zaman serileri olsa da zaman zaman durağan olmayan zaman serileri ile karşılaşırız. Hisse senedi fiyatları, döviz kuru gibi varlık fiyatları çoğu zaman durağan değildir.

Bir zaman serisinin durağan olup olmadığı çeşitli testler ile belirlenir. Bunlar korelogram testleri, birim kök testleri ve Dickey-Fuller testi, (DF) Arttırılmış Dickey-Fuller Testi (ADF), Philips-Perron Testi (PP) ve Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin Testi (KPSS) gibi testlerdir. Ayrıca en iyi modeli belirlemek içinde çeşitli bilgi kriterleri vardır. Bunlar; Bayesian bilgi kriteri (BIC), Akaike bilgi kriteri (AIC), Düzeltilmiş Akaike bilgi kriteri (AICc) ve Swartz bilgi gibi kriterlerdir. Bu kriterlere alt başlıklarda örnek verilmiştir.

1.1.8. Gerekli Bazı Testler ile Bilgi Kriterleri

Dickey-Fuller Testi: Deterministik terimin $\alpha(t)$ ile gösterilen zamana bağlı bir fonksiyon olduğu aşağıdaki Dickey-Fuller testini ele alalım:

$$y_t = \alpha(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t \quad (1)$$

Burada ε_t , σ_ε^2 sabit varyanslı bağımsız ve özdeş dağılıp durağan bir hata terimidir ve $\alpha(t)$ t 'nin deterministik bir fonksiyonudur. Bir birim kökün (yani, $\rho = 1$) sıfır hipotezini test etmekle ilgileniyoruz. $\alpha(t)$ 'nin formu bilinmediğinde, $\alpha(t)$ yanlış belirtilmişse, $\rho = 1$ için herhangi bir test tartışmalıdır. $\alpha(t)$ 'nin bilinmeyen fonksiyonel formunun bir yaklaşımı olarak, Fourier açılımını düşünün.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), \quad n \leq T/2 \quad (2)$$

n , tahminde bulunan frekansların sayısını temsil ettiğinde, k , hata kareleri toplamını minimize eden en uygun frekans sayısı ve T , gözlemlerin sayısıdır yani örneklemin büyüklüğüdür.

Açıkçası, eğer $\alpha_1 = \beta_1 = \dots = \alpha_n = \beta_n = 0$ ise, süreç doğrusaldır ve geleneksel birim kök test metodolojileri uygundur. Ancak, bir kırılma veya doğrusal olmayan bir eğilim varsa, veri üretme sürecinde en az bir Fourier frekansı bulunmalıdır. Gallant (1981) 'ın belirttiği gibi, Taylor serisi gibi diğer çoğu yaklaşım örnek uzayda belirli bir noktada geçerlidir. Fourier yaklaşımının önemli bir avantajı, lokal bir yaklaşımdan ziyade global bir yaklaşım olmasıdır. Pratik bir konu olarak, bir regresyon çerçevesinde büyük bir n değeri kullanmak mümkün değildir. Birçok frekans bileşeninin kullanımı, serbestlik dereceleri kullanır ve fazla uyum sorununa yol açabilir. Bu nedenle, $\alpha(t)$ 'nin spesifik formunu koymak yerine, mesele (2)'ye dahil edilecek uygun frekansları seçmektir. Şimdilik, yalnızca tek bir k frekansı kullandığımızı ve test regresyonunu göz önünde bulundurduğumuzu varsayalım.

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + c_4 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + e_t \quad (3)$$

τ_{DF-t} 'nin (3)'teki $\rho = 0$ boş hipotezi için t istatistiğini bakıyoruz. DF versiyonu testlerinin asimptotik özellikleri, testin LM versiyonundan farklı değildir. Buradaki kilit

nokta, birim kökün sıfır hipotezi için kritik değerlerin, diğer versiyon testlerinde olduğu gibi sadece k frekansına ve T örneklem büyüklüğüne bağlı olacaktır. Ancak, Fourier terimlerinin katsayılarına veya diğer deterministik terimlere bağlı değildirler. τ_{DF-t} 'nin kritik değerleri bellidir. Araştırmacı k değerini belirtmek isterse, test doğrudan bu kritik değerler kullanılarak yapılabilir. k değeri tahmin edilirse, kırılma testi aşağıdaki gibi yapılabilir. Serinin durağan olduğuna dair sıfır hipotezinin kritik değerleri yalnızca frekans sayısı k 'ya ve T gözlem sayısına bağlı olacaktır. βt terimi trend içerme durumunda modelde yer alacaktır. Ancak, Fourier terimlerinin katsayılarına veya diğer deterministik terimlere bağlı değildirler (Enders ve Lee, 2012).

Arttırılmış Dickey-Fuller Testi: (Dickey ve Fuller, 1979) d farkının derecesini belirlemek ve zaman serimizde birim köklerin varlığını test ederek durağanlığını kontrol etmek için kullanılır. Bu testin amacı, bir y_t zaman serisinde bir birim kökün mevcut olduğu, yani y_t 'in durağan olmadığı anlamına gelen sıfır hipotezini incelemektir. ADF testi aşağıdaki biçimde gerçekleştirilir:

$$\nabla y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + \delta_1 \nabla y_{t-1} + \dots + \delta_p \nabla y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Burada: α bir sabittir, β bir zaman trendindeki katsayı ve p otoregresif sürecin gecikme derecesi (Cheung ve Lai, 1995). Eğer y_t in trendi ve kayması yoksa test şu şekilde yapılabilir:

$$\nabla y_t = \gamma y_{t-1} + \delta_1 \nabla y_{t-1} + \dots + \delta_p \nabla y_{t-p} + \varepsilon_t$$

(Brooks, 2008)'a göre, bağımlı değişken için optimal gecikme sayısı p 'yi belirlemek için verilerin sıklığı kullanılabilir. Yani, veriler aylık ise 12 gecikme kullanırız, veriler üç aylık ise 4 gecikme kullanırız vb.

Becker, Enders ve Lee (2006) Fourier Fonksiyonlu Durağanlık Sınaması

Geleneksel standart testlerin zayıf yönlerini giderebilmek için, bilirsiz form ve sayıda kademeli kırılmaların varlığına ortaya çıkarmak için geliştirilmiştir (Becker vd. 2006). Modelin deterministik bileşenlerini tahmin etmek için Fourier katsayılarını barındıran bir fonksiyonun seçilmiş ve frekans bileşenini kullanarak durağanlık sınaması yapılmaktadır. Fonksiyonun kendisi periyodik olmasa bile Fourier tahmini, bilinmeyen bir fonksiyonun davranışını genellikle yakalayabilmektedir. Test, kırılmaların kademeli olması durumunda en iyi tahmini yapacak şekilde tasarlanmıştır.

Bilinmeyen lineer olmayan durumları belirlemek için trigonometrik terimler kullanılmaktadır. Becker vd. (2006) veri üretme sürecini denklem (4) ile tanımlamaktadırlar:

$$Y_t = X'_t \beta + Z'_t \gamma + \tau_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$\tau_t = \tau_{t-1} + u_t$$

ε_t 'ler durağan hata terimi olup, u_t 'ler bağımsız ve özdeş dağılan sabit varyanslıdır (δ_u^2). Deterministik terimdeki bir kırılma (veya başka bir tip lineer olmama durumu), k hata kareleri toplamını minimize eden optimal frekans sayısı, T ise örneklem büyüklüğü iken;

$z_t = (\sin(\frac{2\pi kt}{T}), \cos(\frac{2\pi kt}{T}))$ ile ifade edilmektedir. Dekelmin daha açık hali (5) denklemindeki gibi olmaktadır:

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + e_t \quad (5)$$

Serinin durağan olduğuna dair sıfır hipotezinin kritik değerleri yalnızca frekans sayısı k 'ya ve T gözlem sayısına bağlı olacaktır. βt terimi trend içerme durumunda modelde yer alacaktır.

Test istatistikleri ise (6) eşitliğinde olduğu gibi oluşturulmaktadır:

$$\tau_\mu(k) \text{ veya } \tau_T(k) = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \bar{s}_t(k)^2}{\widehat{\delta^2}} \quad (6)$$

Burada $\bar{S}_t(k) = \sum_{j=1}^t \bar{e}_j$ iken $\bar{e}_j$ ise (3) eşitliğinden elde edilen en küçük kareler kalıntılarıdır. Standart KPSS testinde olduğu gibi, uzun dönem varyansı $\widehat{\delta^2}$ 'nin parametrik olmayan bir tahmini, gecikme parametresi l ile w_j ağırlıklarının ($j = 1, \dots, l$) seçilmesiyle (7) eşitliğindeki gibi elde edilebilir.

$$\widehat{\delta^2} = \bar{y}_0 + 2 \sum w_j \bar{y}_j \quad (7)$$

Burada $\bar{y}_j$, (4) eşitliğinden elde edilen $\bar{e}_t$ kalıntılarının j 'nci örneklem otokovaryansdır.

Enders ve Lee (2012) Fourier Fonksiyonlu Durağanlık Sınaması

Enders ve Lee (2012) bu kez deterministik terimde Fourier fonksiyonlu yeni bir Dickey-Fuller (DF) tipi birim kök testi önermişlerdir. Başlangıç değeri yüksekken, DF tipi testlerin, trendden arındırma işlemi yapan DF-GLS (Rodrigues ve Taylor, 2012) ve LM (Enders ve Lee, 2012) tipi testlere göre daha direnç gösterdiğini belirtmişlerdir. Öte yandan, Rodrigues ve Taylor (2012)'dan farklı olarak doğrusal olmama durumunu sınanan ön test niteliğinde *F testi* önerilmektedir. Böyle bir ön testin, Fourier testlerin kullanılmasının doğrusal olma durumunda testin gücünü azaltacağından hareketle önemli olduğu ifade edilmiştir.

Deterministik terimin $\alpha(t)$ gibi zamana bağlı bir fonksiyonla gösterildiği denklem (7) deki gibi DF testini dikkate almaktadırlar:

$$y_t = \alpha(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + e_t \quad (3)$$

e_t 'ler sabit varyanslı (δ_u^2) durağan hata terimini göstermektedir. Dolayısıyla tahmin edilecek Fourier regresyonu da şöyle tanımlanmaktadır:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + c_4 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + e_t \quad (8)$$

Serinin birim kök içerdiğine dair sıfır hipotezinin kritik değerleri yalnızca frekans sayısı k 'ya ve T gözlem sayısına bağlı olacaktır. Fourier veya diğer deterministik terimlerin katsayısı bu anlamda belirleyici olmayacaktır. k tahmin edildikten sonra, Enders ve Lee (2012) kırılma testinin aşamalarını şöyle sıralamaktadırlar:

Aşama 1: Denklem (8) de, $1 \leq k \leq 5$ aralığında tüm değerleri için tahmin edilir ve en küçük kalıntı kareleri toplamını veren k belirlenir. Ardından kalıntıların otokorelasyon içerip içermediği sınanır.

Aşama 2: Doğrusal olmama ön sınama ile araştırılır. Bu amaçla $c_3 = c_4 = 0$ sıfır hipotezli *F testi* uygulanır. *F* istatistiği standart dağılıma sahip olmadığından kritik değerler dikkate alınır. *F* istatistik değeri kritik değerden küçükse, doğrusal trendin varlığı reddedilememektedir. Bu aşamada standart birim kök testleri uygun olacaktır.

Bazı durumlarda modeldeki deterministik trende ihtiyaç duyulmamaktadır. Modelin trend içermemesi halinde testin gücü arttığından trend yok sayılarak yapılan tahmin daha güçlü olacaktır. Bu nedenle serilerin trend içerip içermediğinin de önsel

olarak sınamasını yapmak, trend içermeyen seride trendi yok saymak testin gücünü artırmak için gereklidir. Böyle bir durumda yalnızca sabitli modeller tahmin edilecektir (Tekin, 2018).

ACF ve PACF Fonksiyonları: Durağan süreç $\{Z_t\}$ için, sabit ortalama $E(Z_t) = \mu$ ve $Var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$ ve sadece zaman farkının $|t - s|$ fonksiyonları olan kovaryanslar $Cov(Z_t, Z_s)$ var. Dolayısıyla, burada Z_t ve Z_{t+k} arasındaki kovaryansı yazalım:

$$\gamma_k = Cov(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu) \quad (1)$$

ve Z_t ve Z_{t+k} arasındaki korelasyon

$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{Var(Z_t)}\sqrt{Var(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2)$$

$Var(Z_t) = Var(Z_{t+k}) = \gamma_0$ olduğunu belirttiğimiz durumdur. Zaman serisi analizinde k, γ_k fonksiyonlarına otokovaryans fonksiyonu, ρ_k ise aynı süreçten Z_t ve Z_{t+k} arasındaki kovaryansı ve korelasyonu temsil ettikleri için otokorelasyon fonksiyonu (ACF) olarak adlandırılır. Sadece k zaman gecikmeleriyle ayrılır (Wei, 2006).

Durağan bir süreç için otokovaryans fonksiyonlarının γ_k ve otokorelasyon fonksiyonunun ρ_k aşağıdaki özelliklere sahip olduğunu görmek kolaydır;

1. $\gamma_0 = Var(Z_t); \rho_0 = 1$,
2. $|\gamma_k| \leq \gamma_0; |\rho_k| \leq 1$,
3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ ve $\rho_k = \rho_{-k}$ Tüm k 'lar için γ_k ve ρ_k çift fonksiyonlardır ve dolayısıyla gecikme $k = 0$ göre simetriktir. Bu özellik, Z_t ve Z_{t+k} ve Z_t ve Z_{t-k} arasındaki zaman farkının aynı olmasından kaynaklanır. Bu nedenle, otokorelasyon fonksiyonu genellikle sadece negatif olmayan gecikmeler için çizilir. Bu çizime bazen bir korelasyon grafiği denir.
4. Otokovaryans fonksiyonunun γ_k ve otokorelasyon fonksiyonunun ρ_k bir diğer önemli özelliği, pozitif yarı tanımlı olmalarıdır.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \gamma |t_i - t_j| \geq 0 \quad (3)$$

ve

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \rho |t_i - t_j| \geq 0 \quad (4)$$

Herhangi bir zaman noktası seti $t_1, t_2, \dots, t_n$ ve herhangi bir gerçekte sayı $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ için. Rastgele değişkeni $X = \sum_{i=1}^n \alpha_i Z_{t_i}$ tanımlayarak, sonuç (3) şu şekildedir:

$$0 \leq \text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \text{Cov}(Z_{t_i}, Z_{t_j}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \gamma |t_i - t_j|$$

(4)'teki ρ_k için benzer sonuç, (3.) eşitsizliğinin γ_0 ile bölünmesiyle elde edilir. Bu nedenle, (1.) ile (3.) arasındaki özellikleri sağlayan her keyfi fonksiyonun bir süreç için bir otokorelasyon fonksiyonu olamayacağını bilmek önemlidir. Bir fonksiyonun bazı süreçlerin otokovaryans veya otokorelasyon fonksiyonu olması için gerekli koşul, pozitif yarı tanımlı olmasıdır (Wei, 2006).

Z_t ve Z_{t+k} arasındaki otokorelasyona ek olarak, Z_t ve Z_{t+k} arasındaki korelasyonu $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ araya giren değişkenlere karşılıklı doğrusal bağımlılıkları kaldırıldıktan sonra araştırmak isteyebiliriz. Koşullu korelasyon

$$\text{Corr}(Z_t, Z_{t+k} \mid Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k-1}) \quad (5)$$

Genellikle zaman serisi analizinde kısmi otokorelasyon (PACF) olarak adlandırılır.

Bir dizi düzenlemeler yapıldıktan sonra Z_t ve Z_{t+k} arasındaki kısmi otokorelasyonun $(Z_t - \hat{Z}_t)$ ve $(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})$ arasındaki normal otokorelasyona eşit olacağı sonucu çıkar. Böylece ρ_k , sahip olduğumuz Z_t ve Z_{t+k} arasındaki kısmi otokorelasyonu ifade eder.

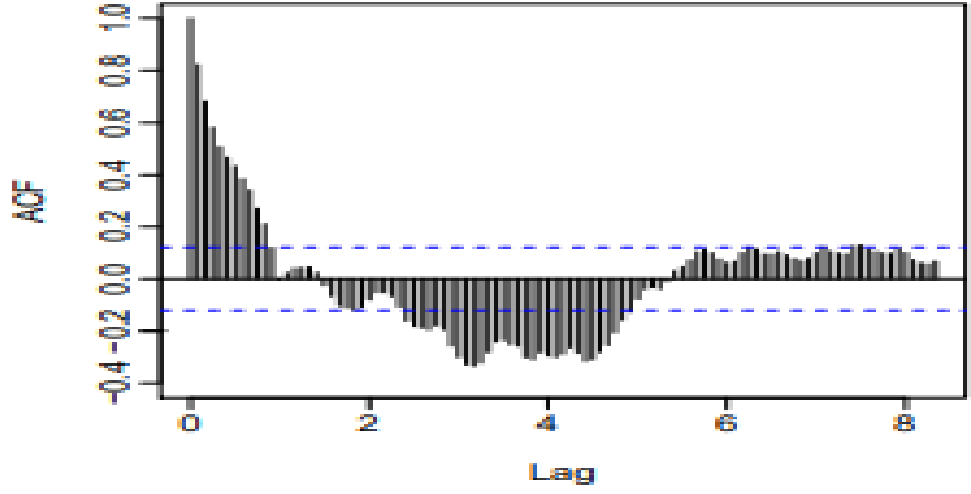
$$\rho_k = \frac{\text{Cov}([Z_t - \hat{Z}_t], [Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k}])}{\sqrt{\text{Var}(Z_t - \hat{Z}_t)} \sqrt{\text{Var}(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}}$$

Yine bir dizi düzenlemelerden sonra $\rho_k = \phi_{kk}$ eşitliği elde edilir. ϕ_{kk} kısmi otokorelasyon (PACF) olarak ifade edilir (Wei, 2006).

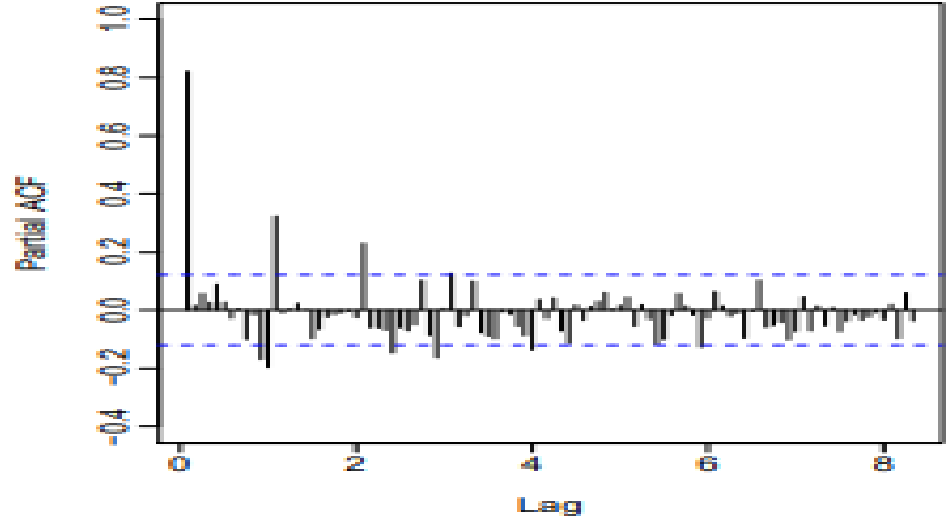
$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

Modelleme sürecindeki ilk adım, zaman serilerinin durağanlığını kontrol etmektir. Durağanlığın kabaca bir tahmini, zaman serisinin kısmi otomatik korelasyon fonksiyonu (PACF) ve otomatik korelasyon fonksiyonu (ACF) çizimleri çizilerek grafiksel olarak elde edilebilir. ACF, bir zaman serisi değerinin farklı gecikmelerde aynı zaman serisinin diğer değerleriyle korelasyonunu ölçer. PACF ayrıca bir zaman serisinin değeri ile farklı gecikmedeki başka bir değer arasındaki korelasyonu da ölçer.

Ancak, PACF, belirli bir gecikme değeri için korelasyonu hesaplarken farklı gecikmelerdeki diğer değerleri yok sayar (Flores, vd. 2012). ACF, birkaç gecikmeden sonra önemli bir değer göstermiyorsa veya PACF, başlangıç değerinden (Hyndman ve Athanasopoulos 2018) sonra keskin bir kesme içeriyorsa, elimizde durağan bir zaman serisi var demektir. Bununla birlikte, çoğu gerçek yaşam problemi o kadar basit ve durağan değildir. Başka bir deyişle, PACF, diğer dönem önceki değerlerin katkılarını görmezden gelir. Öte yandan, bir zaman serisi gürültü hatası ve tüm periyodu önceki gürültü hataları arasındaki korelasyonlar ACF'de ölçülür. Her iki fonksiyonlar, AR (P) ve MA (Q) parametrelerini belirlemenizi sağlayan korelogram üzerinde çizilir (Tonchiangsai ve Boonsothonsatit 2021).



Şekil 6. ACF grafiği (Hyndman, 2014)



Şekil 7. PACF Grafiği (Hyndman, 2014)

Korelogram Testi: Korelogram testleri otokorelasyon fonksiyonlarına dayanır.

$$r_k = \frac{\gamma_k (k \text{ aralığı için kovaryans})}{\gamma_0 (Varyans)} = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

Burada r_k otokorelasyon katsayısıdır. R programında “*Acf*” ve “*Pacf*” komutları ile çizdirilir. Durağan bir zaman serisi, ortalaması μ , varyansı σ^2 , otokorelasyonları ρ_k ve kısmi otokorelasyonları ϕ_{kk} ile karakterize edilir.

Tahmin edilen modeller arasından seçim yapmak için kalıntı kareler toplamlarına (residual sum of squares) dayanan kriterlere göre model seçimi yapılır. Bu kriterler

Akaike Bilgi Kriteri (AIC), Düzeltilmiş Akaike Bilgi Kriteri (AIC_c), Bayesian bilgi kriteri (BIC), Schwarz Bilgi Kriteri (SIC), Hannan-Quin Bilgi kriteri (HQ) gibi kriterler sayılabilir. Biz bu çalışmamızda Akaike bilgi kriterini (AIC) kullanacağız. Aşağıda bazı bilgi kriterlerine değineceğiz.

Akaike Bilgi Kriteri (AIC): Akaike Bilgi Kriterleri (AIC), istatistiksel bir modelin yaygın olarak kullanılan bir ölçüsüdür. Modelin uyum iyiliğini ölçmek için kullanılır. İki veya daha fazla modeli karşılaştırırken, en düşük AIC 'ye sahip olanın genellikle gerçek verilere daha yakın olduğu kabul edilir. En iyi modeli bulmak ve en uygun p, d, q ve P, D, Q sıralarını bulmak için Akaike bilgi kriterleri (AIC) (Akaike'nin 'An Information Criterion' (AIC), Akaike'nin düzeltilmiş 'An Information Criterion' (AIC_c) (Cavanaugh, 1997) kullanılmıştır. En düşük AIC değerini veren model en iyisi olarak seçilecektir. Akaike bilgi kriteri (AIC), belirli bir veri seti için istatistiksel modellerin göreceli kalitesinin bir ölçüsüdür. Veriler için bir model koleksiyonu verildiğinde, AIC diğer modellerin her birine göre her modelin kalitesini tahmin eder. Bu nedenle, AIC , model seçimi için bir araç sağlar. Model için olabilirlik fonksiyonunun maksimum değeri MLE olsun; Modeldeki tahmin edilen bağımsız olarak ayarlanmış parametre sayısı K olsun. Daha sonra modelin AIC değeri aşağıdaki gibi tanımlanır (Box vd. 2015):

$$AIC = -2 \log(MLE) + 2K \approx n \log(\hat{\sigma}^2) + 2K$$

$\hat{\sigma}^2$, σ^2 'nin maksimum olabilirlik tahminidir (Zhang, 2003). Daha sonra da AIC bilgi kriteri düzeltilerek aşağıdaki forma çevrildi. Yani;

$$AIC_c = \log(MLE) + (n + k)/(n-k-2)$$

k , modeldeki parametre sayısıdır ve n , örnek boyutudur (Burnham ve Anderson, 2002; Cavanaugh, 1997; Box and Jenkins, 1970).

Bayesian Bilgi Kriteri (BIC): Ayrıca, Schwarz'ın 'Bayesian Information Criterion' (BIC) (BIC) bulunarak yapılır (Schwarz vd. 1978). Olduğu gibi Bayes argümanlarına dayalı bir düzeltme terimi de türetebilir, bu da aşağıda:

$$BIC = \log(\hat{\sigma}^2) + \frac{k \log n}{n}$$

BIC ayrıca Schwarz Bilgi Kriteri (SIC) olarak da adlandırılır; Minimum açıklama uzunluğu argümanına dayalı olarak aynı istatistiği veren bir yaklaşımdır (Rissanen, 1978). Çeşitli simülasyon çalışmaları, BIC'nin büyük örneklerde doğru sıralamayı elde etmede başarılı olduğunu doğrulama eğilimindeyken, AICc görelî parametre sayısının büyük olduğu daha küçük örneklerde daha üstün olma eğilimindedir (McQuarrie ve Tsai, 1998). Uydurma regresyon modellerinde, geçmişte kullanılmış olan iki ölçü, esasen s_w^2 olan düzeltilmiş R-karedir (Mallows, 1995).

1.1.9. Beyaz Gürültülü Süreç (White Noise)

Bir süreç $\{\alpha_t\}$ sabit ortalama $E(\alpha_t) = \mu_\alpha$ genellikle 0, sabit varyans $Var(\alpha_t) = \sigma_\alpha^2$ ve $\gamma_k = Cov(\alpha_t, \alpha_{t+k}) = 0$ tüm $k \neq 0$ ile sabit bir dağılımdan ilişkisiz rastgele değişkenlerin bir dizisi ise, beyaz gürültü süreci olarak adlandırılır. Tanım olarak, hemen bir beyaz gürültünün $\{\alpha_t\}$ otokovaryans fonksiyonu ile durağan olduğu sonucu çıkar.

Beyaz gürültü, yalnızca ilk iki momentinin özellikleriyle tanımlanır. Daha karmaşık doğrusal zaman serisi süreçlerini tanımlamada bir yapı taşı görevi görür ve doğrudan gözlemlenemeyen bilgileri yansıtır. Bu nedenle zaman serileri literatüründe sıklıkla bir çağrışım süreci olarak anılır. Ortalaması 0 ve varyansı σ_α^2 olan bağımsız ve özdeş olarak dağılmış (i.i.d) rastgele değişkenler dizisinin özel bir beyaz gürültü süreci olduğunu görmek kolaydır. Böyle bir diziyi belirtmek için $IID(0, \sigma_\alpha^2)$ gösterimini kullanırız.

Bir stokastik sürecin olasılık davranışı, tamamen onun sonlu-boyutlu dağılımlarının tümü tarafından belirlenir. Sonlu boyutlu dağılımların tümü Gauss (normal) olduğunda, sürece Gauss süreci denir. Korelasyonsuz normal rasgele değişkenler de bağımsız olduğundan, bir Gauss beyaz gürültü süreci aslında (i.i.d) normal rasgele değişkenlerin bir dizisidir.

Bir başka ifadeyle α_t değişkeni, ortalaması 0, varyansı σ_α^2 ve sabit bir dağılımdan ilişkisiz rastgele değişkenlerin bir dizisiyse ise bir beyaz gürültü işlemi olduğu söylenir.

Yani:

$$E(\alpha_t) = 0, \forall t \text{ için}$$

$$Var(\alpha_t) = \sigma_w^2, \forall t \text{ için (Sabitsayı)}$$

$$Kov(\alpha_t, \alpha_{t-s}) = 0, \forall s \neq 0 \text{ (Geçmiş ile ilişkisi yok)}$$

Kısaca ifade etmek istersek $\alpha_t \sim NIID(0, \sigma_\alpha^2)$ dır. İlişkisiz değişkenlerden üretilen zaman serisi, Gauss beyaz gürültüsüdür, ortalaması 0 ve varyansı σ_α^2 olan bağımsız özdeş normal rastgele değişkenlerdir (Gujarati ve Porter, 2012).

1.1.10. Performan Seçim Kriterleri

Tahmin doğruluğu için herhangi bir tahmin tekniğinin değerlendirilmesi gerekir. Doğruluk ölçüleri, tahmin sırasında elde edilen değerler ile gerçek değerler arasındaki hataları kontrol eder. Kök ortalama kare hatası (RMSE), Ortalama mutlak yüzde hatası (MAPE), Ortalama mutlak hatası (MAE) ve Ortalama kare hatası (MSE) gibi ölçümler, tahmin yönteminin doğruluğunu ölçmek için yaygın olarak kullanılırlar. Tahmin tekniğinin tahmin doğruluğu için değerlendirilmesi gerekir ve doğruluk ölçüleri, elde edilen değerler ile gerçek değerler arasındaki hataları öngörme sırasında kontrol edilir. Yukarıda bahsettiğimiz tahmin doğruluk ölçüleri genellikle tahmin yönteminin doğruluğunu ölçmek için kullanılır. Gelecekteki değer tahmini için dört hata bileşeni için de minimum değerler sağlayan model seçilir.

Tablo 1. Performan Kriterlerinin Formülleri

Ortalama kare hatası (Mean Squared Error)	$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^N e_t^2$
Kök ortalama kare hatası (Root Mean Squared Error)	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^N e_t^2}$
Ortalama mutlak hatası (Mean Absolute Error)	$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^N e_t $
Ortalama mutlak yüzde hatası (Mean Absolute Percentage Error)	$MAPE = (\frac{1}{n} \sum_{t=1}^N e_t) * 100$

Burada; $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ dır.

y_t , t zamanındaki gerçek değerdir, e_t , t zamanındaki artıklardır ve N ise tüm periyotların toplam sayısıdır.

MAE, tüm hatalara eşit ağırlıkların atandığı yayılma derecesinin bir göstergesini veren genel doğruluğun bir ölçüsüdür. Bir yöntem geçmiş zaman serisi verilerine çok iyi uyuyorsa, MAE sıfıra yakındır, oysa bir yöntem geçmiş zaman serisi verilerine zayıf uyuyorsa MAE büyüktür. Böylece, iki veya daha fazla tahmin yöntemi karşılaştırıldığında, minimum MAE'ye sahip olan en doğru olarak seçilebilir (Sammur ve Webb 2010).

MSE ayrıca yayılma derecesinin bir göstergesini veren genel bir doğruluk ölçüsüdür, ancak burada büyük hatalara ek ağırlık verilir (Sammur ve Webb 2010). Tahmin hatasının ciddiyeti daha sonra gerçek ve tahmin değerlerinin kendileriyle aynı boyutlarda gösterildiğinden, MSE'nin karekökü RMSE genellikle dikkate alınır. MAPE, MAE'ye karşılık gelen göreceli bir ölçüdür. Göreceli performansı ölçtüğü için, farklı kalemler veya ürünler arasındaki tahminlerin doğruluğunu karşılaştırmak için en yararlı ölçüdür. Nicel tahmin yöntemlerinde yaygın olarak kullanılan bir doğruluk ölçüsüdür. MAPE hesaplanan değeri %10'dan az ise, mükemmel doğru tahmin, %10-20 arasında iyi tahmin, %20-50 arasında kabul edilebilir tahmin ve %50'den fazla yanlış tahmin olarak yorumlanır. Bir hata ölçüsünün seçimi, bir dizi tahmin yönteminden hangisinin en doğru olduğu hakkında sonuçlar üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Timmermans, vd. 2017).

Düzgünleştirme sabiti, ağırlıklandırma faktörü olarak işlev görür. α 1'e yakın olduğunda, yeni tahmin, önceki tahminde meydana gelen herhangi bir hata için önemli bir düzeltme içerecektir. α 0'a yakın olduğunda, yeni tahmin eski tahmine çok benzer.

Birçok araştırmacı, zaman serilerinde bulunan kalıpları saptayarak, çıkararak ve daha sonra tahmin ederek zaman serisi verilerini analiz etmeye çalışır. Zaman serilerini toplamsal veya çarpımsal bileşen modellerine ayırmaya çalışabilirler. Bir serinin incelenmesi için kullanılan ön araç takımı, bir dizi tek değişkenli uygunluk değerlendirme göstergesini içerir. Bu göstergelerin yapısı ve formülasyonu incelenir, böylece bunların karşılaştırmalı uygunluk, açıklama ve analiz yöntemlerindeki doğruluk analizine nasıl uygulanabileceğini görecektir.

Bir zaman serisi modeli uygulandıktan sonra, tahmin uyum ölçüleri ile değerlendirilebilir. Araştırmacı, o zaman noktasında verilerin gözlemlenen değerinden tahmin değerini çıkarabilir ve bir hata veya önyargı ölçüsü elde edebilir.

Ortalama Mutlak Hata (MAE): Ortalama mutlak hata (MAE), negatif değerlerin pozitif değerleri iptal etmemesi için aynı anda tahmin edilen tahmin ile gerçek değer arasındaki farkın mutlak değeri alınarak hesaplanır. Ortalama mutlak hatayı elde etmek için bu mutlak değerlerin ortalaması alınır:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |Y_t - \hat{Y}_t|$$

Burada N toplam gözlem sayısı, Y_t gerçek değer ve $\hat{Y}_t$ ise tahmin değeridir. Ortalama mutlak hata iki sürekli değişken arasındaki farkın ölçüsüdür, başka bir ifade ile MAE, her gerçek değer ile veriye en iyi uyan çizgi arasındaki ortalama dikey mesafedir. MAE aynı zamanda her veri noktası ile en iyi uyan çizgi arasındaki ortalama yatay mesafedir. MAE değeri kolay yorumlanabilir olduğu için regresyon ve zaman serisi problemlerinde sıkça kullanılmaktadır. MAE değeri 0'dan ∞ 'a kadar değişebilir. Her zaman pozitif değerlidir ve MAE değeri sifıra yaklaşması daha iyi bir performans gösterdiği demektir (Sammut ve Webb 2010).

Ortalama Mutlak Yüzde Hata (MAPE): Regresyon ve zaman serileri modellerinde tahminlerin doğruluğunu ölçmek için ortalama mutlak yüzde hata sıkça kullanılmaktadır. Gerçek değerler arasında sıfır içerenler varsa, sıfır ile bölünme olacağı için MAPE hesaplanamaz. Çok düşük tahmin değerleri için yüzde hatası %100'ü geçemez, ancak çok yüksek tahmin değerleri olduğunda yüzde hatasının üst sınırı yoktur. MAPE, tahminleyicilerin doğruluğunu karşılaştırmak için kullanıldığında, tahminleri çok düşük olan bir yöntemi sistematik olarak seçmesi nedeniyle önyargılıdır. Bu ufak ama ciddi problemin, tahmin değerlerin gerçek değerlerine oranını bulan bir doğruluk ölçütü ile üstesinden gelinebilir. Bu yaklaşım geometrik ortalama açısından yorumlanabilen tahminlere yol açar (Armstrong ve Collopy 1992; De Myttenare vd. 2016).

$$MAPE = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \right] \times 100$$

Ortalama Kare Hata (MSE): Burada Y_i gözlenen değer $\hat{Y}_i$ ise tahmin değeridir. Basitçe, ortalama kare hata bir regresyon eğrisinin bir dizi noktaya ne kadar yakın olduğunu söyler. Her zaman pozitif değerlidir ve MSE değeri sıfıra yaklaşması daha iyi bir performans gösterdiği demektir (Sammut ve Webb 2010).

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

Kök Ortalama Kare Hata (RMSE): RMSE tahmin hatalarının (kalıntıların) standart sapmasıdır. RMSE ise bu kalıntıların ne kadar yayıldığının bir ölçüsüdür. Başka bir deyişle, verilere en iyi uyan çizgi etrafında o verilerin ne kadar yoğun olduğunu söyler. Her zaman pozitif değerlidir ve MSE değeri sıfıra yaklaşması daha iyi bir performans gösterdiği demektir RMSE değerinin sıfır olması modelin hiç hata yapmadığı anlamına gelir. RMSE, birçok matematiksel hesaplamada istenmeyen mutlak değer kullanıldığını engeller (Nevitt ve Hancock, 2000; Hancock ve Freeman, 2001; Applegate vd., 2003; Kelley ve Lai, 2011).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{Y}_t)^2}$$

İKİNCİ BÖLÜM

FOURIER ANALİZİ

Bu bölümde Fourier serileri ve Fourier analizi geniş bir şekilde anlatılacak ve Fourier serilerinin tanımı yapılarak, Fourier serilerinin dayandığı temel kural ve kabuller belirtilecektir. Ayrıca Fourier serilerinin güçlü ve zayıf yönleri açıklanacaktır.

2.1. FOURIER ANALİZİ

Çoğunlukla, bir fonksiyonu temel olarak adlandırılan bir dizi basit fonksiyonlar ile temsil etmek daha uygundur. Öyle ki incelenen tüm fonksiyonlar temeldeki basit fonksiyonların doğrusal kombinasyonları olarak yazılabilir. Bu temel fonksiyonların çok kullanışlı bir kümesi sinüsleri ve kosinüsleri veya karmaşık üstelleri içerir. Burada, bu sinüzoidleri kullanarak bir fonksiyonun nasıl inşa edileceğini göstereceğiz.

1807'de herhangi bir periyodik fonksiyonun harmonik olarak ilişkili sinüzoidler dizisi olarak temsil edilebileceğini iddia eden 18. yüzyıl Fransız matematikçisi J. B. J. Daha sonra, periyodik olmayan fonksiyonlar için ağırlıklı sinüzoidler olarak bir temsil elde etti. Bunların hepsi harmonik olarak ilişkili değildir. Fourier analizi tekniklerinin geliştirilmesi, birçok matematikçiyi içeren uzun bir geçmişe sahiptir. Fourier'e ek olarak E. Euler, D. Bemoulli, P. S. Laplace, J.L. Lagrange ve P.L. Drichlet gibi matematikçiler de katkı sağlamışlardır. Fourier analizinin orijinal çalışması, yalnızca titreşen sicimin fiziksel hareketi ve ısı yayılımı ve difüzyonu gibi sürekli zamandaki olaylarla ilişkilendirilmiş olsa da Fourier analizinin temel fikirleri olaylara ayırık zamanda taşınır.

Zaman serilerinde Fourier serilerinin ayrı bir önemi vardır. Çünkü gerçek hayattaki verilerin yani zaman serilerinin davranışları periyodiklik sergiler ve bundan ötürü zaman serilerinde Fourier serilerinin birçok uygulaması vardır. Hemen hemen birçok bilim alanında trigonometrik seri yani Fourier serisinin salınımlı (periyodik) verilere uygulamalarının sayısı çok fazladır. Amacımız için, ayırık zaman fonksiyonları veya dizilerinin Fourier analizine odaklanıyoruz. Bizim kullanacağımız seriler ekonometrik veri olan Borsa İstanbul'daki hisse senetleri fiyatları ayırık zaman serileri grubuna girerler.

Fourier analizinin kullanılmasının birçok artısı vardır. Bunlar; periyodik verilere rahatlıkla uygulanabilmesi ve herhangi bir seriyi bileşenlerine ayırıp farklı frekanstaki sinüs veya kosinüs fonksiyonlarının (sinüzoidal) toplamı şeklinde gösterilmesine olanak vermesidir. Sinüs ve kosinüs periyodik fonksiyonları sinüzoidal veya sinüsel fonksiyonlar olarak da adlandırılırlar. Sinüsel fonksiyonlar, Fourier serileri ve Fourier dönüşümlerinin de temelini oluşturmaktadır. (Önem, 2019).

Sinüslü ve kosinüslü salınım gösteren periyodik hareketler; görüntü ve sinyal işlemede, haberleşmede, fizikte, biyolojide, matematikte, astronomide, ekonomide, tıpta, jeodezi ve elektrik elektronik gibi mühendislik bilim dallarında, yani hemen hemen her alanda kullanılmaktadır. Biz burada konumuz ve alanımız gereği ekonometrik verilerin modellenmesi üzerinde duracağız.

Zaman serilerinin dalgalanmasını çeşitli frekanslarda sinüzoidal davranış açısından tanımlamaya çalışan alternatif bir yaklaşım, frekans alanı analizi olarak bilinir. Bir zaman serisinin evrimini parametrik modeller aracılığıyla incelemek için otokorelasyonlar ve kısmi otokorelasyonlar gibi fonksiyonları kullanan zaman serisi yaklaşımı, zaman alanı analizi olarak bilinir. Biz burada, frekans alanı analizi için temel olan bazı esas fourier analiz kavramlarını tanıtıyoruz.

Bir fonksiyonu trigonometrik fonksiyona parçalama sürecine, Fourier dönüşümü denir. Ayrıca trigonometrik fonksiyonları alarak ve fonksiyonu yeniden inşa ederek ters işlem de yapılabilir ve bazen Fourier sentezi olarak adlandırılır. Bununla birlikte, her iki işlem de genellikle bir Fourier dönüşümü olarak adlandırılır ve Fourier analizi genellikle her iki işlemin çalışmasına atıfta bulunur. Burada, temel olan bazı Fourier analiz kavramlarına bakalım:

2.2. FOURIER SERİSİ

En dar anlamıyla, bir zaman serisinin Fourier analizi veya harmonik analizi, serinin sinüzoidal bileşenlerin (katsayıları serinin ayrık fourier dönüşümü olan) toplamına ayrıştırılmasıdır. Bununla birlikte, daha geniş bir anlamda, bir zaman serisindeki dalgalanmaları sinüzoidlerle karşılaştırarak tanımlayan veya ölçen herhangi bir veri analizi işlemine Furier analizi denir.

Bir Zaman Serisinin Fourier Serisi Temsili:

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$$

n sayıda oluşan bir dizi olsun. Bu dizi, n -boyutlu uzayda bir noktanın koordinatları kümesi olarak kabul edilebilir. Belirli bir n -boyutlu uzay için, herhangi bir n -ortogonal vektör kümesinin bir temel oluşturduğu iyi bilinen bir gerçektir.

Böylece, $\{Y_i\}_{i=1}^n$ dizisi, ortogonal trigonometrik fonksiyonların lineer bir kombinasyonu olarak şu şekilde yazılabilir:

$$Y_i = \sum_{k=0}^{n/2} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi ki}{n}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi ki}{n}\right) \right] \quad (2.2.1)$$

(2.2.1) İfadesi $\{Y_i\}$ dizisinin fourier serisi biçimindeki gösterimidir.

a_k ve b_k fourier katsayılarıdır. Sırasıyla (2.2.1) denkleminin her iki yanını $\cos(\frac{2\pi ki}{n})$ ve $\sin(\frac{2\pi ki}{n})$ ile çarpılması ve $k = (1, 2, 3, \dots, n)$ nin toplanması şu sonucu verir.

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \cos\left(\frac{2\pi ki}{n}\right); & k = 0 \text{ ve } k = \frac{n}{2} \text{ eğer } n \text{ çift ise} \\ \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \cos\left(\frac{2\pi ki}{n}\right); & k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \text{ eğer } n \text{ tek ise} \end{cases} \quad (2.2.2)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \sin\left(\frac{2\pi ki}{n}\right); \quad k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \quad (2.2.3)$$

Yukarıdaki sonucu takiben; zaman indeksli bir değişken $Y_t = (t = 1, 2, \dots, n)$ ortogonal sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının lineer bir kombinasyonu olarak şu şekilde ifade edebiliriz:

$$Y_t = \sum_{k=0}^{n/2} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) \right] + \varepsilon_t \quad (2.2.4)$$

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t \cos\omega_k t; & k = 0 \text{ ve } k = \frac{n}{2} \text{ eğer } n \text{ çift ise} \\ \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Y_t \cos\omega_k t; & k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \text{ eğer } n \text{ tek ise} \end{cases} \quad (2.2.5)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Y_t \sin \omega_k t; k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \quad (2.2.6)$$

Burada $\omega_k = \frac{2\pi k}{n}$ dır ve ε_t beyaz gürültülü süreçtir (white noise). $\{\varepsilon_t\} \approx WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$ sabit bir dağılımdan ilişkisiz rastgele değişkenler dizisidir.

Özel olarak, burada sinüs-kosinüs fonksiyonlarının ortogonalite özelliğini ve karmaşık üstellerine, sonlu diziler ve periyodik dizilere, periyodik olmayan dizinin Fourier dönüşümüne, sürekli bir fonksiyonun Fourier gösterimine ve Fourier temsiline gerçek hesaplamasında kullanılan hızlı Fourier dönüşümüne değineceğiz.

Burada görüldüğü gibi n herhangi bir tam sayı olmak üzere $f(x + nP) = f(x)$ dir. P , f 'nin bir periyodu ise, P 'nin tüm katları da f 'nin bir periyodudur (Altın, 2011).

2.2.1. Ortogonal Fonksiyonlar

$Q_k(t)$ ve $Q_j(t)$ Gerçel sayıların bir alt kümesi olan D bölgesinde tanımlanan karmaşık değerli fonksiyonlar olsun. Ayrık zaman fonksiyonları $Q_k(t)$ ve $Q_j(t)$ ayrık bir küme üzerinde tanımlanmışsa ortogonal olduğu söylenir.

$$\sum_{t \in D} Q_k(t) Q_j^*(t) \begin{cases} = 0, & k \neq j \\ \neq 0, & k = j \end{cases} \quad (2.2.1.1)$$

Burada $Q_j^*(t)$, $Q_j(t)$ 'nin karmaşık eşleniğidir. Gerçel sayıların bir aralığında tanımlanan sürekli zaman fonksiyonları $Q_k(t)$ ve $Q_j(t)$ gerçel sayılar aralığında ortogonal ise

$$\int_D Q_k(t) Q_j^*(t) \begin{cases} = 0, & k \neq j \\ \neq 0, & k = j \end{cases} \quad (2.2.1.2)$$

Diziler olarak da adlandırılan ayrık zamanlı fonksiyonlara üzerinde duracağız. Ortogonal fonksiyonların pek çok çeşidi vardır. Burada, zaman serisi analizinde faydalı olan iki eşdeğer ortogonal fonksiyon sistemini tanıtacağız.

$\sin(\frac{2\pi kt}{n})$ ve $\cos(\frac{2\pi kt}{n})$ trigonometrik sinüs ve cosinüs fonksiyonlarının sonlu sayıda n noktada, yani $(t = 1, 2, \dots, n)$ için tanımlandığını varsayalım. ($k = 0, 1, 2, \dots, [n/2]$) için, burada $[x]$, x 'ten küçük veya ona eşit en büyük tam sayıdır,

Denklem

$$\left\{ \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right), \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) : k = 0, 1, 2, \dots, [n/2] \right\} \quad (2.2.1.3)$$

Denklem tam anlamıyla n tane sıfır olmayan (sıfırdan farklı) fonksiyon içerir, yani hiçbirini aynı derecede sıfır değildir, Bu da sinüs fonksiyonunun n çift olduğunda $k = 0$ ve $k = (\frac{n}{2})$ için aynı şekilde sıfır olmasından kaynaklanır. Tam olarak n sıfır olmayan fonksiyonu içerir yani hiçbirini aynı şekilde sıfır değildir.

Daha özel olarak;

$$\begin{cases} [n/2] = \frac{n}{2} \text{ için } n \text{ çift olduğunda} & \cos\left(\frac{2\pi \frac{n}{2} t}{n}\right) = \cos(\pi t) = (-1)^t \\ [n/2] = \frac{n-1}{2} \text{ için } n \text{ tek ise} & \cos\left(\frac{2\pi \frac{n}{2} t}{n}\right) = 1 \end{cases}$$

Daha sonra, denklem (1.2.1.3) aslında ortogonal fonksiyonların bir birleşimi olduğunu gösteriyor. Bunu yapmak için Euler bağıntısını kullanıyoruz.

$$\sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right), \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) : k = 0, 1, 2, \dots, [(n-1)/2]$$

Her iki durumda da sistemde tam olarak n fonksiyon vardır.

Denklemler (2.2.1.5) ve (2.2.1.6) 'dan, (2.2.1.3) 'teki trigonometrik fonksiyonların sisteminin de karmaşık biçimde temsil edilebileceği açıktır. Bu form çok daha basit ve kompaktır ve belirli uygulamalarda çok kullanışlıdır. Bu gösterim açısından, karşılık gelen sistem aşağıdaki karmaşık üstelleri içerir:

$$e^{iw} = \cos(w) + i\sin(w) \quad (2.2.1.4)$$

$$\sin(w) = \frac{e^{iw} - e^{-iw}}{2i} \quad (2.2.1.5)$$

$$\cos(w) = \frac{e^{iw} + e^{-iw}}{2} \quad (2.2.1.6)$$

Sonra

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n e^{iwt} &= \left(\frac{1 - e^{iwn}}{1 - e^{iw}} \right) = e^{iw} \left(\frac{e^{iwn} - 1}{e^{iw} - 1} \right) \\ &= e^{iw} \left(\frac{(e^{\frac{iwn}{2}} (e^{\frac{iwn}{2}} - e^{-\frac{iwn}{2}})) / 2i}{(e^{\frac{iw}{2}} (e^{\frac{iw}{2}} - e^{-\frac{iw}{2}})) / 2i} \right) \\ &= e^{iw(n+1)/2} \cdot \frac{\sin(wn/2)}{\sin(w/2)} \end{aligned}$$

$$= \cos\left(\frac{w(n+1)}{2}\right) \cdot \frac{\sin(wn/2)}{\sin(w/2)} + i \cdot \sin\left(\frac{w(n+1)}{2}\right) \frac{\sin(wn/2)}{\sin(w/2)} \quad (2.2.1.7)$$

Fakat

$$\sum_{t=1}^n e^{iwt} = \sum_{t=1}^n \cos(wt) + i \sum_{t=1}^n \sin(wt)$$

Dolayısıyla, bizde

$$\sum_{t=1}^n \cos(wt) = \cos\left(\frac{w(n+1)}{2}\right) \cdot \frac{\sin(wn/2)}{\sin(w/2)} \quad (2.2.1.8)$$

$$\sum_{t=1}^n \sin(wt) = \sin\left(\frac{w(n+1)}{2}\right) \cdot \frac{\sin(wn/2)}{\sin(w/2)} \quad (2.2.1.9)$$

$w = \frac{2\pi k}{n}$ için

$$\frac{\sin(wn/2)}{\sin(w/2)} = \frac{\sin(\pi k)}{\sin(\pi k/2)} = \begin{cases} n, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

ve $\cos w = 1$, $\sin w = 0$ ($w = 0$ için) (3.1.2.8) ve (3.1.2.9) eşitliklerinden

$$\sum_{t=1}^n \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) = \begin{cases} n, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (2.2.1.10)$$

$$\sum_{t=1}^n \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) = 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots (n/2) \quad (2.2.1.11)$$

Ardından trigonometrik açılımları kullanarak

$$\cos w \cdot \cos \lambda = \frac{1}{2} (\cos(w + \lambda) + \cos(w - \lambda)) \quad (2.2.1.12a)$$

$$\sin w \cdot \sin \lambda = -\frac{1}{2} (\cos(w + \lambda) - \cos(w - \lambda)) \quad (2.2.1.12b)$$

$$\sin w \cdot \cos \lambda = \frac{1}{2} (\sin(w + \lambda) + \sin(w - \lambda)) \quad (2.2.1.12c)$$

ve (2.2.1.10) ile (2.2.1.11) eşitliklerinden

$$\sum_{t=1}^n \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) \cos\left(\frac{2\pi jt}{n}\right) = \begin{cases} n, & k = j = 0 \text{ veya } \frac{n}{2} (n \text{ tek}) \\ \frac{n}{2}, & k = j \neq 0 \text{ veya } \frac{n}{2} (n \text{ tek}) \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (2.2.1.13)$$

$$\sum_{t=1}^n \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) \sin\left(\frac{2\pi jt}{n}\right) = \begin{cases} 0, & k = j = 0 \text{ veya } \frac{n}{2} (n \text{ tek}) \\ \frac{n}{2}, & k = j \neq 0 \text{ veya } \frac{n}{2} (n \text{ tek}) \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (2.2.1.14)$$

$$\sum_{t=1}^n \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) \cos\left(\frac{2\pi jt}{n}\right) = 0 \quad \text{tüm } k \text{ ve } j \text{ ler için} \quad (2.2.1.15)$$

Bu sonuç gösteriyor ki (2.5.1.3) denklemini ortogonal fonksiyonlardır (Wei, 2006).

Denklemler (2.2.1.5) ve (2.2.1.6) 'dan, (2.2.1.3) 'teki trigonometrik fonksiyonların sisteminin de karmaşık biçimde temsil edilebileceği açıktır. Bu form çok daha basit ve kompakttır ve belirli uygulamalarda çok kullanışlıdır. Bu gösterim açısından, karşılık gelen sistem aşağıdaki karmaşık üstelleri içerir:

$$\begin{cases} e^{\frac{i2\pi kt}{n}}: -\frac{n}{2} + 1 \leq k \leq \frac{n}{2} \text{ eğer } n \text{ çift ise} \\ -\frac{(n-1)}{2} + 1 \leq k \leq \frac{(n-1)}{2} \text{ eğer } n \text{ tek ise} \end{cases} \quad (2.2.1.16)$$

Yine tam olarak n fonksiyondan oluşur. Bu karmaşık üstellerin ortogonal özelliğini göstermek için şunu not ediyoruz:

$$\sum_{t=1}^n e^{i2\pi kt/n} = \begin{cases} n, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (2.2.1.17)$$

ve bu denklemi de kullanıyoruz

$$\sum_{t=1}^n e^{i2\pi kt/n} = e^{i2\pi k/n} \left[\frac{1 - (e^{\frac{i2\pi k}{n}})^n}{1 - e^{\frac{i2\pi k}{n}}} \right] \text{ ve } (e^{i2\pi k/n})^n = e^{i2\pi k} = 1$$

(2.2.1.17) eşitliğini uyguladığımızda hemen aşağıdaki sonucu elde ederiz.

$$\sum_{t=1}^n e^{i2\pi kt/n} e^{-i2\pi jt/n} = \begin{cases} n, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (2.2.1.18)$$

Yani (1.2.1.16) sistemi ortogonaldır.

2.2.2. Sonlu Dizilerin Fourier Gösterimi

$Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ olsun n sayıda bir dizisi olsun. Bu dizi, n boyutlu bir uzaydaki bir noktanın koordinatları kümesi olarak kabul edilebilir. Vektör analizinde, genellikle temel olarak adlandırılan bir vektör kümesi oluştururuz, böylece uzaydaki her vektör, temelin öğelerinin doğrusal bir kombinasyonu olarak yazılabilir. Belirli bir n boyutlu uzay için, herhangi bir n ortogonal vektör kümesinin bir temel oluşturduğu bilinmektedir. Böylece, verilen n sayı dizisi, $\{Z_t\}$, sistemde (2.2.1.3) verilen ortogonal trigonometrik fonksiyonların doğrusal bir kombinasyonu olarak yazılabilir.

