

**DEĞİŞKEN KESİTLİ VE GENİŞ MESNETLİ
ÇUBUKLARIN GELİŞTİRİLMİŞ RİJİTLİK
MATRİSLERİ İÇİN ANALİTİK VE
DENEYSEL BİR YAKLAŞIM**

Yaşar AYAZ

**Doktora Tezi
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yrd. Doç. Dr. Ahmet BUDAK
2010
Her hakkı saklıdır**

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**DEĞİŞKEN KESİTLİ VE GENİŞ MESNETLİ ÇUBUKLARIN
GELİŞTİRİLMİŞ RİJİTLİK MATRİSLERİ İÇİN ANALİTİK VE
DENEYSEL BİR YAKLAŞIM**

Yaşar AYAZ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ERZURUM
2010**

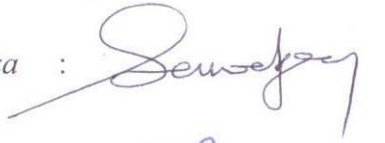
Her hakkı saklıdır

Yrd. Doç. Dr. Ahmet BUDAK danışmanlığında, **Yaşar AYAZ** tarafından hazırlanan bu çalışma 12/05/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı**'nda **Doktora** tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Adnan ÖZEL

İmza : 

Üye : Prof. Dr. Semih S. TEZCAN

İmza : 

Üye : Doç. Dr. Şemsettin TEMİZ

İmza : 

Üye : Yrd. Doç. Dr. Ahmet BUDAK

İmza : 

Üye : Yrd. Doç. Dr. Remzi ŞAHİN

İmza : 

Yukarıdaki sonucu onaylarım

(imza)

Prof. Dr. Ömer AKBULUT
Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

DEĞİŞKEN KESİTLİ VE GENİŞ MESNETLİ ÇUBUKLARIN GELİŞTİRİLMİŞ
RİJİTLİK MATRİSLERİ İÇİN ANALİTİK VE DENEYSEL BİR YAKLAŞIM

Yaşar AYZ

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ahmet BUDAK

Bu çalışmada, değişken kesitli çubuk elemanların analizi kayma ve geniş mesnet etkileri dikkate alınarak yapılmıştır. Aynı anda hem geniş mesnet durumu hem de kayma etkisinin olduğu gerçeğinden hareketle, bu etkileri aynı anda ele alan analitik ifadeler elde edilmiştir. Kayma deformasyonları ve geniş mesnet durumları için değişken atalet momentli çubukların rijitlik matrisi kesin bir yöntemle elde edilmiştir.

Bu çalışmada özellikle düzgün doğrusal değişime sahip değişken kesitli eleman kullanılmıştır. Ancak temel bir yaklaşım olarak değişken elemanı, sabit kesitli birçok elemana bölerek çözmek için sabit kesitli elemanlar için de kayma etkisi ve geniş mesnet durumu ele alınmıştır. Ayrıca sabit kesitli elemanlarda her iki etkiyi aynı anda dikkate almak için gerekli analitik ifadeler elde edilmiştir.

Analitik çözüm için Matris Deplasman Yöntemi kullanılmıştır. Hesap yöntemi için bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Ele alınan problemler dörtgen sonlu elemanlarla modellenerek ANSYS paket programı ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar önerilen analitik metot sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Deneysel çalışmalarla elemanların gerçek davranışı araştırılarak elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Yapılan deneyler sonucunda analitik metot sonuçlarının doğruluğu ortaya konulmuştur.

2010, 87 sayfa

Anahtar Kelimeler: Sonlu Elemanlar Analizi, Değişken Kesitli Eleman, Kayma Deformasyonu, Geniş Mesnet, Rijitlik Matrisi

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

AN ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL APPROACH FOR IMPROVED STIFFNESS MATRIX OF VARIABLE CROSS-SECTION BARS WITH WIDE SUPPORTS

Yaşar AYZ

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Civil Engineering

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Ahmet BUDAK

In this study, variable cross-section members are analyzed under shear and wide support effects. Because of the fact that wide support and shear effects may occur simultaneously, the analytical expressions that consider both of these effects are presented. Following an exact analytical investigation, the explicit expressions for stiffness matrix of a plane frame member, with variable cross-section, shear effects, and also with wide supports, have been presented.

In this study variable cross-section members having particularly linear variation are used. As a general approach, variable members are subdivided into many uniform parts and solved as uniform members. For this condition, wide supports and shear effects in the uniform members have been considered. Besides, analytical expressions for both wide supports and shear effects have been developed.

For the analytical solution of the structure The Matrix Deflection Method is used. A new computer program is developed for the proposed method.

The numerical problems are also modeled by rectangular finite elements and analyzed with the help of ANSYS package program and the results have been compared with those of the proposed analytical method. The exact behavior and the results of three typical experimental models have been also compared with those of the analytical results. Thus, the analytical methods proposed have been verified successfully by experimental testing.

2010, 87 pages

Keywords: Finite Element Analysis, Variable Cross-section Members, Shear Deformation, Wide Support, Stiffness Matrix

TEŞEKKÜR

Bu doktora tez çalışmasının her safhasında çalışmalarına yön veren ve yardımlarını esirgemeyerek her türlü desteği sağlayan danışman hocam, Sayın Yrd. Doç. Dr. Ahmet BUDAK’a,

Tez çalışmam boyunca çalışmalarımı takip eden, bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan, karşılaştığım problemlere çözümler öneren tez izleme komitesi üyeleri Sayın Prof. Dr. Adnan ÖZEL’e ve Sayın Yard. Doç. Dr. Remzi ŞAHİN’e ,

Yoğun mesaisine rağmen, sorularıma özen ve ilgiyle detaylı cevaplar veren ve hiçbir konuda desteğini esirgemeyen Sayın Prof. Dr. S.Semih TEZCAN’a ,

ANSYS programı hakkında yardımlarına sık sık başvurduğum Sayın Prof.Dr. Sadri ŞEN’e,

Yardımlarından ve özellikle deneysel çalışmalarda büyük katkılarından dolayı Sayın Doç.Dr. Şemsettin TEMİZ’e,

Her türlü desteğinden dolayı Sayın Prof.Dr. Ramazan DEMİRBOĞA’ya,

Yardımlarında dolayı Sayın Atilla KUMBASAROĞLU, Sayın Sıtkı DAL ve bu çalışmada emeği geçen herkese,

Doktora tez çalışmam süresince gösterdikleri anlayış, sabır, destek ve dualarından dolayı aileme ve özellikle eşime,

Sonsuz teşekkürler. Sevgi hayatınızdan hiç eksik olmasın.

Yaşar AYZ

Mayıs 2010

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
SİMGELER DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ	6
3. MATERYAL ve YÖNTEM	20
3.1. Matris Deplasman Yöntemi	21
3.1.1. Matris deplasman yönteminde rijitlik matrisi	23
3.1.2. Değişken kesit durumunda rijitlik sayıları	25
3.1.3. Çubuk eksenlerinin seçimi	26
3.2. Sabit Atalet Momentli Kesitte Kayma Etkisi	29
3.3. Değişken Kesitli Elemanda Kayma Etkisi	33
3.4. Geniş Mesnet Durumu	37
3.5. Sabit Kesitli Elemanda Geniş Mesnet Durumunda Kayma Etkisi	43
3.6. Değişken Kesitli Elemanlarda Geniş Mesnet Durumunda Kayma Etkisi	45
3.8. Sonlu Eleman Yaklaşımı	51
3.8.1. Sonlu eleman analizleri ve ANSYS	52
3.8.2. ANSYS ile sonlu elemanlar çözümünde kullanılan eleman tipleri	53
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA	57
4.1. Deneysel Çalışmalar	57
4.1.1. Deney modelleri ve elde edilen sonuçlar	59
4.2.2. Değişken kesitli elemanlarda kayma etkisi	66
4.2.3. Geniş mesnet etkisi	70
4.3. Geniş Mesnet Durumu	72
4.4. Eksen Seçimi	75
4.5. Çubuk Yaklaşımının Sınırı	76

4.6. Değişken Kesitli Elemanların Sabit Enkesitli Elemanlara Bölünerek Çözülmesi	79
5. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	82
KAYNAKLAR	85
ÖZGEÇMİŞ	88

SİMGELER DİZİNİ

A	:Kesit alanı
$A(x)$	:Herhangi bir x mesafesindeki kesit alanı
a_i, a_j, b_{ij}	:Temel rijitlik katsayıları
A_i, A_j, B	:Temel rijitlik elemanları
A_i', A_j', B'	:Kayma etkisinde temel rijitlik elemanları
b, h	:Çubuk elemanda kesit genişliği ve kesit yüksekliği
D_1	: Değişken kesitli eleman katsayıları
d_A'	: Kuvvetin oluşturduğu yer değiştirme
d_A''	: Momentin oluşturduğu yer değiştirme
E	:Elastisite modülü
e_1, e_2	: Kirişin 1 ve 2 ucundaki rijit kısım
f	:Ankastrelik uç kuvvetleri
G	: Kayma modülü
h_1, h_2	:Çubuğun 1 ve 2 uçlarında kesit yükseklikleri.
I	:Atalet momenti
I_{zz1}	:İlk kesitte atalet momenti
$I(x)$	: x mesafesindeki kesitin atalet momenti
i, j	:Çubuk düğüm noktaları
k'	: Kesit şekil faktörü
L	:Çubuk boyu
L_0	: Serbest açıklık mesafesi
P	:Yük parametresi
Q, q	:Yayılı yük
S_1, S_2, S_3	:Dönme ve yer değiştirmeler
s_i, s_j, s_{ij}	:Geniş mesnet etkisi düzeltme faktörleri
$t(x)$	: Kesit yükseklik değişimi
x, y	:Kartezyen koordinatlar
α	: Değişim oranı
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	: kısaltma amaçlı parametreler

c_1, c_2, c_3	: kısaltma amaçlı parametreler
ε	: Narinlik oranı
θ_A'	: Kuvvetin oluşturduğu dönme açısı
θ_A''	: Momentin oluşturduğu dönme açısı
θ_i, θ_j	: Dış kuvvetlerden dolayı uçlarda meydana gelen dönmeler
$\lambda_i, \lambda_j, \lambda_{ij}$	: Kayma etkisi düzeltme faktörleri
ν	: Poisson oranı
$[D]$	: Yer değiştirme matrisi
$\{d\}$	: Yer değiştirme matrisi
$\{f\}$	: Ankastrelik uç kuvvetleri matrisi
$[K]$	: Sistem rijitlik matrisi
$[k]$	: Çubuk rijitlik matrisi
$[k]'$	: Serbest açıklığa göre çubuk rijitlik matrisi
$[k_{xy}]$	: Değişken kesitli elemanda çubuk rijitlik matrisi
$[k_{xy}]'$	: Serbest açıklıkta değişken kesitli elemanda çubuk rijitlik matrisi
$[P]$	: Yük matrisi
$[p]$	: Çubuk uç kuvvetleri matrisi
$[p_{ij}]$	: Çubuk uç kuvvetleri matrisi
$[T]$	: Dönüşüm matrisi
$[T]^T$	: Dönüşüm matrisi transpozesi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1. Sabit ve değişken enkesitli elemanlarda eksen seçimi ve çubuk gösterimi....	27
(a) Sabit kesitli eleman düz eksen, (b) Eksen Ağırlık merkezinde,	
(c) Eksen ağırlık merkezinde ve kesit simetrik, (d) Düz eksen,	
(a'), (b'), (c'), (d') Çubuk gösterimleri.....	27
Şekil 3.2. Guseli kirişte eksen seçimi	29
Şekil 3.3. Eksen seçiminin etkisi	29
Şekil 3.4. Kayma deformasyonlarının hesaplara dahil edilmesi (Tezcan 1970).....	30
Şekil 3.5. Kayma etkisi için hesaplanan $\mu=0.1$ ve $k'=1.2$ için λ_i , λ_j ve ε değerleri	32
Şekil 3.6. Değişken kesitli eleman	33
Şekil 3.7. Geniş mesnetli çubuklar	37
Şekil 3.8. Geniş mesnetli çubuklarda deformasyon ilişkileri	38
Şekil 3.9. Geniş mesnetli çubuklarda kuvvet ilişkileri	42
Şekil 3.10. DEKGEM bilgisayar programı akış diyagramı	50
Şekil.3.11. PLANE42 eleman tipi geometrisi.....	54
Şekil.3.12. PLANE42 eleman tip gerilmeleri	54
Şekil.3.13. PLANE82(2 boyutlu 8 düğüm noktalı yapısal katı eleman) geometrisi.....	55
Şekil.3.14. PLANE82 eleman tipi gerilmeleri	55
Şekil 4.1. Deney düzeneği	59
Şekil 4.2. Model 1, sabit kesitli elemanda tekil yükleme ve sonlu eleman ağı	60
Şekil 4.3. Geniş mesnet durumunda e_1 ve e_2	60
Şekil 4.4. Model 2, değişken kesitli elemanda tekil yükleme ve sonlu eleman ağı.....	61
Şekil 4.5. Model 3 tekil yükleme ve sonlu eleman ağı	62
Şekil 4.7. ÇE çözümünde L/h oranına bağlı olarak kayma etkisi	65
Şekil 4.8. SEM ve ÇE çözümü farkları.....	65
Şekil 4.9. SEM ve Çubuk Eleman kayma etkisi dahil çözümü farkları.....	66
Şekil 4.10. Değişken kesitli eleman	67
Şekil 4.11. Değişken kesitli elmanda ÇE çözümünde L/h oranına bağlı olarak kayma etkisi	67
Şekil 4.12. Değişken kesitli elmanda SEM ve Çubuk Eleman (ÇE) çözümü farkları....	68

Şekil 4.13. Değişken kesitli elmanda SEM ve Çubuk Eleman kayma etkisi dahil(ÇE+K) çözümü farkları	68
Şekil 4.14. Değişken kesitli eleman.....	69
Şekil 4.15. Sabit kesitli elemandan oluşan çerçeve	70
Şekil 4.16. SEM ve Çubuk Eleman(ÇE) çözümü farkları	71
Şekil 4.17. SEM ve ÇE+K çözüm farkları.....	71
Şekil 4.18. ÇE çözümünde kayma etkisi	71
Şekil 4.19. a) Değişken kesitli eleman ihtiva eden çerçeve, b) ÇE çözümünde kullanılan düğüm noktaları	72
Şekil 4.20. Sonlu eleman ağı, PLANE82.....	72
Şekil 4.21. Değişken kesitli elemanlar ihtiva eden çerçeve.....	74
Şekil 4.22. Değişken kesitli bir eleman	75
Şekil 4.23. Eksen seçimi: (a) düz eksen, (b)Değişken eksen.....	75
Şekil 4.24. Seçilen düz eksen ve değişken eksen üzerinde σ_x gerilmeleri	76
Şekil 4.25. Değişik L/h oranları ile çözülen eleman.....	77
Şekil 4.26. h=1 iken sonlu eleman ağı	77
Şekil 4.27. SEM eksen noktası ve ÇE+K çökme değeri mukayesesi	77
Şekil 4.28. SEM Max. çökme ve ÇE +K çökme değeri mukayesesi.....	78
Şekil 4.29. SEM maksimum çökme ve eksen üzerinde çökme değerleri mukayesesi ...	78
Şekil 4.31. Değişken kesitli bir eleman	80

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Model 1 deney sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmalar.....	59
Çizelge 4.2. Model 2 deney sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmalar.....	61
Çizelge 4.3. Model 3 deney sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmalar.....	62
Çizelge 4.4. Sabit kesitli elamanda kayma etkisi.....	65
Çizelge 4.5. Değişken kesitli elmanda ÇE-SEM sonuçları mukayesesi.....	67
Çizelge 4.6. Değişken kesitli eleman (Şekil 4.13) için veriler.....	69
Çizelge 4.7. Değişken kesitli elemanda kayma etkisi.....	69
Çizelge 4.8. Değişken kesitli elemanda SEM-ÇE sonuçları.....	69
Çizelge 4.9. ÇE çözümünde değişen L/h oranına göre kayma etkisi.....	70
Çizelge 4.10. SEM ile ÇE çözümü deplasman mukayeseleri.....	73
Çizelge 4.11. SEM ile Çubuk Eleman kayma etkisi dahil(ÇE+K) çözümü deplasman mukayeseleri	73
Çizelge 4.12. Geniş mesnet kullanımı halinde elde edilen deplasman değerleri $e_1=0,6, e_2=0,25$	73
Çizelge 4.13. Geniş mesnet ve kayma etkisi halinde elde edilen deplasman değerleri $e_1=0,6, e_2=0,25$	73
Çizelge 4.14. Kolon giriş birleşiminde E 3 kat artırıldı (Veri 1)	74
Çizelge 4.15. Geniş mesnet ve kayma etkisi durumu	74
Çizelge 4.16. SEM ve ÇE çökme sonuçları ve mukayeseleri.....	77
Çizelge 4.17. Eleman verileri.....	81
Çizelge 4.18. Sonuçlar ve karşılaştırma.....	81

1. GİRİŞ

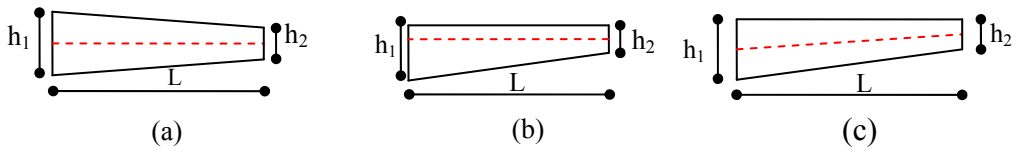
Değişken kesitli elemanların birçok kullanım alanı vardır. Kullanıldığı yerlere göre değişik eleman tipleri ortaya çıkmaktadır. Değişken kesit kullanımı yapının ağırlığını azaltmakla birlikte, mukavemet ve stabilitesini artırır(Eisenberger 1990). Değişken kesit ile daha rijit birleşimler elde edilir. Açıklık momenti azaltılır. Değişken kesitlerde temel esas en ekonomik ve en uygun kesitin kullanılmasıdır. Eleman boyunca zorlanmalar her noktada aynı olmayacağından kesitin de aynı olmaması gerekmektedir. En büyük zorlanmaya göre kesit seçimi her eleman için uygun bir seçim değildir. Bu noktada eleman boyunca kesitin amaca uygun bir şekilde değiştirilmesi önem kazanmaktadır. Açıklıkların ve yüklerin fazla olduğu elemanlarda ise bu değişim bir zaruret halini almaktadır. Bu şekilde eleman boyunca ihtiyaç duyulan yerde kesitin azaltılması ekonomik olmakla birlikte, elemanın ağırlığını da büyük ölçüde azaltmaktadır. Değişken kesitli elemanların kullanımı ile hem daha sağlam, hem de daha ekonomik elemanlar üretmek mümkün olmaktadır.

Değişken kesit kullanımı ile kolon-kiriş birleşim noktalarındaki gerilme dağılımı da kontrol altına alınabilir. Keskin birleşim yerine daha yumuşak geçişler değişken kesit kullanımı ile sağlanabilir(Khan 1995).

Değişken kesitli elemanların yerinde dökme çerçeve elemanlarında kullanımı kalıptaki işçilik zorluklarından dolayı sınırlı kalmaktadır. Ancak prefabrik üretimde ve gelişen teknoloji ile bu zorluklar ortadan kalkmaktadır. Değişken kesitlerin getireceği ekonomik avantajlar ve faydalar dikkate alındığında prefabrik üretimde kullanımının daha yaygın olmaktadır. Köprü kirişleri gibi yapı stabilitesinin daha çok önem kazandığı ve yüklerin ciddi miktarda arttığı elemanlarda değişken kesit kullanımının çok yaygın olduğu görülmektedir. Değişken kesitli eleman, binalarda konsol kiriş gibi büyük momentlerin olduğu elemanlarda da en uygun eleman olarak karşımıza çıkmaktadır.

Değişken kesitli eleman tipine göre değişik analiz yöntemleri kullanılmaktadır. Yapılan çalışmalarda yaklaşık çözüm yapan yöntemlerle beraber, kesin çözümlerin elde edildiği yöntemler de bulunmaktadır. Değişken kesitli elemanın sabit kesitli parçalara bölünerek çözüm yapılması, Sonlu Elemanlar Metodu (SEM), Sınır İntegral Metodu, Matris Deplasman Metodu ve Kuvvet Metodu en çok kullanılan metotlardır. Bu metotlarla değişken kesitli sistem analizinde hala eksik kalan ve araştırılması gereken bazı noktalar mevcuttur.

Bunlardan birincisi çubuk eksenlerinin seçimi ile ilgilidir. Yapılan çalışmalarda çubuk eksenlerinin üç şekilde seçildiği görülmektedir. Birincisi simetrik enkesit durumunda mümkün olabilen hem çubuk enkesitinin ağırlık merkezinden geçen hem de çubuk enkesit düzlemine dik olan çubuk eksenidir (Şekil 1.1.a). Bu şekildeki bir geometri durumunda eksen seçimi ile ilgili problem ortadan kalkmaktadır. İkincisi çubuk enkesitine dik olan ancak enkesit ağırlık merkezinden geçmeyen çubuk eksenidir (Şekil 1.1.b). Üçüncüsü ise çubuk enkesitlerinin ağırlık merkezinden geçen ancak çubuk enkesit düzlemine dik olmayan çubuk eksenidir (Şekil 1.1.c). Problemlili olan yukarıda bahsedilen son iki tipteki eksen kullanımıdır. Özellikle ikinci tip çubuk eksenin kullanımı önemli hatalara sebep olmaktadır.



Şekil 1.1. Değişken kesitli elemanlarda çubuk eksenleri

Bir diğer nokta, değişken kesitli elemanlarda enkesit yüksekliğinin artımına bağlı olarak eleman boyunun enkesit yüksekliğine oranı giderek azalmaktadır. Bu durumda kayma etkileri ihmal edilemeyecek değerlere ulaşmakta ve hesapta kayma etkilerinin dikkate alınması zorunlu olmaktadır.

Yine çubuk eleman yaklaşımı ile yapı sistemlerinin çözümünde kiriş ve kolonların düğüm noktasında beraber kullandığı ortak bölge çubuk elemanlarla modellenmektedir. Oysa bu bölge ne tam çubuk eleman olarak davranmakta, ne de tam rijit bir davranış göstermektedir. Bu birleşim bölgesinin küçük olduğu durumlarda, hesapta ortaya çıkan fark büyük olmadığından genellikle ihmal edilmektedir. Kolon ve kiriş enkesit boyutlarının artmasıyla belirginleşerek etkisi artan birleşim noktalarındaki bu bölge geniş mesnet olarak tanımlanmaktadır. Değişken kesit kullanımı ile beraber bu bölgenin önemi daha da artmaktadır. Dolayısı ile ihmal edilmesi durumunda hata oranı artmaktadır.

Bu çalışmada değişken kesitli çubuk elemanlardan oluşan yapı sistemlerinin analizinde önemli olan kayma etkisi ve sonuçta kayma etkisinden daha büyük farklara sebep olabilen ancak çalışmalarda ihmal edilmiş olan geniş mesnet etkisinin hesaba dahil edilmesi ve analizde kullanılması gereken eksen tipinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Matris yöntemlerde çözüm için esas olan rijitlik matrisinin elde edilmesidir. İkinci önemli husus ise kullanılacak ankastrelik kuvvetlerinin uygun şekilde elde edilmesidir. Rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetleri doğru bir şekilde elde edildikten sonra yapılacak işlem MDY işlem sırasını takip ederek çözüm yapmaktır. Kayma etkisi dikkate alınırken sadece rijitlik matrisi değiştirken geniş mesnet etkisinde ise hem rijitlik matrisi hem de ankastrelik kuvvetleri değişmektedir. Değişken kesitli elemanlar için kullanılan rijitlik matrisi de sabit kesitli elemanlar için kullanılan farklı olmaktadır. Matris yöntemlerde çözüme herhangi bir özelliği dahil ederken asıl problem rijitlik matrisi ve gerekiyorsa ankastrelik kuvvetlerini düzenlemektir. Çalışmada değişken kesitli elemanlar için elde edilen rijitlik matrisi geniş mesnet durumunu ihtiva edecek şekilde düzenlenmiştir. Geniş mesnet etkisini dikkate alan rijitlik matrisini integral hesaplarına gerek kalmadan kolayca elde edebilmek için de rijitlik matrisi elemanlarının analitik ifadeleri çıkarılmıştır. Hem kayma etkisi hem de geniş mesnet etkisini göz önüne almak için de rijitlik matrisi her iki etkiyi birden ihtiva edecek şekilde çıkarılmıştır. Rijitlik matrisi elemanlarının analitik ifadeleri verilmiştir. Hangi eksen tipinin kullanılması gerektiği belirlemek amacıyla da kullanılan eksenlerin çözüme etkisi araştırılmıştır.

Geniş mesnet etkisini incelemek amacıyla bu bölgenin tam rijit davranış gösterdiği varsayımıyla teorik düğüm noktasındaki yer değiştirmeler ile serbest uç düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler arasındaki bağıntı ve bu bağıntıyı ifade eden transformasyon matrisi elde edilmiştir. Analizde kullanılan çubuk eleman rijitlik matrisleri önce serbest açıklığa göre elde edilmiş daha sonra bu transformasyon matrisleri ile teorik açıklığa dönüştürülmüştür. Benzer şekilde ankastrelik kuvvetleri de önce serbest açıklık için elde edilmiş sonra transformasyon matrisi ile teorik açıklığa göre dönüştürülmüştür (Tezcan 1970). Burada teorik çubuk boyu rijit bölge içinde kalan teorik düğüm noktaları arasındaki çubuk boyunu, serbest çubuk boyu ise söz konusu çubuğun rijit bölge dışında kalan kısmının boyunu tarif etmektedir.

Kayma etkisini göz önüne almak amacıyla eleman rijitlik matrisi terimleri kayma etkisini de göz önüne alacak şekilde yeniden belirlenmiş ve Matris Deplasman Yönteminde kullanılmışlardır (Tezcan 1970; Friedman *et al.* 1993).

Çözümde kullanılan Matris Deplasman Yöntemi sabit ve değişken kesitli elemanlar için kayma ve geniş mesnet etkisini ve bunların varyasyonlarını da içerecek şekilde formüle edilmiş ve hazırlanan bilgisayar programına aktarılmıştır.

Geliştirilen bilgisayar programı ile bazı parametrik incelemeler yapılmış ve bazı çözümlerin doğruluğu deneysel olarak araştırılmıştır. Ayrıca problemin sonlu elemanlar yaklaşımı (ANSYS) ile elde edilen çözümleri de birbirleri ile karşılaştırılmıştır.

Eksen seçimlerinin analitik çözümler üzerindeki etkisini görmek amacıyla farklı varyasyonlarla çözümler yapılmış, sonraki çözümlerde çalışmada daha uygun olduğu görülen çubuk en kesitinin ağırlık merkezinden geçen eksen kullanılmıştır. Bu eksenin kullanımının doğruluğunu araştırmak amacıyla aynı model Sonlu Elemanlar Metodu ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlarla deney sonuçları karşılaştırılmıştır.

Değişken kesitli elemanların modellenmesinde kullanılabilecek basit bir yaklaşım olan değişken kesitli elemanın sabit enkesitli eleman parçalarına bölünerek çözümü şeklindeki yaklaşımın doğruluğunu irdelemek amacıyla da incelemeler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlarla önerilen metot sonuçları kıyaslanarak sonuçların uyumluluğu incelenmiştir.

Önerilen çözümün doğruluğu deneysel çalışmalar ile araştırılmıştır. Bu amaçla üç adet deney modeli hazırlanmıştır. Hazırlanan bu modeller yüklenerek deplasmanları ölçülmüştür. Deneysel modellerden elde edilen sonuçlar önerilen analitik yöntem sonuçları ve Sonlu Elemanlar Metodu sonuçları ile mukayese edilmiş ve metodun doğru olduğu tespit edilmiştir.

Kayma ve geniş mesnet etkisi dahil edilerek yapılan analitik çözüm sonuçlarından geniş mesnet etkisinin kayma etkisinden daha fazla olduğu görülmüştür.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Değişken kesitli elemanlarla yapılan ilk çalışmalarda yaklaşık çözümler üzerinde durulmuştur. En basit şekilde değişken kesitli eleman sabit kesitli birçok elemana bölünerek çözülmüştür.

Hetenyi (1937), basamak şeklinde değişken enkesitli kirişlerin çökmesine dikkat çekmiştir. Bu değişimin elastik eğri üzerindeki etkisinin, sabit kesitli eleman üzerine uygun seçilen kuvvet sistemi ile temsil edilebileceğini göstermiştir. Hetenyi orijinal problemi sabit kesitli kirişin çökmesinin hesabı problemine dönüştürerek ele almaktadır. Değişken kesitteki rijitlik, kuvvet ve moment ile sağlanmıştır.

Değişken kesitli elemanları sabit kesitli parçalara bölerek çözen Newmark (1943), kolon ve kirişlerde çökme ve momentleri hesaplayan nümerik bir prosedür vermiştir. Metot özellikle kritik burkulma yükü ve değişik yüklemeler altındaki değişken kesitli elemanlar için kullanılmaktadır. Metot bu problemlerde yaklaşık sonuç vermekle beraber nümerik çalışmada biraz hassasiyetle kesine yakın sonuç elde edilmektedir. Eleman boyunun daha fazla parçaya bölünerek hassasiyetin artırılabilceği belirtilmiştir. Daha sonra Chugh and Biggers (1976), Newmark nümerik prosedürünün başarılı yaklaşımını kullanarak prizmatik olmayan kolon-kiriş için eleman rijitlik matrisini veren bir algoritma geliştirmişlerdir.