Yani,

$$Z_t = \sum_{k=1}^{n/2} \left(a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right) \right) \quad t=1,2,\dots,n \quad (2.2.2.1)$$

Denklem (2.2.2.1), Z_t dizisini Fourier serisi olarak adlandırılır, a_k ve b_k Fourier katsayıları olarak adlandırılır. (2.2.1.13) ile (2.2.1.15) 'de verilen trigonometrik fonksiyonların ortogonal özelliğini kullanarak, (2.2.2.1) 'in sırasıyla her iki tarafı $\cos(\frac{2\pi kt}{n})$ ve $\sin(\frac{2\pi kt}{n})$ ile çarparak a_k ve b_k 'yi elde ederiz. Daha sonra $t = (1, 2, \dots, n)$ üzerinden toplanır.

Böylece;

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right), & k = 0 \text{ ve } k = \frac{n}{2} \text{ eğer } n \text{ çift ise} \\ \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \cos\left(\frac{2\pi kt}{n}\right), & k = 0 \text{ ve } k = \left(\frac{n-1}{2}\right) \text{ eğer } n \text{ tek ise} \end{cases} \quad (2.2.2.2)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \sin\left(\frac{2\pi kt}{n}\right), \quad k = 0 \text{ ve } k = \left(\frac{n-1}{2}\right)$$

$w_k = 2\pi k/n$, $k = 0, 1, \dots, [n/2]$ olsun. Bu frekanslara Fourier frekansları denir. (2.2.1.16) 'da verilen karmaşık üsteller sistemini kullanarak, Z_t 'in Fourier serisini şu şekilde yazabiliriz.

$$Z_t = \begin{cases} \sum_{k=n/2}^{(n-1)/2} c_k e^{iw_k t}, & n \text{ tek ise} \\ \sum_{k=-\frac{n}{2}+1}^{(n-1)/2} c_k e^{iw_k t}, & n \text{ çift ise} \end{cases} \quad (2.2.2.3)$$

Fourier katsayılarının c_k tarafından verildiğinde

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t e^{-iw_k t} \quad (2.2.2.4)$$

Denklemler (1.2.2.1) ve (1.2.2.3) şunu belirtir:

$$Z_t = \sum_{k=0}^{n/2} (a_k \cos w_k t + b_k \sin w_k t)$$

$$= \begin{cases} \sum_{k=n/2}^{(n-1)/2} c_k e^{iw_k t}, n \text{ tek ise} \\ \sum_{k=-\frac{n}{2}+1}^{(n-1)/2} c_k e^{iw_k t}, n \text{ çift ise} \end{cases}$$

Böylece, (2.2.1.5) ve (2.2.1.6) ilişkilerinden a_k , b_k ve c_k Fourier katsayılarının ilişkili olduğu kolayca görülebilir.

$$\begin{cases} c_0 = a_0; c_{n/2} = a_{n/2} \quad n \text{ çift}, \\ c_k = \frac{a_k - ib_k}{2} \\ c_{-k} = c_k^* = \frac{a_k + ib_k}{2} \end{cases} \quad (2.2.2.5)$$

$c_0 = a_0 = \sum_{t=1}^n Z_t/n$ katsayısı çoğunlukla dizinin sabit ortalama değeridir.

Yukarıdaki gösterim, herhangi bir sonlu dizinin sinüs-kosinüs dizilerinin veya karmaşık üstellerin doğrusal bir kombinasyonu olarak yazılabileceğini göstermektedir.

2.2.3. Periyodik Dizilerin Fourier Gösterimi

Belirli zaman aralıklarında kendini tekrar eden sürece periyodiklik bu tür fonksiyonlara da periyodik fonksiyonlar denir. Genel bir fonksiyon $f(t)$ 'nin periyodik olduğu söylenir P periyodu ile eğer pozitif bir sabit P varsa

Reel eksen üzerinde tanımlı bir $f(x)$ fonksiyonu bir $P > 0$ değeri için

$$f(x) = f(x + P)$$

Özellikli taşıyorsa bu fonksiyona periyodik fonksiyon ve P sayısına da periyod denir. Eğer f fonksiyonu periyodik ve periyodu T ise aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$f(x + P) = f(x)$$

$$\begin{aligned}
f(x + 2P) &= f[(x + P) + P] = f(x + P) = f(x) \\
f(x + 3P) &= f[(x + 2P) + P] = f(x + 2P) = f(x) \\
&\vdots \\
f(x + nP) &= f[(x + (n - 1)P) + P] = f(x + (n - 1)P) = f(x)
\end{aligned}$$

Öyle ki

$$f(t + P) = f(t) \quad (2.2.3.1)$$

Tüm t 'ler için P periyoduyla periyodik olan bir fonksiyonun ayrıca $2P, 3P, \dots$ periyotları ile periyodik olduğu açıktır. (2.2.3.1) 'in tuttuğu en küçük pozitif P değeri, temel periyot veya basitçe fonksiyonun periyodu olarak adlandırılır.

Z_t dizisinin (veya ayrık zaman fonksiyonunun) periyodik olduğunu varsayalım, burada n pozitif tamsayıdır. Yani,

$$Z_{t+n} = Z_t \quad (2.2.3.2)$$

Tüm tamsayılar için t , periyodik bir fonksiyonun temel bir kavramı, fonksiyonun bir periyot aralığında benzersiz bir şekilde bir kalıbının olmasıdır. Bu aralığın dışında fonksiyon, bu aralıktaki modelin yalnızca bir tekrarıdır. Bu nedenle, n periyoduna sahip periyodik bir dizi benzersiz bir şekilde $t = 1, 2, \dots, n$ değerleri ile tanımlanır (Çelik, 2013).

Sonlu bir dizi Fourier serisinin sonucunu itibariyle, $t = 1, 2, \dots, n$ için Z_t 'yi ortogonal sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının doğrusal kombinasyonu olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$Z_t = \sum_{k=0}^{n/2} (a_k \cos w_k t + b_k \sin w_k t) \quad (2.2.3.3)$$

$$a_k = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \cos w_k t, & k = 0 \text{ ve } k = \frac{n}{2} \text{ eğer } n \text{ çift ise} \\ \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \cos w_k t, & k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \end{cases} \quad (2.2.3.4)$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \sin w_k t, \quad k = 1, 2, \dots, \frac{n-1}{2} \quad (2.2.3.5)$$

$w_k = \frac{2\pi k}{n}$ ile benzer şekilde, karmaşık üstellerin doğrusal kombinasyonu olarak $t = 1, 2, \dots, n$ için Z_t yazılabilir.

$$Z_t = \begin{cases} \sum_{k=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} c_k e^{i w_k t}, & n \text{ tek ise} \\ \sum_{k=-\frac{n}{2}+1}^{(n-1)/2} c_k e^{i w_k t}, & n \text{ çift ise} \end{cases} \quad (2.2.3.6)$$

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t e^{-i w_k t} \quad (2.2.3.7)$$

(2.2.3.4) 'deki a_k ve (2.2.3.5)'deki b_k fourier katsayıları ve (2.2.3.7)'deki c_k (2.2.3.5)'deki denklem ile ilişkilidir.

(2.2.3.3) 'deki sinüs-kosinüs fonksiyonunun $\sin w_k t$ ve $\cos w_k t$ ile (2.2.3.6) 'daki karmaşık üslü $e^{i w_k t}$ 'nin periyodik olduğunu görmek kolaydır, bu da istenen sonuca yol açar.

$$Z_{t+jn} = Z_t$$

Tüm t ve j tamsayıları için. Diğer bir deyişle, denklem (2.2.3.3) ve (2.2.3.6) tüm t tamsayıları için geçerlidir.

n periyodunun rastgele periyodik dizisinin, n trigonometrik dizilerin veya n kompleks üslerin doğrusal bir kombinasyonu olarak nasıl temsil edileceğini gösterdik. (1.2.3.3) ve (1.2.3.6) 'daki Fourier serisi temsilinin tuttuğu n 'nin en küçük pozitif değerine temel periyot denir ve buna karşılık gelen $(2\pi/n)$ değerine temel frekans denir.

Yukarıdaki gösterimdeki $k = +1$ ve $k = -1$ terimlerinin her ikisi de n 'ye eşit (ve dolayısıyla aynı temel frekans $2\pi/n$) aynı temel döneme sahiptir ve toplu olarak birinci harmonik bileşenler olarak adlandırılır. Daha genel olarak, $k = +j$ ve $k = -j$ terimlerinin her ikisi de $j(2\pi/n)$ frekansına sahiptir ve j 'inci harmonik bileşenler olarak adlandırılır. Bu nedenle, fourier serisi temsilindeki tüm terimler, aynı temel frekansın $(2\pi/n)$ katları olan frekanslara sahiptir ve dolayısıyla harmonik olarak ilişkilidir.

Belirli bir periyodik dizi Z_t periyodu için, bir periyotta diziyle ilişkisi şu şekilde tanımlanır:

$$\sum_{t=1}^n Z_t^2 \quad (2.2.3.8)$$

Şimdi (2.2.3.3) 'ün her iki tarafında Z_t ile çarparak, $t = 1$ 'den $t = n$ 'e kadar toplayarak ve (2.2.3.4) ve (2.2.3.5) ilişkisini kullanarak,

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{n/2} Z_t^2 &= \sum_{k=0}^{n/2} \left[a_k \sum_{t=1}^n Z_t \cos w_k t + b_k \sum_{t=1}^n Z_t \sin w_k t \right] \\ &= \begin{cases} na_0^2 + \frac{n}{2} \sum_{k=1}^{(n-1)/2} (a_k^2 + b_k^2) & \text{eğer } n \text{ tek ise} \\ na_0^2 + \frac{n}{2} \sum_{k=1}^{(n-1)/2} (a_k^2 + b_k^2) + na_{n/2}^2 & \text{eğer } n \text{ çift ise} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2.3.9)$$

Denklem (2.2.3.9), Parseval'in fourier serileri için bağıntısı olarak bilinir. Eşdeğer olarak, (2.2.3.6) ve (2.2.3.7) denklemleri kullanılarak, Parseval'in aşağıdaki ilişkisinin karşılık gelen biçimine sahibiz:

$$\sum_{t=1}^n Z_t^2 = \begin{cases} n \sum_{k=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} |c_k|^2 & \text{eğer } n \text{ tek ise} \\ n \sum_{k=-\frac{n}{2}+1}^{n/2} |c_k|^2 & \text{eğer } n \text{ çift ise} \end{cases} \quad (2.2.3.10)$$

Burada

$$|c_k|^2 = c_k c_k^*$$

Denklem (2.2.3.9) ve (2.2.3.10) tüm zaman çizgisi $t = 1, +1, +2, \dots$ boyunca periyodik bir dizi için toplamının sonsuz olduğunu belirtir. Bu, dizinin aşağıda belirtilen denklem tarafından temsil edilir (Wei, 2006).

$$\text{güç} = \begin{cases} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{(n-1)/2} (a_k^2 + b_k^2) & \text{eğer } n \text{ tek ise} \\ a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{(n-1)/2} (a_k^2 + b_k^2) + a_{n/2}^2, & \text{eğer } n \text{ çift ise} \end{cases} \quad (2.2.3.11)$$

veya, eşit bir şekilde

$$\text{güç} = \begin{cases} \sum_{k=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} |c_k|^2 & \text{eğer } n \text{ tek ise} \\ \sum_{k=-\frac{n}{2}+1}^{n/2} |c_k|^2 & \text{eğer } n \text{ çift ise} \end{cases} \quad (2.2.3.12)$$

Yukarıda belirtildiği gibi, j . harmonik bileşenler aynı $j(2\pi/n)$ frekansına karşılık geldiklerinden hem $k = +j$ hem de $k = -j$ için terimleri içerir. Dolayısıyla miktarı yorumlayabiliriz.

$$\begin{cases} f_0 = c_0^2 = a_0^2; f_{n/2} = |c_{n/2}|^2 & \text{eğer } n \text{ çift ise} \\ f_0 = |c_{-k}|^2 + |c_k|^2 = 2|c_k|^2 = \frac{1}{2}(a_k^2 + b_k^2), & \end{cases} \quad (2.2.3.13)$$

Toplam $w_k = (2\pi/n)$ k 'inci frekansta Z_t 'nin Fourier serisinin f_t miktarı, yani güç spektrumu olarak adlandırılır ve toplam gücün Z_t dizisinin çeşitli frekans bileşenleri üzerinde nasıl dağıtıldığını açıklar.

2.2.4. Periyodik Olmayan Dizilerin Fourier Gösterimi

2.2.4.1. Ayırık-Zaman Fourier Dönüşümü

$|t| > M$ için $Z_t = 0$ olacak şekilde, sonlu zamanlı Z_t olan, ayırık zamanlı fonksiyonun periyodik olmayan genel bir dizisini düşünün. $n = (2M + 1)$ ve yeni bir fonksiyon tanımlayalım

$$Y_{t+jn} = Z_t = -\frac{n-1}{2} \leq t \leq \frac{n-1}{2}, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.2.4.1.1)$$

Bu, n periyodu ile açıkça periyodiktir. Böylece, (2.1.4.6) kullanılarak (2.2.4.1.1) formun bir Fourier serisinde ifade edilebilir.

$$Y_t = \sum_{k=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} c_k e^{i2\pi kt/n} \quad (2.2.4.1.2)$$

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} Y_t e^{-i2\pi kt/n} \quad (2.2.4.1.3)$$

Ancak $(-\frac{n-1}{2} \leq t \leq \frac{n-1}{2})$ aralığında $Y_t = Z_t$ dir.

Bundan dolayı;

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{n} \sum_{t=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} Z_t e^{-i2\pi kt/n} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{t=-\infty}^{\infty} Z_t e^{-i2\pi kt/n} \end{aligned} \quad (2.2.4.1.4)$$

Burada $Z_t = 0$ 'i $t < -\frac{n-1}{2}$ veya $t > (n-1)/2$ için kullandık. Bu da bize (2.2.4.5) denkleminde ulaşmamızı sağlıyor.

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} Z_t e^{-i\omega t} \quad (2.2.4.1.5)$$

$$c_k = \frac{2\pi}{n} f(k\Delta\omega) \quad (2.2.4.1.6)$$

Elimizde

Burada $\Delta\omega = \frac{2\pi}{n}$,frekansların örnek aralığıdır. (2.2.4.1.2) ve (2.2.4.1.6) sonuçlarının birleştirilmesi ile;

$$Y_t = \sum_{k=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} \frac{2\pi}{n} f(k\Delta\omega) e^{ik\Delta\omega t} \quad (2.2.4.1.7)$$

Çünkü $\Delta\omega = \frac{2\pi}{n}$, (2.2.4.1.7) şu şekilde yazılabilir:

$$Y_t = \sum_{k=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} \frac{2\pi}{n} f(k\Delta\omega) e^{ik\Delta\omega t} \Delta\omega \quad (2.2.4.1.8)$$

Şimdi (2.2.4.1.8) toplamındaki her terim, yüksekliği $f(k\Delta\omega)e^{ik\Delta\omega t}$ ve genişliği $\Delta\omega$ olan bir dikdörtgenin alanını temsil eder.

$n \rightarrow \infty$ olarak elimizde $Y_t = Z_t$ ve $\Delta\omega \rightarrow 0$ var. Böylece, toplamın limiti bir integral olur. Ayrıca, toplam n ardışık genişlik $\Delta\omega = \frac{2\pi}{n}$ değeri üzerinden yapıldığından, toplam integrasyon aralığı her zaman 2π genişliğe sahip olacaktır (Wei, 2006).

Öyleyse,

$$\begin{aligned} Z_t &= \lim_{n \rightarrow \infty} Y_t \\ &= \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} f(k\Delta\omega) e^{ik\Delta\omega t} \Delta\omega \\ &= \int_{2\pi} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega \end{aligned} \quad (2.2.4.1.9)$$

$f(\omega)e^{i\omega t}$, ω 'nin bir fonksiyonu olarak, 2π periyodu ile periyodik olduğundan, integrasyon aralığı 2π uzunluğunda herhangi bir aralık olarak alınabilir. Spesifik olarak, $-\pi \leq \omega \leq \pi$ 'yi düşünebiliriz. Böylece aşağıdaki eşitliklere sahibiz:

$$Z_t = \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.2.4.1.10)$$

ve

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} Z_t e^{-i\omega t}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (2.2.4.1.11)$$

(2.2.4.1.11)'deki $f(\omega)$ fonksiyonu genellikle Z_t , (ayrık zaman) Fourier dönüşümü olarak adlandırılır ve (2.2.4.1.10)'daki ve Z_t 'nin genellikle (ayrık zaman) ters Fourier dönüşümü olarak adlandırılır. Fourier dönüşüm çifti oluştururlar.

Yukarıdaki sonuçtan, Fourier dönüşümünü $f(\omega)$ olarak da tanımlayabileceğimizi görüyoruz.

$$f(\omega) = \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} Z_t e^{-i\omega t}, \quad (2.2.4.1.12)$$

veya

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} Z_t e^{-i\omega t}, \quad (2.2.4.1.13)$$

Denklem (2.2.4.1.5) verilen yerine $f(\omega)$ 'nin bu değiştirilmiş tanımları, aşağıdaki Fourier dönüşüm çiftlerine yol açar:

$$\begin{cases} Z_t = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \\ f(\omega) = \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} Z_t e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (2.2.4.1.14)$$

ve

$$\begin{cases} Z_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \\ f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{t=-\infty}^{t=\infty} Z_t e^{-i\omega t} \end{cases} \quad (2.2.4.1.15)$$

Burada (2.2.4.1.10) ve (2.2.4.1.11)'de verilen Fourier dönüşüm çiftlerini kullanıyoruz.

(2.2.4.1.10)'daki integralin bir toplamın sınırlayıcı formu olarak türetilmesi, (2.2.4.1.10)'da verilen ters Fourier dönüşümünün, Z_t dizisini, genlik $|f(\omega)d\omega|$ ile frekansta sonsuz derecede yakın olan karmaşık sinüzoidlerin lineer bir kombinasyonu olarak temsil ettiğini ima eder. Bu nedenle, $|f(\omega)|$ niceliği, Z_t 'nin farklı frekanslarda

karmaşık sinüzoidlerden nasıl oluştuğu hakkında bize bilgi sağladığı için, genellikle dizinin **spektrumu veya genlik spektrumu** olarak adlandırılır (Wei, 2006).

Diziyle ilişkili enerji, aşağıdaki Parseval bağıntısı ile verilir:

$$\begin{aligned}
 \sum_{t=-\infty}^{\infty} |Z_t|^2 &= \sum_{t=-\infty}^{\infty} Z_t \int_{-\pi}^{\pi} f^*(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \\
 &= \int_{-\pi}^{\pi} f^*(\omega) \sum_{t=-\infty}^{\infty} Z_t e^{-i\omega t} d\omega \\
 &= 2\pi \int_{-\pi}^{\pi} f^*(\omega) f(\omega) d\omega \\
 &= 2\pi \int_{-\pi}^{\pi} |f(\omega)|^2 d\omega
 \end{aligned} \tag{2.2.4.1.16}$$

Pseval'in ilişkisi böylece zaman alanındaki enerjiyi frekans alanındaki enerjiyle ilişkilendirir. Başka bir deyişle, enerji, $|Z_t|^2$ birim zaman başına enerjiyi hesaplayarak ve tüm zamanların toplamını alarak veya birim frekans $2\pi|f(\omega)|^2$ başına enerjiyi hesaplayarak ve tüm frekanslar üzerinde integral alarak belirlenebilir. Bu nedenle, ω 'nin bir fonksiyonu olarak $g(\omega) = 2\pi|f(\omega)|^2$, enerji spektrumu veya enerji spektral yoğunluk fonksiyonu olarak da adlandırılır.

Yukarıdaki yapıda, Z_t 'nin keyfi sonlu süreli olduğu varsayılmıştır. (2.2.4.1.10) ve (2.2.4.1.11) denklemleri genel bir periyodik olmayan sonsuz süreli dizi için geçerli kalır. Ancak bu durumda, (2.2.4.1.11)'deki sonsuz toplamın yakınsaklığı sorununu ele almalıyız. Bu toplamın yakınsamasını garanti eden Z_t üzerindeki bir koşul, (Z_t) dizilerinin mutlak olarak toplanabilir olmasıdır. Yani,

$$\sum_{t=-\infty}^{\infty} |Z_t| < \infty \tag{2.2.4.1.17}$$

Aslında, yukarıdaki teori, Z_t kare toplanabilir olduğunda da geçerlidir, yani,

$$\sum_{t=-\infty}^{\infty} z_t^2 < \infty \quad (2.2.4.1.18)$$

Zayıf koşul kullanılarak sonucun ispatı, Fourier dönüşümünün alternatif bir sunumuna bağlıdır ve ihmal edilmiştir. Amacımız için, denklem (2.2.4.1.17)'deki koşulun denklem (2.2.4.1.18)'deki koşulu ima ettiğini, ancak bunun tersinin doğru olmadığını belirtmek yeterlidir.

Periyodik ve periyodik olmayan dizilerin frekans alanı özellikleri arasında önemli farklılıklar vardır:

- Periyodik dizilerin spektrum frekansları harmonik olarak ilişkilidir ve sonlu ayrık bir küme oluştururken, periyodik olmayan dizilerin spektrum frekansları bir frekans sürekliliği oluşturur.

- Periyodik diziler için tüm zaman ufku üzerindeki enerji $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, sonsuzdur. Bu nedenle, harmonik olarak ilişkili frekansların sonlu bir kümesi üzerinde güç spektrumu açısından özelliklerini inceliyoruz. Ortaya çıkan spektrumlar bu nedenle bazen çizgi spektrumları olarak adlandırılır. Periyodik olmayan diziler için tüm zaman ufku boyunca enerji, denklem (2.2.4.1.17)'deki koşul tarafından garanti edildiği gibi sonludur. Bu nedenle, özelliklerini bir frekans sürekliliği üzerindeki enerji spektrumu cinsinden tanımlarız.

2.2.5. Sürekli Zaman Fonksiyonların Fourier Gösterimi

2.2.5.1. Periyodik Fonksiyonların Fourier Gösterimi

Şimdi tüm gerçekteğerler t için tanımlanmış bir $f(t)$ fonksiyonunu ele alıyoruz. İlk olarak, $f(t)$ 'nin P temel periyodu ile periyodik olduğunu varsayıyoruz.

Yani,

$$f(t) = f(t + jP), \text{ (tüm gerçekteğerler } t \text{ ve } j \text{ tamsayıları için.)} \quad (2.2.5.1.1)$$

Bu periyodik fonksiyon, P uzunluğundaki herhangi bir aralıktaki davranışı ile tamamen karakterize edilir. Bu nedenle, sadece fonksiyonu $t \in [-P/2, P/2]$ aralığında

ele almamız gerekir. Şimdi, P temel periyodu ve ω_0 temel frekansının aşağıdaki gibi ilişkili olduğunu hatırlayalım:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{P} \quad (2.2.5.1.2)$$

Bu temel frekans için, harmonik olarak ilişkili karmaşık üstel kümeleri göz önünde bulunduralım.

$$(e^{ik\omega_0 t}; k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2.2.5.1.3)$$

Daha açık bir ifadeyle,

$$e^{ik\omega_0 t} = e^{ik\omega_0(t + \frac{2\pi}{\omega_0})} = e^{i(k\omega_0 t + 2\pi k)} = e^{ik\omega_0 t} \quad (2.2.5.1.4)$$

Bu nedenle, (2.2.5.1.3)'teki karmaşık üsteller, $f(t)$ fonksiyonu ile aynı periyoda $P = 2\pi/\omega_0$ sahip periyodiktir.

Ayrıca,

$$\begin{aligned} \int_{-P/2}^{P/2} e^{ik\omega_0 t} e^{ij\omega_0 t} dt &= \int_{-P/2}^{P/2} e^{i(k-j)\omega_0 t} dt \\ &= \begin{cases} P, & \text{eğer } k = j, \\ 0, & \text{eğer } k \neq j, \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2.5.1.5)$$

Denklem (1.2.5.1.5) aşağıdaki gibi olur, çünkü $k = j$ ise, o zaman integral

$$\int_{-P/2}^{P/2} e^{i(k-j)\omega_0 t} dt = \int_{-P/2}^{P/2} dt = P;$$

Eğer $k \neq j$, ise integral

$$\begin{aligned} \int_{-P/2}^{P/2} e^{i(k-j)\omega_0 t} dt &= \left[\frac{1}{i(k-j)\omega_0} e^{i(k-j)\omega_0 t} \right]_{-P/2}^{P/2} \\ &= \frac{1}{i(k-j)\omega_0} [e^{i(k-j)\pi} - e^{-i(k-j)\pi}] = 0 \end{aligned}$$

Bu nedenle, (2.2.5.1.3)'teki denklem, P genişliğindeki herhangi bir aralıkta ortogonal olan P periyoduna sahip periyodik bir denklemdir. Dolayısıyla, $f(t)$ fonksiyonunu aşağıdaki Fourier serisi olarak temsil edebiliriz:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t} \quad (2.2.5.1.6)$$

Temsil geçerliyse, yani (1.2.5.1.6)'daki seri $f(t)$ 'ye düzgün bir şekilde yakınsarsa, terim terim integral alınabilir ve Fourier katsayısı kolayca gösterilebilir.

$$c_k = \frac{\int_{-P/2}^{P/2} f(t) e^{-ik\omega_0 t} dt}{\int_{-P/2}^{P/2} e^{ik\omega_0 t} e^{-ik\omega_0 t} dt} = \frac{1}{P} \int_{-P/2}^{P/2} e^{-ik\omega_0 t} dt \quad (2.2.5.1.7)$$

(2.2.5.1.6)'daki gösterimin geçerli olması için serinin $f(t)$ fonksiyonuna düzgün yakınsadığını göstermemiz gerekir. Serilerin yakınsaklığı için gerekli ve yeterli birtakım koşullar vardır. Amaçlarımız için, Dirichlet tarafından önerilen aşağıdaki yeterli koşulları belirtmek yeterlidir (Wei, 2006).

2.2.5.2. Periyodik Olmayan Fonksiyonların Fourier Gösterimi

2.2.5.2.1. Periyodik Olmayan Fonksiyonlar İçin Dirichlet Koşulları

$f(t)$, P periyoduna sahip sınırlı bir periyodik fonksiyon ise ve bir periyotta en fazla sonlu sayıda maksimum ve minimuma ve sonlu sayıda süreksizliğe sahipse, o zaman Fourier serisi $f(t)$ 'nin her süreklilik noktasında $f(t)$ 'ye yakınsar ve $f(t)$ 'nin süreksiz olduğu her noktada sağdan ve soldan limitler ve $f(t)$ 'nin limitlerinin ortalamasına yakınsar.

(2.2.5.1.6) için Parseval'in ilişkisi kolayca görülebilir.

$$\int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt = T \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 \quad (2.2.5.1.8)$$

2.2.5.2.2. Sürekli Zamanlı Fourier Dönüşümü

Süreklilik: $A \subset \mathbb{R}$, $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon ve $a \in A$ olsun. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

İse f fonksiyonuna a noktasında süreklidir denir. Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekliyse fonksiyon A üzerinde süreklidir denir.

Tüm gerçekteğer t üzerinde tanımlanan ancak sonlu süreli, yani

$f(t) = 0 \quad |t| > P/2$ için genel bir periyodik olmayan $f(t)$ fonksiyonu için,

$[-P/2, P/2]$ aralığında $f(t)$ ile aynı olan, ancak bu aralığın dışında periyodik olan yeni bir fonksiyon tanımlarız.

Yani,

$$\begin{cases} g(t) = f(t), & -P/2 \leq t \leq P/2, \\ g(t + jT) = g(t), & j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (2.2.5.1.9)$$

Açıkça $g(t)$, P ile periyodiktir. Böylece aşağıdaki gibi yazabiliriz

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t} \quad (2.2.5.1.10)$$

Ve

$$c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g(t) e^{-ik\omega_0 t} dt, \quad (2.2.5.1.11)$$

Burada $\omega_0 = 2\pi/P$ dir. Şimdi $[-P/2, P/2]$ aralığında $g(t) = f(t)$, Dolayısıyla, bu aralıkta,

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-ik\omega_0 t} dt \\ &= \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(u) e^{-ik\omega_0 u} du \end{aligned}$$

Ve

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega_0 t}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(u) e^{-ik\omega_0 u} du \right] e^{ik\omega_0 t} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(u) e^{ik\omega_0(t-u)} du \\
&= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H(k\omega_0) \omega_0 \tag{2.2.5.1.12}
\end{aligned}$$

Burada

$$H(k\omega_0) = \int_{-P/2}^{P/2} f(u) e^{ik\omega_0(t-u)} du$$

Şimdi (2.2.5.1.12) toplamındaki her terim, yüksekliği $H(k\omega_0)$ ve genişliği ω_0 olan bir dikdörtgenin alanını temsil eder. $P \rightarrow \infty, g(t) \rightarrow f(t)$ ve $\omega_0 \rightarrow 0$ iken, ve toplamının limiti bir integral olur.

Böylece,

$$f(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) d\omega$$

$$H(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} H(k\omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{i\omega(t-u)} du$$

Limitte $k\omega_0$ sayısının ω_0 ile gösterdiğimiz sürekli bir değişken haline geldiğini not ettiğimiz yerde.

Yani,

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{i\omega(t-u)} du d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{i\omega u} du e^{i\omega t} d\omega \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \tag{2.2.5.1.13}
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{-i\omega u} du \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \quad (2.2.5.1.14)$$

(2.2.5.1.14)'teki $F(\omega)$ fonksiyonuna, $f(t)$ 'nin **Fourier dönüşümü** veya **Fourier integrali** denir ve (2.2.5.1.13)'teki $f(t)$ fnksiyonuna, $F(\omega)$ 'nin **ters Fourier dönüşümü** veya **ters Fourier integrali** denir. Bir Fourier dönüşümü (integral) çifti oluştururlar. Benzer şekilde, (2.2.4) bölümündeki aynı iddialarla, Fourier dönüşüm çiftlerinin aşağıdaki alternatif biçimleri (Wei, 2006).

$$\begin{cases} f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \end{cases} \quad (2.2.5.1.15)$$

ve

$$\begin{cases} f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \end{cases} \quad (2.2.5.1.16)$$

(2.2.5.1.13) ve (2.2.5.1.14) 'deki Fourier dönüşüm çifti için Parseval'in ilişkisinin olduğu kolayca gösterilebilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (2.2.5.1.17)$$

Yukarıdaki yapıda $f(t)$ 'nin sonlu zamanlı olduğu varsayılır Sonuçlar sonsuz zamanlı bazı fonksiyonlar için geçerli olsa da, sonsuz zamanlı tüm fonksiyonlar bir Fourier dönüşümüne sahip değildir. Aşağıdaki Dirchlet koşulları, $F(\omega)$ 'nin varlığına ilişkin yararlı ve yeterli koşulların olmasını sağlar.

Priyodik olmayan fonksiyonların Drichlet koşulları:

- $f(t)$ kesinlikle integrallenebilir, yani $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| < \infty$

- $f(t)$ herhangi bir sonlu aralıkta yalnızca sonlu sayıda maksimum ve minimuma ve sonlu sayıda süreksizliğe sahiptir.

2.2.6. Hızlı Fourier Dönüşümü

Gerçek zaman serisi analizinde, Fourier dönüşümü olarak da bilinen aşağıdaki fourier katsayılarını hesaplamak için bize bir n değerli $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ (2.2.2.4) dizisi verildiğinden:

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t e^{-i\omega_k t}, \quad k = \frac{-n}{2} + 1, \dots, 0, \dots, \frac{n}{2}, \quad (2.2.6.1)$$

n 'nin çift olduğunu varsaydığımız ve $\omega_k = \frac{2\pi k}{n}$ olduğunu hatırlarsak, (2.2.6.1) denklemini yeniden yazarız;

$$c_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t e^{-i\omega_k t},$$

$$= \frac{1}{n} [Z_1 e^{-i\omega_k} + Z_2 e^{-i\omega_k 2} + \dots + Z_n e^{-i\omega_k n}] \quad (2.2.6.2)$$

t ve k 'nin bazı değerleri için $e^{-i\omega_k t}$ 'nin ± 1 'e eşit olduğunu göz ardı edersek, her k için, c_k 'nin hesaplanmasının yaklaşık n karmaşık çarpma ve toplama gerektirdiğini görüyoruz ve kesinlikle söyleyecek olursak, karmaşık bir çarpma gerektirmez. Bu nedenle, (2.2.6.1) kullanılarak tüm $\left\{c_k : k = \frac{-n}{2} + 1, \frac{n}{2} + 2, \dots, 0, \dots, \frac{n}{2}\right\}$ kümesinin doğrudan hesaplanması, yaklaşık n karmaşık çarpma ve toplama gerektirir. n büyük olduğunda, gerekli işlem sayısı açıkça büyüktür. Ayrıyeten, ilgili bir depolama sorunu var. Örneğin, $n = 450$ ise, doğrudan hesaplama 202,500 karmaşık çarpma, toplama ve depolama yeri gerektirir. n 'nin büyük değerleri için, bu hesaplama imkânsız değilse bile ürkütücü olabilir. Bu nedenle, bu Fourier dönüşümlerini

hesaplamak için hızlı Fourier dönüşümü (FFT) olarak bilinen verimli bir algoritma Good (1960) ve Cooley Tukey (1972) tarafından geliştirildi.

Algoritmayı göstermek için, n 'nin çift değerini ele alıyoruz ve $X_t = Z_{2t}$ 'nin Z_t çift indeksli değerleri temsil etmesine ve $Y_t = Z_{2t-1}$ 'nin tek indeksli değerleri Z_t temsil etmesine izin veriyoruz. Ayrıca, izin verdiğimiz gösterimleri basitleştirmek için

$$\lambda_n = e^{-i2\pi/n} \quad (2.2.6.3)$$

Daha sonra, (3.1.7.1)'deki n -nokta Fourier dönüşümü şu hale gelir:

$$\begin{aligned} c_k &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t e^{-i\omega_k t} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \lambda_n^{kt} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n/2} Z_{2t} e^{-i2\pi k 2t/n} + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n/2} Z_t e^{-i2\pi k(2t-1)/n} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n/2} X_{2t} e^{-i2\pi k t / (\frac{n}{2})} + \frac{1}{n} e^{i2\pi k/n} \sum_{t=1}^{n/2} Y_t e^{-i2\pi k t / (\frac{n}{2})} \\ &= \frac{1}{2} f_k + \frac{1}{2} \lambda_n^{-k} g_k \end{aligned} \quad (2.2.6.4)$$

Burada

$$f_k = \frac{1}{(\frac{n}{2})} \sum_{t=1}^{n/2} X_t \lambda_{n/2}^{kt} \quad (2.2.6.5)$$

$$g_k = \frac{1}{(\frac{n}{2})} \sum_{t=1}^{n/2} Y_t \lambda_{n/2}^{kt} \quad (2.2.6.6)$$

(2.2.6.5) ve (2.2.6.6)'daki f_k ve g_k 'nin sırasıyla X_t ve Y_t 'nin $n/2$ -nokta Fourier dönüşümleri olduğuna dikkat edin. Bu nedenle, Denklemler (2.2.6.4), n -noktalı Fourier

dönüşümlerinin, basit Fourier uzunluk dönüşümlerinin $n/2$ doğrusal kombinasyonları cinsinden hesaplanabileceğini ima eder (Wei, 2006).

Çünkü

$$\begin{aligned}\lambda_{n/2}^k &= e^{-i2\pi k/(\frac{n}{2})} = e^{-i2\pi k/(\frac{n}{2})} e^{i2\pi} \\ &= e^{-i2\pi(k-\frac{n}{2})/(\frac{n}{2})} = \lambda_{n/2}^{k-(\frac{n}{2})}\end{aligned}\quad (2.2.6.7)$$

Buradan da

$$f_k = f_{k-(\frac{n}{2})} \quad (2.2.6.8)$$

$$g_k = g_{k-(\frac{n}{2})} \quad (2.2.6.9)$$

Bu nedenle (2.2.6.5) ve (2.2.6.6) denklemlerinde $k = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}$ için sadece f_k ve g_k 'yi hesaplamamız gerekir. Bunların f_k ve g_k 'den (2.2.6.5) ve (2.2.6.6)'ya kadar olan doğrudan hesaplanması, yaklaşık $2(\frac{n}{2})^2$ karmaşık çarpma ve toplama gerektirir. (2.2.6.4) üzerinden Fourier dönüşümleri n g_k 'nin λ_n^{-k} ile çarpılmasına karşılık gelen n karmaşık çarpımlara ve ayrıca n çarpımının $(\frac{1}{2}\lambda_n^{-k} g_k)$ 'nin $(\frac{1}{2}f_k)$ 'ye eklenmesine karşılık gelen karmaşık toplamlara ihtiyaç duyar. Sonuç olarak, denklem (2.2.6.4)'ün hesaplanmasındaki toplam karmaşık çarpma ve toplama sayısı,

$$n + 2(\frac{n}{2})^2 \quad (2.2.6.10)$$

Eğer $\frac{n}{2}$ çift ise, o zaman aynı işlemi tekrarlayarak, (2.2.6.5) ve (2.2.6.6)'daki $\frac{n}{2}$ – noktalı Fourier dönüşümlerinin f_k ve g_k her biri iki $\frac{n}{4}$ –noktalı Fourier dönüşümü aracılığıyla hesaplanabilir. $\frac{n}{2}$ –nokta dönüşümlerinin her birini $\frac{n}{4}$ –nokta dönüşümleri aracılığıyla hesaplamak için gerekli işlemlerin sayısını bulmak için, önceki paragrafta açıklanan mantığın aynısını takip ederiz ve $(\frac{n}{2} + 2(\frac{n}{4})^2)$ 'e eşit olduğunu görürüz. Bu nedenle, c_k 'lere yol açan genel hesaplama için gerekli toplam işlem;

$$n + 2 \left[\frac{n}{2} + 2 \left(\frac{n}{4} \right)^2 \right] = n + n + 2^2 \left(\frac{n}{2^2} \right)^2 \quad (2.2.6.11)$$

Eğer $n = 2^r$, r bir asal sayı olmak üzere, bu işleme r iterasyonları için devam edebilir ve bir dizi 2-noktalı Fourier dönüşümü ile bitirebiliriz. Genel hesaplama için gerekli olan toplam karmaşık çarpma ve toplama sayısı yaklaşık olarak aşağıdakine eşittir:

$$n + n + 2^r \left(\frac{n}{2^r} \right)^2 \cong n + n + \dots + n = nr = n \log_2 n \quad (2.2.6.12)$$

Açıkça, n 'nin büyük bir değeri için gerekli işlemlerde n^2 'den $n \log_2 n$ 'a düşüş çok önemlidir. Örneğin, $n = 2048 = 2^{11}$ ise, (2.2.6.1) kullanılarak yapılan doğrudan hesaplama yaklaşık olarak 4,194,134 işlem gerektirirken, hızlı Fourier dönüşümü yalnızca 22,528 işlemleri gerektirir. İşlemlerdeki azalma %99'dan fazladır. Ayrıca, $\lambda_2 = e^{-i2\pi/2} = -1$ olduğundan, son yinelemedeki 2-noktalı Fourier dönüşümleri aslında sadece basit toplama ve çıkarma ile elde edilir.

Özünde, FFT, n -noktalı Fourier dönüşümlerinin hesaplanmasını daha basit dönüşümlere indirgemede trigonometrik fonksiyonların ve karmaşık üstellerin özelliklerini kullanan yinelemeli bir algoritmadır. Potansiyel istenmeyen etkileri azaltmak için, bazı yazarlar, sıfırdan farklı değerlere geçişi yumuşatmak için değiştirilmiş bir dizinin bir bölümünün "konikleştirilmesini" tavsiye etmişlerdir (Brigham, vd. 1967).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DiĞER EKONOMETRİK MODELLER

Bir önceki bölümde Fourier serileri geniş bir şekilde ele alınmıştır. Bu bölümde ise Fourier tabanlı olan (ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=2), ARIMA-Fourier (K=3) ve TBATS modeller ile diğer modellerin (BATS, ETS ve MLP) tanımları ve özellikleri verilecektir. Bölüm sonunda ise bu modellerle ilgili geniş bir literatür çalışmasına yer verilecektir.

3.1. ARIMA-FOURİER MODELİ

Zaman serilerinin tahmini son dönemlerde en önem verilen bir araştırma alanı durumuna gelmiştir. Ele alınan bir değişkene ait geçmiş verilerin analizi ve bu geçmiş değerler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi, mevzu bahis olan bu değişkenin gelecek zamanda alabileceği değerler hakkında tahminde bulunulmasına imkân sağlar. Bundan dolayı zaman serilerinin modellenmesi ile ilgili birçok metot ortaya konulmuştur. Ortaya konulan bu metotların her birinin dayandığı farklı varsayımları, özellikleri, avantajları ve dezavantajları mevcuttur.

Zaman serisi tahmini için kullanılan bu metotların daha iyi performans göstermesi için son dönemlerde birden çok metodun birlikte kullanılmaya başlandığı hibrit modeller geliştirilip denenmektedir. Hibrit modeller farklı yöntemlerin güçlü yönlerinin bir arada kullanılmasıyla geçmiş değerleri daha iyi açıklayan ve gelecek değerler için daha isabetli tahminler elde edilen modeller geliştirilmesi amacıyla ortaya konulmaktadır..

ARIMA modellemesi trend, mevsimsellik ya da birden fazla mevsimselliğin olduğu zaman serileri için uygun olmadığı ve zaman serisi verilerine mevsimsel varyasyon hâkim olduğunda ya da çoklu mevsimselliği modellemek için Fourier serisi kullanılması uygundur. Fourier terimleri biçimindeki dış regresyonlar, mevsimsel davranışı hesaba katmak için bir ARIMA modeline eklenir (Athanasopoulos ve Hyndman, 2008). Arima-Fourier modeli, dizinin hem doğrusal hem de sinüzoidal bileşenlerini birleştirilerek elde edilir (Iwok, 2016)

ARIMA-Fourier modeli ilk olarak (Nachane ve Clavel, 2008) tarafından Fourier serisinin eksikliklerini gidermek için ortaya konuldu. Yöntem hem lineer hem de trigonometrik fonksiyonlar ile zaman serilerini uydurma yeteneğine sahiptir. Serilerin durağanlığını elde etmek için fark alınırsa ARIMA formu elde edilir (Iwok ve Udoh, 2016). Yani serinin hem doğrusal hem de dalgalanma bileşenlerinin birleştirilmesiyle Otoregresif entegre hareketli ortalama ve Fourier modeli elde edilir.

Öngörü sonuçlarının çoğu alanda başarıyla uygulanabilir olmasına rağmen bazı durumlarda hata oranlarının yüksek olduğu karşılaşılabilmektedir. Böyle bir durumda, söz konusu tahmin yöntemini kullanmamak yerine yöntem modifiye edilebilmektedir. Burada ki hedefimiz, tahmin doğruluğu daha yüksek neticelere ulaştırmaktır (Bağcı, 2021).

3.1.1. Otoregresif Süreç AR(p) ve Hareketli Ortalama MA(q)

Otoregresif Süreç AR(p): Bir zaman serisinde $\{Y_t\}$ bir ekonometrik değişkenin geçmiş değerlerini barındıran bir değişken bundan yola çıkarak bu değişkenin gelecekte alacağı değerler tahminlemesi oldukça fayda sağlayacaktır. Bu şekilde gecikmeleri yansıtan bir model otoregresif bir süreç olarak ifade edilebilir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (t = 1, 2, \dots, T)$$

Denklemin birinci-dereceden otoregresif süreç denir ve $AR(1)$ ile gösterilir. Burada δ kesme parametresi, $-1 \leq \phi_1 \leq 1$ arasında değer alan bilinmeyen bir parametre ve $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ dir.

Daha genelleştirirsek Y_t sadece Y_{t-1} 'e bağlı değil ayrıca $Y_{t-2}, Y_{t-3}, \dots$ değişkenlerine de bağlı olabilir. Dolayısıyla p inci dereceden bir otoregresif süreci de tanımlamak mümkündür.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Burada δ bir sabit (kesme) terimi, stokastik süreç olan Y_t nin ortalaması, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ bilinmeyen otoregresif parametreler ve $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ yani beyaz gürültülü bir terimdir (Grotton ve Veillux 2015).

Hareketli Ortalama MA(q): Bir $AR(p)$ süreci genel olarak gözlenen bir değerin geçmişte aldığı değerlerle ve rassal kalıntı değerleri ile ilgilidir. $MA(q)$ modelinde ise

$$Y_t = \mu + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Denklemine birinci-dereceden hareketli ortalama denir ve $MA(1)$ ile gösterilir. Burada μ , ortalama değeri ve $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$. Bunu genelleştirirsek yani $MA(q)$ süreci

$$Y_t = \mu + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

Burada μ , $MA(q)$ sürecinin ortalama, ε_t sıfır ortalamaya ve sabit varyansa sahiptir ve $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ bilinmeyen hareketli ortalamanın parametreleri ve $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ yani beyaz gürültülü bir terimdir (Grotton ve Veillux 2015)..

3.1.2. Otoregresif Hareketli Ortalama ARMA(p, q)

Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama (ARIMA) modeli, istatistikçiler George Box ve Gwilym Jenkins tarafından geliştirilen ve bir dizi veriyi modellemek ve bu modeli gelecekteki veri noktalarını tahmin etmek için kullanmak amacıyla üç tür zaman serisi analiz tekniğini birleştiren yaygın bir zaman serisi analiz tekniğidir. ARIMA tarafından uygulanan ilk analiz tekniği Otoregresyondur. Bir otoregresif model, bir zaman serisinin mevcut ve gelecekteki değerlerinin sabit bir kesişim, rastgele bir gürültü değeri ve katsayılarla çarpılan önceki seri değerlerinin toplamına bağlı olduğu varsayımına dayanan esasen doğrusal bir regresyondur. p dereceli bir otoregresif model $AR(p)$ ile gösterilir. Denklem (1)'de tanımlandığı gibi, serinin önceki p terimlerinin toplamını p katsayılarıyla çarpar.

$$AR(p); Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

ARIMA modelinin bir diğer önemli bileşeni Hareketli Ortalamalar analizidir. Bu teknik, serideki her bir elemanın Otoregresyon tarafından açıklanamayan geçmiş hata değerlerinden etkilenebileceği varsayımı altında çalışır. q düzeyindeki bu model türü, Denklem (2)'de görülebileceği gibi, q önceki hatalarla toplanan ve hareketli ortalama katsayıları θ ile çarpılan sabit bir μ (ortalama) olarak tanımlanır.

$$MA(q); Y_t = \mu + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Geçek hayattaki veri üretme sürecinin çerçevesini belirlemek ve daha sonrada modeli teşhis etmekle başlar. Yukarıda belirttiğimiz $AR(p)$ ve $MA(q)$ modelleri ile teşhis etmek çok kolay değildir. Çünkü bu modellerin kısıtları çok fazladır. Örneğin MA sürecinin gecikmesi q ile belirlenir ama q 'dan daha büyük gecikmelerde otokorelasyonlar sıfır olataak alınır. Benzer şekilde AR sürecinde de ρ_k otokorelasyon katsayısından büyük değerlerde gecikmeler sıfıra doğru yaklaşır. İşte bu iki en önemli modelin kısıtlarını ortadan kaldırmak için $ARMA(p, q)$ modelinde iki durum birlikte ortaya çıkabilir.

Başka bir şekilde ifade edersek birçok rassal durağan süreçler sadece otoregresif süreç veya hareketli ortalama ile modellenemez; zaman serileri bazen iki durmuda barındırabilir işte bu süreç $AR(p)$ ve $MA(q)$ sürecinin bir arada olduğu $ARMA(p, q)$ süreci ile ifade edilir.

Yani,

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

Olarak karşımıza çıkar. Burada kesme sabiti δ , Y_t 'nin ortlamsı ve ε_t sıfır ortamaya $E(\varepsilon_t) = 0$ ve sabit varyansa $Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ sahiptir. Eğer bu süreç durağan ise tüm dönemler için sabit μ , ortalamasına sahiptir.

3.1.3. Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama $ARIMA(p, d, q)$

Şimdiye kadar zaman serilerinin durağan olma durumu varsayımından hareketle AR , MA ve $ARMA$ zaman serileri süreçleri üzerinde durduk. Buna karşın gerçek hayatta zaman serilerinin çoğu durağan bir süreç sergilemezler. Birçok ekonomik ve finansal seriler (Hisse senetleri v.b.) rassal yürüyüş özelliklerini gösterirler. Yani durağan olmayan süreçlerdir. İşte tam bu noktada durağan olmayan zaman serilerini durağanlaştırmak için bu serilerin bir veya daha fazla farkı alınarak durağan hale getirilebilir.

$ARIMA$ modeli ilk olarak 1960'larda Box ve Jenkins tarafından fark alma veya günlüğe kaydetme yoluyla durağan hale getirilebilecek bir zaman serisini tahmin etmek için tanıtıldı. Bir zaman serisi, mevsimsel olmayan veya mevsimsel özelliklere sahip olabilir. Box ve Jenkins (1970) tarafından geliştirilen otoregresif entegre hareketli

ortalama (ARIMA) modelleri, doğrusal zaman serilerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılmıştır.

ARIMA modelleri, mevcut gözlemin ağırlıklı önceki gözlemlere, ağırlıklı önceki rastgele şoklara ve mevcut şoka bağlı olduğunu varsayar. Bu işleme ise entegre *ARMA* süreci denir ve bu farkın geneleştirilmesi de **d** ile gösterilir ve süreç *ARIMA*(p, d, q) ile ifade edilir (Sevüktekin, 2013).

Daha değişik bir şekilde belirtirsek Otoregresif tümleşik hareketli ortalama (*ARIMA*) modelleri başka bir gösterim ile *ARIMA* (p, d, q) modelleri, durağanlık işlemi için önce verilerin d dereceden farkları alınarak, ardından *ARMA* (p, q) modeli eklenerek oluşturulur. *ARIMA* (p, d, q) modellerinde, *AR* modelinin p derecesini, q , *MA* modelinin derecesini ve d , verileri durağan hale getirmek için alınması gereken farkların sayısını göstermektedir (Mishra vd., 2021).

Standart Box-Jenkins yöntemleri kullanarak $\{Y_t\} = t = 1, 2, \dots, n$ durağan bir serinin *ARMA* modeli;

$$\phi_p(B)\Delta^d Y_t = \delta + \theta_q(B)\epsilon_t; t = 1, 2, \dots, n$$

Burada,

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \text{ otoregresif (AR) operatörü,}$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \text{ hareketli ortalama (MA) operatörü,}$$

$BY_{t+1} = Y_t$, Δ fark operatörüdür, δ bir miktar sürüklenmedir, B zaman gecikmesi operatörü veya geriye kaydırma operatörüdür, p AR operatörünün mertebesidir. q MA operatörünün mertebesidir. d fark alma operatörünün mertebesidir ve t sıfır ortalama ve sabit varyans σ^2 ile dağıtılan Gaussian olan rastgele bir hata terimi (yani bir beyaz gürültü süreci). “*Otomatik Gerileyen*” terimi, tahmin denkleminde yer alan farkı alınmış serilerin gecikmelerini, “*Hareketli Ortalama*” terimi ise tahmin hatalarının gecikmelerini ifade eder. Bu “*Bütünleşik*” terimi, bir zaman serisini durağan hale getirmek için fark seviyelerini ifade eder.

3.1.3.1. Fourier Dönüşümü Kullanan ARIMA Modeli

ARIMA modeline Fourier terimlerini eklediğimizde ARIMA_Fourier modeli (FARIMA) oluşur. Belirli bir noktayı bir periyoda uydurmak için Walker (1991) tarafından önerilen Fourier dönüşümü;

$$Y_t = a_0 + \sum_{k=1}^K \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) + \varepsilon_t \right]$$

$$a_k = n/2 \sum_{t=1}^{n/2} \left[Y_t \cos\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) \right]$$

$$b_k = n/2 \sum_{t=1}^{n/2} \left[Y_t \sin\left(\frac{2\pi k}{n} t\right) \right]$$

Burada, a_0 mevsimsel dönemlerin ortalamasıdır ve K , Fourier dönüşümü tahmini için her bir dönem olarak kabul edilen frekans(harmonik) dönemidir, k periyottur, n gözlemlenen toplam veri noktaları, t ayrı veri noktaları sayısı, k dikkate alınan dönem, ε_t , ortalaması 0 ve varyansı σ^2 olan bağımsız bir hata terimidir. Yani $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 'dir (Rathnayaka, vd. 2015).

3.1.4. Mevsimsel ARIMA Modeli (SARIMA)

Box ve Jenkins (1970) tarafından geliştirilen olağan otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modelleri, doğrusal zaman serilerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılmıştır. ARIMA modelleri, mevcut gözlemin ağırlıklı önceki gözlemlere, ağırlıklı önceki rastgele şoklara ve mevcut şoka bağlı olduğunu varsayar. Bununla birlikte, doğada ortaya çıkan çoğu zaman serisi, doğrusallık değil, doğrusal eğilim ile periyodik veya mevsimseldir. Mevsimsel zaman serileri, düzenli bir zaman diliminden sonra kendini tekrar eden mevsimsel bir fenomeni içerir. Bu tür olaylar, birçok ticari ve ekonomik faaliyeti, kültürel etkinlikleri ve mezuniyet törenlerini etkileyen hava durumu gibi faktörlerden kaynaklanmaktadır. Bir zaman serisindeki mevsimsellik, S zaman periyodu boyunca tekrar eden düzenli bir değişim modeli olarak tanımlanır. Mevsimsel bir zaman serisinde, genellikle mevsimsel aralıklarla belirli zamanlardaki ortalama değerler ile diğer zamanlardaki ortalama değerler arasında bir fark vardır; bu nedenle çoğu durumda mevsimsel zaman serisi durağan değildir.

Mevsimsel desenli seriler ARIMA modelleri ile yeterince temsil edilememektedir. Bu tür dizileri analiz etmek için Wold (1974), dizileri mevsime göre iki boyutlu bir tabloda düzenlemiştir; toplamalar ve ortalamalar hesaplanmıştır. Wold (1974) gösteriminde, bir zaman serisinin trend döngüsü, mevsimsel ve düzensiz bileşenlerden oluştuğu düşünülmektedir. Bu bileşenleri tahmin etmek için genellikle birkaç ayrıştırma söz konusudur. Box, Jenkins ve Reinsel (2008) ARIMA modellerinin mevsimsel kısmı içerecek şekilde bir uzantısını yapmış ve mevsimsel otoregresif bütünleşik hareketli ortalama (SARIMA) modelleri olarak adlandırılmıştır. Şimdiye kadar gördüğümüz ARIMA modellerine mevsimsel terimler eklenerek mevsimsel bir ARIMA modeli (SARIMA) oluşturulmuştur. Aşağıdaki gibi yazılmıştır:

$$ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$$

Burada s periyodikliktir yani model tekrar tekrar edene kadar zaman periyotlarının sayısını tanımlar. Modelin mevsimlik kısımları için büyük harf gösterimi, mevsimlik olmayan kısımları için küçük harf gösterimi kullanıyoruz. p otoregresif (AR) sırasındır, d mevsimsel olmayan fark sırasındır q hareketli ortalama (MA) sırasındır P mevsimsel AR sırasındır, D mevsimsel farktır ve Q mevsimsel MA sırasındır, s mevsimsel dönem uzunluğudur.