Fertis and Pallaki (1958), değişken rijitlikli elemanlarda çökmeyi, istenen doğrulukta hesaplamak için genel bir metot sunmuşlardır. Bu metotta değişken rijitlikli eleman, aynı elastik eğriye sahip sabit rijitlikli eşdeğer elemanla yer değiştirilir. Elemanlar üzerindeki yükleme durumu değiştirilir ancak sınır şartları ve eleman boyu değiştirilmez. Sabit rijitlikli elemanın eşdeğer sistemleri matematiksel olarak çıkarılır ve ispatlanır. Matematiksel hesaplamaları kolaylaştırmak için yazar tarafından istenen doğruluk derecesinde sonuç veren bir yaklaşım önerilmiştir. Bu metodun değişken kesitli eleman içeren herhangi bir statik problemine uygulanabileceği belirtilmiştir.

Bernoulli-Euler teorisinin uygulama alanını araştıran Booley (1963), değişken yükseklikli ince dikdörtgen kirişlerin gerilme ve çökmelerini düzlem gerilme teorisine göre dikkate almıştır. Bernoulli-Euler teorisinin sınırlı bir alanda yeterli olduğunu belirterek kesit değişiminin küçük olduğu durumlarda kullanılabileceğini belirtmiştir. Eksen seçimi kriterlerine değinerek, rastgele seçilen eksene göre hesaplamalar yapılarak değişik eksen seçimlerinin etkilerini araştırmıştır. Cowper (1966) ise Timoshenko teorisini ele alarak, üç boyutlu elastisite teorisi denklemlerini kullanılarak Timoshenko kiriş teorisi denklemlerini elde etmiştir. Değişik şekiller için kayma katsayısı için yeni formüller elde etmiştir.

Chugh (1977), sabit kesitli elemanlar için eksenel kuvvetler ve kayma etkisini dikkate alarak uç dönmelerinden faydalananak rijitlik matrisini bulan basit ve direkt bir formülasyon geliştirmiştir.

Schreyer (1978), geleneksel kiriş teorisindeki benzer bir uygulamayı doğrusal değişen kirişler için hazırlamıştır. Gerilme ve enine yer değiştirme için denklemler elde etmiştir.

Weaver and Gere (1980), çözüm için hem matris deplasman yöntemi, hem de matris kuvvet yöntemi kullanmıştır. Prizmatik olmayan elemanlar incelenirken her elemanın orta noktasına bir düğüm noktası yerleştirmiş, iki nokta arasında kalan parçaları prizmatik olarak kabul ederek bu parçaları ayrı ayrı çözmüştür. Bu yöntemin basamak tipli kirişler için de geçerli olduğunu belirtmiştir. Bu şekilde yapılacak bir çözümde rijitlik matrisinin çok büyük olacağını, ancak bilgisayar programında bir değişiklik olmayacağını ifade etmiştir. Prizmatik elemanlar için hazırladığı bilgisayar programının değişken kesit durumunda kullanılabileceğini ifade etmiştir.

Resende ve Doyle (1981), üç boyutlu çubuk yapıların analizi için gelişmiş bir eleman ortaya koymak amacıyla, NONPRI (prizmatik olmayan üç boyutlu kiriş sonlu elemanı) elemanı kullanarak üç boyutlu lineer elastik statik analiz için bilgisayar prosedürü geliştirmiştir. Bu metot prizmatik olmayan eleman analizine de uygundur. Örnekler

verilerek elemanın ve sonuçların diğer kaynaklara göre avantajı ortaya konulmuştur. Rijitlik matrisi için sayısal integral kullanılmıştır.

Karabalis and Beskos (1983), sabit genişlik ve değişken yükseklikli kirişlerden oluşan lineer elastik düzlem eleman için statik, dinamik ve stabilite analizi yapan sonlu elemanlar yöntemine dayalı yeni bir nümerik metot önermiştir. Bu metot, doğrusal değişen guseli kiriş eleman için, kesin rijitlik ve eğilme matrisleri ile yaklaşık uygun kütle ve geometrik rijitliğe dayalı bir sonlu eleman metodudur. Bu metot her bir değişken kesitli yapı elemanı için, bir eleman kullanarak kesin statik çözüm vermektedir.

Brown (1984), Sonlu Eleman Metodu ile değişken kesitli elemanların rijitlik matrisini elde etmek için kolay uygulanabilen yaklaşık çözüm geliştirmiştir.

Medwadowski (1984), yatay yüklere maruz büyük kayma deformasyonları altındaki yapıları ele almıştır. Değişken kesitli kirişlerin eğilme problemlerinin çözümünü, kayma deformasyonlarını da dikkate alarak hesaplamıştır. Temel diferansiyel denklemler çıkarmıştır ve bunların genel çözümlerini deplasman fonksiyonu terimleri olarak elde etmiştir. Sonuçta yüksekliği açıklık boyunca doğrusal değişen problem için detaylı bir çözüm verilmiştir. Değişken kesitli kemer kirişlerinde, iç kuvvet dağılımının belirgin bir şekilde standart kirişininkinden farklı olduğunu belirtmiştir.

Kosko (1982), değişken kesitli elemanların çözümü için geleneksel kiriş teorisini kullanarak elemanın rijitlik matrisini temsil edecek iki, üç veya dört sabit kesitli parçadan oluşan eşdeğer bir model önermiştir. Büyük değişime sahip olmayan değişken kesitli elemanlara bu modeli uygulamıştır. Bazı değişken eleman tipleri için açık ifadeler, formüller ve tablolar çıkarmıştır.

Banerjee ve Williams (1986), Bernoulli-Euler teorisini kullanarak kesin eksenel, burulma ve eğilme deformasyonları için kesin statik rijitlikleri elde etmiştir.

Eisenberger değişken kesitli elemanlarla ilgili birçok çalışma ortaya koymuştur. nce rijitlik matrisinin yaklaşık hesabını ortaya koymuş, sonra kesin rijitlik matrisini hesaplamıştır. Yaklaşık rijitlik matrisi ile analiz yapıp daha sonra kesin rijitlik matrisi ile analiz çalışmaları ortaya koymuştur. Değişken kesitli elemanlar hakkında yaptığı ilk çalışmasında Eisenberger (1985), yaygın olarak kullanılan tipteki değişken kesitli elemanların kesin rijitlik matrisi ifadelerini çıkar mıştır. Rijitlik matrislerini elemanın esnekliklerinden faydalanılarak elde etmiştir. Analiz programında kullanılması için rijitlik matrisini elde edecek Fortran programı ver miştir. Önerilen formüller kullanılarak yapılan hesaplar yaklaşık çözümler ile karşılaştırılmış, daha doğru sonuçların elde edildiği belirtilmiştir. Bilgisayarlarda hafıza probleminin olduğu o zamanlarda hafızanın da az kullanılması amalan mıştır.

Eisenberger doğrusal yükseklik değişimi, doğrusal genişlik değişimi ve parabolik yükseklik değişimi için hesaplamış olduğu rijitlik matrisi çalışmasından sonra Reich (1989) ile birlikte değişken kesitli kirişlerin analizi için daha az eleman ile daha hızlı çözüm üreten yaklaşık bir sonlu eleman deplasman metodu ver miştir. Eisenberger ve Reich diğer yaklaşık çözüm metotlarında olduğu gibi sabit kesitli kirişin deplasman fonksiyonunu kullanarak yaklaşık rijitlik ve uygun kütle matrisleri çıkar mışlardır. Bu matris kullanılarak statik yükleme sonucu hesaplan mıştır. Sonuç olarak, diğer yaklaşık yöntemlerle mukayese edildiğinde önerilen yöntemin daha az elemanla daha hızlı sonuç verdiği görülmektedir.

Değişken kesitli elemanların rijitlik matrisi için yaptığı çalışmadan sonra Eisenberger (1990) kesin rijitlik matrisi üzerinde durmuştur. Yaptığı çalışmada mesh düzeltme ihtiyacını ortadan kaldıran ve tek eleman ile sonuç veren değişken kesitli kirişler için yeni sonlu eleman metodu formülasyonu ver miştir. Sadece bir eleman kullanılarak, herhangi bir eksenel, burulma ve eğilme rijitliğinin herhangi bir polinom değişimi için, kesin statik ve dinamik rijitlik matrisleri bilgisayar hassasiyetinde bulunabileceği ifade edilmektedir.

Ayrıca Eisenberger (1990), bir boyutu model problemi için kesin sonuç veren yeni eleman tabanlı bir metod vermiştir. Bu metodu kullanarak Eisenberger (1991), değişken kesitli elemanlar için kesin şekil fonksiyonlarını çıkarmış olup değişken kesitli elemanların eksensel, eğilme ve burulma rijitlik matrislerini elde etmiştir. Şekil fonksiyonu otomatik olarak elde edildiği ve mesh iyileştirmeye ihtiyaç bırakmayan bu metotla kesin sonucun bilgisayar hassasiyetinde elde edildiği belirtilmiştir. Yapılan işlemler örnekler üzerinde uygulanmıştır.

Aristizabal (1993), prizmatik olmayan kiriş ve kolonların statik, stabilite ve dinamik tepkilerini ölçen bir algoritma vermiştir. İki veya üç boyutlu prizmatik veya prizmatik olmayan elemanlı çerçevelerin analizinde bilgisayar programında kolayca kullanılacak denklemler çıkarmıştır. Önerilen algoritma, temel rijitlik katsayılarından değişken kirişin istenen matrisi (yük, kütle, geometrik) kolayca elde edilmesini sağlamıştır. Önerilen algoritma, guseli elemanlardan oluşan çerçevelerin statik, dinamik ve stabilite analizinde, uniform olmayan elastik zemine oturan çerçevelerin statik, dinamik ve stabilite analizinde, uniform olmayan elastik zemine oturan değişken duvar kalınlıklı silindirik tankların statik, dinamik ve stabilite analizinde büyük kullanım alanına sahiptir. Temel rijitlik katsayıları elde edildikten sonra prizmatik veya prizmatik olmayan elemanın statik, dinamik ve stabilite analizini her tür yük ve mesnet koşulunda kolayca yapmak mümkündür.

Bernoulli-Euler denklemlerini kullanan Baker (1996), prizmatik olmayan bir grup elemanın kesin çökmesi için kapalı form çözüm çıkarmıştır. Aynı zamanda Bernoulli-Euler kirişinin değişken kesitli elemanlar uygulama sınırını araştırmıştır.

Dündar vd (1985), sabit kesitli elemanların ve değişken kesitli elemanların rijitlik matrisi yöntemi ile çözülmesi hakkında bilgi vermiştir. Rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetlerini elde etmek için Moment Alan teoremini kullanmıştır. Sabit kesitli ve değişken kesitli elemanlar için örnekler çözmüştür. Ayrıca çalışmanın sonunda bir bilgisayar programı verilmiştir.

Çakıroğlu vd (1998, 2000), değişken kesitli elemanların analizinde Kuvvet, Cross ve Açık yöntemlerini kullanmışlardır. Yaygın kullanılan değişken kesit tipleri ile beraber eğri eksenli (kemer tip) elemanı da incelemişlerdir. Birim deplasman sabitleri için ve ankastrelik uç kuvvetlerinde uç dönmeleri için hazırlanan tabloları vermişlerdir.

Fertis ve Keene (1990), değişken kesitli elastisite modülünü de değişken olarak ele alıp incelemiştir. Hesaplamalarda büyük ölçüde kolaylık sağlayacak olan kesin çözüm ve yaklaşık çözüm yöntemlerini vermiştir. Yöntemi elastik ve elastik olmayan elemanlara uygulamıştır.

Franciosi ve Mecca (1998), değişken kesitli elemanı düzgün değişen genişlik, düzgün değişen yükseklik ve parabol şeklinde değişen şekiller olarak ayrı ayrı inceleyip, kesitlere ait değişim ifadelerini çıkarmıştır. Daha sonra bu elemanlar için rijitlik matrisi elde edilmiş ve uç kuvvetleri hesaplamıştır. Sayısal örnekler ile uygulamasını yaparak sonuçları yaklaşık yöntemler ile karşılaştırmış ve hesap kolaylığı ve doğruluk örneklerle gösterilmiştir.

Funk ve Wang (1988), düzlem çerçeveler için rijitlik matrisini hesaplamıştır. Hesapta eleman n eşit parçaya bölünmüş ve her bölümün kesit alanı ve atalet momenti hesaplanmıştır. Bunlardan dört beş tanesinin alan ve atalet momentleri hesaplandıktan sonra Gregory-Newton interpolasyon yöntemi ile bütün alanlar otomatik olarak hesaplanmıştır. Uzay çerçeve için aynı yolla rijitliklerin elde edilebileceği belirtilmiştir. Rijit çerçeveler için prizmatik olmayan elemanları da içeren bir bilgisayar programı geliştirmiştir.

Giray ve Topçu (2000), değişken kesitli elemanlı yapılar için detaylı statik analiz tekniği sunmaktadır. Önerilen metotta, değişken kesitli elemanlar için Timoshenko kiriş teorisine uyarlanabilen genel bir rijitlik matrisi çıkarılmıştır. Analitik ve nümerik integrasyon teknikleri kullanılarak, rijitlik katsayıları sabit, doğrusal ve parabolik yükseklik değişimi için hesaplanmıştır. Uniform, üçgen ve trapez yayılı yük, tekil yük,

moment ve bunların kombinasyonu kullanılarak yapılan yükleme için ankastrelik kuvvetlerinin hesabı yapılmıştır. Ankastrelik kuvvetlerde kayma deformasyonları etkilerini içerebilir. Büyük yükseklik/açıklık içeren değişken kesitlerde kayma deformasyonlarının önemi sayısal örneklerle gösterilmiştir. Önerilen çözümün doğruluğu, sonuçların SAP90 programında büyük eleman sayısı ile çözümüyle karşılaştırılarak test edilmiştir.

Hamaoush *et al.* (2002), eksantrik eksenel ya da enine kuvvetlere maruz değişken kesitli elemanların elastik veya elastik olmayan davranışını incelemişlerdir. Analiz için sonlu farklar metodunu kullanmışlardır. Yazarlar gittikçe azalan değişken kesit üzerinde çalışmalarına rağmen önerilen yöntemin herhangi bir değişken kesit için geçerli olduğunu belirtmişlerdir.

Yelence (1986), sabit ve değişken kesitli mütemadi kirişlerin sabit veya hareketli yük etkisinde statik ve betonarme hesabını yapan bir bilgisayar programı hazırlamıştır. Statik hesap için Açı Metodu, betonarme hesabı için ise Taşıma Gücü kullanmıştır. Değişken eleman olarak düz guseli, parabolik guseli ve gelişigüzel guseli olmak üzere üç tip değişken kesit kullanmıştır.

Kıral ve Akgünler (1987), çalışmalarında değişken kesitli çubuk elemanlarından oluşan düzlemsel çerçevelerin, düzlemi içinde statik yükler altında, kesit tesirlerini hesaplayan bir bilgisayar programı geliştirmişlerdir. Sayısal integral alma işleminde Simpson yöntemini kullanmışlardır. Yük olarak için sadece uniform ve tekil yükleri göz önüne almışlardır. Yine Akgünler (1988), değişken kesitli elemanlara sahip düzlem taşıyıcı sistemleri rijitlik matrisi yöntemi ile çözmüştür. Ankastrelik uç kuvvetleri ve rijitlik matrisi hesabında Moment alan teoremini kullanmıştır. Burada karşılaşılan integralleri sayısal integrasyon yöntemi ile çözmüştür.

Karaduman (1993), yaptığı çalışmada değişken kesitli mütemadi kirişler ve düzlem taşıyıcı çerçeve sistemlerin değişik dış yükler, üniform ve farklı ısı değişimi ve bilinen

deformasyonlar olması halinde matris deplasman yöntemiyle statik çözümünü incelemiş ve bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Elemanın sabit, lineer veya parabolik kısmı için ayrı ayrı formüller çıkarmıştır. Rijitlik matrisi ve ankastrelik uç kuvvetlerinin hesabı için gerekli olan katsayıları analitik yolla veya Romberg integrasyon yöntemi ile hesaplamıştır. Yük olarak düzgün, üçgen yayılı ve tekil statik yükleri ve bunların kombinasyonlarını dikkate almıştır.

Şahin (1993), değişken kesitlerden oluşan düzlem çerçevelerin lineer-elastik analizini matris deplasman yöntemiyle yapan ve boyut optimizasyonu yapan bir bilgisayar programı hazırlamıştır. Bu bilgisayar programı ile optimum boyutlandırma üzerine örnekler yapmıştır. Burada değişken kesitlerle optimum yapı ağırlığı elde edilmeye çalışılmıştır.

Uşaklı (1996), matris deplasman metodunu kullanarak statik analiz bilgisayar programı hazırlamıştır. Değişken kesitli elemanları sonlu elemanlar yöntemini kullanarak çözmüştür. Rijitlik matrisinin bulunmasında Açık yöntemini kullanmıştır.

Güler (1999), değişken kesitli düzlem çerçeve elemanlarının temel rijitlik sayılarını ve ankastrelik uç kuvvetlerini hesaplayan bir bilgisayar programı hazırlamıştır. Hesaplarda. Rijitlik matrisi ve ankastrelik uç kuvvetlerini hesaplamak için Moment alan teoremini kullanmıştır. Rijitlik sayıları için gerekli olan integraller analitik ifadeler için kullanmış ancak ankastrelik momentleri için gerekli olan integraller için sayısal integrasyon yöntemini kullanmıştır.

Kaltakçı ve Kamanlı (1999), değişken kesitli betonarme kirişlerin davranışlarını teorik ve deneysel olarak inceleyen bir çalışma yapmışlardır. Çalışmada sabit ve değişken kesitli kirişlerin basit eğilme altındaki davranışı, yük-sehim ve moment-eğrilik ilişkileri ve çatlama durumu araştırılmıştır.

Değişken kesitli elemanların çok sayıda sabit kesitli elemana bölünmesiyle çözüm yapılmasının beraberinde eleman sayısını belirleme gibi yeni problemler getireceğini ifade eden Lee (1983), tek eleman için kesin rijitlik matrisinin elde edilmesiyle kesin sonuca ulaşılacağını belirtmektedir. Gittikçe azalan değişken kesitli ince cidarlı, dairesel, altıgen, sekizgen ve onikigen şeklinde boru ve dolu kare ve I kesitli elemanlardan oluşan yapılar için matris deplasman metodu kullanarak kesin bir analiz yapmıştır. Rijitlik katsayıları için kesin yer değiştirme fonksiyonlarını kullanmıştır. Uzun integral ifadelerinden kaçınarak kesin rijitlik matrisini elde etmiştir.

Sonlu farklar yöntemini kullanan Levy ve Gal (2002), düzgün değişime sahip üç boyutlu kolon ve kirişler için rijitlik matrisi ve burkulma yükünü hesaplamışlardır.

Prizmatik olmayan sürekli veya süreksiz elemanların rijitlik matrisi için genel bir prosedür ortaya koyan Luo *et al.* (2007), prizmatik olmayan elemanların, rijitlik matrisi bileşenleri ve eşdeğer düğüm noktası yük vektörünü çıkarmak için transfer matris metodunu uygulamıştır. Durum vektörleri yapı elemanının düğüm kuvvetleri ve yer değiştirmelerini tarif eder. Elemanın sağ düğüm noktası ile sol düğüm noktası arasındaki ilişki transfer matrisi olarak ifade edilmiştir. Bir elemanın rijitlik matrisi transfer matrisi ile ifade edilebilir. Bu yüzden ilgili transfer matrisinin doğru elde edilmesi ile kesin bir rijitlik matrisi ifadesi elde edilebilir. Metodun doğruluğu örneklerle gösterilmiştir.

Yapılarda kullanılan değişken kesitli elemanların genellikle düzgün bir değişime sahip olduklarını belirten Romano ve Zingone (1992), homojen parabolik veya lineer değişen yükseklikli veya lineer değişen genişlikli homojen kiriş için kapalı form çözüm sunmuştur. Çözüm tekil yük, düzgün yayılı yük ya da lineer veya parabolik değişen yayılı yük durumunda kullanılmaktadır. Değişken kesitli kirişlerin çökmesi, sadece hesap makinesi kullanılarak çözülecek pratiklikte ortaya konmuştur. Daha karmaşık yapıların da bu şekilde analiz edilebileceği belirtilmiştir. Çökmeler kullanılarak çerçevelerde rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetlerinin elde edilebileceği vurgulanarak,

elemanın ilk ve son yükseklik oranları küçüldükçe maksimum çökme değerinin hızla arttığı ifade edilmiştir.

Rijitlik matrisi hesabında Moment Alan teoremini kullanan Tassew (2002) değişken kesitli değişik eleman tipleri için rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetlerini hesaplamıştır. Parabolik guse, düz guse ve düzgün değişime sahip guseli elemanları incelemiştir. Tekil yük, düzgün yayılı yük ve trapez yayılı yük gibi yük çeşitlerini kullanmıştır. Yaptığı bir bilgisayar programı ile çözülen örnekleri vermiştir.

Değişken kesitli elemanların kesin rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetleri için analitik ifadeler elde ederek çözüm pratikliği sağlayan Ayaz (2001), değişken kesitli elemanlardan meydana gelen düzlem çerçeveleri incelemiştir. Değişken kesitli elemanlarda ağırlık merkezi ekseninin kullanılması gerektiğini belirtmiştir.

Geleneksel Bernoulli-Euler kiriş teorisi ve kuvvet metodunu kullanan Colunga (1996), prizmatik olmayan elemanlar için iki boyutlu ve üç boyutlu elastik rijitlik matrisini tanımlayan bir metod göstermiştir. Önerilen formülasyon kayma deformasyonu ve kesit şeklini içermekte fakat eksen durumundan kaynaklanan eğrilik deformasyonlarını ihmal etmektedir. Değişken kesitli elemanlar için kesin çözümler ortaya konmuştur. Önerilen metod ile guseli kirişler için hesaplanan rijitlik faktörleri PCA el kitabı ile bulunanlarla karşılaştırılmıştır. PCA el kitabı tablolarının değişken elemanlar hakkında günümüz bilgisine göre yetersiz oldukları ve rijitlik sabitlerinin hesabında bazı hatalara yol açtıkları gösterilmiştir. PCA Çerçeve Katsayıları El Kitabının yerine, binalarda yaygın olarak kullanılan değişken kesitler için katsayıların doğrudan hesaplanması için ifadeler geliştirmiştir. Doğrusal değişime sahip kare, dikdörtgen ve dairesel kesitler için kapalı form çözüm sağlanmıştır. Sonuç olarak prizmatik olmayan elemanlar için rijitlik faktörlerinin sabit olmadığı ve açıklık-küçük yükseklik oranına (L/h) bağlı oldukları belirtilmiştir. Rijitlik faktörlerinin değişimi derin guseli kirişlerde daha belirgindir. Ek olarak rijitlik katsayılarının en kesit şekline bağlı olduğu da gösterilmiştir. Yazar bulgularından yola çıkarak yapı analizinde prizmatik olmayan eleman formüllerini geliştirmeye ihtiyaç olduğunu ortaya koymuştur.

Mezaini (1991), prizmatik olmayan elemanlı çerçevelerin doğrusal lineer elastik davranışı, izoparametrik düzlem gerilme sonlu elemanları kullanılarak incelenmiş, normal betonarme ve öngerilmeli yapılara uygulanmıştır. Bu gibi yapıların bilinen yöntemlerle analizinin yanlış sonuçlar verdiği belirtilmiştir. Prizmatik olmayan elemanlar için literatürde verilen ankastrelik momentleri, rijitlik değerleri ve taşıma katsayıları sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanmış ve yapılan karşılaştırmada büyük farklar ortaya çıktığı belirtilmiştir. Eksen sürekliliğine dikkat edilmesini belirtmiş aksi halde kuplaj etkisinin ortaya çıktığına değinmiştir. Değişken elemanın guse kısmında gerilme dağılımından dolayı nötr bir bölgenin oluştuğu belirtilerek bu bölgenin hesaba katılmaması gerektiğini söylemiştir. Hesaba katılacak kısım etkili guse boyu olarak ifade edilmiştir. Bu sebeple ortaya çıkacak hatayı ortadan kaldırmak için etkili guse boyu için bir yaklaşım sunmuştur.

Yapılan çalışmalarda eksenin düz kabul edildiğini ve kesin çözümlerin bunun üzerine bina edildiğini ifade eden ancak eksenin düz olamayacağını belirterek bu kabul ile yola çıkıp kesin çözümlerin elde edilemeyeceğini belirten Mezaini *et al.* (1991), prizmatik olmayan elemanlı çerçevelerin lineer elastik davranışları izoparametrik düzlem sonlu elemanlar kullanılarak araştırmıştır. Bu tip elemanların analizini yapan geleneksel metotların hatalı sonuçlar verdiğini belirtmiştir. Mevcut literatürde bulunan prizmatik olmayan elemanlar için ankastrelik momentleri, rijitlik ve taşıma katsayılarının Sonlu elemanlar metodu sonuçları ile karşılaştırıldığında büyük tutarsızlıklar verdiğini belirtmiştir. Bu hataların kaynakları belirtilmiştir. Geleneksel çerçeve analizi programları için model önerileri yapmıştır. Yapılan çalışma prizmatik olmayan elemanlar ile prizmatik elemanların davranışları arasındaki büyük farkı göstermektedir. Ağırlık merkezi ekseninin süreksiz oluşu eğilme momenti, kesme ve eksenle kuvvet arasında kuplaj meydana getirdiği belirtilmiştir. Basamaklı eleman tipinde boş alanların oluşmasının eleman rijitliğinde yumuşamaya sebep olduğu vurgulanmıştır. Eleman eksenel olarak sınırlandığında kemer etkisi oluştuğu ve kuvvet dağılımını etkileyen eksensel bir itme meydana geldiği belirtilmiştir. Çalışmada, çerçevelerde kolon rijitliğinden dolayı kirişlerin belli bir ölçüde tutulduğu, sürekli kirişlerde ise eksenel tutulmanın mesnetteki sürtünmeden kaynaklandığı ifade edilmiştir.

Balkaya (1987) değişken kesitli kirişler için literatürde yer alan rijitlik, taşıma ve ankastrelik momentlerine ait katsayıların geçerliliğini sonlu elemanlar yöntemini kullanarak araştırmıştır. Bu amaçla değişken kesitli kirişlerin parabolik ve kübik izoparametrik elemanlar kullanarak sonlu elemanlar yöntemiyle analizi için bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Modellemede kullanılan eleman sayısı ve kullanılan eleman tiplerini değiştirerek değişken kesitli kirişler için uygun modelleme şeklini elde etmiştir. Belirlediği uygun modellemeyi kullanarak rijitlik taşıma ve ankastrelik momentlerine ait katsayıları sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplamıştır. Elde ettiği sonuçları mevcut kaynaklardaki değerlerle kıyaslamıştır. Kısa ve derin basamaklı kirişler için bu farkın kabul edilemeyecek değerler çıktığını belirtmiştir. Sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçların daha hassas olduğu ve pratikte bunların kullanılması gerektiğini ifade etmiştir. Daha sonra yaptığı çalışmada Balkaya (2001), değişken T-kesitli elemanları incelemiştir. 3 boyutlu sonlu eleman modeli ile prizmatik olmayan T kesitli kirişlerin davranışını ortaya koymuş ve eksen seçimine değinerek hesapta guse kısmının gerçek boyunun %75'i olarak alınması halinde doğru sonuçlar elde edileceğini belirtmiştir.

Çubuk sistemlerle ilgili en kapsamlı çalışmayı ortaya koyan Tezcan (1970), sabit kesitli elemanlarla ilgili rijitlik matrisi, eksen dönüşümleri ve ankastrelik uç kuvvetlerinin bulunması ile ilgili formülleri çıkarmıştır. Sabit kesitli elemanlarla ilgili sayısal örnekler çözmüştür. Değişken kesit durumunda bazı atalet momenti değişim hallerine ait rijitlik matrisi ve ankastrelik etkilerinin hesabı için tablolar vermiştir. Ayrıca bütün değişken kesitli elemanlar ve tablolarda verilmeyen değişim halleri için uygun yaklaşık hesapların kullanılabileceğini belirtmiş ve elemanın sabit atalet momentli sayılabilen uygun parçalara bölünerek Moment-Alan teoremi ile rijitlik sayılarını hesaplayan bir program tarif etmiştir. Sabit kesitli elemanlar için kayma etkisi ve geniş mesnet durumu gibi özel halleri de inceleyerek çözüm yolları sunmuştur.

Bernoulli-Euler kiriş teorisini kullanan Friedman ve Kosmatka (1992), herhangi bir değişken kiriş elaman için eksenel, eğilme ve burulma rijitlik matrisleri

geliştirmişlerdir. Sabit ve değişken kesitli elemanlar ile yapılan çözümler Sonlu Eleman yöntemi ile mukayese edilmiş ve Sonlu eleman yönteminde çok sayıda eleman kullanıldığında tek eleman ile buldukları çözüme yakın sonuç elde ettiklerini belirtmişlerdir. Sonraki çalışmalarında ise Friedman ve Kosmatka (1993), Timoshenko kiriş teorisi kullanarak herhangi bir değişken kiriş eleman için kesin eğilme rijitlik matrislerini kayma deformasyonları da dikkate alınarak geliştirmişlerdir. Eğilme rijitlik matrisi katsayılarını üç integral işlemi kullanarak elde etmişlerdir. Bu katsayılar sabit kesit ve doğrusal veya parabolik değişen değişken kesit için ayrı ayrı elde etmişlerdir. Değişken kesitli kısa kirişler üzerinde guse değişim oranı ve kayma deformasyonu etkilerini belirlemek için Sayısal örnekler vermişlerdir.