Şimdiye kadar dikkatimizi mevsimsel olmayan veriler ve mevsimsel olmayan ARIMA modelleriyle sınırladık. Ancak, ARIMA modelleri aynı zamanda çok çeşitli mevsimsel verileri modelleme yeteneğine de sahiptir. ARIMA'nın mevsimsel etkiyi içeren genişletilmiş bir versiyonudur. ARIMA(p, d, q) modelinin durağan bir zaman serisi elde etmek için farkları içeren entegre bir ARMA(p, q) olduğunu hatırlayın. Modelin genel formu şu şekilde yazılmıştır (Box vd, 2008):

$$\varphi(B)y_t = \phi(B)\nabla^d y_t = \theta_0 + \theta(B)\varepsilon_t$$

Burada

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

$$\varphi_p(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p$$

Bir zaman serisi ($y_t: t = 1, 2, \dots, n$) $\varphi(B)$ genelleştirilmiş otoregresif operatör, $\varepsilon_t \sim wn(0, \sigma^2)$ gaussian beyaz gürültülü süreç, (yani ε_t sıfıra eşit bir ortalama ve sabit bir varyans ile normal bir rastgele değişken olarak özdeş ve bağımsız olarak dağıtılan, t zamanındaki tahmini kalıntısıdır.) ∇^d , $\nabla^d = (1 - B)^d$ tarafından verilen d derecesindeki fark alma operatörüdür.

$B, B^s y_t = y_{t-s} \varepsilon_t$, tarafından tanımlanan geri kaydırma operatörü B^s s kez geri kaydırma anlamını taşır. B geri kaydırma operatörü,

Burada $\theta_0 = 0$ içim genel model (Box vd. 2008):

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_{p+d} y_{t-p-d} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

Çarpımsal mevsimsel otoregresif entegre hareketli ortalama modeli veya $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ modeli (Box vd. 2015) tarafından verilmektedir:

$$\Phi_p(B)^s \phi_p(B) \nabla_s^d \nabla^D Y_t = \theta_q(B^s) \theta_q(B) \varepsilon_t$$

$\Phi_p(B)^s$ ve $\theta_q(B^s)$ B 'deki polinomlardır, sırasıyla aşağıdaki gibi verilen mevsimsel otoregresif ve hareketli ortalama bileşenlerini temsil eder:

$$\Phi_p(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{Ps}$$

$$\theta_q(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_p B^{Qs}$$

$$\phi_p(B) = \Phi_p(B)^s (1 - B)^d (1 - B)^D Y_t = \delta + \theta_q(B) \theta_q(B^s) \varepsilon_t$$

Burada,

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

p düzeyindeki düzenli otoregresif operatör (AR),

$$\Phi_p(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{Ps},$$

P düzeyindeki mevsimsel otoregresif operatör (AR),

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q,$$

q düzeyindeki düzenli hareketli ortalama operatörüdür (MA),

$$\theta_q(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \theta_2 B^{2s} - \dots - \theta_p B^{Qs},$$

Q düzeyindeki mevsimsel hareketli ortalama operatörüdür (MA),

$\delta = \mu\phi_p(B)\Phi_p(B)^s$ sabittir. Burada μ durağan zaman serilerinin ortalamasıdır.

Zaman indeksi verilerinin modellenmesindeki ilk adım, durağan olmayan zaman serilerini durağan hale dönüştürmektir. Bu, birçok istatistiksel ve ekonometrik yöntemin bu varsayıma dayanması ve sadece durağan zaman serilerine uygulanabilmesi açısından önemlidir. Durağan olmayan zaman serileri düzensiz ve tahmin edilemezken, durağan süreç ortalamayı tersine çevirir, yani sabit varyanslı sabit bir ortalama etrafında dalgalanmaktadır (Zhang, 2003).

SARIMA modeli, hem durağan hem de durağan olmayan verileri temsil eden doğrusal bir modeldir. Bu teknikte, verilen zaman serisi verilerinin önce durağanlık kontrolü yapılır.

Durağanlık tipik olarak AR ve MA polinomlarının köklerinin birim çemberin dışında olması istenerek ifade edilir (Meitz ve Saikkonen, 2013). Mevsimsel ve mevsimsel olmayan farklardan sonra veriler durağan hale gelir ve elde edilen veriler aşağıdaki gibi bir ARMA zaman serisi olarak modellenenebilir.

Herhangi bir t anında veri değeri Y_t , önceki p veri değerlerinin diyelim $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$ ve $t, (t-1 \dots t-q)$ 'in diyelim $\epsilon_t, \epsilon_{t-1}, \dots, \epsilon_{t-p}$ zamanlarındaki hataların bir fonksiyonu olarak kabul edilir.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} - \dots - \phi_p Y_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q} \\ ; t = 1, 2, \dots, n$$

Mevsimsellik tespit edilirse, modellerin doğrusal bileşeninin modellenmesinde mevsimsel otoregresif entegre hareketli ortalamaya ihtiyaç duyulur. Mevsimsel ARIMA modeli, çarpımsal bir modelde hem mevsimsel olmayan hem de mevsimsel faktörleri birleştirir. Mevsimsel farklılık, bir değer ile S'nin katı olan gecikmeli bir değer arasındaki fark olarak tanımlanır (Leneenadogo ve Pius, 2020).

Son dönemlerde mevsimsel olmayan ve mevsimsel bileşenleri içeren zaman serisi verilerinin özetlenmesinde Arima ve Sarima modelleri kullanılarak birçok ampirik araştırma gerçekleştirilmiştir (Iwok ve Udoh, 2016).

3.1.4.1. Fourier Dönüşümü Kullanan SARIMA Modeli

Mevsimsel desenli seriler ARIMA modelleri ile yeterince temsil edilememektedir. Bu tür dizileri analiz etmek için Wold (1974), dizileri mevsime göre iki boyutlu bir tabloda düzenlemiştir; toplamalar ve ortalamalar hesaplanmıştır. Wold (1974) gösteriminde, bir zaman serisinin trend döngüsü, mevsimsel ve düzensiz bileşenlerden oluştuğu düşünülmektedir. Bu bileşenleri tahmin etmek için genellikle birkaç ayrıştırma söz konusudur. Box ve Jenkins (1970) ARIMA modellerinin mevsimsel kısmı içerecek şekilde bir uzantısını yapmış ve mevsimsel otoregresif bütünleşik hareketli ortalama (SARIMA) modelleri olarak adlandırılmıştır.

Bu çabalara rağmen, modeller çoğu periyodik seriyi yeterince temsil etmemektedir. Periyodik zaman serilerini modellemek için yaygın olarak kullanılan daha iyi bir prosedür Fourier analizidir. Bu yöntem, zaman serisini, temel olarak adlandırılan bir dizi fonksiyonla temsil eder, öyle ki, incelenen tüm fonksiyonlar, temeldeki bu fonksiyonların doğrusal kombinasyonları olarak yazılabilir. Bu fonksiyonlar, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını veya karmaşık üstelleri içerir. Fourier serisi yaklaşımı, çeşitli frekanslarda sinüzoidal davranış açısından zaman serilerinin dalgalanmasını tanımlar. Şimdi de mevsimsel bileşeni barındıran SARIMA modeline Fourier terimlerini ekleyelim (FSARIMA). Çünkü buraya kadar verilen modellerin birleşimi ile $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_S$ modelini elde ederiz. Bir zaman serisi n gözlemleri göz önüne alındığında, Fourier temsil, aşağıda gösterilen q dikey trigonometrik fonksiyonlar kümesidir. Fourier temsili:

$$y_t = \sum_{i=1}^q \alpha_i \cos(2\pi f_i t) + \beta_i \sin(2\pi f_i t) + e_t \quad (1)$$

Tarafından tahmin edilen

$$\hat{y}_t = \sum_{i=1}^q a_i \cos(2\pi f_i t) + b_i \sin(2\pi f_i t) \quad (2)$$

Burada $q = \frac{n}{2}$,

$$a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos(2\pi f_i t), \quad b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin(2\pi f_i t)$$

$e_t \sim NIID(0, \sigma^2)$ periyot $= p_i = \frac{n}{i}$, ve $f_i = \frac{i}{n}$ i. harmonic temel frekansı $1/n$ dir (Wiri ve Essi, 2018).

SARIMA modeline Fourier terimlerinin eklenmesi ile (FSARIMA). Oluşur. Burada kullanacağımız bazı kavramlara değinecek olursak:

Periodogram: $f_i = i/n$ frekansında $I(f_i)$ yoğunluklarının fonksiyonu olarak tanımlanır ve

$$I(f_i) = \frac{n}{2} (a_i^2 + b_i^2) \quad i = 1, 2, \dots, q$$

Periodogram, frekanslara veya dönemlere karşı yoğunlukların grafiğidir. Periodogram $I(f_i)$, sadece katsayılar (a_i, b_i) çifti ile ilişkili karelerin toplamıdır ve dolayısıyla f_i frekansı veya periyot p_i . Yani,

$$\sum_{t=1}^q (y_t - \bar{y})^2 = \sum_{t=1}^{n/2} I(f_i)$$

Eldeki bağlamda, periodogram bir zaman serisinin mevsimselliğini veya periyodikliğini belirlemek için kullanılır. Bu genellikle periodogram grafiğindeki en büyük zirve ile gösterilir.

Spektrum: Örnek spektrumu, f frekansının 0 ile 0.5 döngü aralığında sürekli değişmesine izin vererek elde edilir, böylece periodogram yeniden tanımlanabilir

$$I(f_i) = \frac{n}{2} (a_i^2 + b_i^2) \quad 0 \leq f \leq 0.5$$

$I(f)$ fonksiyonu spektrum diye adlandırılır.

Otokorelasyon Fonksiyonu: Bu, $k(p_k)$ 'da k gecikmesindeki otokorelasyon grafiğidir.

Spektral Yoğunluk Fonksiyonu: Spektral yoğunluk, otomatik korelasyon fonksiyonunun Fourier dönüşümüdür ve aşağıdaki şekilde tahmin edilir.

$$g(f) = 2[1 + \sum_{k=1}^{\infty} p_k \cos(2\pi f k)] \quad 0 \leq f \leq 0.5$$

Burada p_k , k gecikmeli. Spektral yoğunluk, periodogram ile aynı işlevi yerine getirir. Bir zaman serisinin süresi veya mevsimselliği, spektral yoğunluğun maksimum olduğu yerde elde edilir.

Beyaz Gürültü Süreci: Bir işlem $\{\varepsilon_t\}$, ortalama 0 ve varyans σ^2 dir. Gösterim olarak eğer sabit bir dağılımdan ilişkisiz rastgele değişkenlerin bir dizisi ise $\{\varepsilon_t\} \approx IID(0, \sigma^2)$ ile beyaz bir gürültü süreci olduğu söylenir.

Fourier serisi ifadesinin tamamını denklem (1)'e uydurmak yerine, yalnızca Fourier terimlerini periodogram tarafından tespit edilen mevsime kadar uydururuz. Yani, trendi giderilmiş y_t serisindeki periodogram tarafından belirlenen mevsimin s olduğunu varsayalım, o zaman denklem (1) şuna indirgenir:

$$y_t = \sum_{i=1}^s \alpha_i \cos(2\pi f_i t) + \beta_i \sin(2\pi f_i t) + e_t \quad (3)$$

$$\Rightarrow \hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t + \sum_{i=1}^s a_i \cos(2\pi f_i t) + b_i \sin(2\pi f_i t) \quad (4)$$

$$\text{ve} \quad \hat{\varepsilon}_t = Y_t + \hat{Y}_t \quad (5)$$

Nispeten, ifade (3), analiz gerçekleştirmede denklem (1)'te ifade edilen tam Fourier formundan daha az hantaldır. Model (3) herhangi bir periyodik veya mevsimsel veriye uydurulabilir ve (5)'den elde edilen tahmini artıklar $\hat{\varepsilon}_t$, modelin yeterli olup olmadığını belirlemek için beyaz gürültü için test edilebilir.

3.2. BATS VE TBATS MODELİ

Box-Cox dönüşümü, ARMA hataları, trend ve çoklu mevsimsel kalıpları içeren De Livera vd. (2011) tarafından önerilen modeldir. BATS modeli (B - Box-Cox dönüşümü, A - ARMA artıkları, T - trend bileşeni, S - mevsimsel bileşen) baş harflerinin birleşimidir. BATS modeli, TBATS modelinden yalnızca mevsimsel etkileri modelleme biçiminde farklıdır.

Günümüz çağında karmaşık mevsimsellik sıklıkla günlük, saatlik vb. uzun zaman serilerinde ortaya çıkmaktadır. Geleneksel tahmin yöntemlerinin karmaşık mevsimselliği ele alma konusundaki sınırlamaları nedeniyle, BATS ve TBATS gibi yeni tahmin yöntemleri daha önemli hale gelmektedir (Naim vd. 2018).

BATS'ta, her mevsimselliğin denklem (5) ile modellendiği daha geleneksel bir yaklaşımdır. Bu, BATS'ın yalnızca tamsayılı dönem uzunluklarını modelleyebileceği anlamına gelir (De Livera ve Hyndman 2009). BATS'ta alınan yaklaşım, i sezonu için m_i tane durumu gerektirir, eğer bu sezon uzunsa model zorlu hale gelebilir. Bu zorluğu bertaraf etmek için modele trigonometrik bir ifadenin eklenmesi ile TBATS modeli oluşur. Bu model başlangıçtaki T'nin 'trigonometrik' anlamına geldiği TBATS olarak adlandırılır. TBATS modeli (Mevsimsel bileşenlerin T- trigonometrik gösterimi, B- Box-Cox dönüşümü, A – ARMA artıkları, T – trend bileşeni, S – mevsimsel bileşen) baş harflerinin birleşimidir. BATS modelleri tamsayı olmayan mevsimselliği işleme yeteneğine sahip değildir ve tahmin gerektiren çok sayıda parametreye sahiptir. Bu nedenle TBATS, birden fazla mevsimsel hatalı döngüye izin veren BATS'ın bir iyileştirme modifikasyonudur (Abotaleb, 2021).

Mevcut zaman serisi modellerinin karmaşık mevsimsel kalıplarla uğraşırken zayıflıklarının ve yetersizliklerinin üstesinden gelmek için; Box-Cox dönüşümlerini birleştirerek gelişmiş bir üstel yumuşatma durum uzayı çerçevesi Fourier temsilleri zamanla değişen katsayılar ve otoregresif hareketli ortalama (ARMA) hata düzeltmesi (TBATS) model, karmaşık mevsimsel davranışlara sahip böyle bir zaman serisini barındıracak şekilde özelleştirilmiştir.

TBATS modeli, bir zaman serisinde mevsimsel karmaşıklıkları ele alabilen trigonometrik bir formülasyona dayalı olarak ortaya çıktı. Ayrıca bu model, BATS geliştirme sürecinde tahmin edilmesi gereken çok sayıda parametre gerektiren ve tamsayı olmayan mevsimsellik ile başa çıkamayan geleneksel BATS modellerinin kusurlarının üstesinden gelmek için tasarlanmıştır (Abotaleb, vd. 2021).

TBATS R paket programı ile uygun modelleri değerlendirecektir;

1. Box-Cox dönüşümü ile ve Box-Cox dönüşümü olmadan.
2. Trend ile ve trend olmadan.
3. Trend sönümlleme ile ve trend sönümlleme olamadan.

4. Artıkları modellemek için kullanılan ARMA(p,q) süreci ile mevsimsel olmayan model ve ARMA(p,q) süreci mevsimsel etkileri modellemek için kullanılan çeşitli harmonikler kullanır. Nihai model, Akaike bilgi kriteri (AIC) kullanılarak seçilecektir. Özellikle ARIMA artıklarının modellenmesi gerekip gerekmediğine ve hangi p ve q değerlerinin uygun olduğuna karar vermek için kullanılır.

TBATS modeli, sırasıyla denklem (2) ve denklem (5) yerine aşağıdaki ifadelerle BATS modelinin bir uzantısıdır. TBATS modeli çok çekicidir çünkü birkaç mevsimsel karmaşıklığın üstesinden gelebiliyor (Wu, vd. 2015). Modelleme çerçevesinin bir başka avantajı da sıfır değerlerle veri işlemenin uyarlanabilirliğidir. R tahmin paketini kullanan biri tarafından uygulanması kolay bir modeldir. BATS ve diğer mevsimsel modeller arasındaki temel fark, ARMA ve Box-Cox dönüşümünün kullanılmasıdır. Bu, verilerdeki ek bilgileri yakalamaya izin verir (Livera vd. 2011).

Sırasıyla BATS ve TBATS modellerinin matematiksel formülasyonları ve parametreleri aşağıdaki gibidir.

3.2.1. BATS Modeli

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{Y_t^{(\omega)} - 1}{\omega} & \omega \neq 0 \\ \log y^{(\omega)} & \omega = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Denklem (1) bir Box-Cox dönüşümüdür

$$y_t^{(\omega)} = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^T S_{t-m_i}^{(i)} + d_t \quad (2)$$

Denklem (2), mevsimsel M modelini temsil eder

$$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \quad (3)$$

$$b_t = (1 - \phi)b + \phi b_{t-1} + \beta d_t \quad (4)$$

$$s_t^{(i)} = s_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t \quad (5)$$

Denklemler (3), (4) ve (5) küresel trendler ve yerel trendlerdir.

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (6)$$

Denklem (6), ARMA tarafından modellenen hatadır.

Burada $m_1, m_2, \dots, m_T$ ($i=1,2,\dots,T$) mevsimsel kalıpların periyotlarını temsil eder, b_t t dönemdeki kısa dönem trend, b ise uzun dönem trend, l_t seviye bileşeni, $s_t^{(i)}$ t zamanındaki mevsimsel bileşeni gösterir, ve d_t düzensiz bileşeni ise ARMA(p, q) bileşenini temsil eder ve ε_t beyaz gürültü sürecidir..

ARMA(p, q) parametreleri φ_i ($i = 1, 2, \dots, p$) ve θ_i ($i = 1, 2, \dots, q$) ve ε_t Gaus beyaz gürültülü süreç sıfır ortalama ve sabit varyanslı σ^2 (yani $NIID(0, \sigma^2)$) dır.

t zamanındaki i . İnci mevsimsel bileşen $s_t^{(i)} = s_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i d_t$ ($t=1,2,\dots,n$; $i=1,2,\dots,T$)

Burada ω Box-Cox dönüşümü operatörü, $\emptyset$ üstel yumuşatma operatörü (yani düşürme parametresi), için Yumuşatma parametreleri, düzeltme parametreleri ($i=1 \dots T$) α, β ve γ_i ile verilir. $\emptyset$ trend bileşeni sönümlendiğinde trend extrapolasyonu üzerinde daha fazla kontrol sağlayan sönümleme parametresidir (Taylor, 2003).

Yani: **BATS**($\omega, \emptyset, (p, q), m_1, m_2, \dots, m_T$)

BATS ve diğer mevsimsel modeller arasındaki temel fark, ARMA ve Box-Cox dönüşümünün kullanılmasıdır. Bu, verilerdeki ek bilgileri yakalamaya izin verir. BATS modeli, geleneksel mevsimsel yenilik modellerinin birden fazla mevsimsel döneme izin veren en belirgin genellemesidir. Bununla birlikte, tamsayı olmayan mevsimselliği barındıramaz ve çok sayıda duruma sahip olabilir, ilk mevsimsel bileşen tek başına m_T sıfır olmayan durumları içerir. Bu, yüksek dönemli mevsimsel desenler için çok sayıda değer haline gelir (Makridakis vd. 1982).

3.2.2. TBATS Modeli

TBATS modeli, sırasıyla (2) ve (5) yerine aşağıdaki ifadelerle BATS modelinin bir uzantısıdır. Mevsimsel veriler için Trigonometrik üstel yumuşatma modellerini temsil eden aşağıdaki denklemler

$$y_t^{(\omega)} = l_{t-1} + \emptyset b_{t-1} + \sum_{i=1}^T S_{t-1}^{(i)} + d_t \quad \text{Genel TBATS toplam denklemi}$$

Mevsimsel veriler için trigonometrik üstel yumuşatma modelleri

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) \quad (7)$$

$$\alpha_{j,t}^{(i)} = \alpha_{j,t-1}^{(i)} + k_1^{(i)} d_t \quad (8)$$

$$\beta_{j,t}^{(i)} = \beta_{j,t-1}^{(i)} + k_2^{(i)} d_t \quad (9)$$

Burada $k_1^{(i)}$ ve $k_2^{(i)}$ yumuşatma parametreleri burada k_i i. Mevsimsel bileşen için gerekli harmoniklerin sayısıdır. **k_i** inci periyodikliği oluşturan trigonometrik fonksiyon sayısı Bu, Hannan vd. (1970) tarafından önerilen tek mevsimsel çoklu hata kaynağı temsiline genişletilmiş, değiştirilmiş tekli hata kaynakları versiyonudur ve **m_i** 'nin çift değerleri için **$k_i = m_i/2$** olduğunda ve **m_i** 'nin tek değerleri için **$k_i = (m_i - 1)/2$** olduğunda indeks mevsimsel yaklaşımlara eşdeğerdir ancak çoğu mevsimsel terimler çok daha küçük **k_i** değerleri gerektirecektir. Bu da tahmin edilecek parametre sayısını azaltacaktır. (Harvey, 1990).

$$\alpha_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) - s_{j,t-1}^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t) \quad (10)$$

$$\beta_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t) - s_{j,t-1}^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) \quad (11)$$

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \quad (12)$$

Burada

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + \left[k_1^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) + k_2^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t) \right] d_t \quad (13)$$

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \left[k_2^{(i)} \cos(\lambda_j^{(i)} t) + k_1^{(i)} \sin(\lambda_j^{(i)} t) \right] d_t \quad (14)$$

(15) ve (16) denklemleri Fourier tarafından modellenen mevsimsel kalıplar

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \quad (15)$$

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + \gamma_1^{(i)} d_t \quad (16)$$

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \gamma_2^{(i)} d_t \quad (17)$$

$\gamma_1^{(i)}$ ve $\gamma_2^{(i)}$ yumuşatma parametreleridir. $\lambda_j^{(i)} = 2\pi j / m_i$ i'nci mevsimsel bileşenin stokastik düzeyini $s_{j,t}^{(i)}$ ile ve mevsimsel bileşendeki zaman içinde değişimi tanımlamak için gerekli olan i'nci mevsimsel bileşenin düzeyindeki stokastik büyümeyi $s_{j,t}^{*(i)}$ tanımlarız (Saeed, 2022).

TBATS($\omega, \emptyset, (p, q), \{m_1, k_1\}, \{m_2, k_2\}, \dots, \{m_T, k_T\}$) dir.

Bir TBATS modeli, bir BATS modellerindeki mevsimsel çekirdek parametrelerinin sayısından çok daha küçük olması muhtemel olan $2(k_1 + k_2 + \dots + k_T)$ başlangıç mevsimsel değerlerinin tahminini gerektirir. Trigonometrik fonksiyonlara dayandığından, tamsayı olmayan mevsimsel frekansları modellemek için kullanılabilir (De Livera ve Hyndman 2009).

Ayrıca De Livea vd. (2011), TBATS modelini sağlayarak West ve Harrison (1997) ve Harvey (1990) tarafından önerilen Fourier serisi formuna dayalı olarak mevsimsel bileşenlerin trigonometrik bir temsili sunmuştur.

BATS ve TBATS tahmininde temel işlevi, uygun model parametrelerinin seçilmesidir. Bu seçim tamamen otomatiktir ve veriyi karakterize etmek için modelin kendisi tarafından kullanılan mevsimsel, trend ve rastgele bileşenlerdeki zaman serilerinin ayrıştırılmasıyla elde edilir. Model parametreleri için en iyi değerler Akaike bilgi kriteri ile seçilir (Akaike, 1974).

$$AIC = 2k - 2 \log(L)$$

Burada k, modeldeki tahmin edilen parametre sayısıdır ve L, model için olabilirlik fonksiyonunun maksimum değeridir (Akaike, 1974; Anderson ve 2002).

3.3. ETS MODELİ

1950'lerin sonlarına doğru (Brown, 1959; Holt, 1957; Winters, 1960) tarafından önerilen üstel düzeltme Exponential Smoothing (ES) tekniklerine dayanan tahmin yöntemleri, endüstri ve ekonomide geniş bir zaman serisi yelpazesi için güvenilir tahminler üretir durumdaydı. Bu yöntemler uzun yıllardır kullanılmasına rağmen, son metodolojik gelişmeler bu modelleri modern dinamik doğrusal olmayan model çerçevesine yerleştirmiştir.

De Livea vd., (2011), genişletilmiş bir ES yöntemleri sınıfını tanımlayan **ETS (Error-Trend-Seasonal veya Üstel Düzeltme)** çerçevesinin ana hatlarını verir ve hata tahminleri için model seçimi ve hesaplama desteği ile durum-uzay tabanlı olabilirlik hesaplamalarını kullanarak bu modellerin analizi için teorik bir temel sundular.

Üstel yumuşatma yöntemleri kullanılarak üretilen tahminler, geçmiş gözlemlerin ağırlıklı ortalamalarıdır ve gözlemler geriye doğru gidildikçe ağırlıklar katlanarak azalır (Wheelwright ve Hyndman, 1998). Başka bir deyişle, gözlem ne kadar yakın ise ilişkili ağırlık o kadar yüksek olur. Bu çerçeve, endüstrideki uygulamalar için büyük bir avantaj ve büyük önem taşıyan çok çeşitli zaman serileri için hızlı ve güvenilir tahminler üretir (Hyndman ve Khandakar, 2008).

Üstel yumuşatma adından da anlaşılacağı gibi, ağırlıklar katlanarak azalan tüm geçmiş gözlemlerin ağırlıklı hareketli ortalamasını temsil etmektedir. Bu yöntem, trendi ve mevsimselliği olmayan zaman serileri için uygundur ve bu nedenle bir zaman serisinin seviyesini temsil etmek için kullanılır. Holt'un doğrusal yöntemi (Holt 1957), bir trend bileşeni ile zaman serilerini tahmin etmek için basit üstel düzeltme yönteminin bir uzantısıdır ve düzgünleştirme parametreleri aynı olduğunda Brown (1959) tarafından önerilen çift üstel düzeltme yaklaşımına eşdeğerdir. Eğilimlerin olası sönümlenmesini hesaba katmak için, Gardner ve McKenzie (1985) tarafından Holt'un lineer yöntemine bir sönüm parametresi tanıtıldı. Bu yöntem, tarihsel verilerin sonundaki büyüme oranının gelecekte kısa bir süreden daha fazla devam etmesinin olası olmadığı durumlarda uygundur. Holt (1957), Holt'un doğrusal yöntemini genişleterek mevsimsel zaman serileri için bir yöntem önerdi; bu yöntem aynı zamanda Winters (1960) tarafından da incelenmiştir ve yaygın olarak Holt-Winters yöntemi olarak bilinir. Yöntem üç düzleştirme denkleminde oluşur: biri serinin seviyesi için, biri serinin

trendi için ve biri de serinin mevsimselliği için. Yöntem hem toplamsal hem de çarpımsal mevsimselliğin ele alınmasıyla ilgilidir. Çarpımsal versiyon, mevsimsel değişimin büyüklüğü serinin ortalama seviyesindeki bir artışla artıyorsa uygundur, mevsimsel etkinin mevcut ortalama seviyeye bağlı olmaması durumunda ise eklemeli versiyon kullanılmalıdır.

Her bir üstel yumuşatma durum uzayı modeli, gözlemlenen verileri tanımlayan bir ölçüm denkleminde ve gözlemlenmeyen bileşenlerin veya durumların (seviye, trend, mevsimsel) zaman içinde nasıl değiştiğini tanımlayan bazı geçiş denklemlerinden oluşur. Bu nedenle bunlara “durum uzay modelleri” de denir. Her bir yöntem için iki model vardır: biri toplama (**additive**) hatalarına sahip ve diğeri çarpma (**multiplicative**) hatalarına sahip. Bu nedenle, toplamda bu tür 30 durum uzayı modeli vardır: 15'i toplama hatalarıyla ve 15'i çarpma hatalarıyla.

Tablo 2. Trend, Mevsimsellik ve Hatayı içeren ETS Modelleri

Trend kalıpları	Mevsimsel kalıplar		
	N (Hiçbiri)	A (Toplamsal)	M (Çarpımsal)
Toplamsal şekilli ETS çerçevesi			
N (Hiçbiri)	N, A, N	N, A, A	N, A, M
A (Toplamsal)	A, A, N	A, A, A	A, A, M
A_d (Toplamsal sönümlü)	A_d , A, N	A_d , A, A	A_d , A, M
M (Çarpımsal)	M, A, N	M, A, A	M, A, M
M_d (Çarpımsal sönümlü)	M_d , A, N	M_d , A, A	M_d , A, M
Çarpımsal şekilli ETS çerçevesi			
N (Hiçbiri)	N, M, N	N, M, A	N, M, M
A_d (Toplamsal sönümlü)	A, M, N	A, M, A	A, M, M
M (Çarpımsal)	A_d , M, N	A_d , M, A	A_d , M, M
M_d (Çarpımsal sönümlü)	M, M, N	M, M, A,	M, M, M

3.3.1. ETS (Üstel Yumuşatma) Modeli

Üstel düzeltme tekniğinde ağırlık, üstel düzeltme sabiti (α) ile verilir. Tahmin değerleri bu sabitin değerleri ile değiştirilir. Dolayısıyla tahmin hataları da α 'e bağlıdır. Birçok araştırmacı tahminde üstel düzeltme yöntemini kullanmıştır.

Hydman vd. (2002), varyansın büyümesine veya altta yatan seviyedeki karşılık gelen hareketlerle daralmasına izin verilen daha genel koşullar altında üstel yumuşatmanın uygun kaldığını göstermiştir. Montgomery ve Johnson (1976) tarafından farklı tahmin teknikleri ve zaman serisi analizleri tanımlanmış ve t periyodundaki tahmin şu şekilde verilmiştir:

$$\hat{y}_{T+1|T} = \alpha y_T + \alpha(1 - \alpha)y_{T-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 y_{T-2} + \dots, \quad (1)$$

Burada $0 < \alpha < 1$ yumuşatma parametresidir. $T + 1$ zamanı için bir adım ilerisi tahmini, $y_1, y_2, \dots, y_T$ serisindeki tüm gözlemlerin ağırlıklı ortalamasıdır. Ağırlıkların azalma hızı α parametresi tarafından kontrol edilir. 0 ile 1 arasındaki herhangi bir α için, gözlemlere eklenen ağırlıklar, zamanda geriye gidildikçe üssel olarak azalır, bu nedenle “üssel yumuşatma” adı verilir. Küçükse (yani 0'a yakın), daha uzak geçmişten gelen gözlemlere daha fazla ağırlık verilir. α büyükse (yani 1'e yakınsa), daha yeni gözlemlere daha fazla ağırlık verilir.

Üstel düzeltmenin zaman serilerini tahmin etmeye yönelik uygulamaları genellikle üç temele dayanır: basit üstel düzeltme, trend düzeltmeli üstel düzeltme ve bunların mevsimsel değişimi (Billah vd. 2006).

Ağırlıklı Ortalam Formu: $T + 1$ zamanındaki tahmin, en son y_t gözlemi ile önceki $\hat{y}_{t|t-1}$ tahmini arasındaki ağırlıklı ortalamaya eşittir:

$$\hat{y}_{T+1|T} = \alpha y_T + (1 - \alpha)\hat{y}_{T-1}$$

$0 < \alpha < 1$ yumuşatma parametresi

$$\hat{y}_{t+1|t} = \alpha y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_{t-1} \quad t = 1, 2, \dots, T$$

İşlem bir yerden başlamalıdır, bu nedenle 1. zamandaki ilk uygun değerin l_0 ile gösterilmesine izin veriyoruz (ki bunu tahmin etmemiz gerekecek). Sonra

$$\hat{y}_{T+1|T} = \sum_{j=0}^{T-1} \alpha(1-\alpha)^2 y_{T-j} + (1-\alpha)^2 l_0$$

Son terim büyük T için küçülür. Dolayısıyla, ağırlıklı ortalama formu denklem (1) aynı tahmine yol açar.

Bileşen Formu: Alternatif bir temsil, bileşen formudur. Basit üstel yumuşatma için, dâhil edilen tek bileşen seviyedir, l_t . (Bu bölümde daha sonra ele alınacak diğer yöntemler ayrıca bir trend b_t ve bir mevsimsel bileşen s_t içerebilir.) Üstel düzeltme yöntemlerinin bileşen biçimi temsilleri, yönteme dâhil edilen bileşenlerin her biri için bir tahmin denklemi ve bir düzeltme denklemi içerir. Basit üstel yumuşatmanın bileşen formu şu şekilde verilir:

Tahmin denklemi

$$\hat{y}_{t+h|t} = l_t$$

Yumuşatma denklemi

$$l_t = \alpha y_t + (1-\alpha)l_{t-1}$$

Burada l_t , serinin t zamanındaki seviyesidir (veya düzeltilmiş değeridir). $h = 1$ ayarı uygun değerleri verirken $t = T$ ayarı eğitim verilerinin ötesinde gerçek tahminleri verir. Tahmin denklemi, $(t + 1)$ anındaki tahmin değerinin t anındaki tahmini seviye olduğunu gösterir. Düzey için düzeltme denklemi (genellikle düzey denklemi olarak anılır), her t periyodunda serinin tahmini düzeyini verir.

Yumuşatma denkleminde l_t 'yi $\hat{y}_{t+1}$ ve l_{t-1} , 'i $\hat{y}_{t-1}$ ile değiştirirsek, basit üstel yumuşatmanın ağırlıklı ortalama formunu elde ederiz. Basit üstel yumuşatmanın bileşen formu özellikle kullanışlı değildir, ancak diğer bileşenleri eklemeye başladığımızda kullanımı en kolay form olacaktır.

Düz Tahmin: Basit üstel yumuşatma modeli, belirgin bir eğilimi veya mevsimsellik olmayan bir zaman serisi için bir sonraki dönemi tahmin etmek için kullandığımız en popüler tahmin yöntemlerinden biridir. Basit üstel yumuşatma düz tahmin fonksiyonu;

$$\hat{y}_{T+h|T} = \hat{y}_{T+1|T} = l_T \quad h = 2, 3, \dots$$

Yani, tüm tahminler son seviye bileşene eşit olarak aynı değeri alır. Bu tahminlerin yalnızca zaman serisinde trend veya mevsimsel bileşen yoksa böyle bir durum gerçekleşir.

Her üstel yumuşatma yönteminin uygulanması, yumuşatma parametrelerinin ve başlangıç değerlerinin seçilmesini gerektirir. Özellikle basit üstel yumuşatma için α ve l_0 değerlerini seçmemiz gerekiyor. Bu değerleri bildiğimizde tüm tahminler verilerden hesaplanabilir. Takip eden yöntemler için genellikle birden fazla yumuşatma parametresi ve seçilecek birden fazla başlangıç bileşeni vardır.

Genellikle SSE (Sum of squared errors) herhangi bir üstel yumuşatma yöntemi için bilinmeyen parametreler ve başlangıç değerleri, SSE'yi en aza indirerek tahmin edilebilir.

Artıklar,

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1} \quad t = 1, 2, \dots, T \text{ için}$$

Böylece bilinmeyen parametrelerin değerlerini ve minimize eden başlangıç değerlerini buluruz.

$$SSE = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2 = \sum_{t=1}^T e_t^2$$

3.3.2. Holt'un Lineer Trend Yöntemi

Holt (1957), verilerin bir trendle tahmin edilmesini sağlamak için basit üstel düzeltmeyi genişletti. Bu yöntem, bir tahmin denklemi ve iki düzeltirme denklemi içerir (biri seviye için, diğeri trend için):

Tahmin denklemi

$$\hat{y}_{t+h|t} = l_t + hb_t$$

Seviye (Düzey) denklemi

$$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$$

Trend denklemi

$$b_t = \beta^*(l_t + l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$$

l_t , serinin t zamanındaki seviyesinin bir tahminini gösterirken, b_t , serinin t zamanındaki trendini (eğiminin) bir tahminini ifade eder, α ($0 \leq \alpha \leq 1$) seviye için yumuşatma parametresidir ve β^* ($0 \leq \beta^* \leq 1$) trend için düzeltirme parametresidir.

Basit üstel düzeltmede olduğu gibi, buradaki seviye denklemi, l_t 'nin y_t gözleminin ağırlıklı ortalaması olduğunu ve t zamanı için burada $(l_{t-1} + b_{t-1})$ ile verilen bir adım ileri eğitim tahmini olduğunu gösterir. Trend denklemi, b_t 'nin, trendin önceki tahmini olan $(l_t + l_{t-1})$ ve b_{t-1} 'e dayalı olarak o zamandaki tahmini trendin ağırlıklı ortalaması olduğunu gösterir.

Tahmin fonksiyonu artık düz değil, fakat trendlidir. $-h$ -adım ileri tahmini, son tahmin edilen seviye artı son tahmin edilen trend değerinin h katına eşittir. Dolayısıyla tahminler h 'nin lineer bir fonksiyonudur.

3.3.3. Sönümlü Trend Yöntemleri

Holt'un lineer yöntemi tarafından oluşturulan tahminler, geleceğe yönelik sürekli bir trend (artan veya azalan) gösterir. Ampirik kanıtlar, bu yöntemlerin, özellikle daha uzun tahmin ufukları için, aşırı tahmin etme eğiliminde olduğunu göstermektedir. Bu gözlemden hareketle, Gardner ve McKenzie (1985), gelecekte bir zaman trendi düz bir çizgiye “azaltan” bir parametre tanıttı. Sönümlü bir eğilim içeren yöntemlerin çok başarılı olduğu kanıtlanmıştır ve tahminlerin birçok seri için otomatik olarak gerekli olduğu durumlarda tartışmasız en popüler bireysel yöntemlerdir. Düzleştirme parametreleri α ve β^* ile bağlantılı olarak (Holt'un yönteminde olduğu gibi 0 ile 1 arasında değerlerle), bu yöntem ayrıca bir sönümleme parametresi içerir.

$$0 < \phi < 1$$

$$\hat{y}_{t+h|t} = l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t$$

$$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$$

$$b_t = \beta^*(l_t + l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$$

$\phi = 1$ ise, yöntem Holt'un doğrusal yöntemiyle aynıdır. 0 ve 1 arasındaki değerler için ϕ , eğilimi gelecekte bir süre sabit olacak şekilde azaltır. Aslında, tahminler herhangi bir $0 < \phi < 1$ değeri için $h \rightarrow \infty$ olarak $(l_{t-1} + \phi b_t)/(1 - \phi)$ yakınsar. Bu, kısa vadeli tahminlerin trend olduğu ve uzun vadeli tahminlerin sabit olduğu anlamına gelir. Pratikte, sönüm daha küçük değerler için çok güçlü bir etkiye sahip olduğundan, ϕ , nadiren 0,8'den küçüktür. 1'e yakın ϕ değerleri, sönümlü bir modelin

sönümsüz bir modelden ayırt edilemeyeceği anlamına gelir. Bu nedenlerle, genellikle ϕ , i minimum 0,8 ve maksimum 0,98 ile sınırlandırılır (Andellini, vd.,2021).

3.3.4. Holt-Winters Mevsimsel Yöntemi

Holt (1957) ve Winters (1960), Holt'un mevsimselliği yakalamak için yöntemini genişletti. Holt-Winters mevsimsel yöntemi, tahmin denklemini ve üç düzleştirme denklemini içerir- biri l_t düzeyi için, biri trend b_t için ve biri mevsimsel bileşen s_t için ve karşılık gelen sırasıyla düzgünleştirme parametreleri α, β ve γ dir.

Bu yöntemin mevsimsel bileşenin doğasında farklılık gösteren iki varyasyonu vardır. Toplama yöntemi, mevsimsel değişimlerin seri boyunca kabaca sabit olduğu durumlarda tercih edilirken, mevsimsel değişimlerin serinin düzeyiyle orantılı olarak değiştiği durumlarda çarpma yöntemi tercih edilir. Toplama yöntemi ile gözlemlenen serilerin ölçeğinde mevsimsel bileşen mutlak olarak ifade edilmekte ve seviye denkleminde mevsimsel bileşen çıkarılarak seri mevsimsellikten arındırılmaktadır. Her yıl içinde, mevsimsel bileşen yaklaşık olarak sıfıra ulaşacaktır. Çarpımsal yöntemde mevsimsel bileşen göreceli terimlerle (yüzdelere) ifade edilir ve seriler mevsimsel bileşene bölünerek mevsimsellikten arındırılır. Her yıl içinde mevsimsel bileşen yaklaşık olarak m dir (Aniefiok ve Murphy, 2017).

Holt-Winters Toplama Yöntemi:

Toplama yönteminin bileşen formu

$$\hat{y}_{t+h|t} = l_t + hb_t + s_{t+h-m(k+1)}$$

$$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$$

$$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$$

$$s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$$

Burada $k, (h - 1)/m$ 'nin tamsayı kısmıdır; bu, tahmin için kullanılan mevsimsel endekslerin tahminlerinin örneğin son yılından gelmesini sağlar. Düzey denklemi, t zamanı için mevsimsellikten arındırılmış gözlem ($y_t - s_{t-m}$) ile mevsimsel olmayan tahmin ($l_{t-1} + b_{t-1}$) arasındaki ağırlıklı ortalamayı gösterir. Trend denklemi, Holt'un lineer yöntemiyle aynıdır. Mevsimsel denklem, mevcut mevsimsel indeks ($y_t - l_{t-1} -$

b_{t-1}) ile geçen yıl aynı sezonun mevsimsel indeksi (yani, önceki zaman periyotları) arasındaki ağırlıklı ortalamayı gösterir.

Mevsimsel bileşen için denklem genellikle şu şekilde ifade edilir:

$$s_t = \gamma^*(y_t - l_t) + (1 - \gamma^*)s_{t-m}$$

Yukarıdaki bileşen formunun seviyesi için yumuşatma denkleminde l_t yerine koyarsak, şunu elde ederiz:

$$s_t = \gamma^*(1 - \alpha)(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + [1 - \gamma^*(1 - \alpha)]s_{t-m}$$

Burada belirttiğimiz mevsimsel bileşen için yumuşatma denklemi ile aynıdır, $\gamma = \gamma^*(1 - \alpha)$. Genel parametre kısıtlaması $0 \leq \gamma^* \leq 1$, sınırları $0 \leq \gamma \leq (1 - \alpha)$ sınırlarına dönüşür.

Holt-Winters Çarpma Yöntemi:

Çarpmanın bileşen formu

$$\hat{y}_{t+h|t} = (l_t + hb_t)s_{t+h-m(k+1)}$$

$$l_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{y_t}{(l_{t-1} - b_{t-1})} + (1 - \gamma)s_{t-m}$$

Holt-Winters Sönümlü Yöntemi: Sönümleme hem toplamalı hem de çarpımsal Holt-Winters yöntemleriyle mümkündür. Mevsimsel veriler için genellikle doğru ve sağlam tahminler sağlayan bir yöntem, sönümlü bir trende ve çarpımsal mevsimselliğe sahip Holt-Winters yöntemidir.

$$\hat{y}_{t+h|t} = [l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t]s_{t+h-m(k+1)}$$

$$l_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$$

$$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{y_t}{(l_{t-1} - \phi b_{t-1})} + (1 - \gamma)s_{t-m}$$

Üstel yumuşatma yöntemleri, şimdiye kadar sunduklarımızla sınırlı değildir. Trend ve mevsimsel bileşenlerin kombinasyonlarındaki varyasyonları göz önünde bulundurarak, aşağıdaki tabloda listelenen dokuz üstel düzeltme yöntemi mümkündür. Yıllar içinde geliştirilen çeşitli üstel yumuşatma yöntemlerinin bir özeti, Hyndman ve diğerleri (2008) tarafından Pegels (1969) kaynaklı taksonomi kullanılarak sunulmuş. Her yöntem iki harfle gösterilir: ilk harf trendin türünü (yok, toplamsal, toplamsal sönümlü, çarpımsal veya çarpımsal sönümlü) ve ikinci harf mevsimsellik türünü (yok, toplamsal veya çarpımsal) gösterir.

Örneğin, basit üstel yumuşatma yöntemi (N,N) hücresi tarafından verilir ve Holt-Winters'in mevsimsel toplam yöntemi ve Holt-Winters'in çarpımsal mevsimsel yöntemi (A,A) ve (A, M) sırasıyla. Her yöntem, 'Trend' ve 'Mevsimsel' bileşenlerin türünü tanımlayan bir çift harfle (T,S) etiketlenir. Örneğin, (A, M) toplama eğilimi ve çarpımsal mevsimsellik içeren yöntemdir; (A, N) sönümlü trendi olan ve mevsimselliği olmayan yöntemdir ve bunun gibi.

Tablo 3. Holt-Winters Modelleri

Trend bileşenleri	Mevsimsel bileşenler		
	N(None)	A(Additive)	M(Multiplicative)
N(None)	(N, N)	(N, A)	(N, M)
A(Additive)	(A, N)	(A, A)	(A, M)
A_d (Additive damped)	(A_d, N)	(A_d, A)	(A_d, M)

Tablo 4. Bazı Üstel Yumuşatma Modellerinin İsimleri

Kısa gösterimi	Yöntemin uzun ismi
(N, N)	Basit Üstel Düzleştirme Yöntemi (Simple Exponential Smoothing)
(A, N)	Holt'un Lineer Yöntemi (Holt's Linear Method)
(A_d, N)	Toplamsal sönümlü trend yöntemi (Additive damped trend method)
(A, A)	Toplamsal Holt-Winters yöntemi (Additive Holt-Winters' method)
(A, M)	Çarpımsal Holt-Winters yöntemi (Multiplicative Holt-Winters' method)
(A_d, M)	Holt-Winters'in sönümlü yöntemi (Holt-Winters' damped method)

Bu tür sınıflandırma ilk olarak, çarpımsal eğilime sahip bir yöntemi de içeren Pegels (1969) tarafından önerildi. Daha sonra Gardner (1985) tarafından toplamsal sönümlü eğilime sahip yöntemleri içerecek şekilde ve Taylor (2003) tarafından çarpımsal sönümlü eğilime sahip yöntemleri içerecek şekilde genişletildi.

Yukarıdaki tablolar tekrarlı formülleri vermektedir. Her hücre, ileri adımlı tahminler oluşturmak için tahmin denklemini ve yöntemi uygulamak için yumuşatma denklemlerini içerir.

Bir üsteki tabloda tekrarlı hesaplamalar ve nokta tahminleri için formüller. Her durumda, l_t , t zamanındaki dizi seviyesini, b_t , t zamanındaki trendi, s_t , t zamanındaki mevsimsel bileşeni ve m , bir yıldaki mevsim sayısını; α, β ve γ yumuşatma parametreleridir, $(\phi_h = \phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t$ ve $(h-1)/m$ 'nin tamsayı kısmıdır (Hyndman vd. 2002).

3.3.5. Yenilikler Üstel Yumuşatma İçin Durum Uzay Modelleri

İstatistiksel bir model, tüm tahmin dağılımını üretebilen stokastik (veya rastgele) bir veri üretme sürecidir. Her model, gözlemlenen verileri tanımlayan bir ölçüm denkleminde ve gözlemlenmeyen bileşenlerin veya durumların (seviye, trend, mevsimsel) zaman içinde nasıl değiştiğini açıklayan bazı durum denklemlerinden oluşur. Bu nedenle, bunlara durum uzayı modelleri denir. Her yöntem için iki model vardır: biri toplama hatalarına sahip, diğeri çarpma hatalarına sahip. Modeller tarafından üretilen nokta tahminleri, aynı yumuşatma parametresi değerlerini kullanıyorsa aynıdır. Bununla birlikte, farklı tahmin aralıkları üreteceklerdir.

Toplamsal hatalara sahip bir model ile çarpımsal hatalara sahip bir model arasında ayırım yapmak (ve ayrıca modelleri yöntemlerden ayırt etmek için), yukarıdaki tablodan sınıflandırmaya üçüncü bir harf ekleriz. Her durum uzayı modelini (Hata, Trend, Mevsimsel) için ETS(*,*,*) olarak etiketliyoruz. Bu etiket aynı zamanda Üstel Düzeltme olarak da düşünülebilir. Tabloda aynı gösterimi kullanarak, her bileşen için olasılıklar şunlardır:

$$Hata = (A, M), Trend = (N, A, A) \text{ ve } Mevsimsel = (N, A, M)$$

ETS (A, N, N) Toplamsal Hatalar İçeren Basit Üstel Yumuşatma Modeli:

Basit üstel yumuşatmanın bileşen biçimini hatırlayalım

$$\text{Tahmin denklemi} \quad \hat{y}_{t+h|t} = l_t$$

$$\text{Yumuşatma denklemi} \quad l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)l_{t-1}$$

Düzeyi düzeltirme denklemini yeniden düzenlersek “hata düzeltme” formunu alırız:

$$l_t = l_{t-1} + (1 - \alpha)y_t = l_{t-1} + \alpha e_t$$

Burada t zamanındaki kalıntı

$$e_t = y_t - l_{t-1} = y_t - \hat{y}_{t|t-1}$$

Eğitim verisi hataları, $t = 1, 2, \dots, T$ için yumuşatma işlemi boyunca tahmin edilen seviyenin ayarlanmasına yol açar. Örneğin, t zamanındaki hata negatifse, o zaman $y_t < y_{t-1}$ ve $(t - 1)$ zamanındaki seviye fazla tahmin edilmiştir. Yeni seviye l_t daha sonra aşağı doğru ayarlanmış bir önceki seviyedir l_{t-1} . α , 1'e ne kadar yakınsa, seviye tahmini o kadar "kaba" olur (büyük ayarlamalar yapılır). α ne kadar küçükse, seviye o kadar "pürüzsüz" olur (küçük ayarlamalar yapılır).

Ayrıca $y_t = l_{t-1} + e_t$ yazabiliriz, böylece her gözlem bir önceki seviye artı bir hata ile temsil edilebilir. Bunu bir yenilik durum uzayı modeline dönüştürmek için tek yapmamız gereken olasılık dağılımını belirlemektir. Toplamsal hataları olan bir model için, artıkların (tek adımlı eğitim hataları) e_t normal olarak dağıtılmış beyaz gürültü olduğunu varsayıyoruz. Toplamsal hatalara sahip bir model için, artıkların (tek adımlı eğitim hataları) e_t 'in ortalama 0 ve σ^2 varyans ile normal olarak dağıtılmış beyaz gürültü olduğunu varsayıyoruz. Bunun için kısa gösterimi $e_t = \varepsilon_t \approx \text{NIID}(0, \sigma^2)$ "dir. Normal ve bağımsız dağıtılmış" anlamına gelir.

Daha sonra modelin denklemleri şu şekilde yazılabilir:

$$y_t = l_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$l_t = l_{t-1} + \alpha \varepsilon_t \quad (2)$$

(1)'e ölçüm (veya gözlem) denklemi ve (2) durum (veya geçiş) denklemi olarak atıfta bulunuruz. Bu iki denklem, hataların istatistiksel dağılımı ile birlikte tam olarak belirlenmiş bir istatistiksel model oluşturur. Spesifik olarak, bunlar basit üstel yumuşatmanın altında yatan bir yenilik durum uzay modeli oluşturur.

"Yenilikler" terimi, tüm denklemlerin aynı rastgele hata sürecini, ε_t 'yi kullanması gerçeğinden gelir. Aynı nedenle bu formülasyona "tek hata kaynağı" modeli de denilmektedir. Burada sunmadığımız alternatif çoklu hata formülasyonları kaynağı vardır.

Ölçüm denklemi, gözlemler ve gözlemlenmeyen durumlar arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu durumda, y_t gözlemi, seviyenin l_{t-1} 'nin tahmin edilebilir kısmının ve hatanın, y_t 'nin tahmin edilemez kısmının doğrusal bir fonksiyonudur. Diğer yenilikler durum uzay modelleri için bu ilişki doğrusal olmayabilir.

Durum denklemi, durumun zaman içindeki evrimini gösterir. Düzeltme parametresi α 'in etkisi, daha önce tartışılan yöntemlerle aynıdır. Örneğin, α ardışık düzeylerdeki değişim miktarını yönetir; yüksek α değerleri seviyede hızlı değişimlere izin verir; düşük α değerleri yumuşak değişikliklere yol açar. $\alpha = 0$ ise serinin seviyesi zamanla değişmez $\alpha = 1$ ise model rasgele yürüyüş modeli $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ ye indirgenir.

ETS (M, N, N) Çarpımsal Hatalar İçeren Basit Üstel Yumuşatma Modeli:

Benzer bir şekilde, bir adım ileri eğitim hatalarını bağıl hatalar olarak yazarak, çarpımsal hatalara sahip modelleri belirleyebiliriz:

$$\varepsilon_t = \frac{y_t - \hat{y}_{t|t-1}}{\hat{y}_{t|t-1}}$$

Burada $\varepsilon_t \approx \text{NID}(0, \sigma^2)$ verilen

$$l_t = l_{t-1} + l_{t-1}\varepsilon_t$$

ve

$$e_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1} = l_{t-1}\varepsilon_t$$

yerine yerleştirirsek

$$\hat{y}_{t|t-1} = l_{t-1}$$

O zaman durum uzayı modelinin çarpımsal biçimini şu şekilde yazabiliriz:

$$y_t = l_{t-1}(1 + \varepsilon_t)$$

$$l_t = l_{t-1}(1 + \alpha\varepsilon_t)$$

ETS (A, A, N) Toplamsal hatalar içeren Holt'un doğrusal Modeli

Bu model için, bir adım ileri eğitim hatalarının

$$\varepsilon_t = y_t - l_{t-1} - b_{t-1}$$

tarafından verildiğini varsayıyoruz. Bunu Holt'un lineer yöntemi için hata düzeltme denklemlerinde yerine koyarsak elde ederiz.

$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha\varepsilon_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta\varepsilon_t$$

Burada basitlik için $\beta = \alpha\beta^*$ ayarladık

ETS (M, A, N) Çarpımsal hatalar içeren Holt'un doğrusal Modeli

Bir adım ileri eğitim hatalarını görelî hatalar olarak belirtmek, şöyle ki:

$$y_t = (l_{t-1} + b_{t-1})(1 + \varepsilon_t)$$

$$l_t = (l_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$$

Burada tekrardan $\beta = \alpha\beta^*$ ve $\varepsilon_t \approx \text{NID}(0, \sigma^2)$. Yukarıdaki tablodaki üstel düzeltme yöntemlerinin her biri için bir yenilik durum uzay modeli yazabiliriz.

Arima, Sarima, ETS gibi geleneksel zaman serisi teknikleri, bir zaman diliminde tek mevsimselliği ele almak için tasarlanmıştır, ancak birden fazla mevsimselliğin kullanılmasıyla, bu teknikler tatmin edici bir şekilde performans gösteremez. Böylece, birden fazla mevsimsel veri için BATS ve TBATS gibi ileri teknikleri kullanmaya ihtiyaç vardır (Naim vd. 2018).

Belirli bir zaman serisine uygun yöntemi seçmeye yönelik yaygın bir yaklaşım, ortalama mutlak yüzde hatası (MAPE) gibi kriterler kullanılır. Yumuşatma parametrelerini tahmin etmek için üstel yumuşatma ile birlikte maksimum olabilirlik yöntemleri kullanıldığında bir bilgi kriterine dayanabilir. Sonuçlar, bilgi kriteri yaklaşımlarının, otomatik yöntem seçimi için en iyi temeli sağladığını, Akaike bilgi kriterlerinin (AIC) bilgi kriteri ve diğer bazı bilgi kriterleri kullanılarak en iyi yöntem seçimi yapılır (Billah vd. 2006).

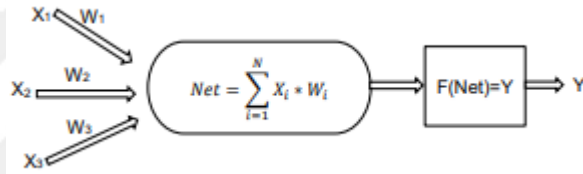
3.5. YAPAY SİNİR AĞLARI (ANN)

Yapay zekâ alanında ve onun alt alanı olan Makine Öğrenimi (ML= Machine Learning) ve daha özel olarak Yapay Sinir Ağları (ANN= Artificial Neural Networks) ve onunda daha özel bir alanı olan Çok Katmanlı Algılayıcı (MLP= Multilayer Perception) en yaygın olarak kullanılan stokastik tahmin modellerindendir. Tahminde ML yöntemlerine olan bu ilgi, 1964 yılında ANN'nin ilk uygulamasından itibaren, klasik istatistiksel yöntemlerin aksine, bu yöntemlerin sağladığı iddia edilen artan doğruluktan kaynaklanmaktadır (Ghita vd. 2019). Daha sonra da 1980'li yılların sonlarından bu yana zaman serilerine ilişkin öngörüler için kullanılmakta olan en önemli yöntemlerden biri haline geldi. ANN, girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki herhangi bir ön bilgiye ihtiyaç duymadan doğrusal ve doğrusal olmayan modellemeyi sağlayabilmektedir. Bu nedenle ANN, öngörü aracı olarak diğer yöntemlere nazaran daha genel ve esnektir.

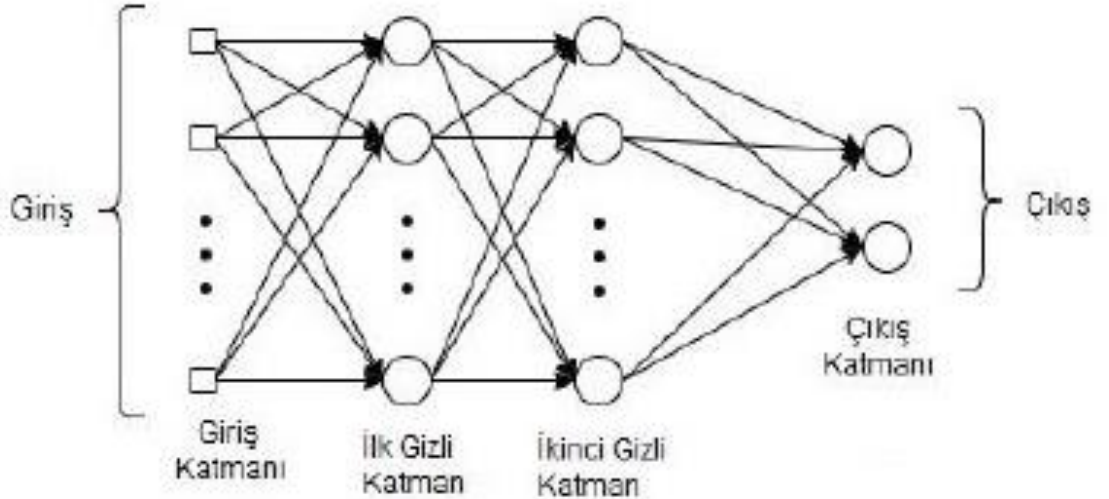
3.5.1. Çok Katmanlı Algılayıcı (MLP)

Çok katmanlı algılayıcı (MLP) olarak bilinen çok popüler ve yaygın olarak uygulanan bir sinir ağı modelidir. MLP modelinin klasik Yapay Sinir Ağları modelinin bir varyantı olduğunu ve bu modelin mevcut büyük veri analitiği çağında yaygın olarak kullanıldığını belirtmek gerekir (Gardner ve Dorling 1998). Yapay Sinir Ağları (ANN), beynin işlevinden ilham alan yapılardır. Bu Ağlar, model fonksiyon tahmini yapabilir ve veri ilişkilerinden öğrenerek ve görünmeyen durumlara genelleyerek doğrusal/doğrusal olmayan fonksiyonları işleyebilir (Ay ve Kişi 2012). Bu, çıktıları bilinen veri örneklerini kullanarak denetimli bir eğitim prosedürü uygulayan güçlü bir modelleme aracıdır (Bishop, 1995).

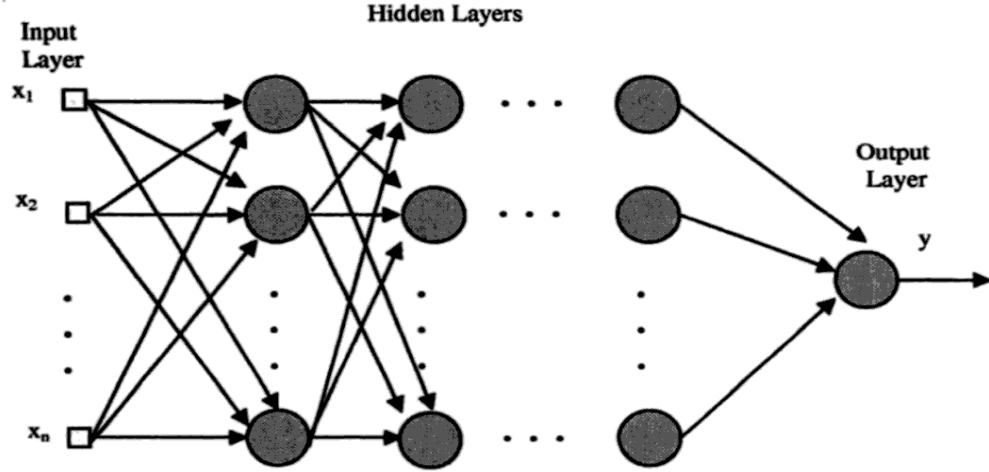
MLP, modelinin işleyişi genelde girdi (giriş) ve çıktı (çıkış) olmak üzere iki katmandan ve bu iki katman arasında bir veya daha fazla gizli katmandan (Hidden layer) oluşan, belki de en popüler ve en yaygın kullanılan ANN'dır. Gizli katmanlar, ağı karmaşık işlevleri modelleme yeteneğini artırmak için tanıtılır (Paola ve Schowengerdt 1995). Bir ağdaki her katman, uygulamaya bağlı olarak yeterli sayıda nöron içerir. Girdi katmanı bilgi akışının işlenmesinde yani aktif bir rol üstlenmez ve yalnızca verileri alır. Çıkış katmanı, sinir ağının sonuçlarını üretir (Zare vd. 2012). Başka bir ifadeyle Girdi katmanı her bir bağımsız değişkene karşılık gelen çok sayıda nörondan oluşmaktadır. Gizli katman, değişkenler arasındaki doğrusal veya doğrusal olmayan ilişkilerin yakalanmasını sağlamaktadır. Çıkış katmanı da tahmin edilen sınıflandırmaya veya öneriye karşılık gelmektedir (Baranoff vd. 2000). Aşağıda tek katmanlı, iki katmanlı ve çok katmanlı ANN'lerin yapıları verilmiştir.



Şekil 8. Tek Katmanlı MLP (Doğan ve Türkoğlu,2019)



Şekil 9. İki Katmanlı MLP (Kayakuş ve Terzioğlu, 2021)



Şekil 10. Çok Katmanlı MLP (Albuquerque, vd. 2005)

Bu yöntemin matematiksel formülasyonu için giriş nöronlarından gelen eğitim verileri, çıkış nöronunda bir çıktı oluşturmak için gizli nöronlar aracılığıyla işlenir. Birinci gizli katmandaki (Hidden Layer) tek bir nöron j'nin önceki girdi katmanındaki nöronlardan (i) aldığı girdi şu şekilde ifade edilebilir (Pradhan ve Lee 2010):

$$net_j = \sum_{i=1}^t w_{ij}x_i \quad (1)$$

Burada net_j , ara katmanın j. nöronuna olan girdi, w_{ij} , giriş nöronu i ile gizli nöron j arasındaki bağlantı ağırlığını temsil ederken, x_i , i girdi nöronundaki veridir. ve t, girdi nöronlarının sayısıdır. Gizli nöron j, x_j , de üretilen çıktı değeri, nöron j, net_j içinde üretilen toplam olarak değerlendirilen transfer fonksiyonudur, f 'dir. Dolayısıyla, transfer fonksiyonu f şu şekilde ifade edilebilir (Pradhan ve Lee 2010):

$$X_j = f(net_j) = \frac{1}{1 + e^{-net_j}} \quad (2)$$

f fonksiyonu genellikle, veriler bir sonraki katmana işlenmeden önce girdi verilerinin ağırlıklı toplamına uygulanan doğrusal olmayan bir lojistik(sigmoid) fonksiyonudur. Benzer şekilde, o çıkış nöronundaki sinir ağı çıkış değeri X_j (1) ve (2) denklemleri kullanılarak elde edilir.

X_j ara katmanın j. nöronun aktivasyon fonksiyonunu göstermektedir. Kullanılacak aktivasyon fonksiyonun türevlenebilir olması şarttır. Bu aşamadan sonra

hedef değeri ile çıktı nöronunda bulunan değeri kullanarak hata hesaplaması yapılmaktadır. Hata hesaplaması:

$$\varepsilon_j = W_j - X_j \quad (3)$$

ε_j , yapılan hata, W_j , hedeflenen çıktı değeri ve X_j , j. nöronun hesaplanan değeridir. Hedeflenen çıktı ve hesaplanan değer arasındaki sapmanın minimum olmasını bekleriz (Taud ve Mas 2018). Geriye doğru hesaplamada ağırlıklar güncellenerek hata oranı en aza indirgenmesi amaçlanır. Bunun için hata değerleri geriye doğru yayılır ve ağırlıklara ait güncelleme kuralları oluşturulur. Hata, öncelikli olarak çıkış katmanını ile ara katman arasındaki ağırlık değerleri; sonra ara katman ile giriş katmanını arasındaki ağırlık değerleri hesaplatılarak geriye doğru ilerler (Öğücü, 2006).

MLP yöntemi ileri yönde bir iletim sağlayan aynı zamanda hatayı en aza indirmek için geri yayılım algoritması kullanmaktadır. İleri iletim, ağa uygulanan girişin bir önceki katmandan bir sonraki katmana sırasıyla ilerleyerek çıkış katmanına ulaşmasıdır. Hata sinyali, giriş sinyalinin çıkış katmanına ulaşan değeri ile istenen değeri arasındaki farka denilmektedir. Hata sinyali, çıkış katmanından giriş katmanına doğru ilerler ve ağırlık değerleri güncellenerek hata değerinin en aza indirgenmesini amaçlamaktadır (Kumaşoğlu ve Bolat, 2011).

Her gizli katmanın, genel olarak doğrusal olmayan ve tüm gizli katmanlar için aynı olan bir etkinleştirme işlevi vardır. Gizli bir katmanın çıktısı, aktivasyon fonksiyonunun, önceki katmandan gelen ağırlıklı sinyallerin ve ayrı bir sapmanın toplamına uygulanmasıyla belirlenmektedir (Trenn, 2008).

Bu nedenle, giriş ve çıkış katmanlarındaki nöronların sayısı tipik olarak uygulama tipine göre sabitlenir. Gizli katmanların sayısı ve nöronları tipik olarak deneme yanılma yoluyla belirlenir (Subiyanto vd. 2019). Bir sınıflandırma problemi için ANN veri işlemede yer alan üç aşama vardır: eğitim aşaması, ağırlık belirleme aşaması ve sınıflandırma aşaması.

Eğitim süreci, kabul edilebilir bir eğitim doğruluğuna ulaşılan kadar sürekli güncellenen keyfi başlangıç bağlantı ağırlıkları atanarak başlatılır. Eğitilmiş ağdan elde edilen ayarlanmış ağırlıklar, daha sonra ağırlık genelleme kabiliyetini ve doğruluğunu değerlendirmek için test verilerini işlemek için kullanıldı. Ağların performansı, yüzde

doğruluk ve genel sınıflandırma doğruluğu açısından hem eğitim hem de test verilerinin doğruluklarını belirleyerek değerlendirilir (Congalton, 1991).

Bir MLP, eğitim algoritmaları aracılığıyla eğitilmelidir. Bu algoritmalar çoğunlukla, ağırlıkların ayarlanmasıyla bir hata fonksiyonunun en aza indirilmesi için yinelemeli bir prosedür içerir. Geri yayılım, ileri beslemeli bir MLP eğitimi için en popüler algoritmalar arasındadır. Hiperbolik tanjant (gizli katman) ve doğrusal (çıkış katmanı) transfer fonksiyonları kullanılmıştır. Hsieh ve Tang (1998) tarafından tavsiye edildiği gibi, kararlı sonuçlar elde etmek için, MLP farklı başlangıç koşullarından başlayarak bir çok kez eğitildi ve nihai çıktı, tüm çalıştırmalardan elde edilen çıktıların ortalaması alınarak elde edildi. (Kaltch ve Berndtsson, 2007)

Çok Katmanlı Algılayıcı Sinir Ağı, ileri beslemeli bir Sinir Ağıdır. Öğrenmek için Geri Yayılım tekniğini kullanır. Alıcı görevi gören bir girdi katmanına, verileri hesaplayan ve yinelemelere maruz kalan bir veya daha fazla gizli nöron katmanına ve ardından çıktıyı tahmin eden çıktı katmanına sahiptir (Desai ve Shah, 2021)

Tablo 5. Bazı Aktivasyon Fonksiyonları

Aktivasyon fonksiyonu	Denklem	
Birim adım	$f(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases}$	
Lineer	$f(z) = z$	
Lojistik (Sigmoid)	$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	

MLP, bilginin giriş katmanından çıkış katmanına tek yönlü olarak, gizli katmanlardan geçerek aktığı, ileri beslemeli katmanlı bir sinir ağıdır (Bishop 1995). Nöronlar arasındaki her bağlantının kendi ağırlığı vardır. Aynı katman için algılayıcılar aynı aktivasyon fonksiyonuna sahiptir. Diğer birçok algoritma arasında, yaygın olarak bilinen MLP öğrenme algoritması, En Küçük Ortalama Kareler kuralının bir genellemesi olan bir geri yayılımdır (Du ve Swamy 2014). Ağırlıklar, hataları çıktı katmanından başlayarak ve geriye doğru çalışarak katmandan katmana yayarak düzeltilir, bu nedenle geri yayılım adı verilir.

MLP model performansı sadece değişkenlerin seçimine, gizli katmanların, düğümlerin ve eğitim verilerinin seçimine değil, aynı zamanda öğrenme hızı, ağırlık

değişimini kontrol eden momentum ve yineleme sayısı gibi eğitim parametrelerine de bağlıdır. Bir gizli katmana sahip bir MLP, doğrusal olmayan işlevi daha düşük doğrulukla tanımlar. Daha fazla gizli katmana sahip ağların eğitim verilerini aşması muhtemeldir. Öğrenme hızı ve momentum, öğrenme sürecinin hızını ve etkinliğini kontrol eder. Verilerin %80'i eğitim, %20'ü test amaçlı olmak üzere rastgele seçilerek MLP ağına aktarılmaktadır. R için nnfor paketi, Çok Katmanlı Algılayıcılar (MLP) ile zaman serisi tahminini kolaylaştırır.

Dikkate alınan modellerin performansını iyileştirmek ve her bir modelin en iyi yapısını belirlemek için, deneme yanılma analizine dayalı olarak anlamlı modelin parametreleri için çeşitli değerler test edilir. Her bir model için, minimum tahmin hatası ile en iyi sonuç veren çıktı, performans ölçütlerine bakarak yapılan tahminlerin doğruluklarını kıyaslamak için; Hata kareleri ortalaması (Mean Squared Error – MSE), Ortalama hata karelerinin karakökü (Root Mean Squared Error –RMSE), ortalama mutlak hata (Mean Absolute Error –MAE), Ortalama mutlak yüzde hata (Mean Absolute Percentage Error – MAPE) değerlerinin 0'a yakın yani minimum ve R^2 değerlerinin 1'e yakın olması durumunda en iyi uyum gösterilebilir (Hesami vd. 2019).

3.6. KULLANILAN MODELLERİN LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Birden çok mevsimsel dönem, yüksek frekanslı mevsimsellik, tamsayı olmayan mevsimsellik ve çift takvim etkileri gibi karmaşık mevsimsel zaman serisi verilerindeki mevsimsellik değerinin tam sayıyı temsil etmediğini gösterir. Örneğin, şubat ayı yalnızca 28 günden, diğer aylar ise 30 gün veya 31 günden oluştuğundan, aylık mevsimsel veriler 30 tam sayı değeriyle temsil edilemez. Bu, 30,4 günlük ortalama ay uzunluğu ile sonuçlanır. Birden fazla mevsimsel dönem, verilerin birden fazla mevsimsellik içerdiği anlamına gelir; örneğin Günlük zaman serisi verileri haftalık ve yıllık mevsimsellik içerebilir.

Karmaşık mevsimsel kalıplara sahip zaman serilerini tahmin etmek için inovasyon yaklaşımına dayalı yeni bir durum uzayı modelleme çerçevesi gerektirir. Son gelişme ve çalışmalar neticesinde trigonometrik yaklaşım, karmaşık mevsimsel zaman serilerini ayrıştırmanın yeni bir yolu olarak da ortaya çıktı. Bu tür karmaşık mevsimsellikte başa çıkma yeteneği, trigonometrik yaklaşımın çoğu geleneksel ayrıştırma yöntemine göre

önemli bir avantajıdır (örneğin, Cleveland ve diğerleri 1990; Findley ve diğerleri 1998; Gómez ve Maravall 1998). Yeni çerçeve Box-Cox dönüşümlerini, zamanla değişen katsayılı Fourier temsillerini ve ARMA hata düzeltmesini içerir. Gauss hataları varsayımı altında nokta tahminleri ve aralık tahminleri için olasılık değerlendirmesi ve analitik ifadeler türetilir, bu da karmaşık mevsimsel zaman serilerini tahmin etmek için basit, kapsamlı bir yaklaşıma yol açmaktadır.

Yeni yaklaşımlar, geleneksel muadillerine alternatifler sunarak çeşitli avantajlar ve ek seçenekler sunar. Önerilen trigonometrik çerçevenin önemli bir özelliği, tek mevsimsellik, çoklu mevsimsellik, yüksek dönemli mevsimsellik, tamsayı olmayan mevsimsellik ve çift takvim etkileri ile hem doğrusal hem de doğrusal olmayan zaman serilerini modelleme yeteneğidir. Bir zaman serisi, tek veya karmaşık mevsimsel desene sahip olabilir. Bu karmaşıklığı yorumlayıp öngöründe bulunabilmek için modifiye edilmiş ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=2), ARIMA-Fourier (K=3), BATS ve TBATS modelleri ile durum uzay ailesinin bir modeli olan ETS ve yapay sinir ağı ailesinin üyesi olan MLP modeli uygulandı. Bundan dolayı literatür araştırmamızı bu 6 yöntemin uygulamalarına yer vermek adına biraz geniş tutmak zorunda kaldık.

Zaman serisi, zaman içinde ardışık olarak gözlemlenen bir veri türüdür. Zaman serisi örnekleri arasında işsizlik oranları, hisse senedi fiyatları, satış talebi, doğum oranları, sıcaklıklar, yağışlar, katı atık modellemeleri, hastalıklar seyri ve tahminleri gibi birçok alan sayılabilir. Zaman serisi tahmini, geçmiş verilere dayalı gelecekteki değeri tahmin etme sürecidir ve çeşitli iş alanlarında karar vermede çok önemli bir rol oynar. Uygun bir zaman serisi tahmin tekniğinin seçimi şu dört bileşenin varlığına bağlıdır: trend, mevsimsel, döngüsel ve düzensiz bileşen. ARIMA, SARIMA, ETS gibi geleneksel zaman serisi teknikleri, bir zaman serisindeki tek mevsimselliği ele almak için tasarlanmıştır, ancak çoklu mevsimselliğin varlığı ile bu teknikler tatmin edici bir şekilde performans gösteremez. Bu nedenle, çoklu mevsimsel veriler için ARIMA-Fourier, MLP, BATS ve TBATS gibi gelişmiş tekniklerin kullanılmasına ihtiyaç vardır. Şimdi hem geleneksel hemde modern teknikler ve bunların modifiye edilmiş halleri ile yapılmış çalışmaları inceleyip değerlendirme ve kıyaslamalarda bulunalım.

Selukar, (2009) çalışmasında, zaman serisi verilerini analiz etmek için yapısal modelleri kullanan SAS/ETS UCM (gözlemlenmeyen bileşen modelleri=USM'ler) prosedürünü kullandı. UCM'ler denilen model; Geleneksel olarak, entegre otoregresif hareketli ortalama (ARIMA) modelleri Box ve Jenkins (1970) ve sınırlı bir ölçüde, üstel yumuşatma modelleri, bu tür zaman serisi verilerinin analizinde ana araçlar oldukları belirlendi. SAS® 9.2'de UCM prosedürü birkaç yeni özellik içerir: zamanla değişen katsayılarla doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon etkilerinin dahil edilmesi, eğriler ve trigonometrik polinomlar kullanılarak uzun ve karmaşık mevsimsel modellerin tahmini, yapısal değişimin tespiti ve ek grafikleri sağladığını ortaya koymuştur.

De Livera, vd. (2011) çalışmalarında üç çeşit veri kullanmışlardır. Tamsayı olmayan mevsimsel dönemler; Şubat 1991'den Temmuz 2005'e kadar ABD bitmiş motor benzin ürünleri (günde binlerce varil). Çoklu iç içe mevsimsel dönemler; Hafta içi sabah 7 ile akşam 21:05 arasında işlenen arama varışlarının sayısı. 3 Mart 2003'ten 23 Mayıs 2003'e kadar büyük bir Kuzey Amerika ticari bankasında ve birden çok iç içe olmayan ve tamsayı olmayan mevsimsel dönemler; 1 Ocak 2000'den 31 Aralık 2008'e kadar Türkiye elektrik talep verilerine geleneksel durum uzay modelleri (ETS) modifiye edilmiş BATS ile TBATS modellerini uyguladılar. Birinci veri ABD benzin verileri için BATS(0.9875,1,0,1,52) ve TBATS(0.9922,1,0,1,{365.25/7,7}) İkinci veri çağrı merkezi verileri için BATS(0.4306,NA, 3, 0, 169, 845) ve TBATS(1,NA,3,1,{169,29},{845,15}) Üçüncü veri Türkiye elektrik talebini verileri için BATS(0.0013, 1, 0, 0, 7, 354, 365) ve TBATS(0.1393, 1, 3, 2, {7, 3},{354.37, 23},{365.25, 3}) en iyi modeller olarak belirlenmiştir. Sonuç olarak, karmaşık mevsimsel zaman serileri için önerilen tahmin prosedürlerinin kullanımının, son ampirik çalışmalarda kullanılan bazı sezgisel tahmin prosedürlerinden nispeten daha az hesaplama süresi gerektirdiğini belirlenmiştir.

Nachane ve Clavel, (2008), çalışmalarında gerçek dünya varlık fiyatlarının durağan olmama ve doğrusal olmama gibi çeşitli özellikler sergileyen, Fourier katsayılarına sahip Wavelet, Karışık Spektrum ve Doğrusal Olmayan Otoregresif Hareketli Ortalama ARIMA modellerini Hindistan'daki haftalık veri faiz oranlarını modellemek için kullandılar. Sonuç olarak, karışık Spektral modellerin Wavelet analizinden ve Fourier Katsayılarına sahip Doğrusal Olmayan ARMA modellerinden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymuştur.

Konarasinghe ve Abeynayake, (2015), Fourier dönüşümünün Srilanka hisse senedi piyasasının Hisse Senedi Getirilerine uyguladılar ve Otoresif Entegre Hareketli Ortalama (ARIMA) modeli ile karşılaştırdılar. Aylık getirileri trigonometrik serilere dönüştürmek için Fourier dönüşümünü ve genlikleri tahmin etmek amacıyla çoklu regresyon analizini kullandılar. Fourier dönüşümünün regresyon analiziyle birlikte ARIMA modelinden daha iyi olduğunu ve Srilanka hisse piyasasının bireysel şirket getirilerini tahmin etmek için uygun olduğu sonucuna varmışlardır.

Rotnayaka, vd. (2015) çalışmalarının temel amacı, Sri Lanka'daki Colombo Menkul Kıymetler Borsası'nda (CSE)'deki fiyat endekslerini tahmin etmek için klasik ARIMA modeli, Yapay sinir ağı yöntemi (ANN) ve bunların birleşimi olan hibrit model ARIMA-ANN modellerini kullandılar. Bu modellerin tahmin sonuçlarını ise AIC ve BIC kriterlerine göre ARIMA (4, 1, 3) ve ARIMA (1, 1, 1) geleneksel yaklaşımlarının sırasıyla ASPI ve SL20 fiyat endekslerini tahmin etmek için uygun olduğu sonucuna vardılar. Bununla birlikte, (MAPE) ve (MAD) model doğruluk testi sonuçları, önerilen yeni ARIMA-ANN hibrit yaklaşımının, geleneksel zaman serisi tahmin metodolojilerine kıyasla yüksek oynaklık altında fiyat endekslerini tahmin etmek için en uygun olduğunu göstermiştir.

Hassani, vd. (2015) çalışmalarında, 1 ay öncesinden 24 ay öncesine kadar 24 tahmin ufkı üzerinde 17 farklı tahmin tekniğinin uygulanmasını yapmak ve altının gelecekteki fiyatını doğru bir şekilde tahmin etmede belirli bir tahmin modelinin hem kısa hem de uzun vadeli etkinliğini yakalamayı amaçladılar. Bu bağlamda www.kitco.com'dan Ocak 1972'den Aralık 2013'e kadar aylık gözlemleri temsili olan altın, gümüş, platin, paladyum ve rodyum fiyatları ile ilgili veriler kullanıldı. Çalışmada otoresif model, optimize edilmiş bir otoresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modeli, üstel yumuşatma (ETS), Box-Cox dönüşümü ile trigonometrik ETS durum uzayı modeli, ARMA hataları, trend ve mevsimsel bileşenler (TBATS), kesirli ARIMA modeli (ARFIMA), vektör otoresif (VAR), Bayesian otoresif (BAR) modellerinin beş varyasyonu ve Bayesian VAR (BVAR) modellerinin beş varyasyonu. Rastgele yürüyüş (RW) modeli ile karşılaştırdılar. 1 ve 9 adım ilerideki tahmin ufkunda RW'den daha iyi performans gösteremeyeceğini gösterirken, genel olarak ETS modeli, en düşük ortalama RMSE genelinde optimize edilmiş ARIMA modeliyle ve TBATS

ilgili ikinci ve üçüncü en iyi performansları raporlayarak örnek dışı en iyi tahmin performansını gösterdiğini belirlediler.

Khandelwal, v.d. (2015) çalışmalarında, bir zaman serisi veri kümesini Ayırık Dalgacık Dönüşümü DWT aracılığıyla doğrusal ve doğrusal olmayan bileşenlere ayırarak yeni bir tahmin tekniği geliştirmeyi amaçlamaktadırlar. Bu bağlamda, Lynx Mackenzie nehri bölgesinde mahsur kalan yıllık vaşak sayısı (1821–1934), Döviz kuru İngiliz sterlinden ABD dolarına haftalık döviz kurları (1980–1993), Hindistan madenciliği Hindistan'ın aylık madencilik verileri (Nisan, 1981–Mart, 1998) ve ABD sıcaklığı Las Vegas, ABD'nin aylık ortalama sıcaklığı (Haziran 1986–Mayıs 2011) dört çeşit veri setine Ayırık dalgacık dönüşümü (DWT) modeli, ARIMA modeli, Yapay sinir ağı (ANN) modeli ve Zhang'ın hibrit modeli (ARIMA+ANN) modellerini uyguladılar. Sonuç olarak, önerilen yöntemin (ARIMA+ANN) modeli yani Zhang'ın hibrit modelinin önemli ölçüde daha iyi tahminler verdiğini açık bir şekilde ortaya koydular.

Darko, vd. (2016) çalışmalarında, katı atık yönetimi için bilinçli karar vermeyi kolaylaştırmak amacıyla, Gana, Kumasi'de katı atık oluşumunu tahmin etmek için bir Fourier serisi modelini kullandılar. Gana'daki Kumasi Büyükşehir Meclisi'nin katı atık bölümünden 2007'den 2014'e kadar aylık katı atık verileri alındı. Bu, katı atık tahmini için Fourier serisi modelini formüle etmek için kullanıldı. Bu yaklaşım, katı atık tahmini için onları daha uygun hale getiren verilerin özelliklerini içerir. Fourier serisi modelinde ele alınan 84 dönemden 42'sinin katı atık oluşumunu tahmin etmek için en iyi model olduğu bulundu. 1 yıllık aylık tahmin, yüksek şehirleşme ve nüfus artışı sonucunda katı atık üretiminin artacağını ortaya koydular. Benzer şekilde Shu vd. (2014) de Yeni Zelanda da turizm sayısını belirlemek için ARIMA kalıtlara Fourieer serilerini uygulamış ve daha iyi tahmin sonuçları elde etmişlerdir.

Iwok ve Udoh (2016) çalışmalarında ARIMA-Fourier modeli ve Dalgacık modelinin performansları karşılaştırdılar. Ancak ARIMA-Fourier modelinde orijinal seri yerine farkı alınmış seri kullanılırken dalgacık analizinde orijinal seri dönüştürülmedi. Veriler (TÜFE) Nijeryalı Resmî Web sitesinden (www.cbn.gov.ng) alınmıştır. İki rakip modelin (arma-fourier ve dalgacıklar) artık otokorelasyon fonksiyonu (ACF) grafikleri, her iki durumda da %95 güven aralığı içerisinde herhangi bir artış göstermediğinden, uydurulan modellerin geçerliliği ve yeterliliği hakkında

herhangi bir sorun olmadığını belirtir. Rakip iki model MSE, MAE ve MAPE kullanılarak değerlendirildi. Elde edilen sonuç, dalgacık yönteminin tüm hesaplamalarda en az hata istatistiğine sahip olduğunu göstermiştir.

Sen ve Chaudhuri, (2016) çalışmalarında, Trend, Mevsimsel bileşen ve Rastgele bileşen gibi üç bileşenden oluşan davranışını daha iyi anlamaya çalışmaktadırlar. Bu bağlamda Ocak 2010 ile Aralık 2015 arasında Hindistan'daki Otomobil sektörünün endeks değerlerine zaman serilerini kullandılar. Bunun için Holt Winters tahmin modeli, Neural Network (NN), Back Propagation Network (BNN), ARIMA, VAR, Bayesian Vector Autoregressive (BVAR) modelleri kullandılar. Sonuç olarak, analizden elde edilen ana gözlem, otomobil sektörü endeksine, zaman serilerinin Trend ve Mevsimsel bileşenlerinin çok hâkim olduğu ve Rastgele bileşenin genellikle küçük bir rol oynadığıdır. Bu analiz diğer sektörler için de yapıldığında portföy yöneticilerinin ve bireysel yatırımcıların hangi sektörden hangi hisseyi hangi dönemde alıp/satacağını belirlemesine yardımcı olacağı sonucuna vardılar.

Deb, vd. (2017) çalışmalarında, ayırık dalgacık dönüşümü yoluyla bir zaman serisini yaklaşık ve ayrıntılı bir bileşene bölen bir hibrit model tahmin etmeyi amaçladılar. Tahmin için SARIMA ve ETS modelleri kullanıldı. Bu doğrultuda, 2004-2015 yılları arasında Hindistan'ın sekiz kuzey doğu eyaletinden elde edilen gerçek aylık elektrik tüketimi verilerini kullanarak önerilen modeli geliştirdiler. Sonuçlar itibari ile çeşitli performans doğruluğu ölçüm istatistikleri açısından, önerilen modelin veriye dayalı bir Box-Jenkins ARIMA modelinden daha yüksek derecede tahmin doğruluğunu başarılı bir şekilde gösterdiği ve tahmin hatalarında önemli bir azalma olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Naim vd. (2018) çalışmalarında ARIMA, SARIMA, ETS gibi geleneksel zaman serisi teknikleri, bir zaman diliminde tek mevsimselliği ele almak için tasarlanmıştır, ancak birden fazla mevsimselliğin kullanılmasıyla, bu teknikler tatmin edici bir şekilde performans gösteremez. Böylece, birden fazla mevsimsel veri için BATS ve TBATS gibi ileri teknikleri kullanmaya ihtiyaç vardır. Bu çalışmanın temel amacı, karmaşık zaman serilerinin kısa süren tahminleri için BATS ve TBATS modellerini karşılaştırdıktan sonra başarılı bir tahmin modeli geliştirmektir. Her iki model de Hindistan'ın Central Foundry Forge Plant (CFFP), BHEL'in günlük doğal gaz tüketim

verilerine uygulanmıştır. Bu iki modelin tahmin doğruluklarını karşılaştırmak için iki hata bileşeni RMSE ve MAPE gibi farklı model performans kriterleri uygulanmıştır. Daha az sayıda parametreye sahip ve bünyesinde Fourier serilerini barındıran TBATS modeli, bu belirli veri setinin minimum hata ile tahmin edilmesi için daha uygun bir teknik olarak bulunmuştur. Çalışmanın gelecekteki kapsamı, Hindistan tatillerinin günlük zaman serisi verileri üzerindeki etkisini içerebilir ve sıcaklığın doğal gaz tüketimi üzerindeki etkisi de mikro düzeyde daha fazla analiz için düşünülebilir.

Kim ve Kim (2018) çalışmalarında, Kore’de madencilik ve sanayi alanında üretim yapan endüstriyel üretim 'GGM' binasının Ocak 2014'ten Nisan 2017'ye kadar günlük elektrik tüketimini tahmin etmek istediler. Bu doğrultuda Korea Electric Power Corporation (KEPCO)’dan alınan verilere, SARIMA, SARIMA + GARCH, Holt-Winters yöntemini ve ARIMA-Fourier modelleri kullanıldı. GGM'nin elektrik tüketimi haftalık ve yıllık olarak dalgalanmaktadır; dolayısıyla hem oynaklığı hem de mevsimselliği dikkate alan SARIMA + GARCH modeli en iyi uyumu ve tahmini gösterdiği sonucuna vardılar.

Ghita, vd. (2019) çalışmalarında, 1 Ocak 2016 ve 31 Aralık 2018 tarihleri arasında bir şirketin günlük satışları yüksek olan gazlı bir içeceğe aittir. Çalışma, toplam 1045 tek değişkenli aylık veri setinde 10 Makine Öğrenimi algoritmasını ve 8 klasik tahmin yöntemini karşılaştırdılar. Tahminlerin amacı, 2019 yılının satışlarını tahmin etmektir. Bu amaçla, bu analiz, Fas’ın Fez bölgesi olan belirli bir coğrafi alana odaklanmaktadır. Farklı klasik ve sinir ağı tahmin yöntemlerini uygulamaya ve en kesin olanı belirlemek için doğruluklarını karşılaştırmaya çalıştılar. Bu amaçla satış verileri üzerinde ARIMA (+ Fourier Terimleri), TBATS ve ETS (+ STL) olmak üzere üç klasik tahmin yöntemi ve Yapay Sinir Ağı Otoregresyonu olan bir Makine Öğrenimi yöntemi uyguladılar. Sonuç olarak, Sinir Ağı modelinin diğer yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koydular.

Mijinyawa, vd. (2019) çalışmalarında, Nijerya'nın Gayri Safi Yurtiçi Hasılasını (GSYİH) tahmin etmek için kullanılabilecek bir Fourier serisi modeli oluşturmaya odaklanmakta ve GSYİH'nın trend modelini incelemeyi amaçlamaktadırlar. Bu araştırma için Nijerya Merkez Bankası web sitesinden (www.cbn.gov.ng) toplanan 1960-2017 arasında değişen Nijerya'nın gayri safi yurtiçi hasılası (GSYİH) hakkındaki

yıllık veriler kullandılar. Fourier serisini uydururken, sinüzoidal fonksiyondaki bileşenlerin sayısını dikkate almak önemlidir. Nijerya'nın GSYİH'sinin, bilgi kriterleri (AIC ve BIC) tarafından önerildiği gibi, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının en iyi ihtimalle dört çiftini içerdiği sonucuna vardılar.

Eze, vd. (2020) çalışmalarında, zamansal veriler için Box-Jenkins modellerine ve Fourier artık otoregresif hareketli ortalama modelleri olarak bilinen Box ve Jenkins tarafından öne sürülen Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama (ARIMA) Modellerini kullanarak Nsukka'daki Bishop Shannahan Hastanesi'nde hamilelik sırasında sıtma insidansının modellenmesinin tahminini yapmak istediler. Bu amaçla Ocak 2006'dan Aralık 2016'ya kadar 10 yıllık hamilelik sırasında sıtma vakalarına yakalanan vakaları ele aldılar. ARIMA modeli ve Fourier serileri ile modifiye edilmiş (FARIMA), ARIMA-Fourier modeli kullandılar. Fourier Artık Otoregresif Hareketli Ortalama ARIMA-Fourier modelinin tahmin sonuçları daha iyi sonuç verdi. Ayrıca modellerin doğrulukları için de Ortalama Karekök Hatası (RMSE), Ortalama Mutlak Hata (MAE), Ortalama Sapma Hatası (MBE), Ortalama Sapma Hatası (MBE), Ortalama Mutlak Ölçekli Hata (MASE) gibi model değerlendirme kriterleri kullandılar. Yine başka bir çalışmada Danbatta ve Varol (2022) Türkiye'de COVID-19 salgınının olduğu 2021 yılından sonra turist sayısındaki değişimi için 2022 yılı tahminlerinde ANN modelini Fourier serileri ile modifiye ederek daha doğru tahmin sonuçlarını elde ettiler.

Lima ve Laporta, (2020) çalışmalarında, Brezilya'nın 26 farklı eyaletinden Ocak 2000'den Aralık 2017'ye kadar doğrulanmış dang humması vakalarının sayısını aylık zaman serisi analizi için deterministik ve stokastik istatistiksel modellerin doğruluğunu değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Yeni dang vakalarının zaman serilerini tahmin etmek için 10 istatistiksel modelin (ARIMA, ETS, TBATS, BATS, STLM (mevsimsel bileşeni alt bileşenlere ayıran Loess (STLM) kullanan mevsimsel eğilim ayrıştırması), StructTS (structural model) gibi deterministik modeller ve NNETAR (neural network model, ELM (extreme learning machine), MLP ve null modeli gibi stokastik modelleri eğitmek için Ocak 2000'den Aralık 2016'ya kadar aylık dang humması vakalarına ilişkin resmi veriler kullanılırken, Ocak-Aralık 2017 dönemine ait olanlar, üç tahmin ufku dikkate alınarak modellerin tahmin kapasitesini test etmek için kullanılmıştır (12 , 6 ve 3 ay). Bu modellerin kıyaslamasını da MAPE performans ölçüsüne göre değerlendirilmiştir. Deterministik modellerin, 12 aylık bir tahmin ufkunda dang hummasını tahmin etmek

için güvenilir olduğu kanıtlanırken, stokastik modeller, hastalığı 3 aylık bir tahmin ufkunda tahmin etmek için güvenilir olduğu tespit edilmiştir. Brezilya eyaletlerinde dang hummasını tahmin etmek için kullanılabilecek istatistiksel modeller (ARIMA, TBATS ve ELM) belirlendi. Bu modeller devlet sağlık hizmetleri tarafından uygulanırsa, sağlık sistemlerinin çok sayıda hastayı idare edecek şekilde hazırlanması gibi müdahaleler yoluyla dang salgınları etkili bir şekilde tahmin edilebilir ve etkileri azaltılabilir. Benzer bir çalışma olan Wang, vd. (2020) çalışmalarında, Çin'deki TB hastalığının eğilimlerini analiz etmek ve tahmin etmek için bir dizi karşılaştırmalı deney yoluyla hata-eğilim-mevsimsel (ETS) ve SARIMA ile araştırmayı amaçladılar. Ocak 1997'den Ağustos 2019'a kadar TB verilerini kullandılar. Daha sonra, MAD, MAPE, RMSE ve MER çoklu performans ölçütlerini kullandılar. Sonuç olarak, ETS modelleri, SARIMA modellerine kıyasla TB insidans oranındaki uzun vadeli mevsimsellik ve trend tahmini için, 48 adım ilerisi tahmin dışında belirgin bir iyileşme sağlamıştır. ETS çerçevesi, TB önleme ve kontrolünün uzun vadeli planlaması için faydalı olabilecektir.

Niamjoy ve Phumchusri, (2020) Tayland'ın tur operatörleri için kaynak planlaması ve doğru turist tahmini yapmak için Mevsimsel Otoresif Entegre Hareketli Ortalama modelini SARIMA, ve dışsal değişkenler modeliyle Mevsimsel Otoresif Entegre Hareketli Ortalama modelini SARIMAX ve Trigonometrik ARMA hataları, trend ve çoklu mevsimsel kalıpları TBATS kullanarak bir tur operatörü için günlük talebi tahmin etmek için zaman serisi modelleri önermekte ve karşılaştırmaktadır. Firmadan alınan toplam veriler, A, B ve C Turları için Ağustos 2015-Temmuz 2019 tarihleri arasındaki günlük tur talebidir. Veriler 2 bölüme ayrılmıştır: eğitim seti için (Ağustos 2015 Temmuz 2018) ve test seti için (Ağustos 2018 Temmuz 2019). Modelleri Ortalama Mutlak Hata (MAE) ve Ortalama Mutlak Ölçekli Hata (MASE) performans ölçütleri ile kıyaslamışlardır. Sonuçlar, TBATS'ın bu tur operatörünün hizmetlerini kullanan turist sayısını tahmin etmek için genel olarak en doğru model olduğunu göstermektedir. Bu çalışma ayrıca, gelecekteki tahminler için öngörü sağlamak için herhangi bir model veya eğilimi belirlemek amacıyla bu tur operatörüne yönelik tur talebine ilişkin geçmiş verileri analiz etmeyi amaçlamaktadır.

Phumchusri ve Ungtrakul, (2020) Tayland, Phuket'te 4 yıldızlı bir otel için hem zaman serileri hem de nedensel yöntemlerle tahmin modelleri sunmaktadır. Holt-Winters, Box-Jenkins, Box-Cox dönüşümü, ARMA hataları, trend ve çoklu mevsimsel

modeller (BATS), trigonometrik BATS (TBATS), yapay sinir ağı (ANN) ve destek vektör regresyonu araştırılır. Bu kapsamda 2008-2017 yılları arasında turistlerin sayısı Holt–Winters, SARIMA, BATS, TBATS, Artificial neural network (ANN) ve Support vector regression (SVR) yöntemleri kullanıldı. Bulgular, YSA'nın %8,96 ile en düşük MAPE'ye sahip diğer modellerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koydu. Ayrıca incelenen Makine Öğrenimi tekniklerinin, BATS ve TBATS gibi karmaşık mevsimsellik verileri için tasarlanmış gelişmiş zaman serisi yöntemlerinden daha iyi performans gösterdiğini göstermektedir.

Boudrioua ve Boudrioua (2020) çalışmalarında, Box-Jenkins metodolojisini kullanarak Cezayir Menkul Kıymetler Borsası, ASE endeksinin (DZAIRINDEX) aylık getirilerini modellemek istediler. Bunun için Haziran 2010'dan Mayıs 2020'ye kadardır. Verileri eğitim ve test getirileri veri kümeleri olarak işlendi. Box-Cox modelleri ve Mevsimsel ARIMA-Fourier modellerini ME, MAE, RMSE, MASE performan ölçülerini kullanarak öngöründe bulundular. Sonuç olarak, mevsimlik ARIMA-Fourier (2,0,0)(0,0,1)₁₂ modelinin Cezayir'deki politika yapıcılar ve yatırımcılar tarafından Cezayir Menkul Kıymetler Borsası tahmininde daha iyi yatırım elde etmek için kullanılabileceği sonucuna ulaşılabilir.

Leneenadogo ve Pius (2020) çalışmalarında 2000-2014 yılları arasında Port Harcourt Rivers State'teki (Nijerya Meteoroloji Ajansı) ortalama yağış verilerinin modellenmesinde Fourier Zaman Serisi modelindeki mevsimsel otoregresif entegre hareketli ortalama (SARIMA) modelini karşılaştırdılar. Veriler gerekli durağanlık şartlarını sağladıktan sonra Fourier serisi ve mevsimsel otoregresif hareketli ortalama modeller mevsimsel bileşenin 12 aylığına indirgenmiştir. Daha iyi modeller seçmek için Akaike bilgi kriteri (AIC) kullandılar. En iyi model, SARIMA(1,0,1)(1,1,1)₁₂ modelinin minimum AIC değerine sahip olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla SARIMA modeli, Port Harcourt'taki yağış verilerinin modellenmesinde Fourier serisi modellerinden daha iyi performans göstermektedir.

Son, vd. (2020) çalışmalarında, akıllı şebeke ortamında bir talep yönetim sisteminin kritik bir unsuru olarak elektrik talebini tahmin etmektir. Bu çalışmada kullanılan veriler, güç ölçümünde hiçbir kayıp noktası olmayan akıllı şebeke ortamında 86 firmayı hedefleyen şirketin güç tüketimidir. Analiz, 12 Şubat 2014 ile 28 Nisan 2014

arasındaki 11 hafta boyunca saatlik veriler kullanılarak yapıldı ve modele 12 Şubat 2014 ile 21 Nisan 2014 arasındaki veriler için öngöründe bulunmaktadır. Model uydurma sürecinde DSHW modeli, TBATS modeli ve FARIMA (ARIMA+Fourier) modeli uygulanmış ve her bir küme için en küçük MAPE'yi veren yöntem kullanılarak tahmin gerçekleştirilmiştir. En küçük MAPE'yi veren yöntem yani en iyi öngörüğü gerçekleştiren model FARIMA (ARIMA+Fourier) modeli en iyi tahmin sonucu vermiştir.

Badr, vd. (2021) çalışmalarında 01-07-2015 ile 31-12-2016 tarihleri arasında Kaggle yarışması tarafından bir veri tabanından elde edilen veriler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Wikipedia, Facebook, Energy, Android ve Apple ziyaretçi sayılarına ilişkin kümülatif verilerini analiz etmişler. Farklı web sayfaları için Holt's Linear Trend, BATS ve TBATS gibi farklı zaman serisi modelleri kullanmışlardır. Sonuçlardan Wikipedia Holt's Linear trend model performansının diğer modellere göre daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır. Bu tür bir bakış açısı, web trafiğinin, sunucunun daha büyük kullanıcıları için sonucu arıza sorununu çözmesine yardımcı olur. Bu sayfaların ziyaretçi sayısının tahmini ve en yüksek doğruluk seviyesini elde edilmeye çalışıldı. Modellerin doğruluğunu karşılaştırmak için MAPE performans kriteri kullanıldı. Bu tür bir çalışma, gelecekte buna yönelik yatırım yapmak için web trafiğini veya farklı web sayfaları eğilimini anlamaya yardımcı olmaktadır.

Yu, vd. (2021) çalışmalarında, Çin'deki el-ayak-ağız hastalığı (HFMD)'nin zamansal eğilimlerini değerlendirmek için Box-Cox dönüşümleri Fourier temsillerini zamanla değişen katsayılar ve otoregresif hareketli ortalama (ARMA) hata düzeltme (TBATS) yöntemiyle birleştirilerek gelişmiş bir üstel düzgünleştirme durum uzay çerçevesinin kullanışlılığını araştırmayı amaçlamaktadırlar. Bu amaç doğrultusunda TBATS yöntemi SARIMA yöntemi kullandılar. Çin'de HFMD bulaşıcı hastalık Ocak 2009 ile Aralık 2019 arasında 11 yıl boyunca aylık bildirilen vakalar, Çin tarafından işletilen Ulusal Bildirilebilir Bulaşıcı Hastalık Gözetim Sisteminden (NNIDSS) alınmıştır, nüfus verileri aynı dönemde Çin İstatistik Yıllığından alınmıştır. TBATS modeli, Çin'de HFMD insidansını tahmin etmede en sık kullanılan SARIMA modelinden daha iyi performans gösterme kapasitesine sahip olduğu ve Çin'de HFMD önleme ve kontrolünün karar verme sürecinde esnek ve kullanışlı bir araç olarak önerilebilir. Benzer bir çalışmada Xiao, vd. (2021) Renal sendromlu kanamalı ateşin

(HFRS) uzun vadeli epidemik mevsimselliğini ve eğilimlerini tahmin etmede bir inovasyon durum-uzay modelleme çerçevesinin (TBATS olarak adlandırılır) araştırmak için Ocak 1995'ten Aralık 2020'ye kadar olan HFRS morbidite verileri alındı ve ardından TBATS, ETS ve SARIMA modelleri uygulandı ve verilerine uygulanan modellerden TBATS yöntemleri, en iyi SARIMA yöntemlerine göre daha küçük tahmin hataları üretti. Diğer doğrulamalar, TBATS modelinin, çok az istisna dışında, Hata-Trend-Mevsimsel çerçevesinden daha iyi performans gösterdiğini de ileri sürdü. Sonuç olarak, TBATS yaklaşımı, paydaşların gelişen senaryoları ele almak için gelecekteki önleyici politika veya pratik çözümler hakkında bilgi vermelerine yardımcı olmak için umut verici bir alternatif olarak kabul edilebilecek HFRS'nin uzun vadeli salgın mevsimselliğini ve eğilimlerini tahmin etmede SARIMA yaklaşımından daha iyi performans göstermektedir.

Abotaleb, vd. (2021) çalışmalarında Hindistan'daki balık üretimini tahmin etmek için BATS ve TBATS, Holt'un Lineer Trend ve ARIMA modellerine kullandılar. Veriler olarak 2021 ile 2025 yılları arası ele alınmaktadır; deniz, yerli ve toplam balık üretimi, Linear Holt'un Trend Modeli, uygunluk kriterlerinin daha düşük değere sahip olduğundan ötürü en uygun model olarak belirlendi. Benzer şekilde, ARIMA (2,2,1) ve ARIMA (3,2,0), kriterlerin minimum uygunluk değerine göre iç alanlarda ve genel üretimde en iyi model olarak seçildi. En uygun modellerin tahmin edilen değerlerinden, önümüzdeki yıllarda tüm alanlarda balık üretimine yönelik eğilim artmaktadır. Bu bulgular, Hindistan için son derece önemlidir. Bilgiyi önceden elde edinmek, geleceğe yatırım yapmak için stratejiler tam olarak anlaşılabilir ve geliştirilebilir.

Khatib, vd. (2021) çalışmalarında, Hindistan'da yumurta üretimine ilişkin 2015-2019 yılları arasındaki yumurta üretim sayılarına ilişkin verilere ARIMA, BATS, TBATS ve Holt'un doğrusal eğilimi gibi zaman serisi modellerini uygulayarak tahminlerde bulundular. Bu tahminlerin sonucunda Holt'un Doğrusal Trend Modelinin tahmin için en uygun model olduğu MAPE ile tespit edildi. Holt'un doğrusal trend modeline göre, yumurta üretimi Hindistan'da yükseliş eğilimini sürdürecektir. Bu sonuç hem politika yapıcılar hem de tedarikçiler için yumurta tüketiminin tahmin edilmesi ile ilgili stratejilerini geliştirmelerine yardımcı olacaktır. Benzer bir çalışmada Punyapornwithaya vd. (2021) zaman serisi tahmin yöntemlerini kullanarak Tayland'ın kuzey bölgesindeki süt üretimini tahmin etmek için mevsimsel otoregresif entegre

hareketli ortalama (SARIMA) ve hata eğilimi mevsimselliğini (ETS) içeren tek teknikli bir model ve SARIMA-ETS'nin hibrit bir modeli, tahmin modelleri geliştirmek için süt üretim verilerine uygulandı. Geliştirilen modellerin performansı çeşitli hata matrisleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, SARIMA-ETS hibrit modeli, diğer modellere kıyasla en yüksek tahmin performanslarına sahipti ve ETS, tahmin yeteneğinde SARIMA'dan daha iyi performans gösterdi. Ayrıca, tahmin modelleri, gelecekteki süt üretimi için mevsimsel bir dalgalanmanın kanıtı ile sürekli artan bir eğilimi vurguladı. Bu çalışmanın sonuçları, olası bir fazla arzı azaltmak için süt üretimini yönetmek için etkili bir plan ve stratejiye olan ihtiyacı vurgulamaktadır. Politika yapıcılar ve paydaşlar, süt üretimini yönetmek için kısa ve uzun vadeli stratejiler geliştirmek için tahminlerimizi kullanabilir.

Perone (2021) çalışmasında, pandeminin İtalya'daki ikinci dalgası (13 Ekim 2020'den sonraki dönem) sırasında, İtalya Sağlık Bakanlığı'nın web sitesinden (www.salute.gov.it) 21 Şubat 2020-13 Ekim 2020 dönemine ait verilerine Otoregresif hareketli ortalama (ARIMA) modeli, üstel yumuşatma (ETS) için yenilik durum uzayı modelleri, sinir ağı otoregresyon (NNAR) modeli, Box-Cox dönüşümlü trigonometrik üstel yumuşatma durum uzayı modeli, ARMA hataları ve trend ve mevsimsel bileşenler (TBATS) ve tüm uygulanabilir hibrit kombinasyonlarını COVID-19'un yayılmasını tahmin etmek için zaman serisini tahminlerinde bulundu. Sonuç olarak, tüm semptomlarda en iyi tekli modellerin NNAR ve ARIMA olduğunu ve en doğru hibrit modellerin NNAR-TBATS, ARIMA-NNAR ve ARIMA-NNAR olduğunu ortaya çıkardı. Hibrit modeller genellikle daha doğru tahminler sunarak ilgili tekli modellerden daha iyi performans gösterdiği kanısına varıldı.

Yonar, vd. (2022) çalışmalarında BATS, TBATS, Holt's Linear Trend, ARIMA modelleri ve NNAR olmak üzere çeşitli zaman serileri modellerini kullanarak Türkiye'deki süt üretimini tahmin etmeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmada 1991-2019 yılları arasında Süt Üretimi ile ilgili yıllık veriler kullanılmıştır. En iyi zaman serisi modeli, en düşük MAPE sahip olandır. Bu çalışmanın sonuçları, Kültür safkan süt üretimi için bir ARIMA (1,2,1) modeli ile Melez süt üretimi için bir TBATS Modeli ile ARIMA (0,2,0) modeli ile Yerli süt üretimi için en iyi tahminlerin elde edildiğini göstermiştir.