Khan (1995) prizmatik olmayan kiriş ve plakların eğilmesi için sınır eleman metodu vermiştir. Prizmatik olmayan kirişlerin analizi için sınır integral formülasyonu geliştirmiştir. Lineer ve parabolik prizmatik olmayan profiller için gerekli temel çözümleri elde etmiştir. Metodu herhangi bir yükleme tipi için değişken yükseklikli sürekli kirişlerin analizi için geliştirmiştir. Kullandığı metod için bir bilgisayar programı yapmıştır. Program kullanılarak sayısal örnekleri çözmüştür. Çözdüğü örnekleri PCA tablolarıyla kıyaslayarak yaptığı programın doğruluğunu belirtmiştir. Daha sonra prizmatik olmayan kirişler için basit ama kesin bir yöntem ortaya koymaya çalışan Ghanti ve Khan (1998), çalışmalarında genel sınır şartlarına sahip prizmatik olmayan kirişlerin analizini göstermişlerdir. Analiz sınır integral metoduna dayanmaktadır. Prizmatik olmayan (doğrusal değişen ve parabolik) kirişlerin temel çözümleri çıkarılmıştır. Metodun doğruluğu sayısal örneklerle test edilmiştir. Sürekli prizmatik olmayan kirişlerin sınır integral sonuçları ortaya konmuştur. Metod kesin çözüm vermektedir. Tek yaklaşım sınır modelinin yaklaşımıdır. Doğru sonuç vermesinin yanında metotta çözülmesi gereken denklem sayısının azlığı da avantaj olarak belirtilmiştir. Bu metod doğrusal ve parabolik yükseklik değişimi olan dikdörtgen kirişler için gösterilmiş olmasına rağmen atalet momenti uyarlaması ile aynı yol takip edilerek diğer problemlere de kolayca uygulanabilmektedir.

Kesin aksenal, burkulma ve eğilme rijitliklerini elde etmek için temel diferansiyel denklemler ve sınır integral metodu kullanan Al-Gahtani (1996), değişken kesitli

elemanların rijitlik matrisi bileşenlerini ve ankastrelik kuvvetlerini kapalı formda ifade eden basit bir metot sunmuştur.

Yapılan çalışmalarda analitik çözümlere yer verilmiş, kayma etkisi hesaba dahil edilmiştir. Ancak değişken kesitli elemanlar için geniş mesnet durumunu dikkate alan bir çalışmaya rastlanmamaktadır. Değişken kesitli elemanlar için genellikle ağırlık merkezinden geçmeyen eksen kullanılmıştır. Cowper (1966), gerilmeleri herhangi bir eksene göre hesaplayarak kullanmıştır. Mezaini *et al.* (1991) eksen olarak ağırlık merkezinden geçen eksenin kullanılması gerektiğini belirtmiştir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölümde, değişken kesitli çubuk elemanların analizinde önemli görülen kayma etkisi ve geniş mesnet durumlarının nasıl dikkate alınacağından bahsedilmektedir. Matris Deplasman Yöntemi kullanılarak yapılan çalışma sonuçları Sonlu Elemanlar Yöntemi ile ANSYS programı kullanılarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmaktadır. Hazırlanan sabit ve değişken enkesitli yapı elemanlarından oluşan modellerin deneysel olarak incelenmesinden elde edilen sonuçlarla analitik çözüm sonuçları karşılaştırılmaktadır.

Bu bölümde analiz için kullanılan matris deplasman yöntemi kısaca anlatılmış ve değişken kesitli elemanlarda özellik arz eden eksen seçiminin öneminden ve nasıl yapılacağından bahsedilmiştir.

Analizde önce sabit ve değişken kesitli elemanlar için kayma etkisi ele alınmakta daha sonra geniş mesnet durumu için rijitlik matrisinin elde edilmesinden bahsedilmektedir.

Geniş mesnet durumu sabit kesitli ve değişken kesitli elemanlara uyarlanarak kayma etkilerini de göz önüne alacak şekilde rijitlik matrisinin elde edilişi ifade edilmiştir. Rijitlik matrislerinin kolayca elde edilebilmesi için gerekli olan analitik ifadeler verilmiştir.

Çözümde kullanılan matris deplasman yöntemi sabit ve değişken kesitli elemanlar için kayma ve geniş mesnet etkisini bunların varyasyonlarını da içerecek şekilde formüle edilmiş ve hazırlanan bilgisayar programına aktarılmıştır.

Sonlu elemanlar yönteminden bahsedilerek ve sonlu elemanlar yöntemi için kullanılan ANSYS paket programı kısaca tanıtılmıştır.

Önerilen analitik çözümün doğruluğu deneysel çalışmalar ile araştırılmıştır. Bu amaçla sabit ve değişken kesitli deney modelleri hazırlanarak yüklenmiş ve deplasmanları ölçülmüştür. Önce değişken kesitli ve sabit kesitli elemanlardan oluşan birer adet çerçeve kullanılmıştır. Sonra hem kayma etkisi ve geniş mesnet etkilerini artırmak hem de büyük deplasmanlar elde etmek amacıyla daha büyük bir çerçeve kullanılarak deney tekrarlanmıştır. Deneysel sonuçlar, analitik sonuçlar ve Sonlu Elemanlar Metodu sonuçları mukayese edilmiştir.

3.1. Matris Deplasman Yöntemi

Matris deplasman yöntemi yapıların gerek statik yükler ve gerekse dinamik yükler altında analizi için kullanılan bir çözümleme yöntemidir. Bu yöntem bilgisayarların güçlü ve ucuz hale gelmeleri ile yaygın şekilde kullanılmaya başlanmıştır. Bilgisayar kullanımı Matris Deplasman Yönteminde ortaya çıkan denklem takımı çözümü zorluğunu ortadan kaldırmıştır. Günümüzde kullanılan pek çok yapı analizi programının temelinde bu yöntem vardır. Normalde basit bir problem için bile yapılması gereken bir dizi işlem içermesinden ve denklem takımlarından çözülmesi gereken bilinmeyenlerin sayıca fazla olmasından bu yöntem el ile çözüme elverişli olmaz. Ancak sistematik olması sayesinde bilgisayar çözümüne çok uygun olmaktadır. Ayrıca elle yaklaşık çözümlerin dahi yapılamayacağı kadar karmaşık problemlerde de Matris Deplasman Yöntemi kolay, hızlı ve kesin çözüme ulaştırmaktadır.

Matris Deplasman Yönteminde taşıyıcı sistem ister basit bir izostatik kafes kiriş, ister eğri eksenli bir kiriş, ister yüksek dereceden hiperstatik bir uzay çerçeve çubuğu olsun yapılacak hesaplar ve işlem sırası aynıdır (Tezcan 1970). Burada ortaya çıkan tek fark sadece eleman rijitlik matrislerinin elde edilmesinde olmaktadır.

Matris Deplasman Yönteminde yapıyı oluşturan her bir elemana ait eleman rijitlik matrisi elde edilebiliyorsa kesin çözüme ulaşmak mümkün olmaktadır. Dolayısı ile bu yöntemde temel olan eleman rijitlik matrislerinin elde edilmesi olmaktadır. Bu nedenle

Matris Deplasman Yöntemi her türlü yapı sistemi ve geometri şartlarında kullanılabilen bir yöntem olmakta ve değişken kesitli elemanlar içeren yapılar için de rahatlıkla kullanılabilir. Eleman geometrisi düzgün olmayan yapılarda bile en kesitin, değişimi bilinen sabit kesitli küçük parçalara bölünerek çözüme gidilmesi mümkün olabilmektedir. Bu durumda parça sayısının artırılması çözümü doğruya daha da yaklaştırmaktadır.

Matris deplasman yönteminin esas taşıyıcı sistemin düğüm noktalarına etkiyen yüklerle bu düğüm noktalarında meydana gelecek yer değiştirmeler arasında bir ilişkinin kurulmasına dayanır. Bu ilişkiyi kuran sistem rijitlik matrisi adı verilen ve yapı çubuklarının her birinin katkısı ile ortaya çıkan matristir. Bu nedenle Matris Deplasman Yöntemi, Rijitlik Yöntemi olarak da adlandırılmaktadır. Bu ilişki

$$[P]=[K][D] \quad (3.1)$$

şeklindeki denklem takımı ile ifade edilmektedir. Bu denklem takımının doğrusal olup olmaması incelenen problemin özelliğine bağlıdır. Burada ;

$[P]$: Taşıyıcı sistemin düğüm noktaları yük vektörü,

$[K]$: Sistem Rijitlik Matrisi,

$[D]$: Taşıyıcı sistemin düğüm noktaları yer değiştirme vektörü göstermektedir.

Kelime anlamı itibariyle eğilmezlik bükülmezlik anlamına gelen rijitlik ise belirli bir doğrultuda birim yer değiştirme elde etmek için taşıyıcı sisteme uygulanması gereken kuvvet olarak tanımlanmaktadır (Tezcan 1970). Taşıyıcı sistemi meydana getiren çubukların uçlarının birleştiği noktalar ile taşıyıcı sistemin dış ortamla birleştiği mesnet noktaları düğüm noktası olarak adlandırılmaktadır.

P düğüm noktaları yük vektörü, gerek sistemin düğüm noktalarına doğrudan etkiyen dış yüklerden ve gerekse taşıyıcı sistemi oluşturan elemanlar üzerine etkiyen yüklerden çubuk uçlarında meydana gelen ankastrelik kuvvetleri olarak adlandırılan kuvvetlerden meydana gelmektedir. Bir düğüm noktasında birden fazla çubuk olması halinde bu çubuklara ait ankastrelik etkileri P yük vektörü üzerinde uygun tarzda ve ait oldukları düğüm noktasında süperpoze edilmektedir.

Sistem rijitlik matrisi taşıyıcı sistemi meydana getiren elemanların, eleman rijitlik matrislerinin, sistem rijitlik matrisi üzerinde uygun tarzda süperpoze edilmesi ile elde edilir. Eleman rijitlik matrisi, elemanın yer değiştirme yapabileceği doğrultularda birim yer değiştirme meydana getiren kuvvetler grubunu temsil eder.

Sonuç olarak Denklem 3.1’de taşıyıcı sistemi oluşturan her bir eleman için yazılan

$$[p_{ij}] = [k_{ij}][d_{ij}] + [f] \quad (3.2)$$

şeklindeki matris takımlarının süperpozisyonu ile elde edilmektedir. Burada:

$[p_{ij}]$: Eleman uç kuvvetleri matrisi

$[k_{ij}]$: Eleman rijitlik matrisi

$[d_{ij}]$: Eleman uç yer değiştirmeleri matrisi

$[f]$: Çubuk ankastrelik uç kuvvetleri matrisi göstermektedir.

3.1.1. Matris deplasman yönteminde rijitlik matrisi

Düzlem çerçeve çubuğu için çubuk eksen takımında olmak üzere eleman rijitlik matrisi

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu rijitlik matrisi hesapta kullanılırken sistem eksen takımına dönüştürülmelidir. k_{ij} matris elemanları temel stifnes elemanları olan A_i , A_j ve B ile ifade edilise

$$\begin{aligned} A_i &= a_i \frac{EI_0}{L} \\ A_j &= a_j \frac{EI_0}{L} \\ B &= b_{ij} \frac{EI_0}{L} \end{aligned} \quad (3.4)$$

ve rijitlik matrisinin diğer elemanları

$$C_i = \frac{A_i + B}{L}, C_j = \frac{A_j + B}{L}, D = \frac{C_i + C_j}{L}, \quad (3.5)$$

olmak üzere rijitlik matrisi

$$[k] = \begin{bmatrix} D & C_i & -D & C_j \\ C_i & A_i & -C_i & B \\ -D & -C_i & D & -C_j \\ C_j & B & C_j & A_j \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

şeklini alır(Tezcan 1970).

3.1.2. Değişken kesit durumunda rijitlik sayıları

Rijitlik matrisinin elde edilmesinde a_i , a_j ve b_{ij} temel rijitlik katsayılarının bilinmesi yeterlidir. Sabit atalet momentli ($I_0=I$) elemanlarda $a_i=4$, $a_j=4$ ve $b_{ij}=2$ olmaktadır. Değişken kesitli elemanda ise bu sayılar kesit değişimine bağlı olduğundan ayrıca hesaplanmalıdır. Düzgün doğrusal değişken enkesitli elemanlar için elde edilen rijitlik katsayıları;

$$a_i = \left(\frac{L}{EI_0} \right) \frac{\alpha_2}{(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3^2)}$$

$$b_{ij} = \left(\frac{L}{EI_0} \right) \frac{\alpha_3}{(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3^2)} \quad (3.7)$$

$$a_j = \left(\frac{L}{EI_0} \right) \frac{\alpha_1}{(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3^2)}$$

şeklindedir(Dündar vd 1985). h_1 ve h_2 değişken kesitli elemanın sırasıyla i ve j ucuna ait yükseklikleri olmak üzere α_1 , α_2 ve α_3 katsayıları

$$\alpha_1 = \left(\frac{1}{EL^2} \right) \frac{12L^3 \ln(h_1 / h_2)}{b(h_1 - h_2)^3} - \frac{6L^3(3h_1 - h_2)}{bh_1^2(h_1 - h_2)^2} \quad (3.8)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{1}{EL^2} \right) \frac{12L^3 \ln(h_1 / h_2)}{b(h_1 - h_2)^3} + \frac{6L^3(h_1 - 3h_2)}{bh_2^2(h_1 - h_2)^2} \quad (3.9)$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{1}{EL^2} \right) \frac{12L^3 \ln(h_2 / h_1)}{b(h_1 - h_2)^3} + \frac{6L^3(h_1 + h_2)}{bh_1 h_2 (h_1 - h_2)^2} \quad (3.10)$$

bağıntıları ile elde edilirler.

Sabit kesitli elemanlarda $S = \left[\frac{AE}{L} \right]$ olan eksenel rijitlik ifadesi değişken kesit durumunda

$$S = \frac{E b(h_1 - h_2)}{L \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right)} \quad (3.11)$$

şeklini alır. Değişken kesitli eleman için elde edilen rijitlik matrisi sabit kesitli elemanlar için de kullanılabilir(Ayaz 2001).

Eksenel rijitlik eğilme ve kayma rijitliğine bağlı olmadığından ayrı ayrı elde edilebilirler. Bu yüzden eksenel rijitlik terimi rijitlik matrisi elde edilirken rijitlik matrisinde gösterilmemektedir. Ancak hesapta kullanılırken eksenel rijitlik terimi de matrise eklenmelidir.