Saeed vd. (2022) çalışmalarında, 31 Aralık 1960–31 Aralık 2011 dönemi için kişi başına metrik ton olarak ölçülen Bahreyn için toplam karbondioksit emisyonlarına ilişkin yıllık verileri kullanır. Veri kaynağı Dünya Bankası veritabanıdır 1993 yılına kadar olan veriler (gözlemlerin yaklaşık 2/3'ü) eğitim ve doğrulama için örnek içi olarak kullanılırken, 1994–2011'i kapsayan dönem (gözlemlerin 1/3'ü) çeşitli modellerin örnek dışı tahmin doğruluğunu test etmek için ayırdılar. Üstel yumuşatma durum uzayı modeli (ETS), Holt Winters Modeli, BATS/TBATS modeli, ARIMA, Yapısal Zaman Serisi Modeli (STS), Naive modeli, Sinirsel modeli içeren yedi farklı tahmin modelini ele aldılar. Bu yöntemler kullanılarak üretilen tahminler, ile iki makine öğrenimi yöntemi, MLP yöntemi ve tekrarlayan sinir ağı (RNN) yöntemleri karşılaştırıldı. Ağ Zaman Serisi Tahmin Yöntemi (NNAR). RMSE kriterine dayanarak, dahil edilen modeller arasında en doğru örnek dışı tahminleri sağlamak için NNAR modelini buldular.

Borsa ile ilgili Yerli çalışmalar

Türkiyede yapılan çalışmaların çoğunun piyasa etkinliğini belirlemek olduğu ve bunun için çeşitli testler uygulanması ile ilgilidir. Yani tahmin veya öngörü ilgili pek çalışmaya rastlanılmamıştır. Sadece birkaç tezde bir ya da iki yöntem uygulanmıştır. Oysa bizim çalışmamızda öngörü de bulunmak için 6 tane ekonometrik model uygulanmış ve bunların hangisinin daha iyi öngöründe bulunduğu performans ölçütleri ile ortaya çıkarılmıştır.

Atan ve Özdemir (2009) 3 Ocak 2003 – 30 Aralık 2005 dönemi için 15 dakikalık ve seanslık frekansta veri kullanarak İMKB'nin etkinliğini belirlenmesi hedeflediler. İMKB'nin etkinliğinin testi için önce ADF ve KPSS birim kök testleri daha sonra Shimotsu ve Philips (2005) tarafından geliştirilen ELW kesirli bütünleşme tahmin edicisi uygulamışlardır. Sonuçta İMKB'nin zayıf etkin bir piyasa olduğu belirlenmiştir.

Doğru ve Uysal, (2015) Çalışmalarında 2000:1-2012:09 döneminde Türkiye'de portföy yatırımı yapan yatırımcıların portföylerinde bulundurdıkları altın ve hisse senedi endeksleri arasındaki kısa ve uzun dönem ilişkinin 2008 küresel finans krizi öncesi ve sonrasında nasıl değiştiğini, Johansen eş bütünleşme ve Granger nedensellik testleri ile analiz etmektir. Elde edilen sonuçlara göre altın fiyatları ile diğer varlık grupları ve yurtiçi hisse senedi getiri endeksi olan BİST100 arasında yüksek korelasyon olduğu tespit ettiler. Ekonometrik bulgulara göre altın fiyatları ile BİST100 endeksi

arasında hem küresel finans krizi öncesinde hem de küresel finans krizi sonrasında uzun dönemli anlamlı bir ilişki vardır ancak küresel finans krizi öncesinde ilişki pozitif iken küresel finans krizinden sonra negatif olmuştur. Ayrıca BİST100 ve altın fiyatları arasında analiz edilen genel dönemde nedensellik ilişkisi altından BİST100 endeksine doğru iken krizden sonra bu nedensellik tam tersine dönmüştür.

Korkmaz, vd. (2016) Bu çalışmada alternatif yatırım araçlarının ve bu araçlarda ortaya çıkan balonların Borsa İstanbul BIST100 endeks getirisi oynaklığı üzerindeki etkisini incelediler. Bu doğrultuda 2002:1-2016:5 dönemi için aylık altın fiyatı, TL/ABD Doları, TL/Euro döviz kuru, mevduat faiz oranı ve BIST100 endeks değerlerini kullandılar. Balonları belirlemek amacıyla Sup- Augmented Dickey-Fuller (SADF) ve Generalized Sup-Augmented Dickey-Fuller (GSADF) testlerini kullanmışlardır. BIST100 endeksindeki değişkenliği tespit etmek amacıyla TGARCH modelini kullandılar. Neticede, alternatif yatırım araçlarından altın ve dolar kurunda meydana gelen artışların BIST100 endeksi değişkenliğini arttırdığı, ayrıca altın fiyatlarındaki balonların BIST100 endeksin değişkenliğini azalttığı sonucuna varıldı.

Belen ve Karamelikli (2016) Çalışmalarında Türkiye’de hisse senedi getirileri ile döviz kurları arasındaki ilişkiyi araştırmaktadır. Çalışmada ARDL eşbütünleşme yaklaşımı kullanılarak Türkiye’de BIST 100 Endeksi ile ABD dolar kuru arasında eşbütünleşme olduğu belirlendi. Ampirik sonuçlar döviz kurunun hisse senedi fiyatlarını beklentiye paralel olarak negatif yönde etkilediğini göstermektedir. Sonuçlar ayrıca para arzının da beklentilere uygun olarak hisse senedi fiyatlarını pozitif yönde etkilediğini göstermektedir.

Bektur ve Aydın, (2019) BİST100 getiri ve alt endekslerinde 30.06.2000-29.12.2017 dönemlerinde etkin piyasa hipotezinin geçerli olup olmadığını araştırdılar ve Birim kök testleri ile trigonometrik geçişlere izin veren Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) testini Fourier uyarlamasını uyguladılar. Neticede serilerde birim kök olduğunu ve zayıf formda etkin piyasa hipotezinin hâkim olduğu sonucuna vardılar.

Çetin, (2020) çalışmasında, COVID-19 salgınının Türkiye ekonomisi üzerindeki etkisi, hisse senedi borsa endeksi ve genel ekonomik faaliyetlerin düzeyi açısından analiz yapıldı. Çalışma hisse senetlerinin fiyat performansı olarak Borsa İstanbul BIST100 endeksi, genel ekonomik faaliyetlerin düzeyini temsilen de Satın Alma

Yöneticileri Endeksi kullandı. COVID-19 krizinin etkilerinin zirvede olduğu 23 Mart-24 Nisan 2020 tarihlerinde günlük veriler kullandı. Sonuç olarak, COVID-19 krizinin zirvede olduğu dönemde sokağa çıkma kısıtlaması, yurt içi seyahat kısıtlaması ve yurt dışı seyahat kısıtlaması uygulamaları ile para politikası kararlarının ve kamu harcamaları tutarının genel ekonomik faaliyetlerin seviyesiyle anlamlı bir ilişkide bulunduğunu ve etkilediğini göstermiştir. COVID-19 vakaları sayısının hisse senedi endeksinin kapanış, açılış, en yüksek ve en düşük fiyatları ile pozitif yönde ilişkili olduğu görüldü.

Eyüboğlu ve Eyüboğlu, (2020) çalışmalarında Borsa İstanbul'da hesaplanan 22 endeksin zayıf formda etkin olup olmadığı aylık veriler kullanılarak analiz ettiler. İlk önce serilere doğrusallık testi uygulandı, daha sonra birim kök analizleri ile yapısal kırılmalar göz önüne alınarak doğrusal ve doğrusal olmayan Fourier birim kök testleri (FADF ve FKSS) uyguladılar. Neticede 13 endeksin zayıf formda etkin olduğu, 9 endeksin ise zayıf formda etkin olmadığı tespit edildi. Zayıf formda etkin olan piyasalarda yatırım yapanların sık sık al-sat yapmak yerine uzun vadeli yatırım ufku ile al ve bekle stratejisini izlemeleri, 9 endekste ise yatırım yapanların kısa vadeli al-sat yapmayı, al ve bekle stratejisi yerine tercih etmeleri daha uygun olacağını belirttiler.

Han, (2021) Çalışmasında Türkiye için hisse senedi fiyatlarının ortalamaya dönüşünü incelemiştir. Bu amaçla kesirli frekanslı Fourier birim kök testi uygulanmış ve neticede uygun frekans değeri 0.5 bulunmuş ve modele dâhil edilen trigonometrik terimlerinin anlamlı olduğu sonucuna bulmuştur. Sonuca göre Türkiye'nin hisse senedi fiyatlarının sabitli model için anlamlılık %5 düzeyinde, sabitli ve trendli model için ise %1 anlamlılık düzeyinde durağan olduğu görülmektedir. Bu da hisse senesi fiyatlarının ortalamaya geri döneceği anlamına geleceği sonucuna ulaştı.

Bağcı (2021) çalışmasında, Türkiye'de gerçekleşen enflasyon oranını temsilen TÜFE'yi kullanmıştır. Çalışmada enflasyon oranına ait 1 Ocak 2015- 31 Mart 2020 tarihleri arasındaki aylık veriler kullandı. Bu çalışmada öncelikle, literatürde sıkça kullanılan iki farklı tahmin tekniği olan ARIMA modeli ve GM(1,1) modeli ile Türkiye'de enflasyon oranı tahmin edilerek hata terimleri hesaplandı. Elde edilen bu hata terimleri, Fourier serileri yardımıyla modifiye edilerek yeni tahmin değerleri elde edildi ve doğruluk oranları arttırıldı. Orijinal modeller ile yapılan tahminlemelerde

ARIMA modelinin GM(1,1) modelinden daha başarılı olduğu görüldü. Sonrasında, Fourier modifikasyonu uygulandı ve bu modellerin orijinal modellerden çok daha başarılı sonuçlar ürettiği, en başarılı sonucun da Fourier modifikasyonlu GM(1,1) modeline ait olduğu görüldü. Türkiye açısından bakıldığında enflasyonun ciddi bir düşüş eğilimi göstermeyeceği ve bu konu üzerine yoğunlaşması gerektiği söylenebilir. Burada söz konusu bu çaba bazen yeni tekniklerin geliştirilmesi şeklinde olurken bazen de var olan tekniklerin modifikasyonuna dayanmaktadır. Bu alt amaçlar birleştirildiğinde çalışmanın ana amacı, mevcut tahmin yöntemlerinin (ARIMA ve GM(1,1)) Fourier serileri yardımıyla geliştirilerek önemli ekonomik değişkenlerden olan Türkiye’de enflasyon oranının mümkün olduğu kadar doğru tahmin edilmesi olarak açıklanabilir.

Kayakuş ve Terzioğlu, (2021) çalışmalarında Türkiye’de faaliyet gösteren ve atak portföy yapısı ile tanımlanan 12 bireysel emeklilik fonunun Aralık 2005- Ocak 2020 dönemi arasında aylık olarak net varlık değerleri çok katmanlı algılayıcı (MLP) ve çoklu doğrusal regresyon yöntemleriyle tahmin etmeye çalışmışlardır. Elde edilen sonuçların performansları ve hata değerleri karşılaştırılmıştır. MLP’nin başarısının geleneksel ekonometrik bir yöntem olan doğrusal regresyona göre daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlar Türkiye’de bundan önceki yapılan çalışmalar ile paralellik göstermektedir. Ayrıca bu çalışma profesyonel fon yöneticiler için de yönettikleri fonların performansını sürdürülebilir hale getirmesi ve değişen ekonomik koşullara göre portföylerini oluşturmada yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Yurtdışı yapılan çalışmaları incelediğimizde Fourier tabanlı diğer modeller daha çok iklimsel verilere, enerji tüketim verilerine, ekonometrik zaman serilerine ve bilhassa sağlık verilerine, çok uygulanmaktadır. Çünkü bu veriler de periyodiklik daha çok rastlanmaktadır ve periyodiklik de Fourier serilerinin temelini oluşturmaktadır. Ülkemizde de Fourier serileri daha çok birim kök testlerinde kullanılmıştır. Hibrit modeller şeklinde kullanımı ve ekonometrik zaman serileri açısından baktığımızda bizim çalışmamızın kapsamı kadar geniş bir kıyaslanma yapılmamış ve yapılan kıyaslamalar en çok üç ya da dört modelin kıyaslanmasıdır. Ama diğer alanlara yani iklimsel veriler, enerji verileri ve sağlık verilerini ele alarak yapılan çalışmaların kapsamı ve kıyaslamaları çok geniştir. Bu açıdan Türkiye’de bizim çalışmamızda kullandığımız kadar ekonometrik model kullanıp kıyaslaması yapılan bir çalışma

bulunmamaktadır. Ayrıca Fourier serileri ile modifiye edilmiş yöntemler kullanan çalışmalara da rastlanmamaktadır.

Son olarak kullanılan yöntemlerin literatür çalışması tablolastırılarak aşağıda verilmiştir.



Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması

Yazarlar	Amaç	Veri	Yöntem	Sonuç
Badr vd. (2021)	Web trafiğinin, sunucusunun daha büyük kullanıcıları için sunucu arıza sorunlarını çözümü bu Wikipedia sayfaları, ziyaret edenlerin sayısındaki artışla oluşabilecek aşırı yüklemeyi azaltmak için gelecekteki sorunlarla yüzleşmek için zaman serisi modelleri BATS, TBATS ve Holt'un Doğrusal Trend Modeli aracılığıyla bu sayfaların ziyaretçi sayısını tahmin etmek için seçilmiştir.	01/07/2015 ile 31/12/2016 tarihleri arasında Kaggle yarışması tarafından bir veri tabanından elde edilen veriler üzerinde gerçekleştirilmiştir. Wikipedia, Facebook, Energy, Android ve Apple ziyaretçi sayılarına ilişkin kümülatif verilerini analiz etmişler.	Holt's Linear Trend, BATS ve TBATS gibi farklı zaman serisi modelleri kullanmışlardır. Modellerin doğruluğunu karşılaştırmak için MAPE performans kriteri kullanıldı. R paket programı kullanılmıştır	Sonuçlardan Wikipedia Holt's Linear trend model performansının diğer modellere göre Android sayfasının yanı sıra Apple sayfasının daha iyi olduğu sonucuna varılmıştır. Bu tür bir çalışma, gelecekte buna yönelik yatırım yapmak için web trafiğini veya farklı web sayfaları eğilimini anlamaya yardımcı olur.
Naim vd. (2018)	ARIMA, SARIMA, ETS gibi geleneksel zaman serisi teknikleri, bir zaman diliminde tek mevsimselliği ele almak için tasarlanmıştır, ancak birden fazla mevsimselliğin kullanılmasıyla, bu teknikler tatmin edici bir şekilde performans gösteremez. Bu çalışmanın temel amacı, karmaşık zaman serilerinin kısa süren tahminleri için BATS ve TBATS modellerini karşılaştırdıktan sonra başarılı bir tahmin modeli geliştirmektir.	Her iki model de Central Foundry Forge Plant (CFFP), BHEL'in günlük doğal gaz tüketim verilerine uygulanmıştır. Bharat Heavy Electricals Limited, Hindistan'ın bir üretim birimi olan CFFP'den Döküm ürünlerinin üretimi için Nisan 2014'ten Ocak 2017'ye kadar doğal gaz tüketimlerine ilişkin doğal gaz tüketim verileri toplanarak aylık bir veri setinin 1006 günlük gözlemlerin toplamı olduğu elde edilmiştir. Veriler haftalık, aylık ve yıllık çoklu mevsimselliğin varlığını ortaya koydu	ARIMA, SARIMA, ETS, BATS ve TBATS yöntemleri Bu iki modelin tahmin doğruluklarını karşılaştırmak için iki hata bileşeni RMSE ve MAPE gibi farklı model performans kriterleri uygulanmıştır. R paket programı kullanılmıştır	Bu iki modelin tahmin doğruluklarını karşılaştırmak için iki hata bileşeni RMSE ve MAPE gibi farklı model performans kriterleri uygulanmıştır. Daha az sayıda parametreye sahip TBATS modeli, bu belirli veri setinin minimum hata ile tahmin edilmesi için daha uygun bir teknik olarak bulunmuştur. Çalışmanın gelecekteki kapsamı, Hindistan tatillerinin günlük zaman serisi verileri üzerindeki etkisini içerebilir ve sıcaklığın doğal gaz tüketimi üzerindeki etkisi de mikro düzeyde daha fazla analiz için düşünülebilir.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Leneenadogo ve Pius (2020)	Fourier Zaman Serisi modeli ile mevsimsel otoregresif entegre hareketli ortalama (SARIMA) modelini karşılaştırmak ve en iyi tahmini veren modeli belirlemek	Çalışmalarında 2000-2014 yılları arasında Port Harcourt Rivers State'teki (Nijerya Meteoroloji Ajansı) ortalama yağış verilerini kullandılar.	Fourier Serisi ve SARIMA yöntemleri Minitab ve Greti yazılımını kullandılar. Daha iyi modeller seçmek için Akaike bilgi kriteri (AIC) kullanılmıştır	SARIMA(1,0,1)(1,1,1)[12] modelinin minimum AIC değerine sahip olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla SARIMA modeli, Port Harcourt'taki yağış verilerinin modellenmesinde Fourier serisi modellerinden daha iyi performans göstermektedir.
Bağcı (2021)	Çalışmanın ana amacı, mevcut tahmin yöntemlerinin (ARIMA ve GM(1,1)) Fourier serileri yardımıyla geliştirilerek önemli ekonomik değişkenlerden olan Türkiye'de enflasyon oranının mümkün olduğu kadar doğru tahmin edilmesi olarak açıklanabilir.	Çalışmasında, Türkiye'de gerçekleşen enflasyon oranını temsilen TÜFE'yi kullanmıştır. Çalışmada enflasyon oranına ait 1 Ocak 2015- 31 Mart 2020 tarihleri arasındaki aylık veriler kullanılmıştır.	ARIMA modeli ve GM(1,1) modelleri ile bunların Fourier serileri ile modifiye edilmiş halleri	Bu çalışmada öncelikle, literatürde sıkça kullanılan iki farklı tahmin tekniği olan ARIMA modeli ve GM(1,1) modeli ile Türkiye'de enflasyon oranı tahmin edilerek hata terimleri hesaplanmıştır. Elde edilen bu hata terimleri, Fourier serileri yardımıyla modifiye edilerek yeni tahmin değerleri elde edilmiş ve doğruluk oranları arttırılmıştır. Orijinal modeller ile yapılan tahminlemelerde ARIMA modelinin GM(1,1) modelinden daha başarılı olduğu görülmüştür. Sonrasında, Fourier modifikasyonu uygulanmış ve bu modellerin orijinal modellerden çok daha başarılı sonuçlar ürettiği, en başarılı sonucun da Fourier modifikasyonlu GM(1,1) modeline ait olduğu görülmüştür.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Iwok ve Udoh (2016)	ARIMA-Fourier modeli ve Dalgacık modelini karşılaştırıp en iyi tahmini veren modeli belirlemek.	Veriler (TÜFE) Nijeryalı Resmi Web sitesinden (www.cbn.gov.ng) alınmıştır. Analiz Minitab ve Matlab yazılımları kullanılarak yapıldı	ARIMA-Fourier modeli ve Dalgacık modelleri kullanıldı. Minitab ve Matlab yazılımları kullanılarak yapıldı. İki model kıyaslaması için MSE, MAE ve MAPE kullanılarak değerlendirildi.	Elde edilen sonuç, dalgacık yönteminin tüm hesaplamalarda en az hata istatistiğine sahip olduğunu göstermiştir.
Lima ve Laporta, (2020)	Dang humması vakalarının sayısını aylık zaman serisi analizi için deterministik ve stokastik istatistiksel modellerin doğruluğunu değerlendirmeyi amaçlamışlardır.	Çalışmalarında, Brezilya'nın 26 farklı eyaletinden Ocak 2000'den Aralık 2017'ye kadar doğrulanmış dang humması vakalarının sayısını	10 istatistiksel modelin (ARIMA, ETS, TBATS, BATS, STLM (mevsimsel bileşeni alt bileşenlere ayıran Loess (STLM) kullanan mevsimsel eğilim ayrıştırması), StructTS (structural model) gibi deterministik modeller ve NNETAR (neural network model, ELM (extreme learning machine), MLP ve null model) gibi stokastik Bu modellerin kıyaslamasını da MAPE performans ölçüsüne göre değerlendirilmiştir.	Brezilya eyaletlerinde dang hummasını tahmin etmek için kullanılabilecek istatistiksel modeller (ARIMA, TBATS ve ELM) belirledik. Bu modeller devlet sağlık hizmetleri tarafından uygulanırsa, vektör kontrolü ve sağlık sistemlerinin çok sayıda hastayı idare edecek şekilde hazırlanması gibi müdahaleler yoluyla dang salgınları etkili bir şekilde tahmin edilebilir ve etkileri azaltılabilir.
Kayakuş ve Terzioğlu, (2021)	Bu çalışmanın amacı profesyonel fon yöneticileri için yönettikleri fonların performansını sürdürülebilir hale getirmeleri ve değişen ekonomik koşullara göre portföylerini oluşturmasında yardımcı olmak için en iyi tahmini yakalamak.	Çalışmalarında Türkiye'de faaliyet gösteren ve atak portföy yapısı ile tanımlanan 12 bireysel emeklilik fonunun Aralık 2005- Ocak 2020 dönemi arasında aylık olarak net varlık değerleri	Çok katmanlı algılayıcı (MLP) ve Çoklu Doğrusal Regresyon yöntemlerini kullanmışlardır.	MLP'nin başarısının geleneksel ekonometrik bir yöntem olan Doğrusal Regresyona göre daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Konarasinghe ve Abeynayake, (2015)	Srilanka hisse senedi piyasasının Hisse Senedi Getirilerini en iyi tahmin eden modeli belirlemek.	Srilanka hisse senedi piyasasının Hisse Senedi Getirilerini kullandılar.	Fourier dönüşümünü ve Otoresif Entegre Hareketli Ortalama (ARIMA) modelini kullandılar.	Fourier dönüşümünün regresyon analiziyle birlikte ARIMA modelinden daha iyi olduğunu ve Srilanka hisse piyasasının bireysel şirket getirilerini tahmin etmek için uygun olduğunu gösterdi
Nachane ve Clavel, (2008)	Çalışmalarının amacı faiz oranları gibi değişken serileri tahmin etmek için bazı yeni prosedürlerin potansiyelini yansıtmaya çalışmak.	6 Mart 1998'den 11 Şubat 2005'e kadar uzanıyor ve toplam 363 haftalık gözlem içeriyor.	Üç yöntem sırasıylabirleşik dalgacık yapay sinir ağı (WANN) analizine, bir karma spektrum (MS) analizine ve Fourier katsayılı (FNLARMA) doğrusal olmayan ARMA modelleri kullanılmıştır.	dalgacık yapay sinir ağı (WANN) analizi ve bir karma spektrum (MS) analizi en iyi tahmin sonuçlarını verdi.
Selukur, (2009)	Çalışmanın amacı zaman serisi verilerini analiz etmek için yapısal modelleri kullanan SAS/ETS UCM (Gözlenmeyen bileşen modeller) prosedürünü tanıtmaktadır.	Bu çalışma iki veri üzerine yapılmıştır. Nisan 1979'da New Mexico, Polisi, (sarhoşken araç kullanma) kazalarının sayısını azaltmayı amaçlayan özel bir uygulama programı başlattı. Program, nefesten alkol testi (BAT) cihazlarının verilerini 1972 yılının ilk çeyreğinden 1984 yılının son çeyreğine kadar 13 yıllık bir süreyi kapsayacak şekilde ölçülmüştür. 1 Ocak 1999'dan 31 Aralık 2002'ye kadar). Analizin amacı, günlük elektrik talebini tahmin etmek için faydalı olan istatistiksel bir model geliştirmektir.	ARMA, ARIMA ve ETS modelleri kullanıldı. Tahimleri kıyasları ise MAPE, MSE ve bilgi kriterleri AIC ve BIC ile değerlendirildi. Ayrıca Rpaket programı kullanıldı.	En iyi modeller olarak birinci örnek için ARMA(1,1) ikinci örnek için ise ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₇ modeli olarak belirlenmiştir.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Benboubker (2019)	vd.	Tahminlerin amacı, 2019 yılının satışlarını tahmin etmektir.	Çalışmalarında, Fas ülkesinin Fez bölgesi tanınmış bir şirkete ait olan ve günlük satışları yüksek olan gazlı bir içeceğe aittir. Bu içeceğin dört boyutunun (Dört boyut: 1L, 1.5L, 0.5L ve 2L) satışı için 1 Ocak 2016 ve 31 Aralık 2018 tarihleri arasında karbonatlı bir içecek olan kutulara veya paketlerden oluşur	ARIMA(+Fourier), TBATS, ETS(+STL) ve Yapay sinir ağı regresyonu olan makine öğrenimi yöntemlerini AIC değerlerine ve MAE (Mean Absolute Error) ölçütüne göre kıyaslamışlardır.	Sinir Ağı modelinin diğer yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koydu.
Timmermans, (2017)	vd.	Bu çalışma, Euro bölgesinde bulunan ticari bankalardır. TARGET2'ye ticari bankaların yanı sıra Avrupa Birliği ve Yan Sistemler merkez bankaları da katılmaktadır. Amaç işlenen verilere dayalı olarak zaman serilerinden döngüsel kalıpları çıkarmak için farklı modellerin performansını inceler.	Avrupa Birliği'ndeki ticari bankaların finansal piyasa altyapılarının (FMI'ler), Haziran 2008 ile Aralık 2015 aralığındaki kapanış verilerinden oluşmaktadır.	ARIMA (Kukla), ARIMA (Fourier) ve TBATS Modelleri. RMSE, MAE ve MAPE performan ölçüleri kullanıldı	ARIMA kukla modellerinden gelen tahminlerin TBATS tahminlerinden daha doğru üretti. Ayrıca, iki ARIMA kukla modelinin RMSE'leri arasında pek bir fark yoktur. FMI veya politika danışmanları, FMI denetçileri ve finansal istikrar uzmanları gibi merkez bankası uzmanları, bir risk göstergesinin normal modelden önemli ölçüde sapıp sapmadığını belirlemek için tahmin yöntemimizi kullanabilir
Boudrioua ve Boudrioua(2020)		Amaç, Box-Jenkins metodolojisini kullanarak Cezayir Menkul Kıymetler Borsası, ASE endeksinin (DZAIRINDEX) aylık getirilerini modellemek ve tahmin etmektir.	Haziran 2010'dan Mayıs 2020'ye kadardır. Verileri eğitim ve test getirileri veri kümeleri olarak işlendi.	Box-Cox modelleri ve Mevsimsel ARIMA (Fourier) ME, MAE, RMSE, MASE performan ölçüleri klanılmıştır	Sonuç, mevsimlik ARIMA (2,0,0)(0,0,1) ₁₂ modelinin Cezayir'deki politika yapıcılar ve yatırımcılar tarafından Cezayir Menkul Kıymetler Borsası tahmininde daha iyi yatırım elde etmek için kullanılabileceği sonucuna ulaşılabilir.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Niamjoy ve Phumchusri, (2020)	Tayland'ın tur operatörleri için kaynak planlaması ve doğru turist tahmini yapmak için Mevsimsel Otoresif Entegre Hareketli Ortalama modeli ve dışsal değişkenler modeliyle Mevsimsel Otoresif Entegre Hareketli Ortalama modelini ve Trigonometrik ARMA hataları, trend ve çoklu mevsimsel kalıpları kullanarak bir vaka çalışması tur operatörü için günlük talebi tahmin etmek için zaman serisi modelleri önermekte ve karşılaştırmaktadır.	Firmadan alınan toplam veriler, A, B ve C Turları için Ağustos 2015-Temmuz 2019 tarihleri arasındaki günlük tur talebidir. Veriler 2 bölüme ayrılmıştır: eğitim seti için (Ağustos 2015 Temmuz 2018) ve test seti için (Ağustos 2018 Temmuz 2019).	SARIMA, SARIMAX ve TBATS modelleri Ortalama Mutlak Hata (MAE) ve Ortalama Mutlak Ölçekli Hata (MASE) performans ölçüleri ile kıyaslanmıştır.	Bu çalışma ayrıca, gelecekteki tahminler için öngörü sağlamak için herhangi bir model veya eğilimi belirlemek amacıyla bu tur operatörüne yönelik tur talebine ilişkin geçmiş verileri analiz etmeyi amaçlamaktadır. Sonuçlar, TBATS'ın bu tur operatörünün hizmetlerini kullanan turist sayısını tahmin etmek için genel olarak en doğru model olduğunu göstermektedir.
Punyapornwithaya vd. (2021)	Bu çalışmanın amacı, zaman serisi tahmin yöntemlerini kullanarak Tayland'ın kuzey bölgesindeki süt üretimini tahmin etmektir.	Ocak 2016-Aralık 2020 veri kümesine uygulanan mevsimsel otoresif entegre hareketli ortalama (SARIMA), hata eğilimi mevsimselliği (ETS) ve SARIMA-ETS hibrit modelleri kullanılarak süt üretimi için (Ocak 2021-Aralık 2022) tahminleri yapıldı.	Mevsimsel otoresif entegre hareketli ortalama (SARIMA) ve hata eğilimi mevsimselliğini (ETS) içeren tek teknikli bir model ve SARIMA-ETS'nin hibrit bir modeli kullanıldı.	SARIMA-ETS hibrit modeli, diğer modellere kıyasla en yüksek tahmin performanslarına gösterdi. Ayrıca, tahmin modelleri, gelecekteki süt üretimi için mevsimsel bir dalgalanmanın kanıtı ile sürekli artan bir eğilimi vurguladı. Bu çalışmanın sonuçları, olası bir fazla arzı azaltmak için süt üretimini yönetmek için etkili bir plan ve stratejiye olan ihtiyacı vurgulamaktadır. Politika yapıcılar ve paydaşlar, süt üretimini yönetmek için kısa ve uzun vadeli stratejiler geliştirmek için tahminlerimizi kullanabilir.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Phumchusri ve Ungtrakul (2020)	Tayland, Phuket'te bir 4 yıldızlı otel için hem zaman serileri hem de nedensel yöntemlerle tahmin modelleri sunmaktadır. Holt–Winters, Box–Jenkins, Box–Cox dönüşümü, ARMA hataları, trend ve çoklu mevsimsel modeller (BATS), trigonometrik BATS (TBATS), yapay sinir ağı (ANN) ve destek vektör regresyonu araştırılır.	Tayland, Phuket'te bir 4 yıldızlı oteldeki 2008-2017 yılları arasında turistlerin sayısı	Holt–Winters, SARIMA, BATS, TBATS, Artificial neural network (ANN) ve Support vector regression (SVR) yöntemleri kullanıldı.	Bulgular, YSA'nın %8,96 ile en düşük MAPE'ye sahip diğer modellerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koydu. Ayrıca incelenen Makine Öğrenimi tekniklerinin, BATS ve TBATS gibi karmaşık mevsimsellik verileri için tasarlanmış gelişmiş zaman serisi yöntemlerinden daha iyi performans gösterdiğini göstermektedir.
Kim ve Kim (2018)	Bu çalışma, Kore'de Ocak 2014'ten Nisan 2017'ye kadar GGM adlı bir endüstriyel üretim binasının elektrik tüketimini tahmin etmeye yöneliktir.	Veriler Korea Electric Power Corporation (KEPCO) tarafından sağlanmıştır ve madencilik ve sanayi için üretim yapan 'GGM' binasının Ocak 2014 ile Nisan 2017 arasındaki günlük elektrik kullanım verileridir	SARIMA, SARIMA + GARCH, Holt-Winters yöntemini ve ARIMA'yı Fourier dönüşümü ile modelleri kullanıldı	GGM'nin elektrik tüketimi haftalık ve yıllık olarak dalgalanmaktadır; dolayısıyla hem oynaklığı hem de mevsimselliği dikkate alan SARIMA + GARCH modeli en iyi uyumu ve tahmini göstermektedir
Eze, vd. (2020)	Bu çalışma, zamansal veriler için Box-Jenkins modellerine ve Fourier artık otoregresif hareketli ortalama modelleri olarak bilinen uzantısına genel bir bakış ve değerlendirme sağlar. Box ve Jenkins tarafından öne sürülen Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama (ARIMA) Modellerini kullanarak Nsukka'daki Bishop Shannahan Hastanesi'nde hamilelik sırasında sıtma insidansının modellenmesini tahmini yapılmak istenmiştir.	Ocak 2006'dan Aralık 2016'ya kadar 10 yıllık hamilelik sırasında sıtma vakalarına yakalanan vakalar alınmıştır.	ARIMA modeli ve Fourier serileri ile modifiye edilmiş FARIMA (ARIMA+Fourier) modeli kullanılmıştır.	Fourier Artık Otoregresif Hareketli Ortalama (FARIMA) modeli iyileştirilmiş sonuç verdi. Ayrıca modellere erişmek için Ortalama Karekök Hatası (RMSE), Ortalama Mutlak Hata (MAE), Ortalama Sapma Hatası (MBE), Ortalama Sapma Hatası (MBE), Ortalama Mutlak Ölçekli Hata (MASE) gibi model değerlendirme kriterleri kullanılmıştır. FARIMA Modeli ARIMA Modelini gerçekleştirdi.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Hou, vd. (2018)	Ctrip.com, Çin'de konaklama ve uçak rezervasyonları da dahil olmak üzere seyahat hizmetleri sunan lider bir çevrimiçi seyahat şirkettir. Operasyonel maliyetleri kontrol ederken müşteri memnuniyetini optimize etmek için çağrı merkezi yönetimi en az bir hafta önceden personel seviyesini belirlemelidir. Bu çalışma da önümüzdeki haftanın çağrı hacmini yarım saatlik artışlarla tahmin eden bir metodoloji önererek bu sorunu ele alıyor	Dragon Boat Festivali sırasında (28 Mayıs - 30 Mayıs 2017) tatil öncesi ve sonrası ile karşılaştırıldığında, yarım saat artışlarında satılan çağrı hacimlerini ve uçuş biletlerini göstermektedir. 3 Temmuz ile 9 Temmuz 2017 arasında, kötü hava günlerinde yarım saatlik artışlarla satılan çağrı hacimlerini ve satılan uçak bileti sayısını göstermektedir	TBATS modelinin (Trigonometrik mevsimsel formülasyon, Box-Cox dönüşümü, ARIMA hataları, Trend ve Mevsimsel bileşenler), bir zaman serisi işleme modeli ve güçlendirme ağacı teorisinin bir melezi olan XGBOOST (aşırı gradyan artırma) hibrit bir model kullanıldı.	Hibrid yaklaşımın, Arimax veya TBATS yöntemine kıyasla sırasıyla% 13 ve% 12 oranında iyileştirilen ortalama% 89.5 doğruluk elde edebileceğini göstermektedir. Çağrıyı etkileyen faktörler bir endüstriden diğerine değişse de, yaklaşımımız bir çağrı merkezine sahip olan tüm şirketlerin işletilmesine ve yönetimine uygulanabilir. Çalışmamıza göre, özellik belirlenir ve dikkatlice seçilirse XGBOOST'un geleneksel zaman serisi yöntemlerinden daha iyi bir performansa sahip olduğunu görebiliriz.
Yu, vd. (2021)	Bu çalışma, Çin'deki HFMD'nin zamansal eğilimlerini değerlendirmek için Box-Cox dönüşümleri Fourier temsillerini zamanla değişen katsayılar ve otoregresif hareketli ortalama (ARMA) hata düzeltme (TBATS) yöntemiyle birleştirerek gelişmiş bir üstel düzgünleştirme durum uzay çerçevesinin kullanılabilirliğini araştırmayı amaçlamaktadır.	Çin'de, bildirimi zorunlu bulaşıcı hastalıkların Çin Hastalık Kontrol ve Önleme Merkezi'ne (CDC) bildirilmesi istendi. HFMD bulaşıcı hastalık Ocak 2009 ile Aralık 2019 arasında 11 yıl boyunca aylık bildirilen vakalar, Çin tarafından işletilen Ulusal Bildirilebilir Bulaşıcı Hastalık Gözetim Sisteminden (NNIDSS) alınmıştır, nüfus verileri aynı dönemde Çin İstatistik Yıllığından alınmıştır.	TBATS yöntemi SARIMA yöntemi kullanılmıştır.	TBATS modeli, Çin'de HFMD insidansını tahmin etmede en sık kullanılan SARIMA modelinden daha iyi performans gösterme kapasitesine sahiptir ve Çin'de HFMD önleme ve kontrolünün karar verme sürecinde esnek ve kullanışlı bir araç olarak önerilebilir.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Perone (2021)	pandeminin İtalya'daki ikinci dalgası (13 Ekim 2020'den sonraki dönem) sırasında COVID-19'un yayılmasını tahmin etmek için birkaç zaman serisi tahmin yöntemini analiz etti.	21 Şubat 2020-13 Ekim 2020 dönemine ait veriler, İtalya Sağlık Bakanlığı'nın web sitesinden (www.salute.gov.it) alınmıştır.	Otoregresif hareketli ortalama (ARIMA) modeli, üstel yumuşatma (ETS) için yenilik durum uzayı modelleri, sinir ağı otoregresyon (NNAR) modeli, Box-Cox dönüşümlü trigonometrik üstel yumuşatma durum uzayı modeli, ARMA hataları ve trend ve mevsimsel bileşenler (TBATS) ve tüm uygulanabilir hibrit kombinasyonları,	Sonuçlar, tüm semptomlarda en iyi tekli modellerin NNAR ve ARIMA olduğunu ve en doğru hibrit modellerin NNAR-TBATS, ARIMA-NNAR ve ARIMA-NNAR olduğunu göstermiştir. Hibrit modeller genellikle daha doğru tahminler sunarak ilgili tekli modellerden daha iyi performans gösterdi.
Khatib, vd. (2021)	Çalışmanın amacı, hem politika yapıcılar hem de tedarikçiler için yumurta tüketiminin tahmin edilmesi ile stratejiler geliştirebilecek sonuçlar elde edebilmektir.	Hindistan'da yumurta üretimine ilişkin veriler 2015-2019 yılları arasında alınmıştır.	ARIMA, BATS, TBATS ve Holt'un doğrusal eğilimi gibi birkaç zaman serisi modeli ile tahminler yapılmıştır.	Holt'un Doğrusal Trend Modelinin tahmin için en uygun model olduğu MAPE ile tespit edildi. Holt'un doğrusal trend modeline göre, yumurta üretimi Hindistan'da yükseliş eğilimini sürdürecektir.
Hassani, vd. (2015)	Bu çalışmanın amacı, 1 ay öncesinden 24 ay öncesine kadar 24 tahmin ufku üzerinde 17 farklı tahmin tekniğinin uygulanmasını yapmak ve altının gelecekteki fiyatını doğru bir şekilde tahmin etmede belirli bir tahmin modelinin hem kısa hem de uzun vadeli etkinliğini yakalamayı sağlar.	Bu çalışmada kullanılan veriler altın, gümüş, platin, paladyum ve rodyum fiyatları ile ilgilidir. Veriler www.kitco.com 'dan elde edildi ve Ocak 1972'den Aralık 2013'e kadar aylık gözlemleri temsil etti.	Bu çalışmada otoregresif model, optimize edilmiş bir otoregresif entegre hareketli ortalama (ARIMA) modeli, üstel yumuşatma (ETS), Box-Cox dönüşümü ile trigonometrik ETS durum uzayı modeli, ARMA hataları, trend ve mevsimsel bileşenler (TBATS), kesirli ARIMA modeli (ARFIMA), vektör otoregresyon (VAR), Bayesian otoregresyon (BAR) modellerinin beş varyasyonu ve Bayesian VAR (BVAR) modellerinin beş varyasyonu. Rastgele yürüyüş (RW) modeli ile karşılaştırması.	1 ve 9 adım ilerideki tahmin ufkunda RW'den daha iyi performans gösteremeyeceğini gösterirken, genel olarak ETS modeli, en düşük ortalamayı RMSE genelinde optimize edilmiş ARIMA modeliyle ve TBATS ilgili ikinci ve üçüncü en iyi performansları raporlayarak örnek dışı en iyi tahmin performansını göstermiştir. İlginç bir şekilde, bildirilen modellerden VAR modeli, en yüksek ortalama RMSE ile en kötü performans gösteren modeldi.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Mijinyawa, vd. (2019)	Nijerya'nın Gayri Safi Yurtiçi Hasılasını (GSYİH) tahmin etmek için kullanılabilecek bir Fourier serisi modeli oluşturmaya odaklanmakta ve GSYİH'nın trend modelini incelemeyi amaçlamaktadır	Bu araştırma için Nijerya Merkez Bankası (CBN, 2014) web sitesinden (www.cbn.gov.ng) toplanan 1960-2017 arasında değişen Nijerya'nın gayri safi yurtiçi hasılası (GSYİH) hakkındaki yıllık veriler kullanılmıştır	Fourier Serileri	Fourier serisini uydururken, sinüzoidal fonksiyondaki bileşenlerin sayısını dikkate almak önemlidir. Nijerya'nın GSYİH'sinin, bilgi kriterleri (AIC ve BIC) tarafından önerildiği gibi, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının en iyi ihtimalle dört çiftini içerdiği bulundu.
Saeed, (2022)	Bu makale, istatistiksel yöntemlerin bir kombinasyonu olan üstel yumuşatma (ETS), zamansal hiyerarşik tahmin yöntemi, Box-Cox dönüşümü, ARMA hataları, Trend'i açıklamaktadır. ve Mevsimsel bileşenler (BATS) ve Trigonometrik mevsimsellik BATS (TBATS).karşılaştırmalı tahmin yöntemleri için 12 ölçüt ve standartla karşılaştırıldı	Bu çalışma, 31 Aralık 1960–31 Aralık 2011 dönemi için kişi başına metrik ton olarak ölçülen Bahreyn için toplam karbondioksit emisyonlarına ilişkin yıllık verileri kullanır. Veri kaynağı Dünya Bankası veritabanıdır 1993 yılına kadar olan veriler (gözlemlerin yaklaşık 2/3'ü) eğitim ve doğrulama için örnek içi olarak kullanılırken, 1994–2011'i kapsayan dönem (gözlemlerin 1/3'ü) çeşitli modellerin örnek dışı tahmin doğruluğunu test etmek için ayrılmıştır.	Üstel yumuşatma durum uzayı modeli (ETS), Holt Winters Modeli, BATS/TBATS modeli, ARIMA, Yapısal Zaman Serisi Modeli (STS), Naive modeli, Sinirsel modeli içeren yedi farklı tahmin modelini ele aldı Bu yöntemler kullanılarak üretilen tahminler, ile iki makine öğrenimi yöntemi kullanıldı: çok katmanlı algılayıcı (MLP) ve tekrarlayan sinir ağı (RNN) ve bu yöntemler karşılaştırıldı.	Ağ Zaman Serisi Tahmin Yöntemi (NNAR). RMSE kriterine dayanarak, dahil edilen modeller arasında en doğru örnek dışı tahminleri sağlamak için NNAR modelini bulduk.
Yonar, vd. (2022)	Çeşitli zaman serileri modellerini kullanarak Türkiye'deki süt üretimini tahmin etmeyi amaçlamaktadır.	Bu çalışmada 1991-2019 yılları arasında Süt Üretimi ile ilgili yıllık veriler kullanılmıştır. En iyi zaman serisi modeli, en düşük Ortalama Mutlak Yüzde Hatasına (MAPE) dayalı olarak test veri setinden (2015 ila 2019) seçilir.	Bu çalışma, BATS, TBATS, Holt's Linear Trend, ARIMA modelleri ve NNAR yöntemleri kullanılmıştır.	Bu çalışmanın sonuçları, Kültür safkan süt üretimi için bir ARIMA (1,2,1) modeli ile Melez süt üretimi için bir TBATS Modeli ile ARIMA (0,2,0) modeli ile Yerli süt üretimi için en iyi tahminlerin elde edildiğini göstermiştir. Ayrıca, bu modeller 2020'den 2025'e kadar süt üretiminde artan bir trend öngörmüştür.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Bağcı, (2020)	Amaç, analizlerde sıklıkla kullanılan konvansiyonel tahmin modellerinin çeşitli modifikasyonlarla çok daha doğru tahminler elde edilebileceğini ortaya koymak.	Çalışmamızda, Türkiye’de sık kullanılan ekonomik araçlardan döviz kuru (Amerikan Doları ve Euro) fiyatlarına ait veriler kullanılmıştır. Çalışmada, 2014:8-2020:3 tarihleri arasındaki aylık veriler analiz edilmiştir.	Hareketli Ortalama Modeli (MA), Üssel Düzeltme Modeli (ES), Fourier Serileri İle Modifiye Edilmiş Hareketli Ortalama Modeli ve Fourier Serileri İle Modifiye Edilmiş Üssel Düzeltme Modeli	Sonuç olarak hem hareketli ortalamalar hem de üssel düzeltme tekniklerinin Fourier serileri modifikasyonlarının daha yüksek doğruluk oranına sahip sonuçlar ürettiği görülmüştür.
Aktaş ve Akdağ, (2013)	Bu çalışmanın amacı, Türkiye’de temel ekonomik faktörlerin hisse senedi fiyatları ile ilişkili olup olmadıklarını tespit etmektir.	BIST-100 endeksi ve 11 makroekonomik değişkene ait aylık veriler kullanılarak 2008-2012 dönemini kapsayan bir analiz yapılmıştır.	Bu çalışmada, çoklu doğrusal regresyon yöntemi, Granger Nedensellik Testi	Çoklu doğrusal regresyon analizi sonucunda, BIST-100 endeksi üzerinde makroekonomik faktörlerden beş tanesinin etkili olduğu bulunmuştur (mevduat faiz oranları, tüketici fiyat endeksi, dolar kuru, kapasite kullanım oranı, tüketici güven endeksidir). Granger nedensellik testi sonucunda ise, yalnızca faiz oranı ile kapasite kullanım oranı BIST-100 endeksinin karşılıklı etkileşime sahip oldukları belirlenmiştir.
Abotaleb, vd. (2021)	Bu çalışmanın temel amacı Hindistan'daki balık üretimini tahmin etmekte ve bu çalışma zaman serisi verileriyle bağlantılıdır.	Tüm veri serileri için 2021 ile 2025 yılları arasında ele alınmaktadır;	Balık üretimi tahminleri, BATS ve TBATS, Holt'un Lineer Trend ve ARIMA modellerine dayanmaktadır	Linear Holt'un Trend Modeli, en uygun model olarak belirlendi. Benzer şekilde, ARIMA (2,2,1) ve ARIMA (3,2,0), kriterlerin minimum uygunluk değerine göre iç alanlarda ve genel üretimde en iyi model olarak belirlendi. En uygun modellerin tahmin edilen değerlerinden, önümüzdeki yıllarda tüm alanlarda balık üretimine yönelik eğilim artmaktadır.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

De Livera, vd. (2011)	Karmaşık mevsimsel kalıplara sahip zaman serilerini tahmin etmek için yeni modifiye edilmiş modellerin öngörülerini bulmak.	Kullanılan veriler 3 gruptur. 1-Tamsayı olmayan mevsimsel dönemler; Şubat 1991'den Temmuz 2005'e kadar ABD bitmiş motor benzin ürünleri tedarik etti (günde binlerce varil). 2-Çoklu iç içe mevsimsel dönemler; Hafta içi sabah 7 ile akşam 21:05 arasında işlenen arama varışlarının sayısı. 3 Mart 2003'ten 23 Mayıs 2003'e kadar büyük bir Kuzey Amerika ticari bankasında ve 3-Birden çok iç içe olmayan ve tamsayı olmayan mevsimsel dönemler; 1 Ocak 2000'den 31 Aralık 2008'e kadar Türkiye elektrik talep verileri. Bu rakamın çevrimiçi versiyonu renklidir.	Geleneksel durum uzay modelleri (ETS) modifiye edilmiş BATS ile TBATS modelleri	Birinci veri ABD benzin verileri için BATS(0.9875,1,0,1,52) ve TBATS(0.9922,1,0,1,{365.25/7,7}) İkinci veri çağrı merkezi verileri için BATS(0.4306,NA, 3, 0, 169, 845) ve TBATS(1,NA,3,1,{169,29},{845,15}) Üçüncü veri Türkiye elektrik talebini verileri için BATS(0.0013, 1, 0, 0, 7, 354, 365) ve TBATS(0.1393, 1, 3, 2, {7, 3},{354.37, 23},{365.25, 3})
Darko, vd. (2016)	Etkili katı atık yönetimi için bilinçli karar vermeyi kolaylaştırmak amacıyla, Gana, Kumasi'de katı atık oluşumunu tahmin etmek için bir Fourier serisi modeli önerildi.	Gana'daki Kumasi Büyükşehir Meclisi'nin katı atık bölümünden 2007'den 2014'e kadar aylık katı atık verileri alındı.	Bu, katı atık tahmini için Fourier serisi modelini formüle etmek için kullanıldı	Fourier serisi modelinde ele alınan 84 dönemden 42'sinin katı atık oluşumunu tahmin etmek için en iyi model olduğu bulundu. 1 yıllık aylık tahmin, yüksek şehirleşme ve nüfus artışı sonucunda katı atık üretiminin artacağını ortaya koydu.
Deb, vd. (2017)	Bu çalışmada, ayrık dalgacık dönüşümü yoluyla bir zaman serisini yaklaşık ve ayrıntılı bir bileşene bölen bir hibrit model amaçlanmıştır.	2004-2015 yılları arasında Hindistan'ın sekiz kuzey doğu eyaletinden elde edilen gerçek aylık elektrik tüketimi verilerini kullanarak önerilen modeli geliştirdik	SARIMA ve ETS modelleri kullanılıyor.	Sonuç olarak, çeşitli performans doğruluğu ölçüm istatistikleri açısından, önerilen modelin veriye dayalı bir Box-Jenkins ARIMA modelinden daha yüksek derecede tahmin doğruluğunu başarılı bir şekilde gösterir ve tahmin hatalarında önemli bir azalma sağladığı sonucuna varılmıştır..

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Sen ve Chaudhuri, (2016)	Bu çalışma, Trend, Mevsimsel bileşen ve Rastgele bileşen gibi üç bileşen oluşan davranışını daha iyi anlamayı amaçlıyor.	Ocak 2010 ile Aralık 2015 arasında Hindistan'daki Otomobil sektörünün endeks değerlerinin zaman serileri kullanıldı.	Holt Winters Forecasting model, Neural Network, Back Propagation Network, ARIMA, VAR, Bayesian Vector Autoregressive (BVAR) modelleri kullanıldı.	Sonuç olarak, analizden elde edilen ana gözlem, Otomobil sektörü endeksine, zaman serilerinin Trend ve Mevsimsel bileşenlerinin çok hakim olduğu ve Rastgele bileşenin genellikle küçük bir rol oynadığıdır. Bu analizi diğer sektörler için de yapıldığında portföy yöneticilerinin ve bireysel yatırımcıların hangi sektörden hangi hisseyi hangi dönemde alıp/satacağını belirlemesine yardımcı olacaktır.
Rathnayaka, vd. (2015)	Bu çalışmanın temel amacı, Sri Lanka'daki Colombo Menkul Kıymetler Borsası'nda (CSE)'deki fiyat endekslerini tahmin etmek için ARIMA-ANN tabanlı yeni bir hibrit tahmin yaklaşımı geliştirmenin yanı sıra davranış kalıplarını anlamaya çalışmaktır	Çalışma, Colombo Menkul Kıymetler Borsası resmi veri tabanından, Sri Lanka Merkez Bankası Mali raporlarından, elde edilen ikincil veriler temelinde gerçekleştirilmiştir. Eylül 2010'dan Aralık 2013'e kadar ASPI ve SL 20 günlük işlem verileri olmak üzere iki temel fiyat endeksi kullanıldı.	Klasik ARIMA modeli, Yapay sinir ağı yöntemi ANN ve bunların birleşimi olan hibrit model ARIMA-ANN modeli	AIC ve BIC sonuçlarına göre ARIMA (4, 1, 3) ve ARIMA (1, 1, 1) geleneksel yaklaşımlarının sırasıyla ASPI ve SL20 fiyat endekslerini tahmin etmek için uygun olduğu sonucuna vardılar. Bununla birlikte, (MAPE) ve (MAD) model doğruluk testi sonuçları, önerilen yeni ARIMA-ANN hibrit yaklaşımının, geleneksel zaman serisi tahmin metodolojilerine kıyasla yüksek oynaklık altında fiyat endekslerini tahmin etmek için en uygun olduğunu göstermiştir. .
Mnif, (2017)	Çalışmanın amacı, Tunus devriminin neden olduğu siyasi belirsizliğin Tunus borsa döngülerinin davranışı ve özellikleri üzerindeki etkisini incelemektir.	Tunus borsası TUNIDEX1'in 31/12/1997 ile 28/02/2014 arasındaki aylık Endeksini kullanıldı.	Yapısal olarak gözlemlenmemiş yapılar (Trend, Mevsimsellik Düzensiz bileşen, ARIMA modeli	Sonuç olarak, siyasi belirsizliğin istikrarsız finansal piyasalar ve daha belirgin borsa döngüleri yarattığını gösterdi. Tunus devriminin şoku çok yoğundur ve eğilimin sapmasına yol açar.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Adjasi ve Biekpe, (2006)	Bu çalışmanın amacı, dinamik bir panel veri modelleme ortamında 14 Afrika ülkesinde borsa gelişiminin ekonomik büyüme üzerindeki etkisini incelemektedir	Borsa göstergeleri verileri Reuters Services and Emerging Stock Markets Factbook'tan ve makroekonomik gösterge verileri için Uluslararası Para Fonu (IMF) Uluslararası Finansal İstatistikler CD-ROM'undan elde edilmiştir	Genelleştirilmiş Momentler Yöntemi (GMM) kullanıldı. Otoregresif model (AR)	Sonuçlar büyük ölçüde borsa gelişimi ile ekonomik büyüme arasında pozitif bir ilişki göstermektedir.
Khandelwal, vd. (2015)	Bu çalışma, , bir zaman serisi veri kümesini Ayırık Dalgacık Dönüşümü DWT aracılığıyla doğrusal ve doğrusal olmayan bileşenlere ayırarak yeni bir tahmin tekniği önermektedir.	Lynx Mackenzie nehri bölgesinde mahsur kalan yıllık vaşak sayısı (1821–1934) Döviz kuru İngiliz sterlinden ABD dolarına haftalık döviz kurları (1980–1993) Hindistan madenciliği Hindistan'ın aylık madencilik verileri (Nisan, 1981–Mart, 1998) ABD sıcaklığı Las Vegas, ABD'nin aylık ortalama sıcaklığı (Haziran 1986–Mayıs 2011)	Ayrık dalgacık dönüşümü; ARIMA modeli; Yapay sinir ağı; Zhang'ın hibrit modeli (ARIMA+ANN)	Dört gerçek dünya zaman serisinin ampirik sonuçları, önerilen yöntemin ARIMA, ANN ve Zhang'ın hibrit modelinden önemli ölçüde daha iyi tahminler verdiğini açıkça göstermektedir.
Son, vd. (2020)	Bu çalışmanın amacı, Akıllı Şebeke ortamında bir talep yönetim sisteminin kritik bir unsuru olarak elektrik talebini tahmin etmektir.	Bu çalışmada kullanılan veriler, güç ölçümünde hiçbir kayıp noktası olmayan akıllı şebeke ortamında 86 firmayı hedefleyen şirketin güç tüketimidir. Analiz, 12 Şubat 2014 ile 28 Nisan 2014 arasındaki 11 hafta boyunca saatlik veriler kullanılarak yapıldı ve modele 12 Şubat 2014 ile 21 Nisan 2014 arasındaki veriler için öngörüde bulundu.	Model uydurma sürecinde DSHW modeli, TBATS modeli ve FARIMA (ARIMA+Fouriar) modeli uygulanmış ve her bir küme için en küçük MAPE'yi veren yöntem kullanılarak tahmin gerçekleştirilmiştir	En küçük MAPE'yi veren yöntem FARIMA (ARIMA+Fourier) modeli en iyi tahmin sonucu vermiştir.