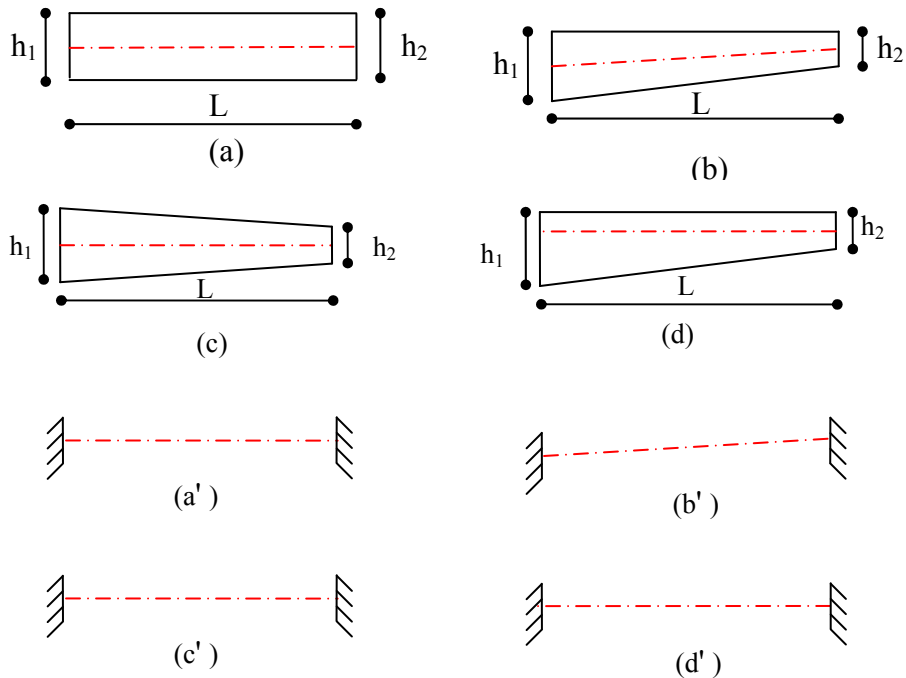
Değişken kesitli elemanlarda kayma etkisi göz önüne alınmıyorsa rijitlik matrisi, yukarıda verilen rijitlik sayıları ile elde edilebilirler. Sabit kesitli elemanlarda her durum için bu katsayıları kullanmak mümkündür.

3.1.3. Çubuk eksenlerinin seçimi

Yapı mekaniğinde yapılan hesaplamalarda genellikle çubuk sistemler kullanılmaktadır. Çubuk sistemlerde çözüm için eleman veya çerçeve için geometrik bilgiler ve yükleme durumu bilinmesi yeterli olmaktadır. Burada her bir elemanı tanımlamak için eleman ekseninin tüm sisteme ait bir eleman takımına göre diğer çubuklarla birleştiği düğüm noktalarının koordinatları ve çubuk enkesitinin çubuk boyunca değişimine ait bilgilerin verilmesi yeterli olmaktadır. Eleman boyu, elemanın düğüm noktası koordinatlarından hesaplanmaktadır.

Bu bilgilerin hazırlanması sırasında önemli olan bir konu ise eleman uçlarının sistem eksen takımındaki düğüm noktası koordinatları verilirken, çubuğa ait büyüklüklerin elde edilmesi sırasında kullanılan teorik çubuk ekseninin göz ardı edilmemesidir.

Örneğin Şekil 3.1’de görülen çubuk elemanlara ait rijitlik matrisi gibi büyüklükler şekilde gösterilen çubuk eksenlerine göre elde edilirler. Bu elemanların birçoğunun birleşerek meydana getirdiği bir çerçeve sistem de aslında bu elemanların şekilde gösterilen çubuk eksenlerinin birleşerek meydana getirdiği geometride olmak zorundadır. Yani Şekil 3.1.b’de gösterilen değişken kesitli elemanın bir çerçeve sistem içinde kullanılırken Şekil 3.1.d’de belirtilen eksenle taşınması yanlıştır. Çerçeve sistemde eksenler çubuklarda kullanılan eksenler ile uyumlu olmalıdır. Çubukta ağırlık merkezinden geçen eksen kullanılmışsa çerçevede çubuk aynı eksenle gösterilmelidir. Genellikle bu yanlışın yapıldığı gözlenmekte olup çözümde önemli hatalara sebep olmaktadır.



Şekil 3.1. Sabit ve değişken enkesitli elemanlarda eksen seçimi ve çubuk gösterimi

(a) Sabit kesitli eleman düz eksen, (b) Eksen Ağırlık merkezinde, (c) Eksen ağırlık merkezinde ve kesit simetrik, (d) Düz eksen, (a'), (b'), (c'), (d') Çubuk gösterimleri

Sabit enkesitli elemanlar için böyle bir hatanın yapılması çubuk geometrisinden yani seçilen eksenin zaten ağırlık merkezinden geçmesinden dolayı gerçekleşmemektedir. Ancak değişken enkesitli elemanlarda bu hususun göz ardı edilmemesi gerekmektedir.

Değişken kesitli çubuk elemanlardan oluşan bir çerçeve sisteminin çözümünde sadece eleman boyu, başlangıç ve bitiş kesitleri dikkate alınır ve çubuk eksen Şekil 3.1.d’de verilen eksen takımı kullanılarak çözüm yapılırsa elde edilen sonuç Şekil 3.1.c’de gösterilen elemanın kullanıldığı bir çerçeveden farklı bir sonuç vermeyecektir. Ancak gerçek eksen durumları dikkate alındığında her birinin aslında ayrı problemler olduğu ve çözümde farklı sonuçlar vereceği görülecektir.

Şekil 3.1.c’deki durum ise pratikte sık karşılaşılan bir kesit değildir. Burada eksen zaten ağırlık merkezine denk geldiği için eksenle ilgili benzer sorun ortadan kalkmaktadır.

Yapı mekaniğinde çubuk eksen, enkesit ağırlık merkezinden geçen ve enkesite dik olan eksen olarak tanımlanmaktadır (İnan 2001). Sabit kesitli elemanlarda kullandığımız eksen elemanın orta noktasında geçmekte ve zaten ağırlık merkezine denk gelmektedir. Eksenin düz seçilmesi zamanla alışkanlık haline gelmiş ve değişken kesitte de düz eksen kullanılmıştır(Şekil 3.1.d).

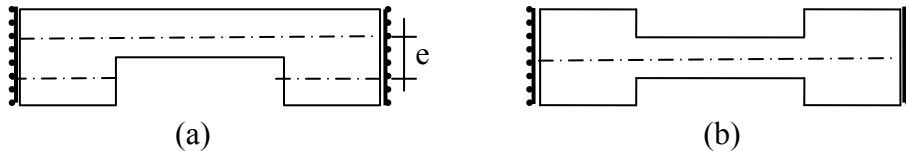
Değişken kesitli elemanlarla ilgili literatürde geçen çalışmaların çoğunda özellikle ilk çalışmalarda eksen durumu dikkate alınmamış ve Şekil 3.1.d’deki gibi düz bir eksen üzerinde çözüm yapılmıştır. Bu şekilde bir eksen kabulü sonuçta ciddi farklara yol açmaktadır.

En yaygın kullanıma sahip guseli bir kirişin guse kısmı için düz eksen geçerli değildir. Guse kısmında Şekil 3.2’deki değişken eksenin kullanılması gerekmektedir. Değişken kesitli elemanlar için seçilen eksen, elemanın çubuk olarak çözümünde sonucu değiştirecektir.



Şekil 3.2. Guseli kirişte eksen seçimi

Eksen etkisini incelemek için aynı ölçülere sahip fakat farklı eksenleri olan iki eleman ele alındığında, elemanda sıcaklık değişiminden dolayı Şekil 3.3.a’da aksenal kuvvet ve eğilme momenti oluşurken Şekil 3.3.b’de sadece aksenal kuvvet oluşur(El-Mezaini *et al.* 1991).



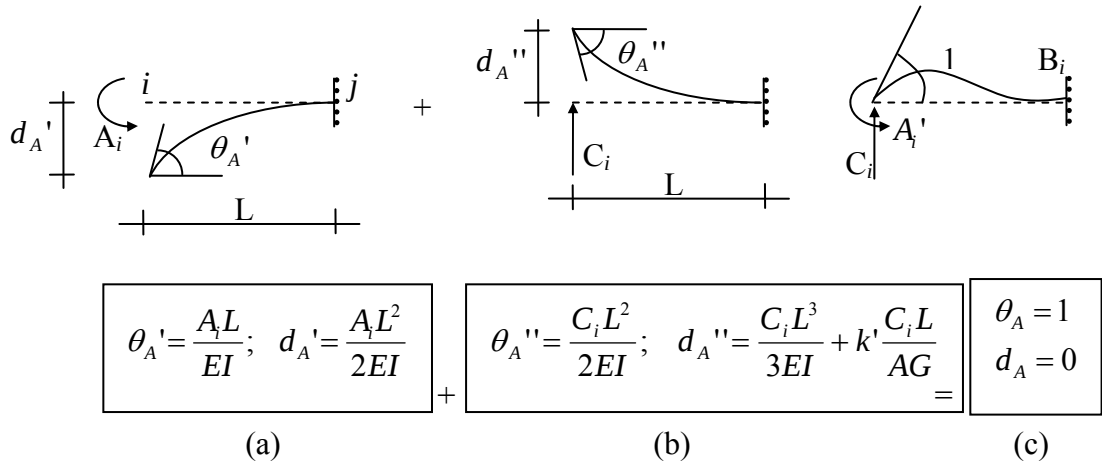
Şekil 3.3. Eksen seçiminin etkisi

Özetle değişken kesitli bir çubuk veya çubuk elemanlardan oluşan bir çerçevenin analizinde çerçeve geometrisi tasarlanırken eleman büyüklüklerinin elde edildiği çubuk eksenlerinin ne olduğu dikkate alınmak zorundadır.

3.2. Sabit Atalet Momentli Kesitte Kayma Etkisi

Çubuk eleman çözümünde eleman boyunun eleman yüksekliğine oranı fazla olduğundan kayma etkisi küçük çıkmakta ve genellikle ihmal edilmektedir. Eleman enkesit yüksekliğinin artması halinde kayma etkisi hesaba dahil edilmektedir. Değişken kesitli elemanlarda özellikle enkesitin arttığı bölgelerde eleman boyunun yüksekliğe oranı azalmaktadır. Bu durumda kayma etkileri ihmal edilmeyecek değerler ulaşmaktadır. Hesapta kayma etkilerinin dikkate alınması birçok eleman için zorunluluk olmaktadır.

Bir çubukta eğilmeden ileri gelen deformasyonların yanı sıra kayma gerilmelerinden dolayı da birtakım deformasyonlar mevcuttur. Mesela bir konsol kirişin ucundaki çökme, kayma deformasyonları ihmal edilince $C_i L^3 / (3EI)$ olduğu halde, kayma deformasyonları ihmal edilmeyince $C_i L^3 / (3EI) + k' C_i L / (AG)$ şeklindedir. Genellikle kayma deformasyonları ufaktır ve bu sebepten hesaplara dahil edilmezler. Fakat narınlığı az olan geniş kolonlar, perde duvarları vs. gibi kalın ve küt çubuklarda kayma deformasyonlarının neticelere tesiri büyük olabilir (Tezcan 1970).



Şekil 3.4. Kayma deformasyonlarının hesaplara dahil edilmesi (Tezcan 1970)

Kayma deformasyonlarının temel stifnes sayılarına olan tesirini bulmak için Şekil 3.4'de gösterilen konsol kirişin ucuna önce A_i momentini sonra da C_i düşey kuvvetini tatbik edelim. Çubuğun i ucunda birim dönme bulunmasına tekabül eden uç momentlerinin katsayıları, a_i ve b_{ij} temel stifnes sayılarını verir. Çubuğun i ucunda bulunan A_i momenti ve C_i düşey kuvvetinden ileri gelen dönmelerin mutlak değerlerini, sırası ile θ_A' ve θ_A'' ile, çökmelerin mutlak değerlerini sırası ile, d_A' ve d_A'' ile gösterelim. Sol başta birim dönme meydana gelmesi şartından,

$$\theta_A' - \theta_A'' = 1 \quad (3.12)$$

yani

$$\frac{A_i L}{EI} - \frac{C_i L^2}{2EI} = 1 \quad (3.13)$$

ve sıfır çökme şartından da

$$-d_A' + d_A'' = 0 \quad (3.14)$$

yani,

$$\frac{-A_i L^2}{2EI} + \left(\frac{C_i L^3}{3EI} + k' \frac{C_i L}{AG} \right) = 0 \quad (3.15)$$

yazılır ve i ucu ile j ucu arasındaki statik denge şartından da,

$$C_i = \frac{A_i + B_{ij}}{L} \quad (3.16)$$

ifade edilir ve denklem 3.13 ile 3.15 çözülürse,

$$A_i = 4 \frac{EI}{L} \lambda_i \quad (3.17)$$

$$B_{ij} = 2 \frac{EI}{L} \lambda_{ij} \quad (3.18)$$

bulunur. Simetriden dolayı $A_i = A_j$ dir ve buradaki düzeltme faktörleri

$$\lambda_i = \lambda_j = 0.75\varepsilon + 0.25 \quad (3.19)$$

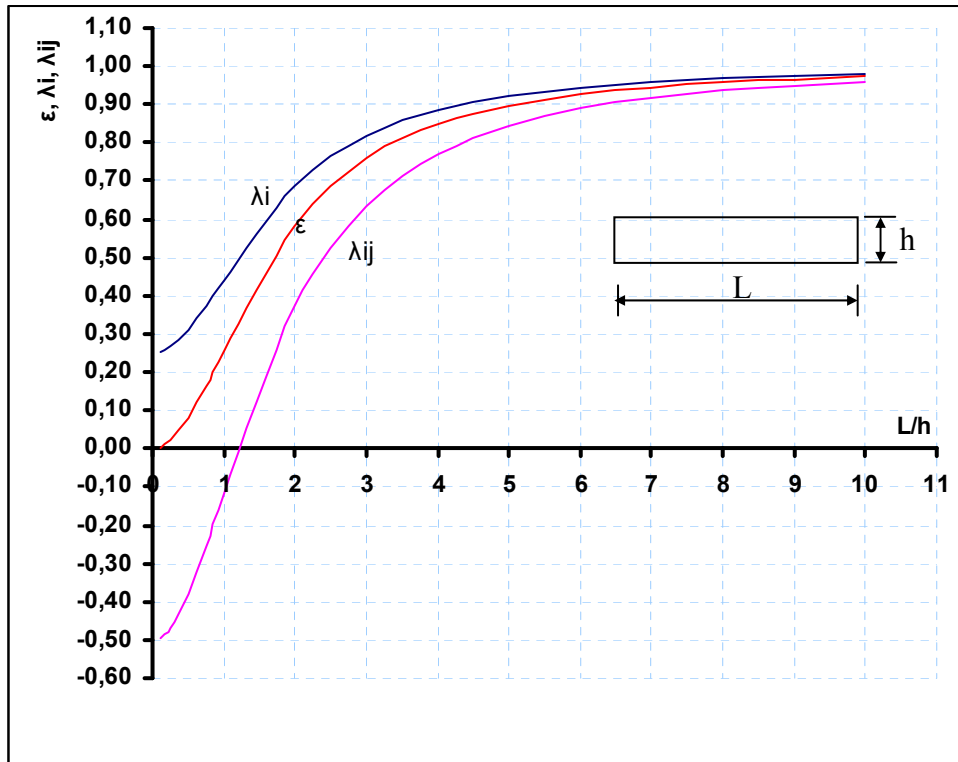
$$\lambda_{ij} = 1.5\varepsilon - 0.5 \quad (3.20)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 24k' \frac{(1+\mu)}{\frac{L}{r^2}}} = \frac{1}{1 + \frac{12k' EI}{GAL^2}} = \frac{1}{1 + \frac{2k'(1+\mu)}{(\frac{L}{h})^2}} \quad (3.21)$$

şeklindedir. Dikdörtgen bir kesitte $\mu=0.15$ ve $k'=1.2$ d için

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{2.76}{(\frac{L}{h})^2}} \quad (3.22)$$

dir (Tezcan 1970).