Tablo 6. Kullanılan Yöntemlerin Literatür Araştırması (Devam)

Wang, vd. (2020)	Çin'deki TB hastalığının eğilimlerini analiz etmek ve tahmin etmek için bir dizi karşılaştırmalı deney yoluyla hata-eğilim-mevsimsel (ETS) çerçevesinin potansiyelini araştırmak.	Ocak 1997'den Ağustos 2019'a kadar TB hastalığını verileri kullanıldı	ETS ve mevsimsel otoregresif entegre hareketli ortalama (SARIMA) modelleri uygulandı.	Performans ölçütlerine göre ETS modelleri, SARIMA modellerine kıyasla TB insidans oranındaki uzun vadeli mevsimsellik ve trend tahmini için, 48 adım ilerisi tahmin dışında belirgin bir iyileşme sağlamıştır.
Xiao, vd. (2021)	Renal sendromlu kanamalı ateşin (HFRS) uzun vadeli epidemik mevsimselliğini ve eğilimlerini tahmin etmede bir inovasyon durum-uzay modelleme çerçevesinin (TBATS olarak adlandırılır) yeterliliğini incelemeyi amaçlıyoruz	Ocak 1995'ten Aralık 2020'ye kadar olan HFRS morbidite verileri alındı	TBATS modeli, ETS modeli ve SARIMA modeli uygulandı.	TBATS yöntemleri, en iyi SARIMA yöntemlerine göre daha küçük tahmin hataları üretti. Diğer doğrulamalar, TBATS modelinin, çok az istisna dışında, Hata-Trend-Mevsimsel çerçevesinden daha iyi performans gösterdiğini de ileri sürdü. HFRS, Mayıs-Haziran ve Kasım-Aralık aylarında zirve yapan ikili mevsimsel davranışlara sahipti.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

EKONOMETRİK MODELLERİN BORSA İSTANBUL (BİST)’E UYGULAMALARI

Bu bölümde birinci ve ikinci bölümde tanıttığımız ekonometrik modellerin Borsa İstanbul verilerine yani, BIST sınai endeksi, BIST mali endeksi, BIST teknoloji endeksi, BIST hizmet endeksi, BIST bankalar endeksi ve BIST30 endeksi ile BIST100 endeksinin aylık ortalama kapanış değerlerine uygulamalarına bakılacak. Bu uygulamaların doğruluk tahmin değerleri ise performans ölçütlerine göre değerlendirmesinde bulunup yorumlamalara yer verilecektir.

4.1. ARAŞTIRMANIN AMACI VE KAPSAMI

Ülkemiz son dönemlerde menkul kıymetler borsası hızlı bir gelişim göstermektedir, bu bağlamda birikimlerini değerlendirmeyi isteyen yatırımcı açısından elindeki birikimini artıracak şekilde değer katacakları bir yol izlerken, menkul kıymetler borsasında işlemde olan firma açısından da uzun vadede fon oluşturacağı bir kaynak sağlamaktadır. BIST, firmalar için kaynak sağlama aracı olma özelliğini zaman geçtikçe daha da güçlendirmektedir.

Menkul kıymetlerin geleceğindeki belirsizlik çok fazladır. Yani ilerde değer açısından bir artış (kazanç) veya azalış (zarar) gösterme özelliğine sahiptir. Bu özelliğe sahip olması da menkul kıymetlerin spekülasyona açık bir mal halini almasına sebep olmaktadır. Spekülasyon olması durumu ise çok çok küçük fiyat farklarından fayda sağlamayı, anında karar verip ve anında alım satım yapmak gerekeceğinden bu duruma imkân sağlayan piyasaya “*menkul kıymetler borsası*” denir.

Borsa, halka açık şirketler ve hükümet tarafından ihraç edilen menkul kıymetlerin takası ile ilgilenen bir piyasadır. Piyasa, bir ekonominin performansını büyük ölçüde belirleyen ve gösteren bir ekonomide çok önemli bir kurumdur. Ekonomik bir kurum olarak borsa, sermaye oluşumu ve tahsisinin etkinliğini arttırmada önemli bir rol oynamaktadır. Dolayısıyla ekonominin genel gelişimi, borsanın ne kadar iyi performans gösterdiğinin bir fonksiyonudur. Borsa, güçlü ve rekabetçi bir ekonominin oluşturulması ve geliştirilmesinin merkezinde yer almaktadır. Herhangi bir ekonomiyi

yapısal olarak geleneksel, katı, güvensiz banka tabanlı ekonomiden, şoklara, dalgalanmalara ve yatırımcıların güven eksikliğine karşı bağımsızlığı olan daha esnek, daha güvenli bir ekonomiye dönüştürmenin anahtarıdır.

Hisse senedi piyasaları, devlet ve endüstrinin uzun vadeli sermaye artırılabileceği ve yatırımcıların menkul kıymet alıp satabileceği yerlerdir. Yani bireyler veya kuruluşlar arasında ticaret olasılığını sağlayan basit mekanizmalardır. Hisse senetleri Borsa İstanbul'un en işlevsel ve en önemli araçlarından biridir. Biz de bu çalışmamızda bir ekonometrik zaman serisi olan hisse senetleri fiyatlarına el el aldık.

Zaman serilerinin tahmini son dönemlerde en önem verilen bir araştırma alanı durumuna gelmiştir. Ele alınan bir değişkene ait geçmiş verilerin analizi ve bu geçmiş değerler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi, mevzu bahis olan bu değişkenin gelecek zamanda alabileceği değerler hakkında tahminde bulunulmasına imkân sağlar. Bundan dolayı zaman serilerinin modellenmesi ile ilgili birçok metot ortaya konulmuştur. Ortaya konulan bu metotların her birinin dayandığı farklı varsayımları, özellikleri, avantajları ve dezavantajları mevcuttur. Zaman serisi tahmini için kullanılan bu metotların daha iyi performans göstermesi için son dönemlerde birden çok metodun birlikte kullanılmaya başlandığı hibrit modeller geliştirilip denenmektedir.

Zaman serisi tahmininde artan doğruluk ihtiyacı, araştırmacıları yenilikçi modeller geliştirmeye yöneltti. Zaman serileri tahmini, son yirmi yılda araştırmacıların büyük ilgisini çekmiştir. Bunun nedeni, önemli planlama, tasarım ve yönetim faaliyetlerinde, ayırık veya sürekli olarak zaman içinde ölçülen bir fiziksel değişkenin gelecekteki değerlerine ihtiyaç duyulmasıdır. Zaman serisi tahmin yöntemleri, ekonometri, finans ve işletme, bilgisayar bilimi, mühendisliğin tüm dalları, tıp, fizik, kimya ve birçok disiplinler arası alan dahil geniş alanlarda uygulama bulmuştur. Geleneksel olarak, araştırmacılar geleneksel zaman serisi analizi, modelleme ve tahmin yöntemlerini kullanmışlardır. Geleneksel zaman serisi modelleme yöntemleri bilim camiasına uzun süredir hizmet etmektedir; ancak, yalnızca makul doğruluk sağlarlar ve durağanlık ve doğrusallık varsayımlarından zarar görmektedirler.

Hibrit modeller farklı yöntemlerin güçlü yönlerinin bir arada kullanılmasıyla geçmiş değerleri daha iyi açıklayan ve gelecek değerler için daha isabetli tahminler elde edilen modeller geliştirilmesi amacıyla ortaya konulmaktadır. Bu amaçla bu çalışmada

geleneksel ekonometrik zaman serilerinin eksiklikleri giderilmeye ve daha iyi tahmin sonuçları elde edilmeye çalışılacaktır.

Bu çalışma ülkemizin borsası olan Borsa İstanbul'un Ocak 2000'den Aralık 2022'ye kadar olan verilerden, önemli olan endekslerin aylık ortalama kapanış değerleri olan BIST sınai endeksi, BIST mali endeksi, BIST teknoloji endeksi, BIST hizmet endeksi, BIST bankalar endeksi ve BIST30 endeksi ile BIST100 endeksinin aylık ortalama kapanış değerlerine uygulanmıştır. Bu verilere geleneksel ekonometrik modeller yerine Fourier Analizi ile modifiye edilmiş ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=2), ARIMA-Fourier (K=3) ve TBATS modelleri ile Box-Cox tabanlı BATS modeli, durum uzay model ailesinden ETS modeli ve yapay sinir ağı ailesi modeli olan MLP modeli uygulanmıştır. Buradaki hedefimiz geçmiş 22 yıllık verilerden yola çıkarak 24 aylık öngörülerde bulunmak olacaktır. Bu modeller arasında en doğru tahmin eden modeli yani gerçek değere en yakın tahmini veren modelin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Bu tahmin yöntemlerinin birbirleriyle kıyaslamak için de en popüler olan MAE, MAPE, MSE ve RMSE performans ölçütlerine göre karşılaştırma yapılmaktadır. Ortaya çıkan en iyi tahmin ile bu alanda yatırım yapmak isteyenlere bir klavuz özelliğini sergilemesi ve daha sonra yapılacak çalışmalara ilham kaynağı olması beklenmektedir.

4.2. ARAŞTIRMADA KULLANILAN YÖNTEMLER

Bu çalışmada ARIMA-Fourier (K=1), ARIMA-Fourier (K=2), ARIMA-Fourier (K=3), TBATS, BATS, ETS ve MLP modeli uygulanmıştır. Çalışma verilerini düzenlenmek için Microsoft Office Professional 2021 Excel programı kullanılmıştır. Öncelikle, Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankasının Elektronik Veri Dağıtım Sistemi olan EVDS' den BIST Sınai Endeksi, BIST Mali Endeksi, BIST Teknoloji Endeksi, BIST Hizmet Endeksi, BIST Bankaların Endeksi, BIST30 ile BIST100 endekslerinin aylık ortalama değerlerine ait Ocak 2000'den Aralık 2022'ye kadar olan aylık ortalama değerlerinin kapanış verileri elde edilmiştir. Bu verilerin düzenlenip kullanılacak biçime dönüştürülmesi Excel programı aracılığıyla yapılmıştır. Analizlerin tamamı R-Project yazılımı (R Core Team, 2021) ve bu yazılımda bulunan forecast (Hyndman vd. 2020), nnfor (Kourentzes, 2019) ve seastests (Ollech, 2021) paketleri kullanılarak hazırlanmıştır. İlk adımda tüm zaman serilerin durağan olup olmadığı Artırılmış

Dickey-Fuller (ADF) testi ile incelenmiştir. İnceleme sonucunda durağan olmayan değişkenlerin birinci dereceden farkları alınmıştır. Kurulan modellerin başarısını değerlendirmek için ortalama kare hata (MSE), kök ortalama kare hata (RMSE), ortalama mutlak hata (MAE) ve ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) performans ölçütleri kullanılmıştır. MSE, RMSE, MAE ve MAPE performans ölçütleri için en düşük değeri veren model diğer modellere göre daha başarılı olduğu sonucuna varılmıştır. Son aşamada ise, seçilen model üzerinden 24 aylık öngörüler elde edilmiştir.

4.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ VE LİTERATÜRE KATKISI

Bu çalışmamızda, Türkiye'nin borsası olan Borsa İstanbul'un verileri olan önemli bazı endeksleri incelenmiştir. Çalışmada, geleneksel ekonometrik modellerin aksine modifiye edilmiş modellerin daha iyi tahmin üretmesi ve bu tahminler için kullanılan altı modelin tahmin sonuçlarının kıyaslaması yapılmıştır. Genel olarak dünyada ve özelde ülkemizde de Fourier tabanlı modellerin ekonometrik uygulamaları az olduğu için bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı beklenmektedir. Şimdiye kadar ülkemizde incelenen çalışmaların çoğunda Fourier serileri birim kök testlerinde kullanılmıştır. Bizim çalışmamızda ise Fourier tabanlı hibrit modeller kullanılarak diğer modeller ile kıyaslanmalarına yer verilmiştir.

Günümüz dünyasında bilgi teknolojileri hızlı bir şekilde ilerlemektedir. Verileri anlamlandırmak ve analizini yapmak için yeni birçok paket programlar geliştirilmiştir. Bunların en faydalı olanlarından biri de R paket programıdır. Teknolojik gelişmelerin sayesinde, bilgisayarların depolama kapasiteleri hızla artmakta, işlemci güçleri gelişmekte, verileri gerçek zamanlı olarak elde etmeyi ve onları anında analiz etmeyi kolaylaştırmaktadır. Öte yandan ise, olaylar ve işleyişler gittikçe daha karmaşık ve hassas bir yapıya gelmekte ve klâsik yöntemler ile analiz etmek gün geçtikçe zor bir hal almaktadır.

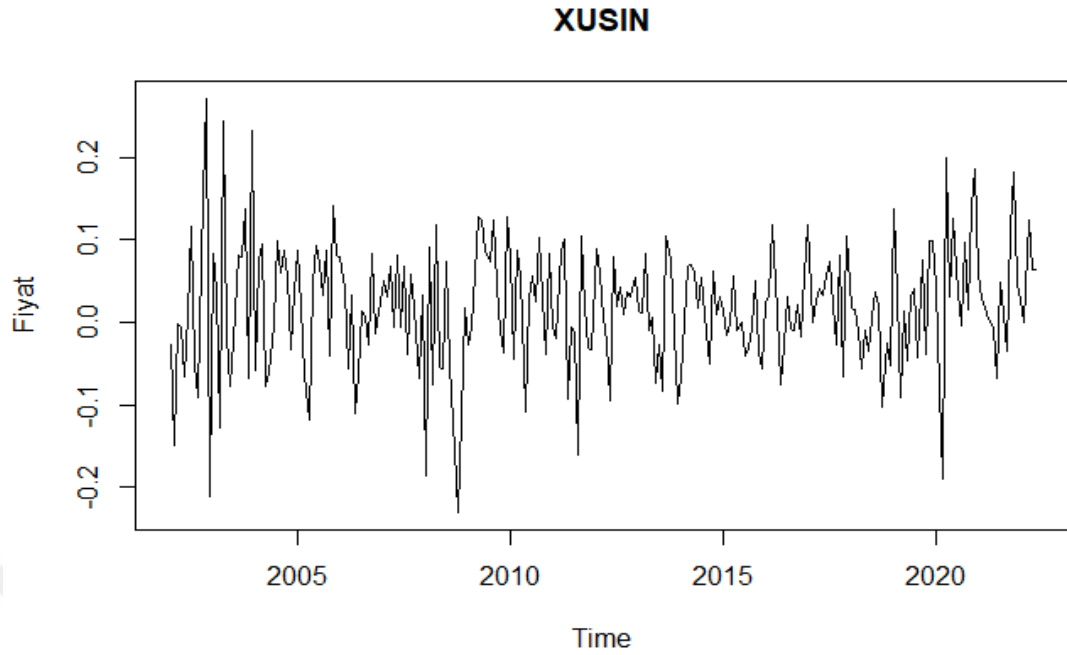
Sonuç olarak, bu yeni modern tekniklerle, ülkemiz ekonomisindeki ve bu ekonominin mihenk taşı olan Borsa İstanbul'daki hareketleri farklı bir bakış açısından değerlendirmede bulunabilecektir. 21. yüzyılımızda modern ekonometrik modellerin modifiye edilmiş halleri ile ekonomik dinamikleri en iyi biçimde sentezlenebilecektir.

İlk olarak Büyük veri setlerinin görselleştirilerek bilgiye dönüşmesi bir yandan anlaşılmasını kolaylaştırırken diğer taraftan hızlı bir şekilde yorumlanmasını sağlamaktadır. Uygulama sonucu verilen görsellerin araştırmacılara bilgiyi daha hızlı sunması beklenmektedir.

Araştırmada farklı yöntemlerin karşılaştırılmaları yaygın olarak kullanılan ölçme kriterleri ile ayrıntılı bir şekilde orataya konulmuş ve uygulamaları yapılmıştır. Araştırmacılar için daha sonradan bu çalışmada kullanılmış R paket programlarının geliştirilmesi ve daha fazla modelin modifiye edilerek kıyaslanması ve en doğru sonuca ulaşmak ve geliştirmek mümkündür.

4.4. BULGULARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Bu çalışmada BIST bankaların kapanış değerleri, BIST 100 Endeks kapanış değerleri, BIST hizmet endeksi kapanış değerleri, BIST mali endeksi kapanış değerleri, BIST sınai endeksi kapanış değerleri ve BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimleri üzerinden zaman serisi analizleri yapılmış ve 24 aylık öngörüler hesaplanmıştır. İlk aşamada tüm zaman serilerinin durağan olup olmadığı Artırılmış Dickey-Fuller (ADF) testi ile incelenmiştir. Durağanlık testi sonucunda tüm zaman serilerinin durağan olduğu görülmüştür ($p < 0.05$). Sonraki aşamalarda ise tüm zaman serileri için, Arima-Fourier (K=1), Arima-Fourier (K=2), Arima-Fourier (K=3), ETS, BATS, TBATS ve MLP model teknikleri kullanılarak zaman serisi analizleri yapılmıştır. Kurulan bu modellerin performansını değerlendirmek için, ortalama kare hata (MSE), kök ortalama kare hata (RMSE), ortalama mutlak hata (MAE) ve ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) performans ölçütleri kullanılmıştır. Bu performans ölçütleri için en düşük hatayı veren model diğer modellere göre daha başarılı şekilde yorumlanmıştır. Son aşamada ise, seçilen model üzerinden 24 aylık öngörüler elde edilmiştir. Analizlerin tamamı R-Project yazılımı (R Core Team, 2021).



Şekil 11. 2000-2022 Yılları Arası BIST Sınai Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Zaman Serisi Grafiği Gösterilmektedir

4.4.1. BIST Sınai Endeksine Modellerin Uygulaması ve Analizi

Tablo 7. BIST Sınai Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.020	0.080	0.020	-0.230	0.270	-0.100	0.940

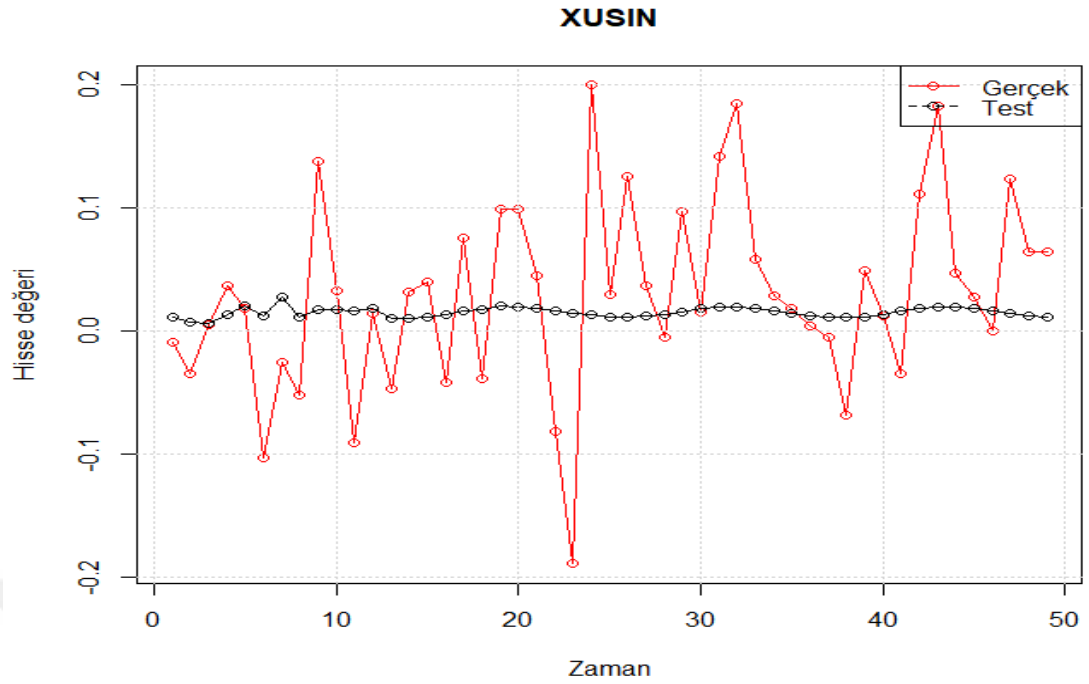
Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Tablo 7’de 2001-2022 yılları arası BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerin ortalaması 0.020’dir. Basıklık değeri (0.940) verilerin normal dağılımdan daha ince bir kuyruk (Platykurtik) bir dağılım sergilediğini gösterir. $[-0.5, 0.5]$ arasında bir çarpıklık değerinin olması da dağılımın yaklaşık olarak simetrik (-0.10 negatif çarpıklık) bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 8. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.0060	0.0773	0.0580	1093.2117
Arima-Fourier (K=2)	0.0062	0.0785	0.0585	1446.8744
Arima-Fourier (K=3)	0.0062	0.0784	0.0585	1271.3150
ETS	0.0061	0.0781	0.0587	985.1047
BATS	0.0061	0.0779	0.0586	1026.9772
TBATS	0.0061	0.0779	0.0586	1026.9772
MLP	0.0093	0.0966	0.0764	3719.4399

Tablo 8.'de bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0060), RMSE (0.0773) ve MAE (0.0580) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model ETS modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.



Şekil 12. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği

Şekil 12’de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Tablo 9. Test Tahmin Sonuçları

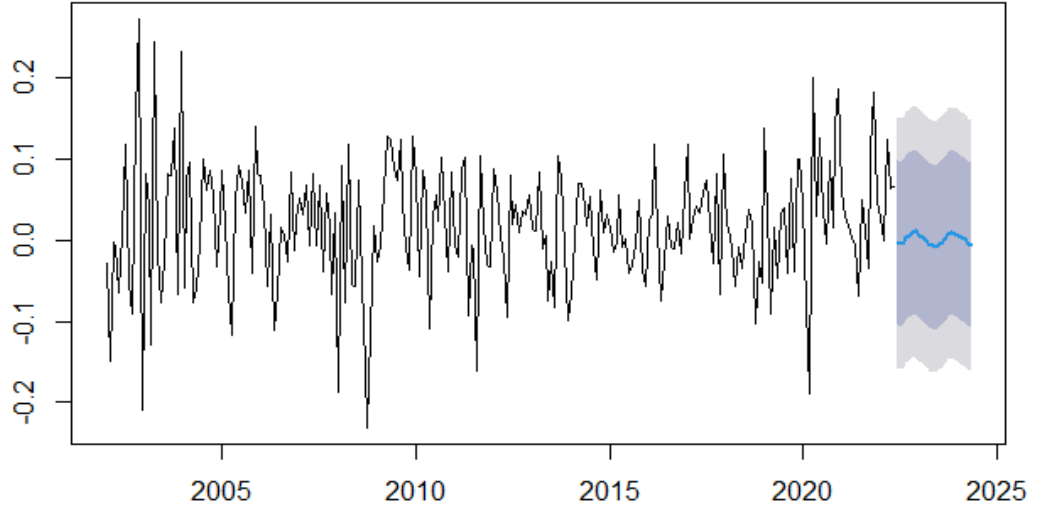
Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Mayıs	2018	-0.009	0.011	-0.138	0.160	-0.185	0.206
Haziran	2018	-0.035	0.007	-0.141	0.156	-0.188	0.203
Temmuz	2018	0.006	0.006	-0.143	0.155	-0.190	0.201
Ağustos	2018	0.036	0.013	-0.135	0.162	-0.182	0.209
Eylül	2018	0.019	0.020	-0.129	0.169	-0.175	0.216
Ekim	2018	-0.103	0.012	-0.136	0.161	-0.183	0.208
Kasım	2018	-0.026	0.027	-0.121	0.176	-0.168	0.223
Aralık	2018	-0.052	0.011	-0.137	0.160	-0.184	0.207
Ocak	2019	0.138	0.017	-0.132	0.166	-0.178	0.213
Şubat	2019	0.033	0.017	-0.132	0.166	-0.178	0.213
Mart	2019	-0.091	0.016	-0.132	0.165	-0.179	0.212
Nisan	2019	0.014	0.018	-0.131	0.167	-0.178	0.213
Mayıs	2019	-0.047	0.011	-0.139	0.160	-0.186	0.207
Haziran	2019	0.031	0.010	-0.139	0.160	-0.186	0.207
Temmuz	2019	0.040	0.011	-0.138	0.161	-0.185	0.208

Tablo 9. (Devam)

Ağustos	2019	-0.042	0.013	-0.136	0.163	-0.183	0.210
Eylül	2019	0.076	0.016	-0.133	0.166	-0.180	0.212
Ekim	2019	-0.038	0.017	-0.132	0.167	-0.179	0.214
Kasım	2019	0.099	0.020	-0.129	0.169	-0.176	0.216
Aralık	2019	0.099	0.019	-0.130	0.168	-0.177	0.215
Ocak	2020	0.045	0.019	-0.131	0.168	-0.178	0.215
Şubat	2020	-0.082	0.017	-0.133	0.166	-0.180	0.213
Mart	2020	-0.189	0.015	-0.135	0.164	-0.182	0.211
Nisan	2020	0.200	0.013	-0.136	0.162	-0.183	0.209
Mayıs	2020	0.030	0.011	-0.138	0.160	-0.185	0.207
Haziran	2020	0.125	0.011	-0.138	0.160	-0.185	0.207
Temmuz	2020	0.037	0.012	-0.137	0.161	-0.184	0.208
Ağustos	2020	-0.005	0.014	-0.136	0.163	-0.183	0.210
Eylül	2020	0.097	0.016	-0.134	0.165	-0.180	0.212
Ekim	2020	0.015	0.018	-0.131	0.167	-0.178	0.214
Kasım	2020	0.142	0.019	-0.130	0.168	-0.177	0.215
Aralık	2020	0.185	0.020	-0.130	0.169	-0.177	0.216
Ocak	2021	0.058	0.019	-0.131	0.168	-0.178	0.215
Şubat	2021	0.029	0.017	-0.133	0.166	-0.180	0.213
Mart	2021	0.018	0.014	-0.135	0.164	-0.182	0.211
Nisan	2021	0.004	0.012	-0.137	0.162	-0.184	0.208
Mayıs	2021	-0.005	0.011	-0.138	0.160	-0.185	0.207
Haziran	2021	-0.068	0.011	-0.139	0.160	-0.185	0.207
Temmuz	2021	0.049	0.012	-0.138	0.161	-0.185	0.208
Ağustos	2021	0.012	0.014	-0.136	0.163	-0.183	0.210
Eylül	2021	-0.035	0.016	-0.133	0.165	-0.180	0.212
Ekim	2021	0.111	0.018	-0.131	0.167	-0.178	0.214
Kasım	2021	0.182	0.019	-0.130	0.169	-0.177	0.216
Aralık	2021	0.047	0.020	-0.130	0.169	-0.177	0.216
Ocak	2022	0.027	0.019	-0.131	0.168	-0.178	0.215
Şubat	2022	0.000	0.017	-0.133	0.166	-0.180	0.213
Mart	2022	0.123	0.014	-0.135	0.164	-0.182	0.211
Nisan	2022	0.064	0.012	-0.137	0.162	-0.184	0.209
Mayıs	2022	0.065	0.011	-0.138	0.160	-0.185	0.207

Tablo 9’da Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.

Forecasts from Regression with ARIMA(1,0,0)(2,0,2)[12] errors



Şekil 13. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler

Şekil 13'te Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörüler gösterilmektedir. BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(1, 0, 1)(2, 0, 2)[12]$ modelidir.

Tablo 10. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

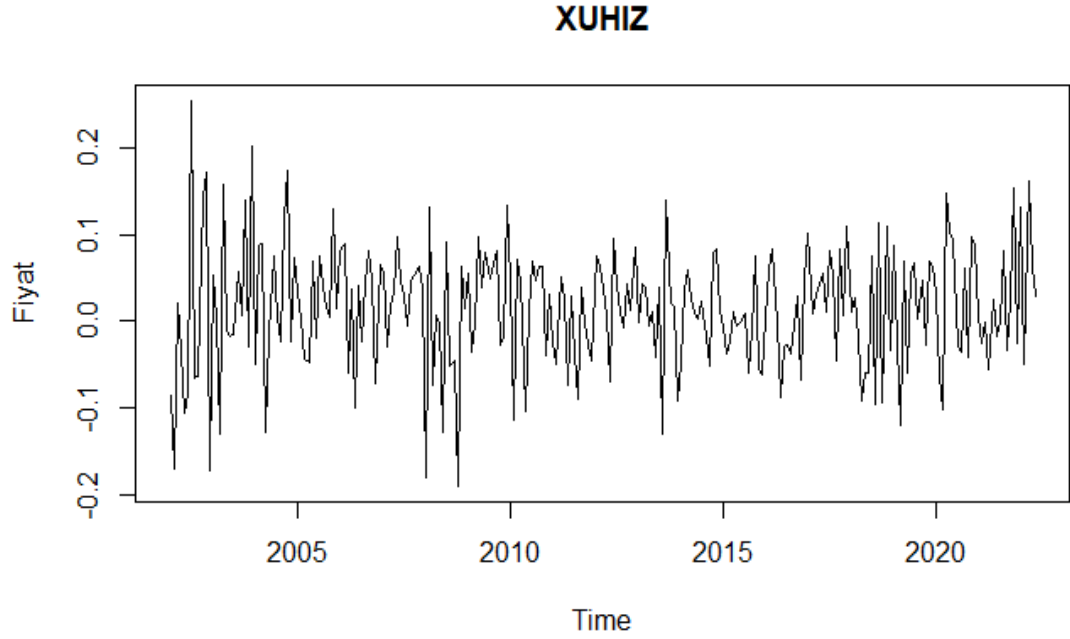
Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Haziran	2022	-0.002	-0.103	0.099	-0.157	0.153
Temmuz	2022	-0.005	-0.106	0.096	-0.160	0.150
Ağustos	2022	-0.002	-0.104	0.099	-0.157	0.152
Eylül	2022	0.003	-0.098	0.104	-0.152	0.158
Ekim	2022	0.006	-0.095	0.107	-0.149	0.161
Kasım	2022	0.009	-0.092	0.110	-0.146	0.164
Aralık	2022	0.010	-0.091	0.112	-0.144	0.165
Ocak	2023	0.006	-0.095	0.107	-0.149	0.161
Şubat	2023	0.003	-0.098	0.104	-0.152	0.158
Mart	2023	-0.001	-0.102	0.100	-0.156	0.154
Nisan	2023	-0.006	-0.107	0.095	-0.161	0.149
Mayıs	2023	-0.008	-0.109	0.094	-0.162	0.147
Haziran	2023	-0.009	-0.110	0.092	-0.164	0.146
Temmuz	2023	-0.005	-0.106	0.096	-0.160	0.150
Ağustos	2023	-0.002	-0.103	0.099	-0.157	0.153
Eylül	2023	0.001	-0.101	0.102	-0.154	0.155

Tablo 10. (Devam)

Ekim	2023	0.007	-0.094	0.108	-0.148	0.162
Kasım	2023	0.009	-0.092	0.111	-0.145	0.164
Aralık	2023	0.007	-0.094	0.109	-0.147	0.162
Ocak	2024	0.006	-0.095	0.107	-0.149	0.161
Şubat	2024	0.003	-0.099	0.104	-0.152	0.157
Mart	2024	0.001	-0.101	0.102	-0.154	0.155
Nisan	2024	-0.005	-0.106	0.096	-0.160	0.150
Mayıs	2024	-0.007	-0.108	0.095	-0.161	0.148

Tablo 10’da Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir. Yani iki yıllık öngörüler verilmiştir.

4.4.2. BIST Hizmet Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygalanması ve Analizi



Şekil 14. 2001-2022 Yılları Arası BIST Hizmet Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri

Tablo 11. BIST Hizmet Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.010	0.070	0.010	-0.190	0.250	-0.060	0.390

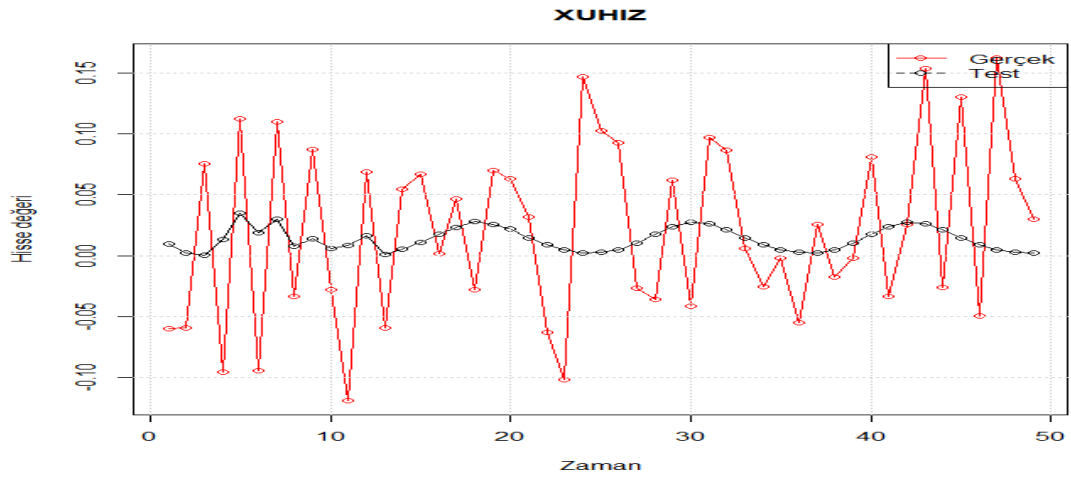
Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Tablo 11’de 2001-2022 yılları arası BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerin ortalaması 0.010’dur. Basıklık değeri (0.390) verilerin normal dağılımdan daha ince bir kuyruk (Platykurtik) bir dağılım sergilediğini gösterir. [-0.5, 0.5] arasında bir çarpıklık değerinin olması da dağılımın yaklaşık olarak simetrik (-0.060 negatif çarpıklık) bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 12. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.0051	0.0713	0.0615	9.7847
Arima-Fourier (K=2)	0.0051	0.0713	0.0614	9.8642
Arima-Fourier (K=3)	0.0052	0.0721	0.0626	29.9980
ETS	0.0053	0.0726	0.0630	25.7238
BATS	0.0053	0.0726	0.0630	25.9462
TBATS	0.0053	0.0726	0.0630	25.9462
MLP	0.0052	0.0724	0.0617	1.8446

Tablo 12’de bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0051), RMSE (0.0713) ve MAE (0.0614) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=2) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model MLP modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=2) modeli diğer modellere göre BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılacaktır.



Şekil 15. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği

Şekil 15.'de Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Tablo 13. Test Tahmin Sonuçları

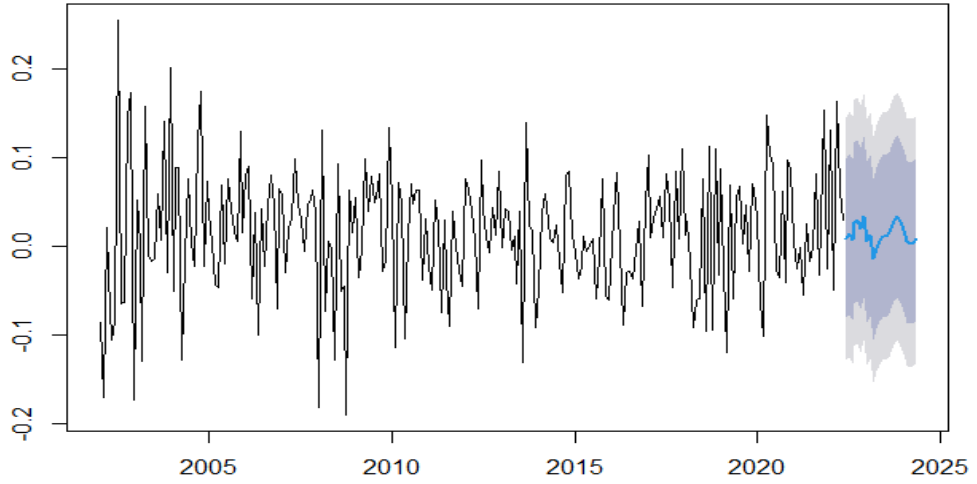
Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Mayıs	2018	-0.060	0.010	-0.127	0.146	-0.169	0.189
Haziran	2018	-0.060	0.002	-0.135	0.140	-0.179	0.184
Temmuz	2018	0.076	0.001	-0.137	0.138	-0.181	0.182
Ağustos	2018	-0.096	0.013	-0.125	0.151	-0.168	0.194
Eylül	2018	0.113	0.035	-0.103	0.173	-0.146	0.216
Ekim	2018	-0.094	0.019	-0.119	0.157	-0.162	0.200
Kasım	2018	0.110	0.030	-0.108	0.168	-0.151	0.211
Aralık	2018	-0.033	0.008	-0.130	0.145	-0.174	0.189
Ocak	2019	0.087	0.014	-0.124	0.152	-0.167	0.195
Şubat	2019	-0.028	0.006	-0.132	0.144	-0.175	0.187
Mart	2019	-0.119	0.008	-0.130	0.146	-0.173	0.189
Nisan	2019	0.069	0.016	-0.122	0.154	-0.165	0.197
Mayıs	2019	-0.059	0.001	-0.139	0.140	-0.182	0.184
Haziran	2019	0.054	0.005	-0.134	0.145	-0.178	0.188
Temmuz	2019	0.067	0.011	-0.129	0.150	-0.172	0.194
Ağustos	2019	0.002	0.018	-0.122	0.157	-0.165	0.201
Eylül	2019	0.047	0.023	-0.116	0.163	-0.160	0.207
Ekim	2019	-0.028	0.028	-0.112	0.167	-0.155	0.211
Kasım	2019	0.070	0.026	-0.114	0.165	-0.158	0.209
Aralık	2019	0.063	0.022	-0.118	0.161	-0.161	0.205
Ocak	2020	0.032	0.015	-0.125	0.154	-0.168	0.198

Tablo 13. (Devam)

Şubat	2020	-0.063	0.009	-0.130	0.149	-0.174	0.192
Mart	2020	-0.102	0.005	-0.135	0.144	-0.178	0.188
Nisan	2020	0.147	0.002	-0.137	0.141	-0.181	0.185
Mayıs	2020	0.102	0.003	-0.137	0.142	-0.181	0.186
Haziran	2020	0.093	0.005	-0.135	0.144	-0.178	0.188
Temmuz	2020	-0.027	0.010	-0.129	0.150	-0.173	0.194
Ağustos	2020	-0.036	0.018	-0.122	0.157	-0.166	0.201
Eylül	2020	0.062	0.024	-0.115	0.163	-0.159	0.207
Ekim	2020	-0.041	0.027	-0.112	0.167	-0.156	0.211
Kasım	2020	0.097	0.026	-0.113	0.165	-0.157	0.209
Aralık	2020	0.087	0.021	-0.118	0.161	-0.162	0.204
Ocak	2021	0.006	0.015	-0.125	0.154	-0.169	0.198
Şubat	2021	-0.026	0.009	-0.130	0.148	-0.174	0.192
Mart	2021	-0.002	0.005	-0.135	0.144	-0.178	0.188
Nisan	2021	-0.055	0.003	-0.137	0.142	-0.181	0.186
Mayıs	2021	0.025	0.002	-0.137	0.142	-0.181	0.186
Haziran	2021	-0.018	0.005	-0.135	0.144	-0.178	0.188
Temmuz	2021	-0.002	0.010	-0.129	0.150	-0.173	0.193
Ağustos	2021	0.081	0.017	-0.122	0.157	-0.166	0.201
Eylül	2021	-0.033	0.024	-0.115	0.163	-0.159	0.207
Ekim	2021	0.026	0.027	-0.112	0.167	-0.156	0.210
Kasım	2021	0.154	0.026	-0.113	0.165	-0.157	0.209
Aralık	2021	-0.026	0.021	-0.118	0.160	-0.162	0.204
Ocak	2022	0.131	0.015	-0.125	0.154	-0.169	0.198
Şubat	2022	-0.050	0.009	-0.130	0.148	-0.174	0.192
Mart	2022	0.163	0.005	-0.134	0.144	-0.178	0.188
Nisan	2022	0.063	0.003	-0.137	0.142	-0.181	0.186
Mayıs	2022	0.030	0.002	-0.137	0.142	-0.181	0.186

Tablo 13'te Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.

Forecasts from Regression with ARIMA(1,0,0)(2,0,0)[12] errors



Şekil 16. Arima-Fourier (K=2) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler

Şekil 16’da Arima-Fourier (K=2) modeline göre 24 aylık BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörüler gösterilmektedir. BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(1, 0, 0)(2, 0, 0)[12]$ modelidir.

Tablo 14. Arima-Fourier (K=2) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

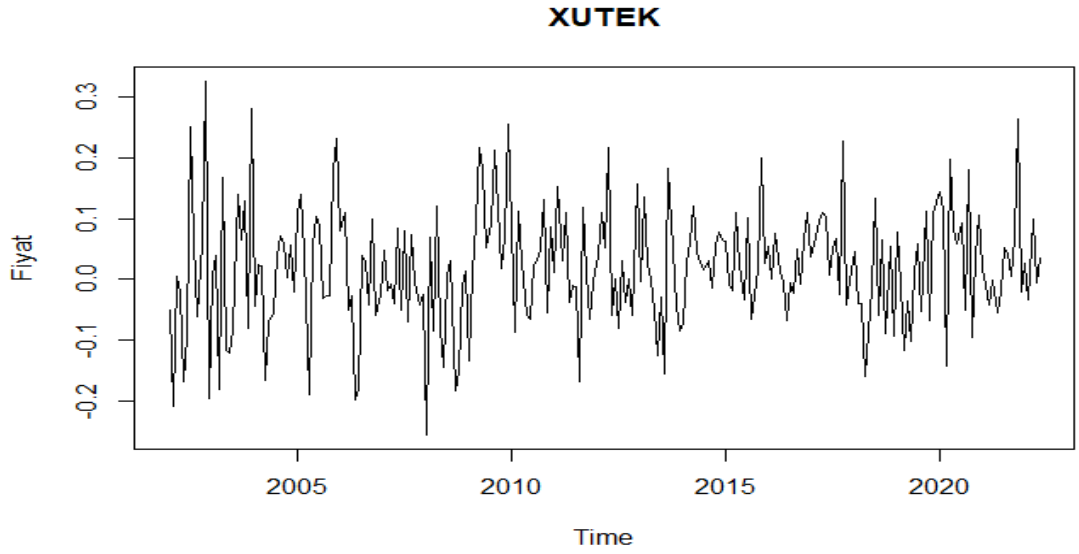
Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Haziran	2022	0.009	-0.081	0.098	-0.128	0.145
Temmuz	2022	0.013	-0.077	0.104	-0.125	0.152
Ağustos	2022	0.007	-0.084	0.098	-0.132	0.146
Eylül	2022	0.026	-0.065	0.117	-0.113	0.165
Ekim	2022	0.029	-0.062	0.120	-0.110	0.168
Kasım	2022	0.019	-0.071	0.110	-0.119	0.158
Aralık	2022	0.033	-0.058	0.124	-0.106	0.172
Ocak	2023	0.005	-0.086	0.096	-0.134	0.144
Şubat	2023	0.012	-0.079	0.103	-0.127	0.151
Mart	2023	-0.015	-0.106	0.076	-0.154	0.124
Nisan	2023	-0.003	-0.093	0.088	-0.141	0.136
Mayıs	2023	0.005	-0.085	0.096	-0.133	0.144
Haziran	2023	0.010	-0.081	0.102	-0.129	0.150
Temmuz	2023	0.011	-0.080	0.102	-0.129	0.151
Ağustos	2023	0.014	-0.077	0.106	-0.125	0.154
Eylül	2023	0.020	-0.071	0.111	-0.120	0.160

Tablo 14. (Devam)

Ekim	2023	0.028	-0.063	0.120	-0.111	0.168
Kasım	2023	0.033	-0.058	0.124	-0.106	0.173
Aralık	2023	0.027	-0.064	0.118	-0.113	0.167
Ocak	2024	0.018	-0.074	0.109	-0.122	0.157
Şubat	2024	0.006	-0.086	0.097	-0.134	0.145
Mart	2024	0.003	-0.088	0.094	-0.137	0.143
Nisan	2024	0.004	-0.087	0.095	-0.136	0.144
Mayıs	2024	0.008	-0.083	0.099	-0.132	0.147

Tablo 14.'te Arima-Fourier (K=2) modeline göre 24 aylık BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

4.4.3. BIST Teknoloji Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygalanması ve Analizi



Şekil 17. 2001-2022 Yılları Arası BIST Teknoloji Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri

Tablo 15. BIST Teknoloji Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.020	0.100	0.020	-0,026	0.330	0.130	0.400

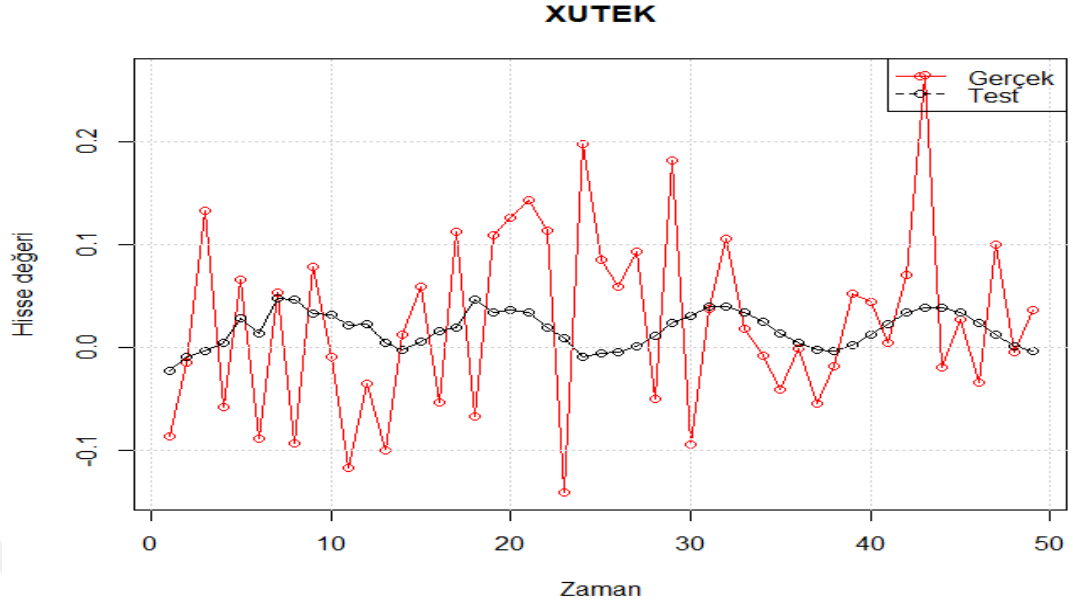
Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Tablo 15’de 2001-2022 yılları arası BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişim ortalaması 0.020’dir. Basıklık değeri (0.400) verilerin normal dağılımdan daha ince bir kuyruk (Platykurtik) bir dağılım sergilediğini gösterir. $[-0.5, 0.5]$ arasında bir çarpıklık değerinin olması da dağılımın yaklaşık olarak simetrik (0.130 pozitif çarpıklık) bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 16. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.0077	0.0874	0.0708	27.6808
Arima-Fourier (K=2)	0.0079	0.0891	0.0726	36.2061
Arima-Fourier (K=3)	0.0079	0.0888	0.0730	67.3993
ETS	0.0077	0.0877	0.0720	62.9843
BATS	0.0091	0.0952	0.0802	174.6943
TBATS	0.0077	0.0875	0.0722	85.3277
MLP	0.0106	0.1028	0.0792	58.0665

Tablo 16’da bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0077), RMSE (0.0874), MAE (0.0708) ve MAPE (27.6808) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.



Şekil 18. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği

Şekil 18’de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir. Kırmızı çicgiler gerçek değerleri, siyah çizgiler de test değerini belirtmektedir.

Tablo 17. Test Tahmin Sonuçları

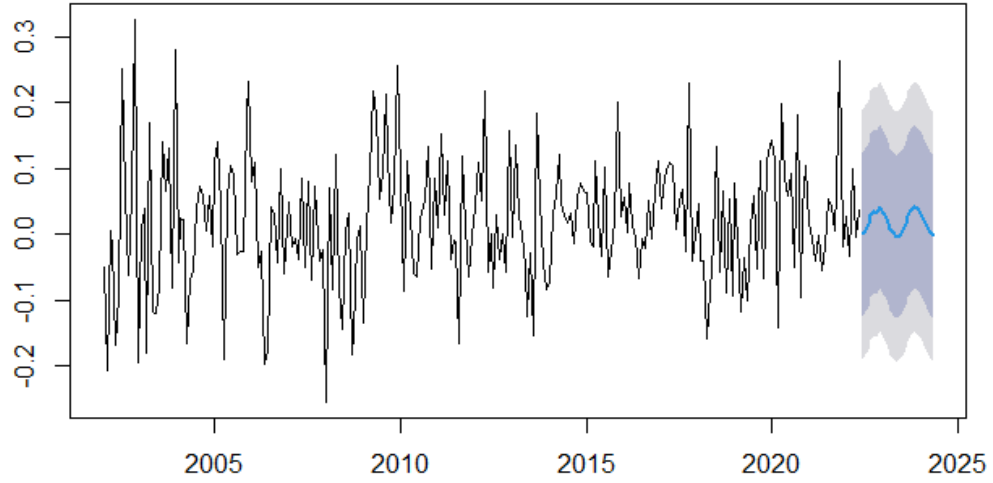
Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Mayıs	2018	-0.087	-0.023	-0.216	0.170	-0.277	0.231
Haziran	2018	-0.015	-0.009	-0.203	0.184	-0.264	0.245
Temmuz	2018	0.133	-0.003	-0.197	0.190	-0.258	0.251
Ağustos	2018	-0.058	0.004	-0.189	0.198	-0.250	0.259
Eylül	2018	0.065	0.029	-0.165	0.222	-0.226	0.283
Ekim	2018	-0.090	0.013	-0.181	0.207	-0.242	0.268
Kasım	2018	0.054	0.047	-0.146	0.241	-0.207	0.302
Aralık	2018	-0.094	0.047	-0.147	0.240	-0.208	0.301
Ocak	2019	0.078	0.033	-0.161	0.226	-0.222	0.287
Şubat	2019	-0.009	0.032	-0.162	0.226	-0.222	0.287
Mart	2019	-0.117	0.022	-0.172	0.215	-0.233	0.276
Nisan	2019	-0.036	0.023	-0.171	0.216	-0.232	0.277
Mayıs	2019	-0.101	0.004	-0.190	0.199	-0.251	0.260
Haziran	2019	0.012	-0.003	-0.197	0.192	-0.258	0.253
Temmuz	2019	0.059	0.005	-0.190	0.199	-0.251	0.260

Tablo 17. (Devam)

Ağustos	2019	-0.053	0.015	-0.179	0.210	-0.240	0.271
Eylül	2019	0.112	0.019	-0.175	0.214	-0.236	0.275
Ekim	2019	-0.068	0.046	-0.148	0.241	-0.209	0.302
Kasım	2019	0.109	0.033	-0.161	0.228	-0.222	0.289
Aralık	2019	0.126	0.036	-0.158	0.230	-0.220	0.292
Ocak	2020	0.144	0.034	-0.160	0.229	-0.221	0.290
Şubat	2020	0.114	0.019	-0.175	0.214	-0.236	0.275
Mart	2020	-0.142	0.008	-0.186	0.203	-0.247	0.264
Nisan	2020	0.197	-0.009	-0.204	0.185	-0.265	0.246
Mayıs	2020	0.085	-0.006	-0.201	0.189	-0.262	0.250
Haziran	2020	0.059	-0.004	-0.199	0.190	-0.261	0.252
Temmuz	2020	0.093	0.001	-0.194	0.196	-0.255	0.257
Ağustos	2020	-0.050	0.011	-0.184	0.205	-0.246	0.267
Eylül	2020	0.182	0.023	-0.171	0.218	-0.233	0.279
Ekim	2020	-0.095	0.030	-0.164	0.225	-0.226	0.287
Kasım	2020	0.037	0.040	-0.155	0.235	-0.216	0.296
Aralık	2020	0.105	0.040	-0.155	0.235	-0.216	0.296
Ocak	2021	0.018	0.033	-0.162	0.228	-0.223	0.289
Şubat	2021	-0.008	0.025	-0.170	0.219	-0.232	0.281
Mart	2021	-0.042	0.013	-0.182	0.208	-0.243	0.269
Nisan	2021	-0.001	0.004	-0.191	0.199	-0.252	0.260
Mayıs	2021	-0.055	-0.003	-0.198	0.192	-0.259	0.253
Haziran	2021	-0.019	-0.004	-0.199	0.191	-0.260	0.252
Temmuz	2021	0.052	0.002	-0.193	0.197	-0.254	0.258
Ağustos	2021	0.044	0.012	-0.183	0.206	-0.245	0.268
Eylül	2021	0.005	0.023	-0.172	0.217	-0.234	0.279
Ekim	2021	0.070	0.034	-0.161	0.229	-0.222	0.290
Kasım	2021	0.264	0.038	-0.157	0.233	-0.218	0.294
Aralık	2021	-0.020	0.039	-0.156	0.234	-0.217	0.295
Ocak	2022	0.027	0.034	-0.161	0.228	-0.223	0.290
Şubat	2022	-0.034	0.023	-0.172	0.218	-0.233	0.279
Mart	2022	0.100	0.012	-0.183	0.207	-0.244	0.268
Nisan	2022	-0.005	0.001	-0.194	0.196	-0.255	0.257
Mayıs	2022	0.036	-0.004	-0.199	0.191	-0.260	0.252

Tablo 17.'de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.

Forecasts from Regression with ARIMA(0,0,2)(2,0,0)[12] errors



Şekil 19. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler

Şekil 19’da Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörüler gösterilmektedir. BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(0, 0, 2)(2, 0, 0)[12]$ modelidir.