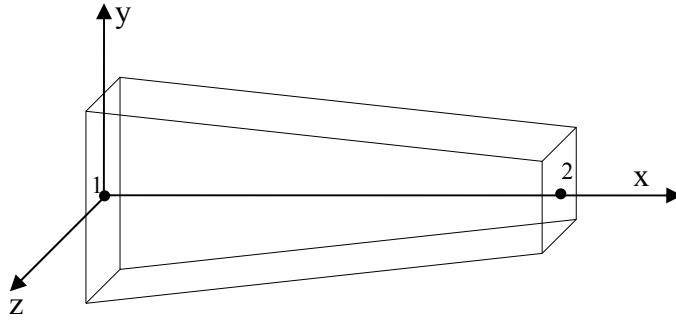
Şekil 3.5. Kayma etkisi için hesaplanan $\mu=0.1$ ve $k'=1.2$ için λ_i , λ_j ve ε değerleri

Çubuk sistemler ile yapılan mukavemet çözümlerinde birçok durumda kayma etkisi çok küçük olduğundan ihmal edilir. Genel olarak elemanın boyunun yüksekliğine oranına (L/h) bakılarak ihmal edilip edilmeyeceğine karar verilir.

(L/h) oranının 10'dan büyük değerleri için kayma deformasyonları ihmal edilebilir. Mesnet ve köşelerdeki eğilme momenti mukayeselerinden görülmüştür ki narinliğin 10 olması halinde hata %12.2, 20 için %4.5 ve 60 için %0.5 olmaktadır. Bu da gösteriyor ki binalarda $L =$ kolon boylarının, kolonun en büyük kenarı h 'a oranı L/h , takriben 5'ten küçükse, hesaplarda %5'ten büyük hata yapmak istemiyorsak, kayma deformasyonlarını göz önüne almalıyız. Bilhassa perde duvarların ve derin kirişlerin hesabında kayma deformasyonlarının rolü büyüktür (Tezcan 1970).

3.3. Değişken Kesitli Elemanda Kayma Etkisi

Burada Timoshenko kiriş teorisine bağlı olarak düzgün değişen yükseklik durumu için kayma etkisinin de göz önüne alındığı rijitlik matrisi ortaya konacaktır (Friedman1992).



Şekil 3.6. Değişken kesitli eleman

Rijitlik matrisi,

$$[k_{xy}] = \frac{1}{D_1} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & -S_1 & (S_1L - S_2) \\ S_2 & S_3 & -S_2 & (S_2L - S_3) \\ -S_1 & -S_2 & S_1 & -(S_1L - S_2) \\ (S_1L - S_2) & (S_2L - S_3) & -(S_1L - S_2) & (S_1L^2 - 2S_2L + S_3) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

şeklindedir. Rijitlik matrisi elemanları,

$$\alpha = \frac{t_2 - t_1}{t_1} \quad (3.24)$$

$$t(x) = t_1 \left[1 + \alpha \left(\frac{x}{L} \right) \right] \quad (3.25)$$

$$EI_{zz}(x) = EI_{zz1} \left[1 + \alpha \left(\frac{x}{L} \right) \right]^3 \quad (3.26)$$

$$k_y GA(x) = k_y GA_1 \left[1 + \alpha \left(\frac{x}{L} \right) \right] \quad (3.27)$$

olmak üzere ve

$$S_1 = \int_0^L \frac{1}{EI(x)} dx \quad (3.28)$$

$$S_2 = \int_0^L \frac{x}{EI(x)} dx \quad (3.29)$$

$$S_3 = \int_0^L \left(\frac{x^2}{EI(x)} + \frac{1}{k_y GA(x)} \right) dx \quad (3.30)$$

olmak üzere

$$S_1 = \frac{L}{EI_{zz1}} \frac{(2 + \alpha)}{2(1 + \alpha)^2} \quad (3.31)$$

$$S_2 = \frac{L^2}{EI_{zz1}} \frac{1}{(\alpha + 1)^2} \quad (3.32)$$

$$S_3 = \frac{L(2EI_1\alpha^2(1+\alpha)^2 \ln(1+\alpha) - A_1GK_yL^2(\alpha(2+3\alpha) + 2(1+\alpha)^2 \ln(L) - 2(1+\alpha)^2 \ln(L+\alpha L))}{2A_1EGI_1K_y\alpha^3(1+\alpha)^2} \quad (3.33)$$

ve

$$D_1 = S_1 S_3 - S_2^2 \quad (3.34)$$

şeklindedir (Friedman 1992). Burada;

S_1 =Momentten dolayı oluşan dönme,

S_2 =Kaymadan dolayı oluşan dönme,

S_3 =Kaymadan dolayı oluşan yer değiştirme,

α = değişim oranı,

t = kalınlık

E = elastisite modülü,

$I_{zz1}=I_1$ = atalet momenti,

G = kayma modülü,

L = eleman boyu

A_1 = ilk kesit alanı

Burada k_y kayma faktörüdür. Kayma faktörü dikdörtgen elemanlar için,

$$k_y = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu} \quad (3.35)$$

şeklinde ifade edilir.

$$c_1 = 2(1+\alpha)^2(2+\alpha)$$

olmak üzere;

$$D_1 = \frac{L^2 \{EI_1 c_1 \alpha^2 \ln(1+\alpha) + A_1 G k_y L^2 [-\alpha(4+\alpha(8+7\alpha)) - c_1 \ln(L) + c_1 \ln(L(1+\alpha))]\}}{4A_1 E G I_1^2 k_y \alpha^3 (1+\alpha)^4} \quad (3.36)$$

olacaktır. Rijitlik matrisi

$$[k_{xy}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

ve

$$c_2 = 2(1+\alpha)^2 (EI\alpha^2 \ln(1+\alpha) + \alpha G k_y L^2 (-\ln(L) + \ln(L+L\alpha))) \quad (3.37)$$

olmak üzere, rijitlik matrisi elemanları,

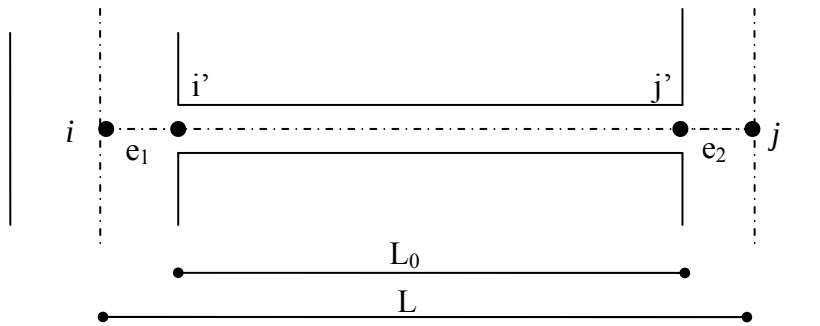
$k_{11} = \frac{L(2+\alpha)}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{12} = \frac{L^2}{D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	
$k_{13} = -\frac{L(2+\alpha)}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{14} = \frac{L^2 \alpha}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	
$k_{21} = k_{12} = \frac{L^2}{D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{22} = \frac{L(-\alpha G k_y L^2 \alpha(2+3\alpha) + c_2)}{2D_1 \alpha E G I_1 k_y \alpha^3 (1+\alpha)^2}$	
$k_{23} = -\frac{L^2}{D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{24} = \frac{L(\alpha G k_y L^2 \alpha(3+2\alpha)) - c_2}{2D_1 \alpha E G I_1 k_y \alpha^3 (1+\alpha)^2}$	
$k_{31} = k_{13} = -\frac{L(2+\alpha)}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{32} = k_{23} = -\frac{L^2}{D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	
$k_{33} = \frac{L(2+\alpha)}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{34} = -\frac{L^2 \alpha}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	
$k_{41} = k_{14} = \frac{L^2 \alpha}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{42} = k_{24} = \frac{L(\alpha G k_y L^2 \alpha(3+2\alpha)) - c_2}{2D_1 \alpha E G I_1 k_y \alpha^3 (1+\alpha)^2}$	
$k_{43} = k_{34} = -\frac{L^2 \alpha}{2D_1 E I_1 (1+\alpha)^2}$	$k_{44} = \frac{L(\alpha G k_y L^2 \alpha(-2+(-3+\alpha)\alpha(1+\alpha)) + c_2)}{2D_1 \alpha E G I_1 k_y \alpha^3 (1+\alpha)^2}$	(3.38)

olur. Burada sadece kayma etkileri dikkate alınmıştır.

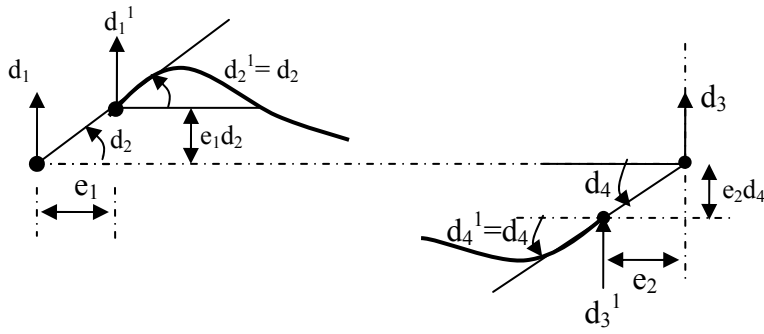
3.4. Geniş Mesnet Durumu

Kayma etkisinin etkili olduğu durumlarda hesaba dahil edilmesi yaygındır. Ancak daha büyük bir etkiye sahip olan geniş mesnet durumu pek hesaba katılmamaktadır. Çubuk elemanların çözümünde eleman boyu düğüm noktaları arasındaki mesafe olarak ele alınmaktadır. Ancak bu birleşim noktalarında çubuktan farklı bir bölge oluşmaktadır. Bu bölgenin çubuk olarak ele alınması çözümde hatalı sonuçlara sebep olmaktadır. Bu bölgenin artmasıyla hata payı da artmaktadır. Çubuk elemandan farklı davranış gösteren bu bölge geniş mesnet olarak ele alınmıştır.

Şekil 3.7’de görüldüğü gibi, düğüm noktalarında kolon ve kirişe müşterek olan malzeme parçasını rijit bir blok olarak kabul eder ve bu blokun rijit olarak dönmesinden ileri gelen ilave uç deformasyonlarını da hesaplara dahil edersek, hakiki rijitlik sayılarını bulmuş oluruz. Rijit blokun i ucundaki yarı genişliğini e_1 , j ucundakini de e_2 ile gösterirsek, çubuğun teorik düğüm noktasındaki $\{d\}$ uç deformasyonlarını, çubuğun blok kenarında i noktasındaki, $\{d'\}$ deformasyonlarını aşağıdaki şekilde eşitleyebiliriz (Tezcan 1970).



Şekil 3.7. Geniş mesnetli çubuklar



Şekil 3.8. Geniş mesnetli çubuklarda deformasyon ilişkileri

$$\{d'\} = [T]\{d\} \quad (3.39)$$

Burada;

$[T]$ = yer değiştirmeler için transformasyon matrisi

e_1 =i ucundaki mesnet yarı genişliği

e_2 =j ucundaki mesnet yarı genişliği

olmak üzere deformasyonlar arasındaki ilişki;

$$d_1' = d_1 + e_1 d_2$$

$$d_2' = d_2$$

$$d_3' = d_3 - e_2 d_4$$

$$d_4' = d_4$$

(3.40)

şeklindedir. Matris formunda yazarsak;

$$\{d'\} = \begin{Bmatrix} d_1' \\ d_2' \\ d_3' \\ d_4' \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -e_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\{d'\} = \begin{bmatrix} 1 & e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -e_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

$[T]$ transformasyon matrisi ve çubuğun serbest açıklık uçlarına göre tanzim edilmiş $[k']$ rijitlik matrisi bilindiğine göre, teorik düğüm noktası merkezlerine göre tanzim edilmiş $[k]$ matrisi

$$[k] = [T]^T [k'] [T] \quad (3.45)$$

formülünden hesaplanabilir. Sistemin genel rijitlik matrisini elde etmek için kullanılan çubuk rijitlik matrisi $[k']$ değil $[k]$ dır. Çünkü, sistem için müşterek olan deformasyon vektörleri $i' j'$ değil, $i j$ noktalarındadır. Serbest açıklık içinde kalan $i' j'$ parçasının $[k']$ rijitlik matrisi çubuk boyu L_0 olacak şekilde;

$$[k'] = \begin{bmatrix} D' & C_i' & -D' & C_j' \\ C_i' & A_i' & -C_i' & B' \\ -D' & -C_i' & D' & -C_j' \\ C_j' & B' & -C_j' & A_j' \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

şeklinde yazılır. Burada,

$$A_i' = a_i \frac{EI}{L_0}, \quad A_j' = a_j \frac{EI}{L_0} \quad \text{ve} \quad B' = b_{ij} \frac{EI}{L_0} \quad (3.47)$$

$$C_i' = \frac{A_i' + B'}{L_0}, \quad C_j' = \frac{A_j' + B'}{L_0} \quad \text{ve} \quad D' = \frac{C_i' + C_j'}{L_0} \quad (3.48)$$

şeklindedir.

$$[k] = [T]^T [k'] [T] \quad (3.45)$$

üçlü çarpımı yapılırsa, çubuğun teorik düğüm noktalarına indirgenmiş $[k]$ rijitlik matrisi;

$$[k] = \begin{bmatrix} D' & e_1 D' + C_i' & -D' & e_2 D' + C_j' \\ C_i' + e_1 D' & e_1^2 D' + 2e_1 C_i' + A_i' & -e_1 D' - C_i' & B' + e_1 C_j' + e_2 C_i' + e_1 e_2 D' \\ -D' & -e_1 D' - C_i' & D' & -e_2 D' - C_j' \\ C_j' + e_2 D' & B' + e_1 C_j' + e_2 C_i' + e_1 e_2 D' & -e_2 D' - C_j' & A_j' + 2e_2 C_j' + e_2^2 D' \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

şeklinde bulunur.