Tablo 18. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

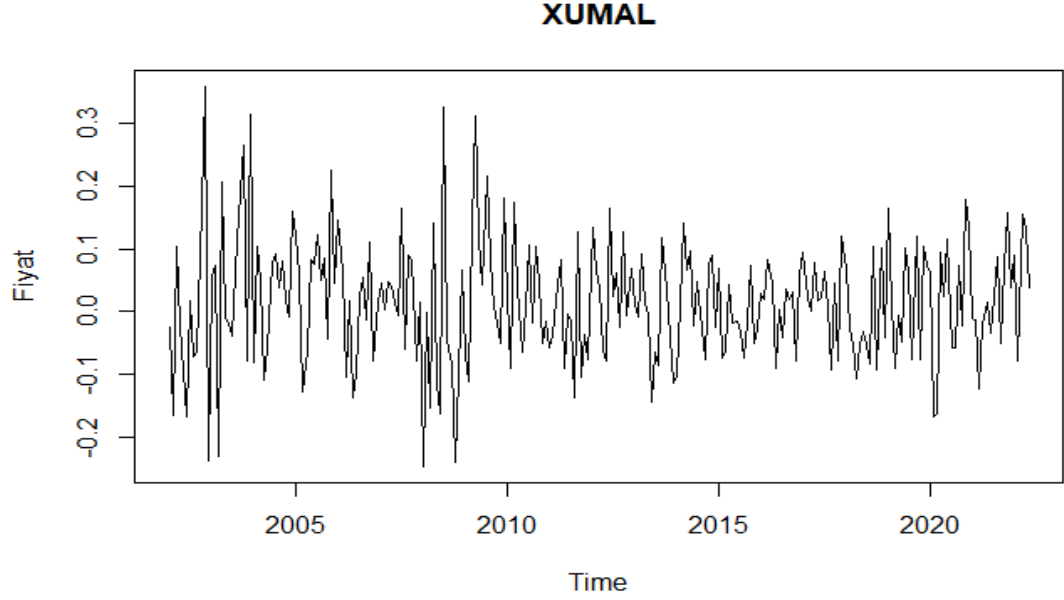
Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Haziran	2022	-0.001	-0.125	0.123	-0.190	0.188
Temmuz	2022	0.006	-0.118	0.130	-0.184	0.195
Ağustos	2022	0.014	-0.110	0.138	-0.176	0.204
Eylül	2022	0.028	-0.096	0.152	-0.162	0.218
Ekim	2022	0.034	-0.090	0.158	-0.156	0.224
Kasım	2022	0.033	-0.091	0.157	-0.157	0.222
Aralık	2022	0.042	-0.082	0.166	-0.148	0.231
Ocak	2023	0.033	-0.091	0.157	-0.157	0.222
Şubat	2023	0.024	-0.100	0.148	-0.166	0.214
Mart	2023	0.008	-0.116	0.132	-0.182	0.197
Nisan	2023	0.002	-0.122	0.126	-0.188	0.192
Mayıs	2023	-0.004	-0.128	0.120	-0.194	0.185
Haziran	2023	-0.002	-0.126	0.122	-0.192	0.188
Temmuz	2023	0.005	-0.119	0.129	-0.185	0.195
Ağustos	2023	0.016	-0.109	0.140	-0.174	0.205
Eylül	2023	0.027	-0.098	0.151	-0.163	0.216
Ekim	2023	0.036	-0.088	0.160	-0.154	0.226
Kasım	2023	0.042	-0.082	0.166	-0.148	0.232

Tablo 18. (Devam)

Aralık	2023	0.039	-0.085	0.163	-0.151	0.229
Ocak	2024	0.033	-0.092	0.157	-0.157	0.222
Şubat	2024	0.022	-0.102	0.146	-0.168	0.212
Mart	2024	0.011	-0.113	0.136	-0.178	0.201
Nisan	2024	0.002	-0.122	0.126	-0.188	0.191
Mayıs	2024	-0.003	-0.127	0.121	-0.192	0.187

Tablo 18.'de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

4.4.4. BIST Mali Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygalanması ve Analizi



Şekil 20. 2001-2022 Yılları Arası BIST Mali Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri

Şekil 20.'de 2001-2022 yılları arası BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Tablo 19. BIST Mali Endeksi Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.020	0.100	0.010	-0.250	0.360	0.310	0.730

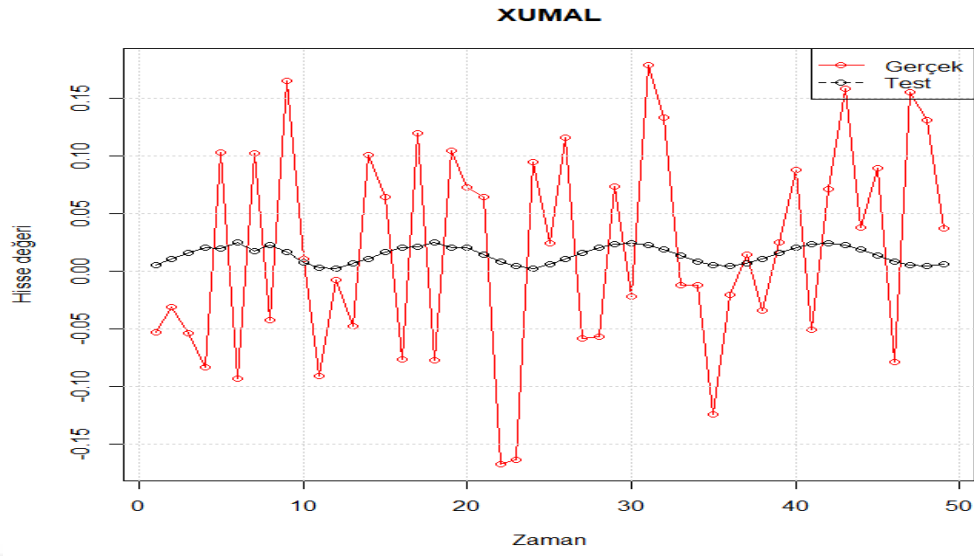
Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Tablo 19’da 2001-2022 yılları arası BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerin ortalaması 0.020’dir. Basıklık değeri (0.7300) verilerin normal dağılımdan daha ince bir kuyruk (Platykurtik) bir dağılım sergilediğini gösterir. $[-0.5, 0.5]$ arasında bir çarpıklık değerinin olması da dağılımın yaklaşık olarak simetrik (0.310 pozitif çarpıklık) bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 20. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.0077	0.0876	0.0757	22.2879
Arima-Fourier (K=2)	0.0079	0.0889	0.0767	21.8955
Arima-Fourier (K=3)	0.0079	0.0888	0.0765	18.0805
ETS	0.0079	0.0887	0.0766	28.0604
BATS	0.0103	0.1015	0.0829	18.8999
TBATS	0.0079	0.0891	0.0769	14.4466
MLP	0.0110	0.1050	0.0883	21.9852

Tablo 20’de bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0077), RMSE (0.0876) ve MAE (0.0757) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model TBATS modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.



Şekil 21. Test tahmin sonuçlarına ait zaman serisi grafiği

Şekil 21.'de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Tablo 21. Test Tahmin Sonuçları

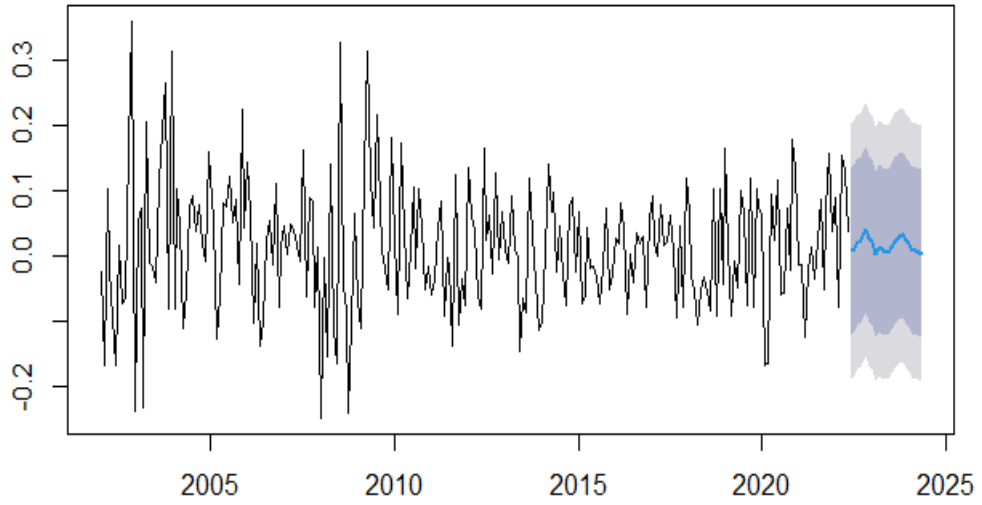
Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Mayıs	2018	-0.053	0.005	-0.196	0.206	-0.259	0.269
Haziran	2018	-0.031	0.011	-0.190	0.212	-0.254	0.275
Temmuz	2018	-0.054	0.016	-0.185	0.217	-0.248	0.281
Ağustos	2018	-0.083	0.020	-0.181	0.222	-0.244	0.285
Eylül	2018	0.103	0.020	-0.182	0.221	-0.245	0.284
Ekim	2018	-0.093	0.026	-0.176	0.227	-0.239	0.290
Kasım	2018	0.102	0.017	-0.184	0.219	-0.247	0.282
Aralık	2018	-0.042	0.023	-0.178	0.224	-0.241	0.288
Ocak	2019	0.165	0.017	-0.184	0.218	-0.247	0.281
Şubat	2019	0.011	0.008	-0.193	0.209	-0.257	0.272
Mart	2019	-0.091	0.003	-0.198	0.205	-0.261	0.268
Nisan	2019	-0.007	0.002	-0.199	0.203	-0.262	0.267
Mayıs	2019	-0.047	0.007	-0.195	0.208	-0.258	0.271
Haziran	2019	0.101	0.011	-0.190	0.212	-0.254	0.275
Temmuz	2019	0.064	0.017	-0.185	0.218	-0.248	0.281
Ağustos	2019	-0.076	0.020	-0.181	0.222	-0.244	0.285

Tablo 21. (Devam)

Eylül	2019	0.120	0.022	-0.180	0.223	-0.243	0.286
Ekim	2019	-0.077	0.025	-0.176	0.226	-0.239	0.290
Kasım	2019	0.104	0.021	-0.180	0.222	-0.244	0.285
Aralık	2019	0.073	0.021	-0.180	0.222	-0.244	0.285
Ocak	2020	0.064	0.015	-0.186	0.216	-0.250	0.279
Şubat	2020	-0.167	0.008	-0.193	0.209	-0.256	0.273
Mart	2020	-0.163	0.004	-0.197	0.206	-0.260	0.269
Nisan	2020	0.095	0.003	-0.199	0.204	-0.262	0.267
Mayıs	2020	0.024	0.007	-0.195	0.208	-0.258	0.271
Haziran	2020	0.116	0.011	-0.191	0.212	-0.254	0.275
Temmuz	2020	-0.058	0.016	-0.186	0.217	-0.249	0.280
Ağustos	2020	-0.057	0.021	-0.181	0.222	-0.244	0.285
Eylül	2020	0.074	0.024	-0.178	0.225	-0.241	0.288
Ekim	2020	-0.022	0.025	-0.177	0.226	-0.240	0.289
Kasım	2020	0.179	0.023	-0.179	0.224	-0.242	0.287
Aralık	2020	0.134	0.019	-0.182	0.220	-0.246	0.284
Ocak	2021	-0.012	0.014	-0.187	0.215	-0.251	0.278
Şubat	2021	-0.012	0.009	-0.192	0.210	-0.256	0.273
Mart	2021	-0.124	0.006	-0.196	0.207	-0.259	0.270
Nisan	2021	-0.020	0.005	-0.197	0.206	-0.260	0.269
Mayıs	2021	0.015	0.007	-0.195	0.208	-0.258	0.271
Haziran	2021	-0.034	0.011	-0.191	0.212	-0.254	0.275
Temmuz	2021	0.025	0.016	-0.186	0.217	-0.249	0.280
Ağustos	2021	0.088	0.021	-0.181	0.222	-0.244	0.285
Eylül	2021	-0.051	0.024	-0.178	0.225	-0.241	0.288
Ekim	2021	0.072	0.025	-0.177	0.226	-0.240	0.289
Kasım	2021	0.159	0.023	-0.179	0.224	-0.242	0.287
Aralık	2021	0.038	0.019	-0.182	0.220	-0.246	0.283
Ocak	2022	0.089	0.014	-0.188	0.215	-0.251	0.278
Şubat	2022	-0.078	0.009	-0.192	0.210	-0.256	0.273
Mart	2022	0.156	0.006	-0.196	0.207	-0.259	0.270
Nisan	2022	0.131	0.005	-0.197	0.206	-0.260	0.269
Mayıs	2022	0.037	0.007	-0.195	0.208	-0.258	0.271

Tablo 21.'de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.

Forecasts from Regression with ARIMA(0,0,0)(2,0,0)[12] errors



Şekil 22. Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık öngörüler

Şekil 22’de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörüler gösterilmektedir. BIST mali endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(0, 0, 0)(2, 0, 0)[12]$ modelidir.

Tablo 22. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

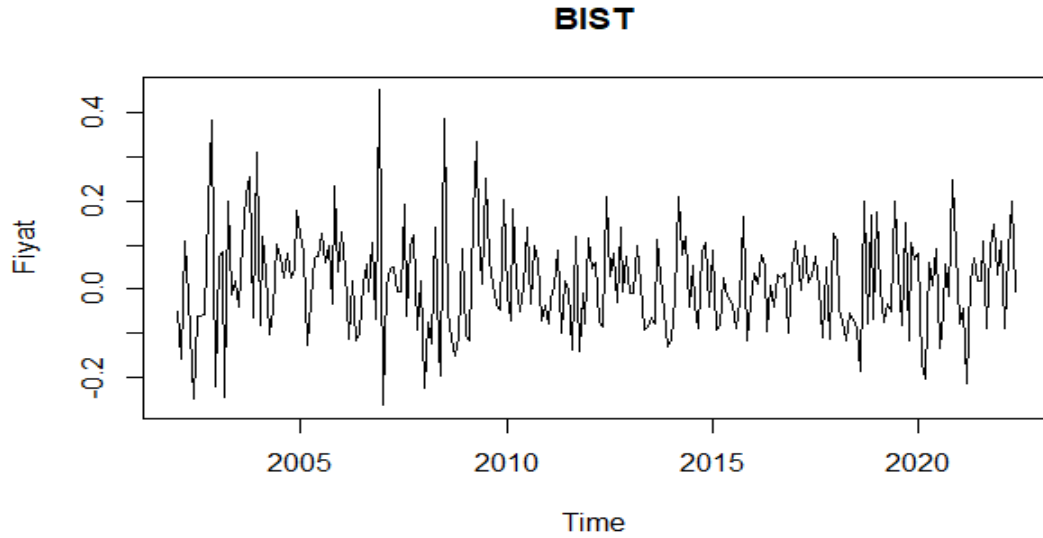
Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Haziran	2022	0.007	-0.120	0.135	-0.188	0.202
Temmuz	2022	0.012	-0.115	0.140	-0.182	0.207
Ağustos	2022	0.023	-0.104	0.151	-0.172	0.218
Eylül	2022	0.023	-0.105	0.150	-0.172	0.218
Ekim	2022	0.031	-0.097	0.158	-0.164	0.226
Kasım	2022	0.041	-0.086	0.169	-0.154	0.236
Aralık	2022	0.028	-0.099	0.156	-0.167	0.223
Ocak	2023	0.022	-0.106	0.149	-0.173	0.217
Şubat	2023	0.004	-0.124	0.131	-0.191	0.199
Mart	2023	0.011	-0.116	0.139	-0.183	0.206
Nisan	2023	0.010	-0.117	0.138	-0.185	0.205
Mayıs	2023	0.006	-0.122	0.133	-0.189	0.200
Haziran	2023	0.006	-0.122	0.134	-0.189	0.201
Temmuz	2023	0.014	-0.114	0.142	-0.181	0.209
Ağustos	2023	0.023	-0.105	0.151	-0.173	0.218
Eylül	2023	0.024	-0.104	0.152	-0.171	0.219
Ekim	2023	0.031	-0.097	0.158	-0.165	0.226

Tablo 22. (Devam)

Kasım	2023	0.033	-0.095	0.161	-0.163	0.228
Aralık	2023	0.025	-0.103	0.153	-0.171	0.220
Ocak	2024	0.020	-0.108	0.148	-0.176	0.215
Şubat	2024	0.008	-0.120	0.135	-0.188	0.203
Mart	2024	0.009	-0.118	0.137	-0.186	0.205
Nisan	2024	0.006	-0.122	0.134	-0.189	0.201
Mayıs	2024	0.004	-0.124	0.132	-0.191	0.199

Tablo 22.'de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

4.4.5. BIST Bankalar Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygalanması ve Analizi



Şekil 23. 2001-2022 Yılları Arası BIST Bankaların Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimleri

Şekil 23'de 2001-2022 yılları arası BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Tablo 23. BIST Bankaların Kapanış Değerlerinin Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.020	0.120	0.010	-0.260	0.450	0.500	0.870

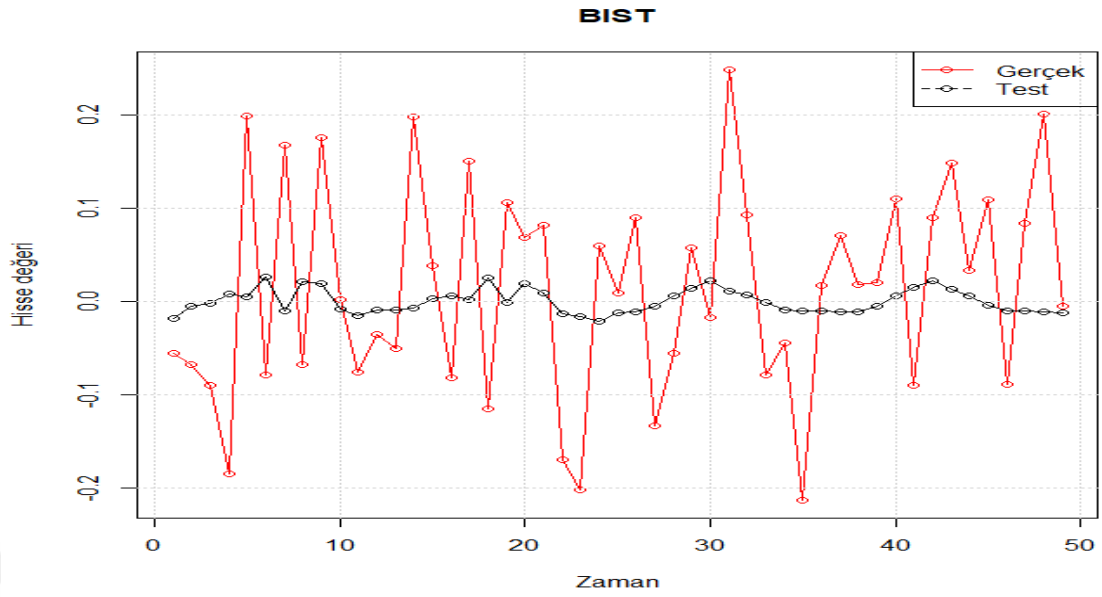
Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Tablo 23.'de 2001-2022 yılları arası BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerin ortalaması 0.020'dir. Basıklık değeri (0.870) verilerin normal dağılımdan daha ince bir kuyruk (Platykurtik) bir dağılım sergilediğini gösterir. $[-0.5, 0.5]$ arasında bir çarpıklık değerinin olması da dağılımın yaklaşık olarak simetrik (0.500 pozitif çarpıklık) bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 24. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.0128	0.1129	0.0950	17.6784
Arima-Fourier (K=2)	0.0127	0.1128	0.0952	19.2284
Arima-Fourier (K=3)	0.0129	0.1136	0.0949	24.6349
ETS	0.0127	0.1129	0.0943	10.3964
BATS	0.0173	0.1314	0.1032	16.5069
TBATS	0.0128	0.1129	0.0945	3.3523
MLP	0.0187	0.1369	0.1145	73.7433

Tablo 24'te bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0127) ve RMSE (0.1128) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=2) tekniğinde gerçekleşmiştir. Diğer bulgular incelendiğinde, MAE için (0.0943) en düşük hatayı veren ETS iken, MAPE için (3.3523) en düşük hatayı veren model TBATS modeli olduğu görülmektedir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=2) modeli diğer modellere göre BIST bankaların kapanış değerlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılacaktır.



Şekil 24. Test tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği

Şekil 24’te Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

Tablo 25. Test Tahmin Sonuçları

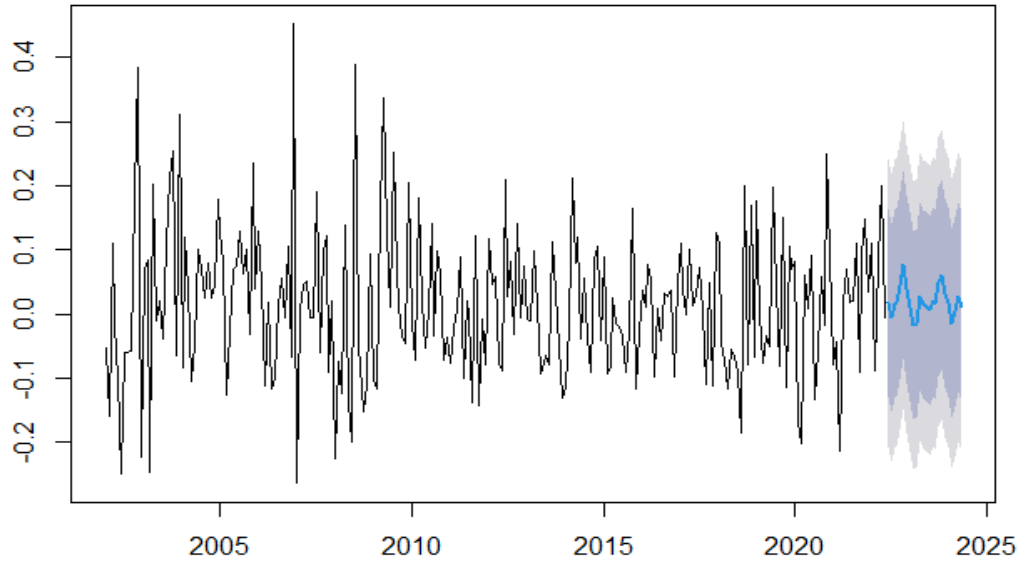
Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Mayıs	2018	-0.055	-0.018	-0.248	0.211	-0.320	0.283
Haziran	2018	-0.068	-0.005	-0.235	0.224	-0.307	0.296
Temmuz	2018	-0.090	-0.002	-0.231	0.227	-0.303	0.299
Ağustos	2018	-0.185	0.008	-0.221	0.238	-0.293	0.310
Eylül	2018	0.199	0.005	-0.224	0.234	-0.296	0.306
Ekim	2018	-0.079	0.026	-0.203	0.255	-0.275	0.327
Kasım	2018	0.168	-0.010	-0.240	0.219	-0.312	0.291
Aralık	2018	-0.068	0.021	-0.208	0.251	-0.280	0.323
Ocak	2019	0.176	0.019	-0.210	0.248	-0.282	0.320
Şubat	2019	0.002	-0.008	-0.237	0.222	-0.309	0.294
Mart	2019	-0.076	-0.015	-0.244	0.214	-0.316	0.286
Nisan	2019	-0.035	-0.009	-0.238	0.221	-0.310	0.293
Mayıs	2019	-0.051	-0.010	-0.240	0.221	-0.312	0.293
Haziran	2019	0.199	-0.007	-0.237	0.224	-0.310	0.296
Temmuz	2019	0.039	0.003	-0.228	0.233	-0.300	0.306
Ağustos	2019	-0.082	0.006	-0.225	0.236	-0.297	0.309

Tablo 25. (Devam)

Eylül	2019	0.151	0.002	-0.228	0.233	-0.301	0.305
Ekim	2019	-0.115	0.025	-0.206	0.255	-0.278	0.328
Kasım	2019	0.106	-0.001	-0.232	0.229	-0.304	0.302
Aralık	2019	0.069	0.019	-0.211	0.250	-0.284	0.322
Ocak	2020	0.082	0.009	-0.221	0.240	-0.293	0.312
Şubat	2020	-0.170	-0.013	-0.244	0.217	-0.316	0.290
Mart	2020	-0.203	-0.017	-0.247	0.214	-0.319	0.286
Nisan	2020	0.060	-0.021	-0.251	0.209	-0.324	0.282
Mayıs	2020	0.009	-0.012	-0.244	0.220	-0.317	0.293
Haziran	2020	0.090	-0.011	-0.243	0.221	-0.316	0.294
Temmuz	2020	-0.133	-0.005	-0.237	0.227	-0.310	0.300
Ağustos	2020	-0.056	0.006	-0.226	0.238	-0.299	0.311
Eylül	2020	0.057	0.014	-0.218	0.246	-0.291	0.319
Ekim	2020	-0.017	0.022	-0.210	0.254	-0.283	0.327
Kasım	2020	0.249	0.011	-0.221	0.243	-0.294	0.316
Aralık	2020	0.093	0.007	-0.225	0.239	-0.298	0.312
Ocak	2021	-0.079	-0.001	-0.234	0.231	-0.306	0.304
Şubat	2021	-0.045	-0.010	-0.242	0.223	-0.315	0.295
Mart	2021	-0.214	-0.011	-0.243	0.222	-0.316	0.294
Nisan	2021	0.017	-0.011	-0.243	0.222	-0.316	0.294
Mayıs	2021	0.071	-0.011	-0.244	0.221	-0.317	0.294
Haziran	2021	0.018	-0.011	-0.244	0.221	-0.316	0.294
Temmuz	2021	0.020	-0.005	-0.237	0.227	-0.310	0.300
Ağustos	2021	0.110	0.006	-0.227	0.238	-0.299	0.311
Eylül	2021	-0.090	0.015	-0.217	0.248	-0.290	0.320
Ekim	2021	0.091	0.022	-0.210	0.254	-0.283	0.327
Kasım	2021	0.149	0.013	-0.219	0.245	-0.292	0.318
Aralık	2021	0.034	0.006	-0.226	0.238	-0.299	0.311
Ocak	2022	0.109	-0.004	-0.236	0.229	-0.309	0.301
Şubat	2022	-0.088	-0.010	-0.242	0.222	-0.315	0.295
Mart	2022	0.084	-0.010	-0.242	0.222	-0.315	0.295
Nisan	2022	0.201	-0.011	-0.243	0.221	-0.316	0.294
Mayıs	2022	-0.005	-0.012	-0.244	0.220	-0.317	0.293

Tablo 25.'te Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.

Forecasts from Regression with ARIMA(0,0,0)(2,0,0)[12] errors



Şekil 25. Arima-Fourier (K=2) modeline göre 24 aylık öngörüler

Şekil 25'te Arima-Fourier (K=2) modeline göre 24 aylık BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörüler gösterilmektedir. BIST bankalar endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(0, 0, 0)(2, 0, 0)[12]$ modelidir.

Tablo 26 . Arima-Fourier (K=2) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

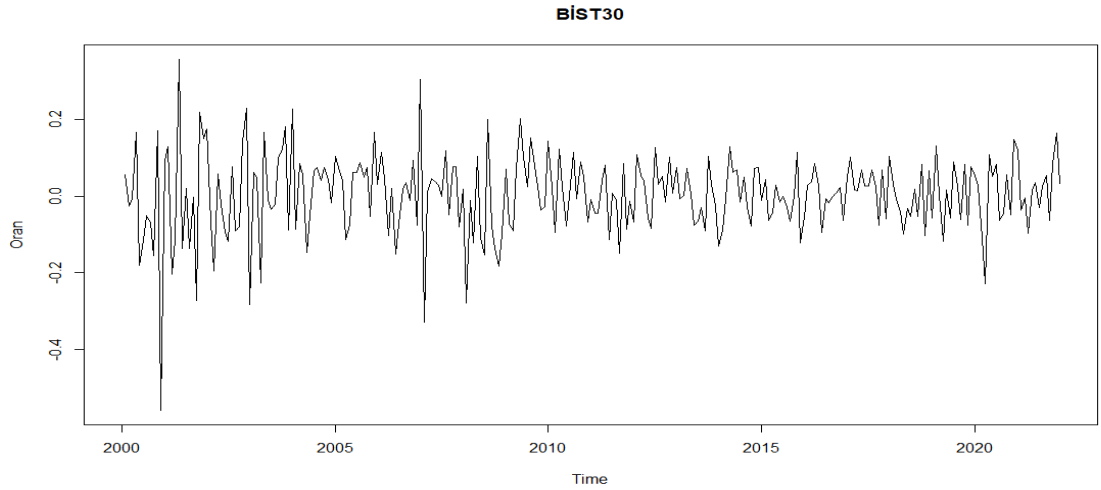
Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Haziran	2022	0.018	-0.129	0.165	-0.207	0.242
Temmuz	2022	-0.006	-0.153	0.141	-0.231	0.218
Ağustos	2022	0.015	-0.132	0.162	-0.210	0.240
Eylül	2022	0.017	-0.130	0.164	-0.207	0.242
Ekim	2022	0.044	-0.103	0.191	-0.181	0.269
Kasım	2022	0.078	-0.069	0.225	-0.147	0.302
Aralık	2022	0.038	-0.109	0.185	-0.186	0.263
Ocak	2023	0.012	-0.135	0.159	-0.213	0.237
Şubat	2023	-0.018	-0.165	0.129	-0.243	0.206
Mart	2023	-0.014	-0.161	0.133	-0.239	0.210
Nisan	2023	0.028	-0.119	0.175	-0.197	0.253
Mayıs	2023	0.015	-0.131	0.162	-0.209	0.240
Haziran	2023	0.011	-0.137	0.159	-0.215	0.237
Temmuz	2023	0.005	-0.143	0.153	-0.221	0.231
Ağustos	2023	0.020	-0.128	0.168	-0.206	0.246
Eylül	2023	0.015	-0.132	0.163	-0.211	0.241

Tablo 26. (Devam)

Ekim	2023	0.049	-0.099	0.197	-0.177	0.275
Kasım	2023	0.061	-0.087	0.208	-0.165	0.287
Aralık	2023	0.033	-0.114	0.181	-0.193	0.259
Ocak	2024	0.019	-0.129	0.166	-0.207	0.245
Şubat	2024	-0.015	-0.163	0.133	-0.241	0.211
Mart	2024	0.003	-0.145	0.150	-0.223	0.229
Nisan	2024	0.026	-0.122	0.174	-0.200	0.252
Mayıs	2024	0.011	-0.137	0.158	-0.215	0.237

Tablo 26’da Arima-Fourier (K=2) modeline göre 24 aylık BIST bankaların kapanış değerlerinin oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

4.4.6. BIST30 Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygaması ve Analizi

**Şekil 26. 2000-2022 Arası BIST30 Oransal Değişimleri**

Şekil 26’da 2000-2022 arası BIST30 oransal değişimlerine ait zaman serisi grafikleri gösterilmektedir. Zaman serisi grafiği incelendiğinde, BIST30 oransal değişimlerine ait zaman serisinin durağan bir yapı sergilediği ve trend içermediği görülmektedir. Ayrıca, zaman serisinin durağan olup olmadığı ADF birim kök testi ile incelenmiş ve serinin durağan olduğu saptanmıştır ($p < 0.01$). Bu bulgular ışığında hem zaman serisi grafiği açısından hem de ADF birim kök testi açısından BIST30 oransal değerlerine ait zaman serisi durağandır.

Zaman serisinin beyaz gürültü özelliğine sahip olup olmadığı ise Ljung-Box testi ile değerlendirilmiştir. Test bulgularına göre, BIST30 oransal değişimlerine ait zaman serisinin beyaz gürültü özelliğine sahip olduğu saptanmıştır ($p>0.10$).

Zaman serisinin mevsimsel bileşene sahip olup olmadığı Ollech-Webel birleştirilmiş testi (WO-test) ile incelenmiş ve serinin mevsimsel bileşene sahip olduğu görülmüştür ($p<0.05$). Bu bulgu ışığında, zaman serisi mevsimsel bileşenden arındırılmış ve analizlere devam edilmiştir.

Tablo 27. BİST30 Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.000	0.100	0.010	-0.540	0.320	-0.810	3.360

Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas:Basıklık

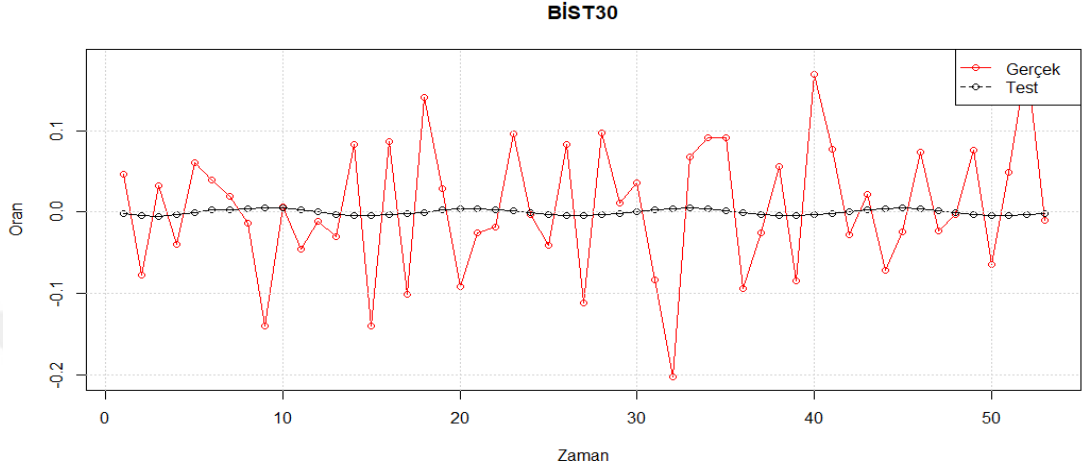
Tablo 27’de mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST30 oransal değişimlerin tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Bulgulara göre, mevsimsel bileşenden arındırılan BIST30 oransal değişimlerin ortalaması 0.000 olarak bulunmuştur. Basıklık değeri (3.360) verilerin normal dağılımdan daha sivri bir kuyruk (Leptokurtik) sahip olduğunu gösterir. $[-0.5, 0.5]$ arasında bir çarpıklık değerinin (-0.810) olması da dağılımın negatif çarpıklık bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 28. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.006	0.080	0.065	2.402
Arima-Fourier (K=2)	0.007	0.083	0.067	0.717
Arima-Fourier (K=3)	0.007	0.084	0.068	0.865
ETS	0.006	0.080	0.065	15.072
BATS	0.006	0.080	0.065	30.956
TBATS	0.006	0.080	0.065	30.956
MLP	0.009	0.095	0.075	52.469

Tablo 28’de bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.006), RMSE (0.080) ve MAE (0.065) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde

gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçütü için en düşük değer Arima-Fourier (K=2) tekniğinde bulunmuştur. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST30 oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.



Şekil 27. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği

Şekilde 27.'de Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST30 oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

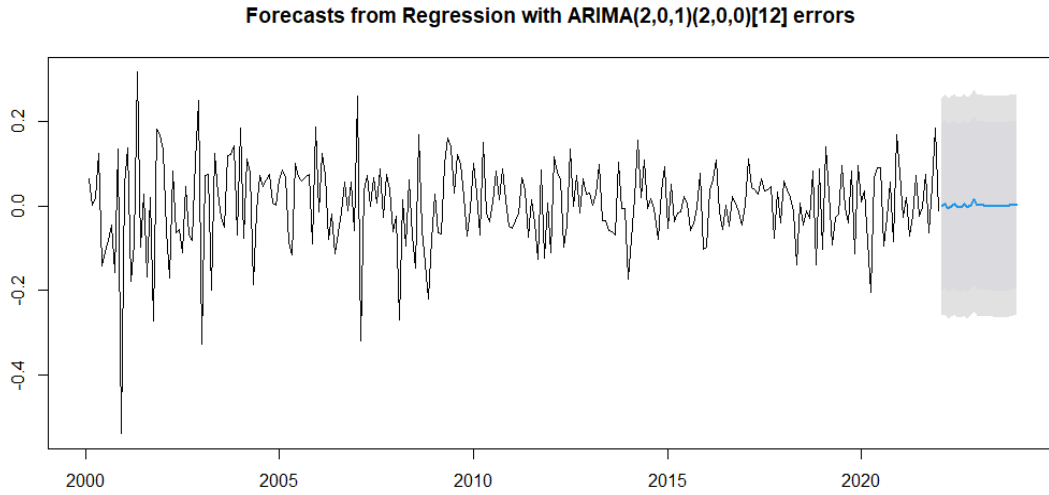
Tablo 29. Test Tahmin Sonuçları

Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Eylül	2017	0.047	-0.002	-0.210	0.205	-0.275	0.271
Ekim	2017	-0.078	-0.004	-0.212	0.203	-0.277	0.268
Kasım	2017	0.032	-0.006	-0.213	0.202	-0.279	0.267
Aralık	2017	-0.040	-0.003	-0.211	0.204	-0.276	0.270
Ocak	2018	0.061	0.000	-0.208	0.207	-0.273	0.272
Şubat	2018	0.039	0.003	-0.205	0.210	-0.270	0.275
Mart	2018	0.020	0.003	-0.204	0.211	-0.270	0.276
Nisan	2018	-0.014	0.004	-0.204	0.211	-0.269	0.277
Mayıs	2018	-0.140	0.005	-0.202	0.213	-0.267	0.278
Haziran	2018	0.007	0.006	-0.202	0.213	-0.267	0.278
Temmuz	2018	-0.045	0.002	-0.205	0.210	-0.270	0.275
Ağustos	2018	-0.012	0.001	-0.207	0.208	-0.272	0.273
Eylül	2018	-0.030	-0.003	-0.211	0.204	-0.276	0.269
Ekim	2018	0.083	-0.005	-0.212	0.203	-0.277	0.268

Tablo 29. (Devam)

Kasım	2018	-0.140	-0.005	-0.212	0.203	-0.277	0.268
Aralık	2018	0.087	-0.003	-0.211	0.204	-0.276	0.270
Ocak	2019	-0.102	-0.002	-0.209	0.206	-0.274	0.271
Şubat	2019	0.140	-0.001	-0.208	0.207	-0.273	0.272
Mart	2019	0.029	0.003	-0.205	0.210	-0.270	0.275
Nisan	2019	-0.092	0.004	-0.204	0.212	-0.269	0.277
Mayıs	2019	-0.025	0.004	-0.203	0.212	-0.268	0.277
Haziran	2019	-0.018	0.003	-0.205	0.210	-0.270	0.276
Temmuz	2019	0.097	0.001	-0.206	0.209	-0.272	0.274
Ağustos	2019	-0.003	-0.001	-0.209	0.206	-0.274	0.272
Eylül	2019	-0.040	-0.003	-0.211	0.204	-0.276	0.270
Ekim	2019	0.083	-0.004	-0.212	0.203	-0.277	0.268
Kasım	2019	-0.112	-0.005	-0.212	0.203	-0.277	0.268
Aralık	2019	0.097	-0.004	-0.211	0.204	-0.276	0.269
Ocak	2020	0.011	-0.002	-0.209	0.206	-0.274	0.271
Şubat	2020	0.036	0.001	-0.207	0.208	-0.272	0.274
Mart	2020	-0.083	0.003	-0.205	0.211	-0.270	0.276
Nisan	2020	-0.203	0.004	-0.203	0.212	-0.268	0.277
Mayıs	2020	0.067	0.005	-0.203	0.212	-0.268	0.277
Haziran	2020	0.091	0.004	-0.204	0.211	-0.269	0.276
Temmuz	2020	0.092	0.002	-0.206	0.209	-0.271	0.274
Ağustos	2020	-0.094	-0.001	-0.208	0.207	-0.274	0.272
Eylül	2020	-0.026	-0.003	-0.211	0.205	-0.276	0.270
Ekim	2020	0.056	-0.004	-0.212	0.203	-0.277	0.268
Kasım	2020	-0.085	-0.005	-0.212	0.203	-0.278	0.268
Aralık	2020	0.169	-0.004	-0.211	0.204	-0.276	0.269
Ocak	2021	0.077	-0.002	-0.209	0.206	-0.274	0.271
Şubat	2021	-0.027	0.001	-0.207	0.208	-0.272	0.274
Mart	2021	0.021	0.003	-0.205	0.211	-0.270	0.276
Nisan	2021	-0.071	0.004	-0.203	0.212	-0.268	0.277
Mayıs	2021	-0.025	0.005	-0.203	0.212	-0.268	0.278
Haziran	2021	0.073	0.004	-0.204	0.211	-0.269	0.276
Temmuz	2021	-0.023	0.002	-0.206	0.209	-0.271	0.274
Ağustos	2021	-0.003	-0.001	-0.208	0.207	-0.274	0.272
Eylül	2021	0.076	-0.003	-0.211	0.205	-0.276	0.270
Ekim	2021	-0.064	-0.004	-0.212	0.203	-0.277	0.268
Kasım	2021	0.049	-0.005	-0.212	0.203	-0.278	0.268
Aralık	2021	0.184	-0.004	-0.211	0.204	-0.276	0.269
Ocak	2022	-0.010	-0.002	-0.209	0.206	-0.274	0.271

Tablo 29’da Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST30 oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.



Şekil 28. Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık öngörüler

Şekil 28’de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST30 oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir. BIST30 endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(2, 0, 1)(2, 0, 0)[12]$ modelidir.

Tablo 30. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

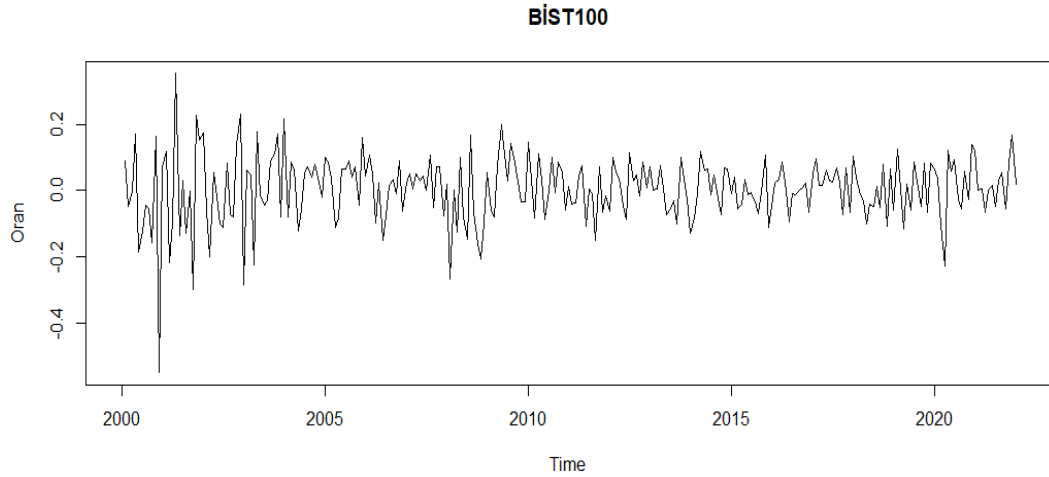
Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Şubat	2022	-0.002	-0.198	0.195	-0.260	0.257
Mart	2022	0.004	-0.195	0.203	-0.258	0.266
Nisan	2022	-0.006	-0.205	0.193	-0.267	0.256
Mayıs	2022	-0.001	-0.200	0.198	-0.263	0.260
Haziran	2022	0.004	-0.195	0.203	-0.257	0.266
Temmuz	2022	-0.002	-0.201	0.197	-0.264	0.259
Ağustos	2022	-0.002	-0.201	0.197	-0.264	0.259
Eylül	2022	0.003	-0.196	0.202	-0.258	0.265
Ekim	2022	-0.004	-0.203	0.195	-0.266	0.257
Kasım	2022	0.003	-0.196	0.202	-0.259	0.264
Aralık	2022	0.014	-0.185	0.213	-0.248	0.276
Ocak	2023	0.001	-0.198	0.200	-0.260	0.263
Şubat	2023	0.001	-0.198	0.201	-0.261	0.263

Tablo 30. (Devam)

Mart	2023	0.002	-0.198	0.201	-0.260	0.264
Nisan	2023	0.000	-0.200	0.199	-0.262	0.262
Mayıs	2023	0.000	-0.200	0.199	-0.263	0.262
Haziran	2023	0.000	-0.200	0.199	-0.262	0.262
Temmuz	2023	-0.002	-0.201	0.198	-0.264	0.260
Ağustos	2023	-0.002	-0.201	0.198	-0.264	0.260
Eylül	2023	-0.001	-0.200	0.199	-0.263	0.262
Ekim	2023	-0.001	-0.201	0.198	-0.263	0.261
Kasım	2023	0.001	-0.199	0.200	-0.261	0.263
Aralık	2023	0.003	-0.196	0.203	-0.259	0.265
Ocak	2024	0.002	-0.198	0.201	-0.261	0.264

Tablo 30’da Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST30 oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir.

4.4.7. BIST100 Endeksi Aylık Ortalama Değerlerine Modellerin Uygulması ve Analizi

**Şekil 29.** 2000-2022 Arası BIST100 Oransal Değişimleri

Şekil 29’da 2000-2022 arası BIST100 oransal değişimlerine ait zaman serisi grafikleri gösterilmektedir. Zaman serisi grafiği incelendiğinde, BIST100 oransal değişimlerine ait zaman serisinin durağan bir yapı sergilediği ve trend içermediği bulunmaktadır. Ayrıca, zaman serisinin durağan olup olmadığı ADF birim kök testi ile incelenmiş ve serinin durağan olduğu görülmüştür ($p < 0.01$). Bu bulgulara göre hem

zaman serisi grafiği açısından hem de ADF birim kök testi açısından BIST100 oransal değerlerine ait zaman serisi durağandır.

Zaman serisinin beyaz gürültü özelliğine sahip olup olmadığı Ljung-Box testi ile değerlendirilmiştir. Test bulgularına göre, BIST100 oransal değişimlerine ait zaman serisinin beyaz gürültü özelliğine sahip olduğu saptanmıştır ($p>0.10$).

Zaman serisinin mevsimsel bileşene sahip olup olmadığı ise Ollech-Webel birleştirilmiş testi (WO-test) ile incelenmiş ve serinin mevsimsel bileşene sahip olduğu görülmüştür ($p<0.05$). Bu bulgu ışığında, zaman serisi mevsimsel bileşenden arındırılmış ve analizlere devam edilmiştir.

Tablo 31. BIST100 Oransal Değişimlerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler

Ort	SS	Medyan	Min	Maks	Çarp	Bas
0.000	0.090	0.010	-0.530	0.310	-0.910	3.900

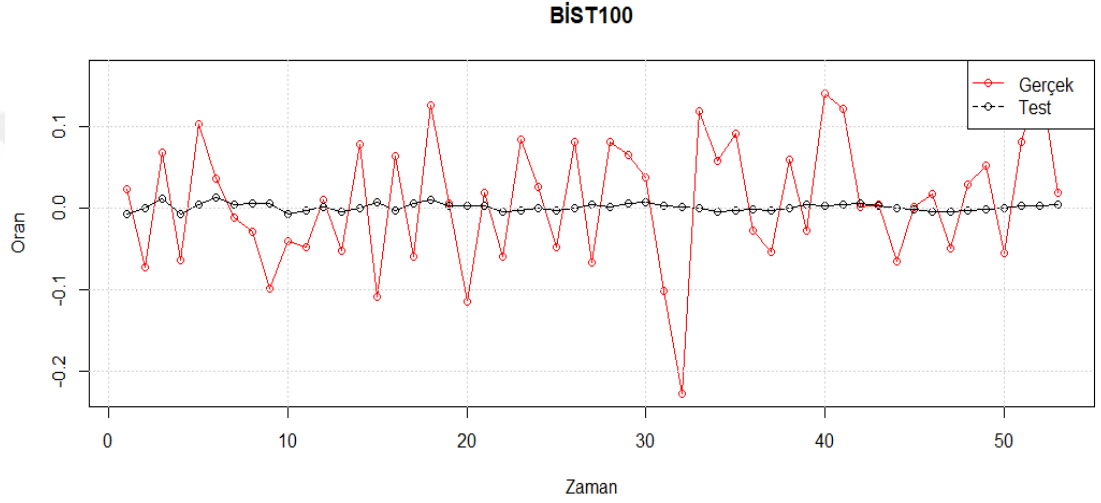
Ort: Ortalama, SS: Standart sapma, Min: Minimum, Maks: Maksimum, Çarp: Çarpıklık, Bas: Basıklık

Tablo 31.'de mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST100 oransal değişimlerin tanımlayıcı istatistik değerleri gösterilmektedir. Tanımlayıcı istatistik bulgularına göre, mevsimsel bileşenden arındırılan BIST100 oransal değişimlerin ortalaması 0.000 olarak bulunmuştur. Basıklık değeri (3.900) verilerin normalden daha sivri dağılım sergilediği ve ince bir kuyruğa (Leptokurtik) sahip olduğunu gösterir. $[-0.5, 0.5]$ arasında bir çarpıklık değerinin (-0.910) olması da dağılımın negatif çarpıklık bir dağılım sergilediğini göstermektedir.

Tablo 32. Kullanılan Tahmin Tekniklerini Seçme Kriterleri

Model	Performans ölçütleri			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Arima-Fourier (K=1)	0.0057	0.0756	0.0627	32.4933
Arima-Fourier (K=2)	0.0059	0.0768	0.0637	33.5727
Arima-Fourier (K=3)	0.0059	0.0766	0.0634	13.6495
ETS	0.0059	0.0765	0.0637	32.3708
BATS	0.0079	0.0888	0.0695	3.8366
TBATS	0.0059	0.0766	0.0638	31.1141
MLP	0.0077	0.0879	0.0706	62.2885

Tablo 32.'de bazı tahmin tekniklerine ait modellerin test veri seti üzerindeki performans ölçütlerinden MSE, RMSE, MAE ve MAPE değerleri gösterilmektedir. Performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0057), RMSE (0.0756) ve MAE (0.0627) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model BATS modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST100 Endeks kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.



Şekil 30. Test Tahmin Sonuçlarına Ait Zaman Serisi Grafiği

Şekil 30'da Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST100 oransal değişimlerine ait zaman serisi grafiği gösterilmektedir.

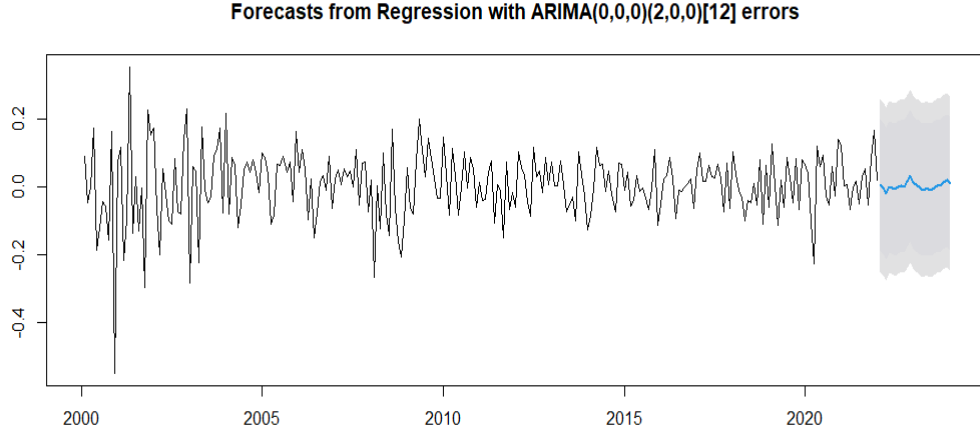
Tablo 33. Test Tahmin Sonuçları

Ay	Yıl	Gerçek test	Test tahmini	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Eylül	2017	0.022	-0.007	-0.211	0.197	-0.275	0.261
Ekim	2017	-0.072	0.000	-0.204	0.204	-0.268	0.268
Kasım	2017	0.069	0.012	-0.192	0.216	-0.256	0.280
Aralık	2017	-0.064	-0.007	-0.211	0.197	-0.275	0.261
Ocak	2018	0.102	0.004	-0.200	0.208	-0.264	0.272
Şubat	2018	0.036	0.013	-0.191	0.217	-0.255	0.281
Mart	2018	-0.012	0.004	-0.200	0.208	-0.264	0.272
Nisan	2018	-0.030	0.006	-0.198	0.210	-0.262	0.274
Mayıs	2018	-0.099	0.006	-0.198	0.209	-0.263	0.274

Tablo 33. (Devam)

Haziran	2018	-0.041	-0.007	-0.211	0.197	-0.275	0.261
Temmuz	2018	-0.048	-0.002	-0.206	0.202	-0.270	0.266
Ağustos	2018	0.011	0.001	-0.203	0.205	-0.267	0.269
Eylül	2018	-0.052	-0.004	-0.209	0.201	-0.273	0.265
Ekim	2018	0.078	0.000	-0.204	0.205	-0.268	0.269
Kasım	2018	-0.109	0.007	-0.197	0.212	-0.262	0.276
Aralık	2018	0.063	-0.003	-0.207	0.202	-0.272	0.266
Ocak	2019	-0.059	0.006	-0.199	0.210	-0.263	0.275
Şubat	2019	0.126	0.011	-0.194	0.215	-0.258	0.280
Mart	2019	0.006	0.003	-0.201	0.208	-0.266	0.272
Nisan	2019	-0.115	0.003	-0.202	0.207	-0.266	0.272
Mayıs	2019	0.019	0.003	-0.202	0.208	-0.266	0.272
Haziran	2019	-0.060	-0.004	-0.209	0.201	-0.273	0.265
Temmuz	2019	0.084	-0.003	-0.207	0.202	-0.272	0.266
Ağustos	2019	0.026	0.001	-0.204	0.205	-0.268	0.269
Eylül	2019	-0.048	-0.003	-0.208	0.202	-0.273	0.266
Ekim	2019	0.081	0.000	-0.205	0.205	-0.269	0.270
Kasım	2019	-0.067	0.005	-0.200	0.210	-0.265	0.274
Aralık	2019	0.081	0.001	-0.204	0.206	-0.269	0.270
Ocak	2020	0.066	0.005	-0.200	0.210	-0.264	0.275
Şubat	2020	0.038	0.007	-0.198	0.212	-0.263	0.276
Mart	2020	-0.102	0.003	-0.202	0.208	-0.267	0.272
Nisan	2020	-0.228	0.001	-0.204	0.206	-0.268	0.271
Mayıs	2020	0.119	0.000	-0.205	0.205	-0.270	0.269
Haziran	2020	0.058	-0.004	-0.209	0.201	-0.274	0.265
Temmuz	2020	0.091	-0.004	-0.209	0.201	-0.273	0.266
Ağustos	2020	-0.027	-0.002	-0.207	0.203	-0.271	0.268
Eylül	2020	-0.054	-0.003	-0.208	0.203	-0.272	0.267
Ekim	2020	0.059	0.000	-0.205	0.205	-0.269	0.270
Kasım	2020	-0.027	0.004	-0.202	0.209	-0.266	0.273
Aralık	2020	0.140	0.003	-0.203	0.208	-0.267	0.272
Ocak	2021	0.121	0.005	-0.200	0.210	-0.265	0.274
Şubat	2021	0.002	0.005	-0.200	0.210	-0.264	0.275
Mart	2021	0.005	0.002	-0.203	0.207	-0.267	0.272
Nisan	2021	-0.066	0.000	-0.205	0.206	-0.269	0.270
Mayıs	2021	0.001	-0.001	-0.206	0.204	-0.271	0.268
Haziran	2021	0.017	-0.004	-0.209	0.201	-0.274	0.265
Temmuz	2021	-0.049	-0.004	-0.209	0.201	-0.274	0.265
Ağustos	2021	0.028	-0.003	-0.208	0.202	-0.273	0.267
Eylül	2021	0.053	-0.002	-0.207	0.203	-0.272	0.267
Ekim	2021	-0.055	0.000	-0.205	0.205	-0.269	0.270
Kasım	2021	0.081	0.003	-0.202	0.208	-0.267	0.273
Aralık	2021	0.165	0.003	-0.202	0.209	-0.266	0.273
Ocak	2022	0.019	0.005	-0.200	0.210	-0.265	0.274

Tablo 33'te Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılarak test veri seti üzerinden tahmin edilen mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST100 oransal değişimlerine ait sonuçlar gösterilmektedir.



Şekil 31. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörüler

Şekil 31.'de Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST100 oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir. BIST100 endeksi kapanış değerlerinin en iyi tahminini veren model $ARIMA(0, 0, 0)(2, 0, 0)[12]$ modelidir.

Tablo 34. Arima-Fourier (K=1) Modeline Göre 24 Aylık Öngörü Değerleri

Ay	Yıl	Tahmin	%95 - Alt sınır	%95 - Üst sınır	%99 - Alt sınır	%99 - Üst sınır
Şubat	2022	0.006	-0.187	0.199	-0.248	0.260
Mart	2022	-0.004	-0.197	0.189	-0.258	0.250
Nisan	2022	-0.021	-0.214	0.172	-0.275	0.232
Mayıs	2022	-0.002	-0.195	0.191	-0.256	0.252
Haziran	2022	-0.004	-0.197	0.189	-0.258	0.250
Temmuz	2022	-0.008	-0.202	0.185	-0.262	0.245
Ağustos	2022	-0.002	-0.195	0.191	-0.256	0.252
Eylül	2022	0.004	-0.189	0.197	-0.250	0.257
Ekim	2022	0.001	-0.192	0.194	-0.253	0.255
Kasım	2022	0.015	-0.178	0.208	-0.239	0.269
Aralık	2022	0.032	-0.161	0.225	-0.222	0.286
Ocak	2023	0.014	-0.179	0.207	-0.240	0.268
Şubat	2023	0.005	-0.190	0.199	-0.251	0.260
Mart	2023	-0.001	-0.195	0.194	-0.256	0.255

Tablo 34. (Devam)

Nisan	2023	-0.010	-0.204	0.185	-0.265	0.246
Mayıs	2023	-0.008	-0.202	0.187	-0.263	0.248
Haziran	2023	-0.008	-0.202	0.186	-0.263	0.247
Temmuz	2023	-0.010	-0.204	0.184	-0.265	0.245
Ağustos	2023	-0.003	-0.197	0.191	-0.258	0.252
Eylül	2023	0.003	-0.191	0.197	-0.252	0.258
Ekim	2023	0.002	-0.192	0.196	-0.253	0.257
Kasım	2023	0.012	-0.182	0.207	-0.243	0.268
Aralık	2023	0.019	-0.175	0.213	-0.236	0.274
Ocak	2024	0.009	-0.185	0.204	-0.246	0.265

Tablo 34.'te Arima-Fourier (K=1) modeline göre 24 aylık mevsimsel bileşenden arındırılmış BIST100 oransal değişimlerine ait öngörü sonuçları gösterilmektedir

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma, Borsa İstanbul'daki hisse senedi endekleri olan BIST teknoloji endeksi, BIST hizmet endeksi, BIST sınai endeksi, BIST mali endeksi, BIST bankalar endeksi, BIST30 endeksi ve BIST100 endeksinin aylık ortalama kapanış değerlerini ele almaktadır. Bu yedi farklı endeksin gelecekteki seyrini görmek adına, bu endekslerin gelecekte alacağı yaklaşık değerleri tahmin etmek için Fourier serileri ile modifiye edilmiş, ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli ve diğer üç model olan BATS modeli, ETS modeli ve MLP modeli gibi ekonometrik öngörü modelleri uygulandı. Bu amaçla yukarıda bahsi geçen yedi endeksin 2000-2022 yılları arası olan aylık ortalama kapanış verilerine uygulanmıştır. Bu modellerin öngörü sonuçlarının doğruluklarını kıyaslayıp en doğru sonuca ulaşmak adına ortalama mutlak hata (MAE), ortalama mutlak yüzde hata (MAPE), ortalama kare hata (MSE) ve kök ortalama kare hata (RMSE) gibi performans ölçütleri baz alınarak en doğru tahmin elde edilmeye çalışılmıştır.

Bu tez çalışmasının esas amacı Fourier tabanlı yani Fourier ile modifiye edilmiş modeller ile diğer modelleri ekonometrik zaman serileri verilerine uygulayıp bu uygulama sonuçlarının kıyaslamasını yapıp en iyi tahmini ortaya koymaktır. Bu bağlamda yukarıda verilen yedi tane endekse ve yine yukarıda belirtilen altı tane model uygulandı ve tahmin sonuçları çeşitli performans ölçüt kriterlerine göre değerlendirildi. Bu değerlendirmeler sonucu en iyi tahmin sonuçları Fourier tabanlı ARIMA-Fourier modeller olduğu ortaya konulmuştur.

Karmaşık mevsimsel kalıplara sahip zaman serilerini tahmin etmek için yenilikçi yaklaşımlara dayalı ve geleneksel modellerin dezavantajlarını ve hantallıklarını gideren hibrit modeller geliştirildi. Geliştirilen bu yeni yaklaşımlar, geleneksel muadillerine alternatifler sunarak çeşitli avantajlar ve ek seçenekler sunar. Önerilen trigonometrik (Fourier serisi tabanlı) çerçevenin önemli bir özelliği, tek mevsimsellik, çoklu mevsimsellik, yüksek dönemli mevsimsellik, tamsayı olmayan mevsimsellik ve çift takvim etkileri ile hem doğrusal hem de doğrusal olmayan zaman serilerini modelleme yeteneğidir. Çünkü Çoğu borsa zaman serisi temelde doğrusal değildir. Bu nedenle,

Borsa İstanbul'daki hisse senetlerini tahmin etmek için doğrusal olmayan modellerin kullanılması, klasik modellerden daha iyi bir tahmin doğruluğu verir.

Zaman serisi analizi ve tahmini, çeşitli pratik alanlarda yaygın kullanımı nedeniyle hayati öneme sahiptir. Zaman serisi verileri, bir değişkenin eşit zaman aralıklarında aldığı sıralı bir diziye veya bir dizi veri noktasına atıfta bulunur. Hisse senedi piyasası, fiyatları zamana göre büyük ölçüde dalgalanan çeşitli bileşenler veya hisse senetlerinden oluşan en karmaşık finansal sistemlerden biri olarak kabul edilir. Hisse senedi piyasası getirilerini tahmin etme kavramı, yatırımcıların borsa trendini anlamalarına ve karar vermelerine, piyasa ile ilişkili yatırım risklerini en aza indirmelerine ve getirilerini iyileştirmelerine yardımcı olduğu finansta çok önemli hale gelmiştir (Lin vd. 2009). Hisse senedi piyasası, fiyatları zamana göre büyük ölçüde dalgalanan çeşitli bileşenler veya hisse senetlerinden oluşan en karmaşık finansal sistemlerden biri olarak kabul edilir. Hisse senedi piyasası tahmini, zamana göre piyasa eğilimlerini ortaya çıkarmayı içerir. Tüm borsa yatırımcıları, yatırımlarının getirisini maksimize etmeyi ve ilişkili riskleri minimize etmeyi amaçlar. Hisse senedi piyasaları son derece hassas ve hızlı değişimlere karşı duyarlı olduğundan, hisse senedi trend tahmininin temel amacı, yüksek kâr getiren hisse senetlerini öngörmek için yeni yenilikçi yaklaşımlar geliştirmektir (Karan, 2020).

Bu tez çalışması hem kullandığı yöntem sayısı ve kıyaslamalar açısından hem de ekonometrik alanda Fourier serilerini kullanarak modifiye edilmiş modeller kullanmada alanında bir ilk olmaktadır. Çünkü inceledğimiz diğer çalışmaların hiçbiri bu kadar kapsamlı bir inceleme ve kıyaslama yapmamıştır. Yani hem kıyaslanan yöntemlerinin sayısı açısından hem de tahminleri kıyaslamak için kullanılan performans ölçütleri sayısı açısından çok geniş bir çalışma ortaya çıkmıştır. Yurtiçi çalışmalara ekonometrik açıdan bakıldığında sadece birkaç tez de Fourier serileri incelenmiştir. Bunlardan biri Fourier serilerini ele alarak Borsa İstanbul'un hisse senedi verileri üzerine Spektral analiz yapmış (Varlık, 2017), diğer bir tezde ise Fourier serilerinin frekans alanı ve dalgacık modelini ele alarak incelemiştir (Gürsakal, 2009), (Bağcı, 2021) çalışmasında ARIMA-Fourier modeli ile Dalgacık modelini kıyaslamıştır. Geri kalan diğer çeşit çalışmalarda da ise Fourier serileri ile yapılan çalışmaların çoğunun piyasa etkinliğini belirlemek olduğu ve bunun için çeşitli testler uygulanması ile ilgilidir. Yani tahmin veya öngörü ilgili pek çalışmaya rastlanılmamıştır kullanmışlardır. Bu sonuçlardan

dolayı çalışmamız Borsa İstanbul'un hisse senetleri endeksleri üzerine uygulanan en kapsamlı ve en çok kıyaslamada bulunan bir çalışma olmuştur. Yurtdışı çalışmaları da incelediğimizde Fourier tabanlı modifiye edilmiş çalışmalar ve bunların kıyaslamaları (Hyndman vd., 2011) den itibaren yaygınlaşmıştır. Son dönemlere kadar klasik modeller ağırlıklı olarak kullanılıyordu ama verilen artması, bu verilerin daha da karmaşık bir hal alması, birden çok mevsimsellik, doğrusal olmama gibi şartlar ve teknolojinin gelişmesi yeni modeller ve bunların modifiye edilmiş hibritlerine gereksinim duyulmasına sebep oldu. Çünkü çağımızda en doğru tahminlere eskisine göre daha çok ihtiyaç vardır. Bundan dolayı, son yirmi yılda, tahmin modellerinin doğruluğunu artırmak için birçok disiplinde tahmin yöntemlerini birleştiren bir hibrit modelleme kullanılmıştır (Hajirahimi ve Khashei, 2019).

Yurtdışı yapılan çalışmaları incelediğimizde Fourier tabanlı diğer modeller daha çok iklimsel verilere, enerji tüketim verilerine, ekonometrik zaman serilerine ve bilhassa sağlık verilerine, çok uygulanmaktadır. Çünkü bu veriler de periyodiklik daha çok rastlanmaktadır ve periyodiklik de Fourier serilerinin temelini oluşturmaktadır. Ülkemizde de Fourier serileri daha çok birim kök testlerinde kullanılmıştır. Fourier tabanlı hibrit modeller oluşturarak kullanımı ekonometrik zaman serileri açısından baktığımızda bizim çalışmamızın kapsamı kadar geniş bir kıyaslanma yapılmamış ve yapılan kıyaslamalar en çok üç ya da dört modelin kıyaslanmasıdır. Ama diğer alanlara yani iklimsel veriler, enerji verileri ve sağlık verilerini ele alarak yapılan çalışmaların kapsamı ve kıyaslamaları çok geniştir.

Sonuç olarak, Borsa İstanbul'daki hisse senedi endekleri olan BIST teknoloji, BIST hizmet endeksi, BIST sınai endeksi, BIST mali endeksi, BIST bankalar endeksi, BIST30 endeksi ve BIST100 endeklerinin aylık ortalama kapanış değerlerine yedi farklı endeksin gelecekteki seyrini görmek adına ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modeli gibi ekonometrik öngörü modelleri uyguladık ve bu modellerin tahmin sonuçlarının doğruluklarını ise MAE, MAPE, MSE ve RMSE gibi performans ölçütleri ile değerlendirip en doğru tahmin sonuçlarını ortaya koyduğumuz sonuçlara bakalım.

BIST100 endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerrnin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0057), RMSE (0.0756) ve MAE (0.0627) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model BATS modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST 100 Endeks kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılmıştır.

BIST bankalar endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerrnin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0127) ve RMSE (0.1128) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=2) tekniğinde gerçekleşmiştir. Diğer bulgular incelendiğinde, MAE için (0.0943) en düşük hatayı veren ETS iken, MAPE için (3.3523) en düşük hatayı veren model TBATS modeli olduğu görülmektedir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=2) modeli diğer modellere göre BIST bankaların kapanış değerlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılmıştır.

BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerrnin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0051), RMSE (0.0713) ve MAE (0.0614) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=2) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model MLP modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=2) modeli diğer modellere göre BIST hizmet endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=2) modeli kullanılmıştır.

BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerinin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0077), RMSE (0.0876) ve MAE (0.0757) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model TBATS modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST mali endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılmıştır.

BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerinin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0060), RMSE (0.0773) ve MAE (0.0580) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçüsü için en düşük değerlere sahip model ETS modelidir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST sınai endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılmıştır.

BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli, Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerinin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.0077), RMSE (0.0874), MAE (0.0708) ve MAPE (27.6808) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BIST teknoloji endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılacaktır.

BIST30 endeksi kapanış değerlerinin oransal değişimlerine uygulanan ARIMA-Fourier (K=1) modeli, ARIMA-Fourier (K=2) modeli, ARIMA-Fourier (K=3) modeli,

Fourier tabanlı TBATS modeli, BATS modeli, ETS modeli ve MLP modellerin tahminlerinin performans ölçütleri incelendiğinde MSE (0.006), RMSE (0.080) ve MAE (0.065) performans ölçütleri için en düşük değerler Arima-Fourier (K=1) tekniğinde gerçekleşmiştir. Ayrıca MAPE performans ölçütü için en düşük değer Arima-Fourier (K=2) tekniğinde bulunmuştur. Bu bulgu ışığında, Arima-Fourier (K=1) modeli diğer modellere göre BİST30 oransal değişimlerini tahmin etmede daha başarılıdır. Gelecek 24 aylık öngörü için Arima-Fourier (K=1) modeli kullanılmıştır.

Fourier serileri ile modifiye edilmiş ARIMA-Fourier modelini diğer modellerle kıyaslamalarımız sonucu kullandığımız yedi tane endeksde de en iyi tahmin sonucunu verdi. Bu da bize kullandığımız ekonometrik zaman serilerinin periyodiklik (döngüler) içerdiği ve bu döngölülerle yatırımcıların hangi dönemde hangi hisse senetlerine yöneleceklerine ve gelecek adına nasıl bir yol izleyeceğini hakkında fikir sahibi olmalarını sağlayacaktır.

Fourier serileri ile modifiye edilmiş yeni modellerle, ülkemizdeki ekonominin mihenk taşlarından biri olan Borsa İstanbul'daki hareketleri geniş bir açıdan incelenebilecek ve çağımızın yeni ekonomik dinamikleri en iyi biçimde sentezlenebilecektir. Bunun etkin bir biçimde başarılabilmesi için hem eğitimin hem de bilginin altyapısını en temel noktadan sağlam bir temel üzerine oturtulmalı ve bu analiz teknikleri ülkemizin ekonomik, sosyal, kültürel ve siyasi yapısına göre uyarlanmalıdır.

Çalışmanın ilerleyen zamanlarda daha da geliştirilmesi amacıyla; verilerdeki karmaşıklığın artması ve daha doğru tahminlere olan ihtiyacın artmasından ötürü geleneksel modellerden kaçınılıp daha kapsamlı ve modifiye edilmiş yöntemlere yönelinebilir. Bu çalışmada kullanılan altı yöntemim kıyasından yola çıkılarak başka yöntemlerin de kıyaslanması araştırılabilir. Farklı yöntemler kullanılarak farklı hibrit modeller oluşturulup karşılaştırılabilir. Ayrıca R programı üzerine daha fazla gidilmeli ve R programının geniş veri havuzundan daha çok faydalanıp ekonometrik veriler üzerine daha fazla uygulamalar yapılmalıdır. Kullanılan Fourier serileri ve diğer yöntemlerin ekonometrik uygulamaları arttırılabilir. Fourier serileri ile modifiye edilebilen modeller geliştirilebilir. Teknolojinin gelişmesiyle gerçek zamanlı verilere ulaşmanın daha kolay olduğu bu dönemde daha doğru tahminlere de ulaşmak mümkün hale gelmiştir.

KAYNAKÇA

- Abotaleb, M., Makarovskikh, T., Yonar, A., Badr, A., Mishra, P., Williams, A. J., & Yonar, H. (2022). "State of the art in Wind Speed in England Using BATS, TBATS, Holt's Linear and ARIMA Model: Wind speed in England Using BATS, TBATS, Holt's Linear and ARIMA Model", *MAUSAM*, 73(1), 129-138. <https://doi.org/10.54302/mausam.v73i1.598>
- Abotaleb, S. T., Badr, A., & Balloo, R. (2021). "Estimation of Fish Production in India Using ARIMA, Holt's Linear, BATS and TBATS Models", *Indian Journal of Ecology*, 48(5), 1254-1261.
- Adjasi, C. K., & Biekpe, N. B. (2006). "Stock Market Development and Economic Growth: The case of Selected African Countries", *African Development Review*, 18(1), 144-161. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8268.2006.00136.x>
- Akaike, H. (1974). "A New Look at the Statistical Model Identification", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716-723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
- Aktaş, M., & Akdağ, S. (2013). "Türkiye'de Ekonomik Faktörlerin Hisse Senedi Fiyatları İle İlişkilerinin Araştırılması", *International Journal of Social Science Research*, 2(1), 50-67, <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijssresearch/issue/32875/365284>
- Al Khatib, A. M. G., Yonar, H., Abotaleb, M., Mishra, P., Yonar, A., Karakaya, K., ... & Dhaka, V. (2021) "Modeling and Forecasting of egg Production in India Using Time Series Models", DOI: 10.15312/EurasianJVetSci.2021.352
- Albuquerque, A. C. M., Melo, J. D., & Dória Neto, A. D. (2005). "Evolutionary Computation and Parallel Processing Applied to the Design of Multilayer Perceptrons", In *Evolvable Machines* (pp. 181-203). Springer, Berlin, Heidelberg, https://doi.org/10.1007/3-540-32364-3_8
- Altın, A. (2011). *Fourier Analizi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Andellini, M., Bassanelli, E., Faggiano, F., Esposito, M. T., Marino, S., & Ritrovato, M. (2021). "Forecasting Hospital Performances Using a Hybrid ETS-ARIMA

- Algorithm." In 2021 IEEE International Workshop on Metrology for Industry 4.0 & IoT (MetroInd4.0&IoT) (pp. 42-47). IEEE, <https://doi.org/10.1109/MetroInd4.0IoT51437.2021.9488500>
- Anderson, D. R., & Burnham, K. P. (2002). "Avoiding Pitfalls When Using Information-Theoretic Methods", *The Journal of Wildlife Management*, 912-918, <https://doi.org/10.2307/3803155>
- Aniefiok, I. I and Murphy, D. (2017). "Mixed Seasonal and Subset Fourier Model With Seasonal Harmonics", *Science Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 5(1), 1-9, <https://doi.org/10.11648/j.sjams.20170501.11>
- Applegate, R. A., Ballentine, C., Gross, H., Sarver, E. J., & Sarver, C. A. (2003). "Visual Acuity as a Function of Zernike Mode and Level of Root Mean Square Error", *Optometry and Vision Science*, 80(2), 97-105, <https://doi.org/10.1097/00006324-200302000-00005>
- Armstrong, J. S., & Collopy, F. (1992). "Error Measures for Generalizing About Forecasting Methods: Empirical Comparisons", *International Journal of Forecasting*, 8(1), 69-80, [https://doi.org/10.1016/0169-2070\(92\)90008-W](https://doi.org/10.1016/0169-2070(92)90008-W)
- Asante-Darko, D., Adabor, E., & Amponsah, S. K. (2016). "A Fourier Series Model for Forecasting Solid Waste Generation in the Kumasi Metropolis of Ghana", *WIT Transactions on Ecology and the Environment*, 202, 173-185, <https://doi.org/10.2495/WM160161>
- Atan, S. D., & Özdemir, Z. A. (2009). "Hisse Senedi Piyasasında Zayıf Formda Etkinlik: İmkb Üzerine Ampirik Bir Çalışma", *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 24(2), 33-48.
- Athanasopoulos, G., & Hyndman, R. J. (2008). "Modelling and Forecasting Australian Domestic Tourism", *Tourism Management*, 29(1), 19-31, <https://doi.org/10.1016/j.tourman.2007.04.009>
- Atlas, M. (2000). *İstatistik-II*. Eskişehir: Birlik Ofset Yayıncılık.
- Ay, M., & Kisi, O. (2012). "Modeling of Dissolved Oxygen Concentration Using Different Neural Network Techniques in Foundation Creek, El Paso County,

- Colorado”, *J. Environ. Eng.-ASCE*, 138, 654-662, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EE.1943-7870.0000511](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EE.1943-7870.0000511)
- Badr, A., Makarovskikh, T., Mishra, P., Abotaleb, M., Al Khatib, A. M. G., Karakaya, K., ... & Attal, E. (2021). “Modelling and Forecasting of web Traffic Using Holt's Linear, bats and TBATS Models”, *J. Math. Comput. Sci.*, 11(4), 3887-3915.
- Bağcı, B. (2020). “Hareketli Ortalamalar ve Üssel Düzeltme Yöntemlerinin Tahmin Gücünün Artırılması: Türkiye’de Döviz Kuru Tahmini” *Turkuaz Uluslararası Sosyo-Ekonomik Stratejik Araştırmalar Dergisi*, 2(2), 4-6.
- Bağcı, B. (2021). “Arıma ve Gri Tahmin Modellerinde Fourier Serisi Modifikasyonu: Türkiye Enflasyonu Uygulaması”, *Ömer Halisdemir Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 14(2), 559-577, <https://doi.org/10.25287/ohuiibf.741258>
- Baranoff, E. G., Sager, T. W., & Shively, T. S. (2000). “A Semiparametric Stochastic Spline Model as a Managerial Tool for Potential Insolvency”, *Journal of Risk and Insurance*, 369-396, <https://doi.org/10.2307/253834>
- Becker, R., Enders, W., & Lee, J. (2006). “A Stationarity test in the Presence of an Unknown Number of Smooth Breaks”, *Journal of Time Series Analysis*, 27(3), 381-409, <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2006.00478.x>
- Bektur, Ç., & Aydın, M. (2019). “Borsa İstanbul ve Alt Endekslerinde Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Analizi: Fourier Yaklaşımı”, *Akademik İncelemeler Dergisi*, 14(2), 59-76, <https://doi.org/10.17550/akademikincelemeler.556185>
- Belen, M., & Karamelikli, H. (2016). “Türkiye’de Hisse Senedi Getirileri ile Döviz Kuru Arasındaki İlişkinin İncelenmesi: ARDL Yaklaşımı”, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 45(1), 34-42.
- Biçen, C. (2006). *Box-Jenkins Zaman Serisi Analiz Yöntemi İle İleri Beslemeli Yapay Sinir Ağları Tahminlerinin Karşılaştırılması*. (Yüksek Lisans Tezi). Ankara: Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü.

- Billah, B., King, M. L., Snyder, R. D., & Koehler, A. B. (2006). "Exponential smoothing model selection for forecasting", *International journal of forecasting*, 22(2), 239-247, <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2005.08.002>
- Bingham, C., Godfrey, M., & Tukey, J. W. (1967). "Modern Techniques of Power Spectrum Estimation", *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15(2), 56-66, <https://doi.org/10.1109/TAU.1967.1161895>
- Bishop, C. M. (1995). *Neural Networks for Pattern Recognition*. UK: Oxford university press, <https://doi.org/10.1201/9781420050646.ptb6>
- Boudrioua, M. S., & Boudrioua, A. (2020). "Modeling and Forecasting the Algerian Stock Exchange Using the Box-Jenkins Methodology", *Journal of Economics, Finance and Accounting Studies*, 2(1), 1-15.
- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis Forecasting and Control*. San Francisco: Holden-Day
- Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2008). *Forecasting. Time Series Analysis*, John Wiley & Sons, 137-191, <https://doi.org/10.1002/9781118619193.ch5>
- Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Canada: Wiley Publihhed.
- Brooks, C. (2008). *RATS Handbook to Accompany Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge Books, <https://doi.org/10.1017/CBO9780511814082>
- Brown, R. G. (1959). *Statistical forecasting for inventory control*. New York7 McGraw Hill
- Cavanaugh, J. E. (1997). "Unifying the Derivations for the Akaike and Corrected Akaike Information Criteria", *Statistics & Probability Letters*, 33(2), 201-208, [https://doi.org/10.1016/S0167-7152\(96\)00128-9](https://doi.org/10.1016/S0167-7152(96)00128-9).
- Chatfield, C. (2000). *Time Series Forecasting University of Bath*. Chapman and Hall text in statistical Science, London, <https://doi.org/10.1201/9781420036206>
- Cheung, Y. W., & Lai, K. S. (1995). "Lag order and Critical Values of the Augmented Dickey-Fuller Test", *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 277-280, <https://doi.org/10.1080/07350015.1995.10524601>

- Cleveland, R. B., Cleveland, W. S., McRae, J. E., & Terpenning, I. (1990). "STL: A seasonal-trend decomposition", *J. Off. Stat*, 6(1), 3-73.
- Congalton, R. G. (1991). "A Review of Assessing the Accuracy of Classifications of Remotely Sensed Data", *Remote Sensing of Environment*, 37(1), 35-46, [https://doi.org/10.1016/0034-4257\(91\)90048-B](https://doi.org/10.1016/0034-4257(91)90048-B)
- Cooley, J. W. & Tukey, J. W. (1972). "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series", *Math. Compute*, 19(2), 297-301, *Reprinted in Digital Signal Processing*, ed. L. R. Rabiner & C. M. Rader, pp. 223-227, New York: IEEE Press, Apr. 19, <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1965-0178586-1>
- Çelik, Ş. (2013). "Zaman Serileri Analizi ve Trafik Kazası Verilerine Uygulanması", *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 3(4), 43-51.
- Çetin, A. C. (2020). "Koronavirüs (Covid-19) Salgınının Türkiye'de Genel Ekonomik Faaliyetlere ve Hisse Senedi Borsa Endeksine Etkisi", *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Uygulamalı Bilimler Dergisi*, 4(2), 341-362, <https://doi.org/10.31200/makuubd.766901>
- Danbatta, S. J., & Varol, A. (2022). "ANN-Polynomial-Fourier series Modeling and Monte Carlo Forecasting of Tourism Data", *Journal of Forecasting*, <https://doi.org/10.1002/for.2845>
- De Livera, A. & Hyndman, R. (2009). "Forecasting Time Series With Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing", *Department of Econometrics & Business Statistics, Monash University. Working paper 15/09*,
- De Livera, A. M., Hyndman, R. J., & Snyder, R. D. (2011). "Forecasting Time Series With Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing", *Journal of the American Statistical Association*, 106(496), 1513-1527, <https://doi.org/10.1198/jasa.2011.tm09771>
- De Myttenaere, A., Golden, B., Le Grand, B., & Rossi, F. (2016). "Mean Absolute Percentage Error for Regression Models", *Neurocomputing*, 192, 38-48, <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.12.114>

- Deb, M., & Chakrabarty, T. K. (2017). "A Wavelet Based Hybrid SARIMA-ETS Model to Forecast Electricity Consumption", *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*, 10(2), 408-431.
- Desai, M., & Shah, M. (2021). "An Anatomization on Breast Cancer Detection and Diagnosis Employing Multi-Layer Perceptron Neural Network (MLP) and Convolutional Neural Network (CNN)", *Clinical eHealth*, 4, 1-11, <https://doi.org/10.1016/j.ceh.2020.11.002>
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a), 427-431, <https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10482531>
- Diebold, F. X. (1998). *Elements of Forecasting*. Cincinnati, OH, USA: South-Western College Pub.
- Doğan, F., & Türkoğlu, İ. (2019). "Derin Öğrenme Modelleri ve Uygulama Alanlarına İlişkin Bir Derleme", *Dicle Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Dergisi*, 10(2), 409-445, <https://doi.org/10.24012/dumf.411130>
- Doğru, B., & Uysal, M. (2015). "Bir Yatırım Aracı Olarak Altın İle Hisse Senedi Endeksi Arasındaki İlişkinin Analizi: Türkiye Üzerine Ampirik Uygulama", *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 24(1), 239-254.
- Du, K. L., & Swamy, M. N. S. (2014). "Multilayer Perceptrons: Architecture and Error Backpropagation", *In Neural Networks and Statistical Learning* (pp. 83-126). Springer, London, https://doi.org/10.1007/978-1-4471-5571-3_4
- Enders, W., & Lee, J. (2012). "A Unit Root Test Using a Fourier Series to Approximate Smooth Breaks", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(4), 574-599, <https://doi.org/10.1111/j.1468-0084.2011.00662.x>
- Enders, W., & Lee, J. (2012). "The Flexible Fourier form and Dickey-Fuller Type unit Root Tests", *Economics Letters*, 117(1), 196-199, <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2012.04.081>

- Enders, W., & Lee, J. (2012). "The Flexible Fourier Form and Dickey-Fuller Type Unit Root Tests", *Economics Letters*, 117(1), 196-199, <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2012.04.081>
- Eyüboğlu, K., & Eyüboğlu, S. (2020). "Borsa İstanbul Sektör Endekslerinin Etkinliğinin Fourier Birim Kök Testleri ile Analizi", *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, (29), 23-44, <https://doi.org/10.18092/ulikidince.648896>
- Eze, C. M., Asogwa, O. C., Onwuamaeze, C. U., Eze, N. M., & Okonkwo, C. I. (2020). "On the Fourier Residual Modification of ARIMA Models in Modeling Malaria Incidence Rates Among Pregnant Women", *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 9(1), 1-7, <https://doi.org/10.11648/j.ajtas.20200901.11>
- Findley, D. F., Monsell, B. C., Bell, W. R., Otto, M. C., & Chen, B.-C. (1998). "New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program." (with discussion), *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 127-176, <https://doi.org/10.2307/1392565>
- Flores, J. H. F., Engel, P. M., & Pinto, R. C. (2012). "Autocorrelation and Partial Autocorrelation Functions to Improve Neural Networks Models on Univariate Time Series Forecasting", In The 2012 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN) (pp. 1-8). IEEE, <https://doi.org/10.1109/IJCNN.2012.6252470>
- Gallant, A. R. (1981). "On the Bias in Flexible Functional Forms and an Essentially Unbiased Form: The Fourier Flexible Form." *J. Econometrics* 15211-45, [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(81\)90115-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(81)90115-9)
- Gardner, E. S. (1985). "Exponential Smoothing: The State of the art", *Journal of Forecasting*, 4(1), 1-28, <https://doi.org/10.1002/for.3980040103>
- Gardner, Jr, E. S. & McKenzie, E. (1985). "Forecasting Trends in Time Series", *Management Science* 31(10), 1237-1246, <https://doi.org/10.1287/mnsc.31.10.1237>
- Gardner, M. W., & Dorling, S. R. (1998). "Artificial Neural Networks (the Multilayer Perceptron)-a Review of Applications in the Atmospheric Sciences",

Atmospheric Environment, 32(14-15), 2627-2636,
[https://doi.org/10.1016/S1352-2310\(97\)00447-0](https://doi.org/10.1016/S1352-2310(97)00447-0)

- Ghita Benboubker, D., Kissani, I., & Mourhir, A. (2019). "Comparative Analysis in Sales Forecasting: Classical Methods and Neural Networks", *In Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, Toronto, Canada.
- Gómez, V., & Maravall Herrero, A. (1998). *Seasonal Adjustment and Signal Extraction in Economic Time Series*. Banco de España. Servicio de Estudios.
- Good, I. J. (1960). "The Interaction Algorithm and Practical Fourier Analysis," *J. R. Statist. Soc. B*, 20(2), 361-372, 1958, *Addendum in J. R. Statist. Soc. B*, vol. 22, no. 2, pp. 372-375, 1960, <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1960.tb00384.x>
- Granger, C.W.J. and Newbold, P. (1986). *Forecasting Economic Time Series*. Second Edition, San Diego, CA., U.S.A.: Academic Press.
- Grotton, J. A., & Veilleux, S. L. (2015). *Predicting the Price of a Stock* (Doctoral Dissertation). Worcester Polytechnic Institute United States.
- Gujarati, D. N. & Porter, D. C. (2012). *Temel Ekonometri* (Çev. Ümit Senesen ve Gülay Günlük Senesen). (Yedinci Basım), İstanbul: Literatür Yayınları.
- Gürsakal, N. (2018). *Çıkarımsal İstatistik*. (7. Baskı), Ankara: Seçkin Yayınları
- Gürsakal, S. (2009). *Finansal Zaman Serileri Analizine Frekans Boyutu Yaklaşımı: Dalgacıklar Yöntemi ve İMKB'de Bir Uygulama*. (Doctoral Dissertation), Bursa: Bursa Uludag University Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Hajirahimi, Z., & Khashei, M. (2019). "Hybrid Structures in Time Series Modeling and Forecasting: A Review", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 86, 83-106, <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2019.08.018>.
- Hamilton, D. James. (1994). *Time Series Analysis*. United States of America: Princeton University Press.
- Han, A. (2021). "Hisse Senedi Fiyatlarının Ortalamaya Dönüşü: Kesirli Frekanslı Fourier ADF Birim Kök Testi", *Düzce İktisat Dergisi*, 2(1), 49-62.

- Hannan, E. J., Terrell, R. D., & Tuckwell, N. E. (1970). "The Seasonal Adjustment of Economic Time Series", *International Economic Review*, 11(1), 24-52, <https://doi.org/10.2307/2525336>
- Harvey, A. C. (1990). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge: Cambridge Press, <https://doi.org/10.1017/CBO9781107049994>
- Harvey, A. C. (1990). *The Econometric Analysis of Time Series*. Mit Press.
- Hassani, H., Silva, E. S., Gupta, R., & Segnon, M. K. (2015). "Forecasting the Price of Gold", *Applied Economics*, 47(39), 4141-4152, <https://doi.org/10.1080/00036846.2015.1026580>
- Hesami, M., Naderi, R., & Tohidfar, M. (2019). "Modeling and Optimizing in Vitro Sterilization of Chrysanthemum Via Multilayer Perceptron-Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II (MLP-NSGAI)", *Frontiers in Plant Science*, 10, 282, <https://doi.org/10.3389/fpls.2019.00282>
- Holt, C. C. (1957). Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages, ONR Memorandum No. 52, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, USA (published in *International Journal of Forecasting* 2004, 20, 5-13). <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.09.017>
- Hou, S., Gong, Z., Nie, Q., Xiao, Q., & Tan, Y. (2018). "A Hybrid Predictive Model for High-frequency and Multi-periodic Data in Call Center of Online Travel Agency", In *2018 IEEE International Conference on Big Data (Big Data)* (pp. 3128-3134). IEEE, <https://doi.org/10.1109/BigData.2018.8621977>
- Hsieh, W. W., & Tang, B. (1998). "Applying Neural Network Models to Prediction and Data Analysis in Meteorology and Oceanography", *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(9), 1855-1870, [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(1998\)079<1855:ANNMTP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(1998)079<1855:ANNMTP>2.0.CO;2)
- Hyndman, R. (2014). Better acf and pacf plots, but no optimal linear prediction. *Electronic Journal of Statistics [E]*, 8(2), 2296-2300.
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: Principles and Practice*. Otexts Published.

- Hyndman, R. J., & Khandakar, Y. (2008). "Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R", *Journal of Statistical Software*, 27, 1-22, <https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03>
- Hyndman, R. J., Koehler, A. B., Snyder, R. D., & Grose, S. (2002). "A State Space Framework for Automatic Forecasting Using Exponential Smoothing Methods", *International Journal of Forecasting*, 18(3), 439-454, [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(01\)00110-8](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(01)00110-8)
- Iwok, I. A. (2016). "Seasonal Modelling of Fourier Series with Linear Trend", *International Journal of Statistics and Probability*, 5(6), <https://doi.org/10.5539/ijsp.v5n6p65>
- Iwok, I. A., & Udoh, G. M. (2016). "A Comparative Study Between the ARIMA-Fourier Model and the Wavelet Model", *American Journal of Scientific and Industrial Research*, 7(6), 137-144.
- Kalteh, A. M., & Berndtsson, R. (2007). "Interpolating Monthly Precipitation by Self-Organizing map (SOM) and Multilayer Perceptron (MLP)", *Hydrological Sciences Journal*, 52(2), 305-317, <https://doi.org/10.1623/hysj.52.2.305>
- Kara, T. (2009). *Sabit GPS İstasyonlarında Zaman Serileri Analizi*. (Yüksek Lisans Tezi). Konya: Selçuk Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Karan, M. B. (2020). *Yatırım Analizi ve Portföy Yöntemi* Ankara: Gazi Kitabevi.
- Kayakuş, M., & Terzioğlu, M. (2021). "Yapay Sinir Ağları ve Çoklu Doğrusal Regresyon Kullanarak Emeklilik Fonu Net Varlık Değerlerinin Tahmin Edilmesi", *Bilişim Teknolojileri Dergisi*, 14(1), 95-103, <https://doi.org/10.17671/gazibtd.742995>
- Kelley, K., & Lai, K. (2011). "Accuracy in Parameter Estimation for the Root Mean Square Error of Approximation: Sample Size Planning for Narrow Confidence Intervals", *Multivariate Behavioral Research*, 46(1), 1-32, <https://doi.org/10.1080/00273171.2011.543027>
- Khandelwal, I., Adhikari, R., & Verma, G. (2015). "Time Series Forecasting Using Hybrid ARIMA and ANN Models Based on DWT Decomposition", *Procedia Computer Science*, 48, 173-179, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.04.167>

- Kim, M., & Kim, J. (2018). "Forecasts of Electricity Consumption in an Industry Building", *The Korean Journal of Applied Statistics*, 31(2), 189-204, <https://doi.org/10.5351/KJAS.2015.28.2.189>
- Kirchgassner, G. ve Wolters, J. (2007). *Introduction to Modern Time series Analysis*. Springer Berlin Heidelberg New York SBN 978-3-540- 73290- 7, <https://doi.org/10.1007/978-3-540-73291-4>
- Konarasinghe, W. G. S., Abeynayake, N. R., & Gunaratne, L. H. P. (2015). "ARIMA Models on Forecasting Sri Lankan Share Market Returns", *International Journal of Novel Research in Physics Chemistry and Mathematics*, 2(1), 6-12.
- Korkmaz, Ö., Erer, D., & Erer, E. (2016). "Alternatif Yatırım Araçlarında Ortaya Çıkan Balonlar Türkiye Hisse Senedi Piyasasını Etkiliyor mu? BİST 100 Üzerine Bir Uygulama", *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar Dergisi*, 10(2), 29-61.
- Kourentzes, N. (2019). nnfor: Time Series Forecasting with Neural Networks. R Package Version 0.9.6, <https://CRAN.R-project.org/package=nnfor>.
- Koyuncu, F. T. (2017). "Konjonktür Teorileri Perspektifinden Arz ve Talep Şoklarının İktisadi Dalgalanmalar Üzerindeki Etkisi: Türkiye Örneği", *International Journal of Social and Economic Sciences*, 7(1), 70-77.
- Kumaşoğlu, G., & Bolat, B. (2011). "Yapay Sinir Ağlarıyla Müzikal Tür Tanıma", *Elektrik-Elektronik Bilgisayar Sempozyumu (FEEB), Elazığ, Turkey*, 5(7), 61-64.
- Leneenadogo, W., & Pius, U. S. (2020). "A Comparative Study of Fourier Series Models and Seasonal-Autoregressive Integrated Moving Average Model of Rainfall Data in Port Harcourt", *Asian Journal of Probability and Statistics*, 10(3): 36-46, <https://doi.org/10.9734/ajpas/2020/v10i330249>
- Lima, M. V. M. D., & Laporta, G. Z. (2020). "Evaluation of the Models for Forecasting Dengue in Brazil from 2000 to 2017: An Ecological Time-Series Study", *Insects*, 11(11), 794, <https://doi.org/10.3390/insects11110794>
- Lin, J. C., Singh, A. K., & Yu, W. (2009). "Stock Splits, Trading Continuity, and the Cost of Equity Capital", *Journal of Financial Economics*, 93(3), 474-489, <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2008.09.008>

- Makridakis, S., Anderson, A., Carbone, R., Fildes, R., Hibon, M., Lewandowski, R., Newton, J., Parzen, E. & Winkler, R. (1982). "The Accuracy of Extrapolation (Time Series) Methods: Results of a Forecasting Competition", *International Journal of Forecasting* 1, 111-153.
<https://doi.org/10.1002/for.3980010202>
- Mallows, C. L. (1995). "More Comments on Cp", *Technometrics*, 37(4), 362-372,
<https://doi.org/10.1080/00401706.1995.10484370>
- McQuarrie, A. D., & Tsai, C. L. (1998). *Regression and Time Series Model Selection*. World Scientific, <https://doi.org/10.1142/3573>
- Meitz, M., & Saikkonen, P. (2013). "Maximum Likelihood Estimation of a Noninvertible ARMA Model With Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Multivariate Analysis*, 114, 227-255,
<https://doi.org/10.1016/j.jmva.2012.07.015>
- Mijinyawa, M., Mbaga, Y. V., Amdzaranda, M., & Akinrefon, A. A. (2019). "Pairs Determination for Sine and Cosine Function in Modeling Nigerian Gross Domestic Product", *Direct Research Journal of Social Science and Educational Studies*. 6 (6), 90-94.
- Mills, T. C. (1990). *Time Series Techniques for Economists*. Cambridge: Cambridge University Press
- Mishra, P., Yonar, A., Yonar, H., Kumari, B., Abotaleb, M., Das, S. S., & Patil, S. G. (2021). "State of the Art in Total Pulse Production in Major States of India Using ARIMA Techniques", *Current Research in Food Science*, 4, 800-806,
<https://doi.org/10.1016/j.crfs.2021.10.009>.
- Mnif, A. T. (2017). "Political Uncertainty and Behavior of Tunisian Stock Market Cycles: Structural Unobserved Components Time Series Models", *Research in International Business and Finance*, 39, 206-214.
<https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2016.07.029>.
- Montgomery, D. C. & Johnson, L. A. (1976). *Forecasting and Time Series Analysis*. New York: McGraw-Hill Companies.

- Nachane, D., & Clavel, J. G. (2008). "Forecasting Interest Rates: A Comparative Assessment of Some Second-Generation Nonlinear Models", *Journal of Applied Statistics*, 35(5), 493-514, <https://doi.org/10.1080/02664760701835243>.
- Naim, I., Mahara, T., & Idrisi, A. R. (2018). "Effective Short-Term Forecasting For Daily Time Series With Complex Seasonal Patterns", *Procedia Computer Science*, 132, 1832-1841, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.05.136>.
- Nevitt, J., & Hancock, G. R. (2000). "Improving the Root Mean Square Error of Approximation for Nonnormal Conditions in Structural Equation Modeling", *The Journal of Experimental Education*, 68(3), 251-268, <https://doi.org/10.1080/00220970009600095>
- Niamjoy, P., & Phumchusri, N. (2020). "Forecasting Inbound Tour Daily Demand With Multi Seasonality Pattern: A Case Study of a Tour Operator in Thailand", In *2020 IEEE 7th International Conference on Industrial Engineering and Applications (ICIEA)* (pp. 1044-1048). IEEE, <https://doi.org/10.1109/ICIEA49774.2020.9101918>
- Ollech D. (2021). *Seastests: Seasonality Tests*. R Package Version 0.15.4, <https://CRAN.R-project.org/package=seastests>.
- Öğücü, M. O. (2006). *Yapay Sinir Ağları İle Sistem Tanıma*. (Doctoral Dissertation), İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Özoğuz, K. (1986). "Zaman Serilerinde Trend Fonksiyon Tipinin Belirlenmesi ve Yorumu", *İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Mecmuası*, 42(1-4), 1-3.
- Paola, J. D., & Schowengerdt, R. A. (1995). "A Detailed Comparison of Backpropagation Neural Network and Maximum-Likelihood Classifiers for Urban Land use Classification", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 33(4), 981-996, <https://doi.org/10.1109/36.406684>
- Pegels, C. C. (1969). "Exponential Forecasting: Some New Variations", *Management Science*, 15(5), 311-315, January, 1969, <https://doi.org/10.1287/mnsc.15.5.311>.
- Perone, G. (2021). "Comparison of ARIMA, ETS, NNAR, TBATS and Hybrid Models to Forecast the Second Wave of COVID-19 Hospitalizations in Italy", *The*

European Journal of Health Economics, 1-24,
<https://doi.org/10.2139/ssrn.3716343>

Phumchusri, N., & Ungtrakul, P. (2020). "Hotel Daily Demand Forecasting for High-Frequency and Complex Seasonality Data: A Case Study in Thailand", *Journal of Revenue and Pricing Management*, 19(1), 8-25,
<https://doi.org/10.1057/s41272-019-00221-6>

Pradhan, B., & Lee, S. (2010). "Landslide Susceptibility Assessment and Factor Effect Analysis: Backpropagation Artificial Neural Networks and Their Comparison With Frequency Ratio and Bivariate Logistic Regression Modelling", *Environmental Modelling & Software*, 25(6), 747-759,
<https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2009.10.016>

Punyapornwithaya, V., Jampachaisri, K., Klaharn, K., & Sansamur, C. (2021). "Forecasting of Milk Production in Northern Thailand Using Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average, Error Trend Seasonality, and Hybrid Models", *Frontiers in Veterinary Science*, 8,
<https://doi.org/10.3389/fvets.2021.775114>

R Core Team (2021). "R: A Language and Environment for Statistical Computing", *R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria, <https://www.R-project.org/>.

Rathnayaka, R. K. T., Seneviratna, D. M. K. N., Jianguo, W., & Arumawadu, H. I. (2015). "A Hybrid Statistical Approach for Stock Market Forecasting Based on Artificial Neural Network and ARIMA Time Series Models", *In 2015 International Conference on Behavioral, Economic and Socio-cultural Computing (BESC)* (pp. 54-60). IEEE,
<https://doi.org/10.1109/BESC.2015.7365958>.

Rissanen, J. (1978). "Modeling by Shortest Data Description", *Automatica*, 14(5), 465-471, [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(78\)90005-5](https://doi.org/10.1016/0005-1098(78)90005-5).

Saeed, W. (2022). "Frequency-based Ensemble Forecasting Model for Time Series Forecasting", *Computational and Applied Mathematics*, 41(2), 1-17,
<https://doi.org/10.1007/s40314-022-01765-x>.

- Schuster, A. (1906). *Periodicities of Sunspots*. Philos. Trans. Roy. Soc. 206, 69, <https://doi.org/10.1098/rsta.1906.0016>.
- Schwarz, G. et al. (1978). Estimating the Dimension of a Model. The Annals of Statistics, 6(2), 461-464, <https://doi.org/10.1214/aos/1176344136>.
- Selukar, R. (2009). "Structural Analysis of Time Series Using SAS/ETS UCM procedure", SAS Institute Inc., Cary, NC. Paper, 306-2009.
- Sen, J., & Chaudhuri, T. (2016). "Decomposition of Time Series Data of Stock Markets and its Implications For Prediction—an Application for the Indian Auto Sector", *In Proceedings of the 2nd National Conference on Advances in Business Research and Practices (ABRMP 2016)*. January 8-9, 2016, Kolkata, INDIA <https://doi.org/10.113140/RG.2.1.3232.0241>
- Serper, Ö. (2000). *Uygulamalı İstatistik-I*. (4. Baskı), Bursa: Ezgi Kitapevi
- Sevüktekin, M. (2013). *Ekonometriye Giriş*. Bursa: Dora Yayıncılık.
- Sevüktekin, M. ve Çınar, M. (2017). *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi*. (5. Baskı), Bursa: Dora Yayınları.
- Shimotsu, K. ve P.C.B. Phillips (2005), "Exact Local Whittle Estimation of Fractional Integration", *Annals of Statistics*, 33, 1890 - 1933. <https://doi.org/10.1214/009053605000000309>
- Shu, M. H., Hung, W. J., Nguyen, T. L., Hsu, B. M., & Lu, C. (2014). "Forecasting With Fourier Residual Modified ARIMA Model-An Empirical Case of Inbound Tourism Demand in New Zealand", *WSEAS Transactions on Mathematics*, 13(1), 12-21.
- Son, H. G., Kim, Y., & Kim, S. (2020). "Time Series Clustering of Electricity Demand for Industrial Areas on Smart Grid", *Energies*, 13(9), 2377, <https://doi.org/10.3390/en13092377>
- Subiyanto, S., Sukmono, A., Bashit, N., & Amarrohman, F. J. (2019). "The Use of a MLP Neural Network for Analysis and Aodeling of Land use Changes With Variations Variable of Physical and Economic Social", In *IOP Conference*

- Series: Earth and Environmental Science*, 389(1), 012029, IOP Publishing.
<https://doi.org/10.1088/1755-1315/389/1/012029>
- Tarı, R (2016). *Ekonometri*. (12. Baskı), Kocaeli: Küv Yayınları.
- Taud, H., & Mas, J. F. (2018). “Multilayer Perceptron (MLP)”, In *Geomatic Approaches for Modeling Land Change Scenarios* (pp. 451-455). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-60801-3_27.
- Taylor, J. W. (2003). “Exponential Smoothing With A Damped Multiplicative Trend”, *International Journal of Forecasting*, 19(4), 715-725, [https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(03\)00003-7](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(03)00003-7)
- Tekin, İ. (2018). “Türkiye’de İşsizlik Histerisi: Fourier Fonksiyonlu Durağanlık Sınamaları”, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 33(1), 97-127, <https://doi.org/10.24988/deuiibf.2018331685>.
- Timmermans, M., Heijmans, R., & Daniels, H. (2017). “Cyclical Patterns in Risk Indicators Based on Financial Market Infrastructure Transaction Data”. SSRN, Working Paper No. 558. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2985414>
- Tonchiangsai, K., & Boonsothonsatit, G. (2021). “Electrical Cable Demand Prediction Using ARIMA”, In *2021 10th International Conference on Industrial Technology and Management (ICITM)* (pp. 111-114). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICITM52822.2021.00027>.
- Trenn, S. (2008). “Multilayer Perceptrons: Approximation Order and Necessary Number of Hidden Units”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 19(5), 836-844, <https://doi.org/10.1109/TNN.2007.912306>
- Ulutürk, S. (1994). *Gelecek Tahmininde ARIMA Modelleri ve Bir Uygulama* (Yüksek Lisans Tezi), İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü.
- Uslu, E. E. (2011). “Mevsimsel Düzeltme Yöntemlerinin Hanehalkı İşgücü İstatistiklerine Uygulanması”, *Dicle Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 1(2), 40-56.

- Varlık, B. (2017). *Borsa İstanbul'da (Bist) Hisse Senedi Fiyatlarının Spektral Analizi*. (Doctoral Dissertation), Aydın: Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Walker, J. S. (1991). *Fourier Series*. New York: Oxford University Press.
- Wang, Y., Xu, C., Ren, J., Wu, W., Zhao, X., Chao, L., ... & Yao, S. (2020). “Secular Seasonality and Trend Forecasting of Tuberculosis Incidence Rate in China Using the Advanced Error-Trend-Seasonal Framework”, *Infection and Drug Resistance*, 13, 733-747, <https://doi.org/10.2147/IDR.S238225>.
- Webb, G. I., & Sammut, C. (Eds.). (2010). *Encyclopedia of Machine Learning*. Springer.
- Wei, L. Y. (2013). “A Hybrid Model Based on ANFIS and Adaptive Expectation Genetic Algorithm to Forecast TAIEX”, *Economic Modelling*, 33, 893-899, <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2013.06.009>
- Wei, W. S. W. (2006). *Time Series Analysis / Univariate and Multivariate Methods*, Second Edition, Person Addison Wesley Press.
- Weiß, C. H. (2021). “Time Series Modelling”, *Entropy*, 23(9), 1163, <https://doi.org/10.3390/e23091163>
- West, M., & Harrison, J. (2006). *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*. Springer Science & Business Media.
- Wheelwright, S., Makridakis, S., & Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: Methods and Applications*. Neopolis University Library, John Wiley & Sons.
- Wiri, L., & Essi, I. D. (2018). “Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA) Modelling and Forecasting of Inflation Rates in Nigerian (2003-2016)”, *International Journal of Applied Science and Mathematical Theory* ISSN 2489-009X, 4(1), 2-4.
- Wold, S. (1974). “Spline Functions in Data Analysis”. *Technometrics*, 16(1), 1-11. <https://doi.org/10.1080/00401706.1974.10489142>
- Wu, W., Guo, J., An, S., Guan, P., Ren, Y., Xia, L., & Zhou, B. (2015). “Comparison of two Hybrid Models for Forecasting the Incidence of Hemorrhagic Fever With

- Renal Syndrome in Jiangsu Province, China”, *PLoS One*, 10(8), e0135492, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0135492>
- Xiao, Y., Li, Y., Li, Y., Yu, C., Bai, Y., Wang, L., & Wang, Y. (2021). “Estimating the Long-Term Epidemiological Trends and Seasonality of Hemorrhagic Fever with Renal Syndrome in China”, *Infection and Drug Resistance*, 14, 3849, <https://doi.org/10.2147/IDR.S325787>
- Yaffee, R. A., & McGee, M. (2000). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS*, Inc: Academic Press.
- Yonar, H., Yonar, A., Mishra, P., Abotaleb, M., Al Khatib, A. M. G., Makarovskikh, T., & Cam, M. (2022). “Modeling and Forecasting of Milk Production in Different Breeds in Turkey”, *The Indian Journal of Animal Sciences*, 92(1), 105-107.
- Yu, C., Xu, C., Li, Y., Yao, S., Bai, Y., Li, J., ... & Wang, Y. (2021). “Time Series Analysis and Forecasting of the Hand-foot-mouth Disease Morbidity in China Using an Advanced Exponential Smoothing State Space TBATS Model”, *Infection and Drug Resistance*, 14, 2809, <https://doi.org/10.2147/IDR.S304652>.
- Yule, G. U. (1927). “On the method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wölfer's sunspot numbers.” *Philosophical Transactions*, A, 226, 267-298 <https://doi.org/10.1098/rsta.1927.0007>.
- Zare, M., Pourghasemi, H. R., Vafakhah, M., & Pradhan, B. (2013). “Landslide Susceptibility Mapping at Vaz Watershed (Iran) Using an Artificial Neural Network Model: A Comparison Between Multilayer Perceptron (MLP) and Radial Basic Function (RBF) Algorithms”, *Arabian Journal of Geosciences*, 6(8), 2873-2888, <https://doi.org/10.1007/s12517-012-0610-x>.
- Zhang, G. P. (2003). “Time Series Forecasting Using A Hybrid ARIMA and Neural Network Model”, *Neurocomputing*, 50, 159-175, [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(01\)00702-0](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00702-0)

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı ve Soyadı	Cebeli İNAN
Doğum Yeri ve Yılı	
Çalıştığı Kurum	
Ünvan	
Eğitim Durumu	
Lisans Öğrenimi	
Yüksek Lisans	
Doktora Öğrenimi	
İletişim	
Email	