Teorik düğüm noktasındaki $[k]$ matrisini bu üçlü çarpımdan yola çıkarak elde edeceğimiz temel rijitlik katsayıları ile de bulabiliriz. Bu katsayıları rijitlik matrisi ilgi elemanları ile çarparak geniş mesnet etkisini hesaba katabiliriz. Teorik düğüm

noktalarına göre yazılmış [k] rijitlik matrisinin ikinci ve üçüncü satırındaki temel rijitlik sayıları ele alınırsa;

$$A_i = A_i' + 2d_1 C_i' + d_1^2 D' = \frac{EI}{L_0} \left(a_i + \frac{2c_i d_1}{L_0} + \frac{d_{ij} d_1^2}{L_0^2} \right) \quad (3.50)$$

$$A_j = A_j' + 2d_2 C_j' + d_2^2 D' = \frac{EI}{L_0} \left(a_j + \frac{2c_j d_2}{L_0} + \frac{d_{ij} d_2^2}{L_0^2} \right) \quad (3.51)$$

$$B = B' + d_1 C_j' + d_2 C_i' + d_1 d_2 D' = \frac{EI}{L_0} \left(a_j + \frac{2c_j d_2}{L_0} + \frac{d_{ij} d_2^2}{L_0^2} \right) \quad (3.52)$$

Yazılır ve teorik açıklık cinsinden ifade edilirse;

$$A_i = a_i \frac{EI}{L} s_i$$

$$A_j = a_j \frac{EI}{L} s_j \quad (3.53)$$

$$B = b_{ij} \frac{EI}{L} s_{ij}$$

bulunur. Burada mesnet genişliğine bağlı s_i, s_j ve s_{ij} düzeltme faktörleri

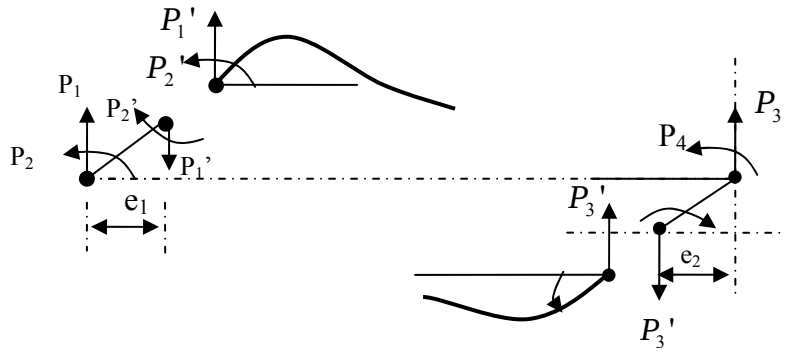
$$s_i = \frac{L}{L_0} \left(1 + \frac{2c_i e_1}{a_i L_0} + \frac{d_{ij} e_1^2}{a_i L_0^2} \right) \quad (3.54)$$

$$s_j = \frac{L}{L_0} \left(1 + \frac{2c_j e_2}{a_j L_0} + \frac{d_{ij} e_2^2}{a_j L_0^2} \right) \quad (3.55)$$

$$s_{ij} = \frac{L}{L_0} \left(1 + \frac{c_j e_1}{b_{ij} L_0} + \frac{2c_i e_2}{b_{ij} L_0} + \frac{d_{ij} e_1 e_2}{b_{ij} L_0^2} \right) \quad (3.56)$$

şeklindedirler. A_i , A_j ve B_{ij} temel stifnes terimleri bilinince, $[k]$ rijitlik matrisinin diğer terimleri elde edilirler.

Kuvvet ilişkileri,



Şekil 3.9. Geniş mesnetli çubuklarda kuvvet ilişkileri

$$\begin{aligned} p_1' &= p_1 \\ p_2' &= p_2 - e_1 p_1 \\ p_3' &= p_3 \\ p_4' &= p_4 + e_2 p_3 \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned}
p_1 &= p_1' \\
p_2 &= p_2' + e_1 p_1 \\
p_3 &= p_3' \\
p_4 &= p_4' - e_2 p_3
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Serbest açıklık uçlarındaki $i' j'$ noktalarında ankastrelik reaksiyonları ile çubuk uç tesirleri biliniyorken, bunları teorik mesnet merkezlerindeki $i j$ noktalarına dönüştürmek için,

$$\{f\} = [T]^T \{f'\} \tag{3.59}$$

ve

$$\{p\} = [T]^T \{p'\} \tag{3.60}$$

denklemleri kullanılır (Tezcan1970).

Geniş mesnetlere ait rijitlik düzeltme faktörlerinin en çok işe yaradığı hatta kaçınılmaz bir zorunluluk olduğu taşıyıcı sistemler bilhassa geniş kolon ve perdelerle oturan kirişlerin bulunduğu betonarme karkas binalardır. Fakat herhalde gözden uzak tutulmayacak bir nokta, kolon ve kiriş birleşimlerindeki ortak bölgenin sonsuz rijit kabul edildiğidir. Dolayısı ile s_i , s_j ve s_{ij} düzeltme faktörleri bu kabulün ışığı altında değerlendirilmelidir. Mesela rijitlik düzeltme faktörlerinin hesabında e_1 ve e_2 değerlerinin yarısı kullanılabilir (Tezcan 1970).

3.5. Sabit Kesitli Elemanda Geniş Mesnet Durumunda Kayma Etkisi

Sabit kesitli elemanda kayma etkisini dikkate almak için rijitlik matrisi temel elemanları;

$$\begin{aligned}
A_i &= 4 \frac{EI}{L} \lambda_i \\
A_j &= 4 \frac{EI}{L} \lambda_j \\
B_{ij} &= 2 \frac{EI}{L} \lambda_{ij} \\
C_i &= \frac{A_i + B}{L}, C_j = \frac{A_j + B}{L}, D = \frac{C_i + C_j}{L}
\end{aligned} \tag{3.61}$$

şeklindedir. Sabit kesitli eleman için kayma etkisini göz önüne alan rijitlik matrisi;

$$[k] = \begin{bmatrix} D & C_i & -D & C_j \\ C_i & A_i & -C_i & B \\ -D & -C_i & D & -C_j \\ C_j & B & -C_j & A_j \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

şeklindedir. Geniş mesnet durumunda serbest açıklık durumu için L_0 kullanarak elde edeceğimiz rijitlik matrisi elemanları kayma etkisi de göz önüne alınır,

$$\begin{aligned}
A_i' &= 4 \frac{EI}{L_0} \lambda_i \\
A_j' &= 4 \frac{EI}{L_0} \lambda_j \\
B_{ij}' &= 2 \frac{EI}{L_0} \lambda_{ij} \\
C_i' &= \frac{A_i' + B'}{L_0}, C_j' = \frac{A_j' + B'}{L_0} \text{ ve } D' = \frac{C_i' + C_j'}{L_0}
\end{aligned} \tag{3.62}$$

olacağından rijitlik matrisi $[k']$ ise;

$$[k'] = \begin{bmatrix} D' & C_i' & -D' & C_j' \\ C_i' & A_i' & -C_i' & B' \\ -D' & -C_i' & D' & -C_j' \\ C_j' & B' & -C_j' & A_j' \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

olacaktır. Geniş mesnet durumunda yer değiştirmeler için transform matrisi T,

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -e_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

şeklindedir. Teorik düğüm noktası merkezlerine göre tanzim edilmiş [k] matrisi

$$[k] = [T]^T [k'] [T] \quad (3.45)$$

olacaktır.

$$[k] = \begin{bmatrix} D' & C_i' + e_1 D' & -D' & C_j' + e_2 D' \\ C_i' + e_1 D' & A_i' + 2e_1 C_i' + e_1^2 D' & -C_i' - e_1 D' & B' + e_1 C_j' + e_2 C_i' + e_1 e_2 D' \\ -D' & -C_i' - e_1 D' & D' & -C_j' - e_2 D' \\ C_j' + e_2 D' & B' + e_1 C_j' + e_2 C_i' + e_1 e_2 D' & -C_j' - e_2 D' & A_j' + 2e_2 C_j' + e_2^2 D' \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

şekline gelecektir.

Bu matrisin kullanılması halinde sabit kesitli elemanlar için hem kayma etkisi hem de geniş mesnet durumu dikkate alınarak rijitlik matrisi elde edilecektir.

3.6. Değişken Kesitli Elemanlarda Geniş Mesnet Durumunda Kayma Etkisi

Değişken kesitli eleman için kayma etkisini göz önüne alan rijitlik matrisi;

$$[k_{xy}] = \frac{1}{D_1} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & -S_1 & (S_1 L - S_2) \\ S_2 & S_3 & -S_2 & (S_2 L - S_3) \\ -S_1 & -S_2 & S_1 & -(S_1 L - S_2) \\ (S_1 L - S_2) & (S_2 L - S_3) & -(S_1 L - S_2) & (S_1 L^2 - 2S_2 L + S_3) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

şeklindedir (Friedman1992). Geniş mesnet durumunda serbest açıklık durumu için L_0 kullanarak elde edeceğimiz rijitlik matrisi $[k'_{xy}]$;

$$[k'_{xy}] = \frac{1}{D_1'} \begin{bmatrix} S_1' & S_2' & -S_1' & (S_1' L_0 - S_2') \\ S_2' & S_3' & -S_2' & (S_2' L_0 - S_3') \\ -S_1' & -S_2' & S_1' & -(S_1' L_0 - S_2') \\ (S_1' L_0 - S_2') & (S_2' L_0 - S_3') & -(S_1' L_0 - S_2') & (S_1' L_0^2 - 2S_2' L_0 + S_3') \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

olacaktır. Geniş mesnet durumunda yer değiştirmeler için transform matrisi T ,

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -e_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

şeklindedir. Teorik düğüm noktası merkezlerine göre tanzim edilmiş $[k]$ matrisi

$$[k_{xy}] = [T]^T [k'_{xy}] [T] \quad (3.65)$$

olacaktır.

$$[K_{xy}] = \frac{1}{D_1'} \begin{bmatrix} S_1' & e_1 S_1' + S_2' & -S_1' & -S_2' + S_1'(e_2 + L_0) \\ e_1 S_1' + S_2' & e_1^2 S_1' + 2e_1 S_2' + S_3' & -S_1' e_1 - S_2' & -S_3' + S_1' e_1(e_2 + L_0) + S_2'(-e_1 + e_2 + L_0) \\ -S_1' & -S_1' e_1 - S_2' & S_1' & -S_1'(e_2 + L_0) + S_2' \\ -S_2' + S_1'(e_2 + L_0) & -S_3' + S_1' e_1(e_2 + L_0) + S_2'(-e_1 + e_2 + L_0) & -S_1'(e_2 + L_0) + S_2' & S_3' + (e_2 + L_0)(-2S_2' + S_1'(e_2 + L_0)) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

şekline gelecektir.

$$D_1' = \frac{L_0^2 \{EI_1 c_1 \alpha^2 \ln(1 + \alpha) + A_1 G K_y L_0^2 [-\alpha(4 + \alpha(8 + 7\alpha)) - c_1 \ln(L_0) + c_1 \ln(L_0(1 + \alpha))]\}}{4A_1 E G I_1^2 K_y \alpha^3 (1 + \alpha)^4} \quad (3.67)$$

Bu matrisin kullanılması halinde düzgün doğrusal değişime sahip değişken kesitli elemanlar için hem kayma etkisi hem de geniş mesnet durumu aynı anda dikkate alınarak rijitlik matrisi elde edilecektir. Burada elde edilen rijitlik matrisi sabit kesitli elemanlar için de geçerlidir. Sadece sabit kesitli eleman durumunda h_1 ve h_2 değerleri birbirine eşit alınacaktır. Ancak bu durumda rijitlik matrisi terimleri içerisinde matematiksel işlemlerde tanımsız olan değerlerin çıkmaması için $h_1 = h_2 + 0,0001$ gibi çok küçük bir fark ile h_1 ve h_2 değerleri birbirinden farklı alınabilir. Geniş mesnet durumu dikkate alınmadan çözüm yapmak için e_1 ve e_2 değerleri sıfır alınmalıdır

Değişken kesitli elemanlarda kayma etkisi ve geniş mesnet etkisi için rijitlik matrisi

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

şeklindedir.

$$c_3 = 2(1 + \alpha)^2 (EI_1 \alpha^2 \ln(1 + \alpha) + G A k_y L_0^2 (-\ln(L) + \ln(L + L\alpha))) \quad (3.68)$$

şeklinde yazılırsa rijitlik matrisi elemanları kapalı formda,

$S = \frac{E b(h_1 - h_2)}{L \ln(\frac{h_1}{h_2})}$	$k_{11} = \frac{L_0(2 + \alpha)}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$
$k_{12} = \frac{L_0(2L_0 + e_1(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$	$k_{13} = -k_{11} = -\frac{L_0(2 + \alpha)}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$
$k_{14} = \frac{L_0(L_0\alpha + e_2(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$	$k_{21} = k_{12} = \frac{L_0(2L_0 + e_1(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$
$k_{22} = \frac{L_0(GAk_y\alpha(4e_1L_0\alpha^2 + e_1^2\alpha^2(2 + \alpha) - L_0^2(2 + 3\alpha)) + c_3)}{2D_1EI_1GAk_y\alpha^3(1 + \alpha)^2}$	
$k_{23} = -k_{12} = -\frac{L_0(2L_0 + e_1(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$	
$k_{24} = \frac{L_0(GAk_y\alpha(2L_0^2 + 3L_0^2\alpha + 2(e_1e_2 + L_0(e_2 + L_0))\alpha^2 + e_1(e_2 + L_0)\alpha^3) - c_3)}{2D_1EI_1GAk_y\alpha^3(1 + \alpha)^2}$	
$k_{31} = k_{13} = -k_{11} = -\frac{L_0(2 + \alpha)}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$	$k_{32} = k_{23} = -k_{12} = -\frac{L_0(2L_0 + e_1(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$
$k_{33} = k_{11} = -\frac{L_0(2 + \alpha)}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$	$k_{34} = -k_{14} = -\frac{L_0(L_0\alpha + e_2(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$
$k_{41} = k_{14} = \frac{L_0(L_0\alpha + e_2(2 + \alpha))}{2D_1EI_1(1 + \alpha)^2}$	$k_{42} = k_{24} \quad , \quad k_{43} = k_{34} = -k_{14}$
$k_{44} = \frac{L_0\{GAk_y\alpha[2e_2L_0\alpha^3 + e_2^2\alpha^2(2 + \alpha) + L_0^2(-2 + (-3 + \alpha)\alpha(1 + \alpha))] + c_3\}}{2D_1EI_1GAk_y\alpha^3(1 + \alpha)^2}$	

(3.68)

olarak ifade edilirler.

Rijitlik matrisleri terimleri elde edildikten sonra bütün durumlar için eksenel rijitlik teriminin eklenmesi unutulmamalıdır. 4X4 olarak elde edilen matrisler, eksenel rijitlik terimleri eklenince 6X6 matrisi haline gelir.

3.7. Bilgisayar Programı - DEKGEM

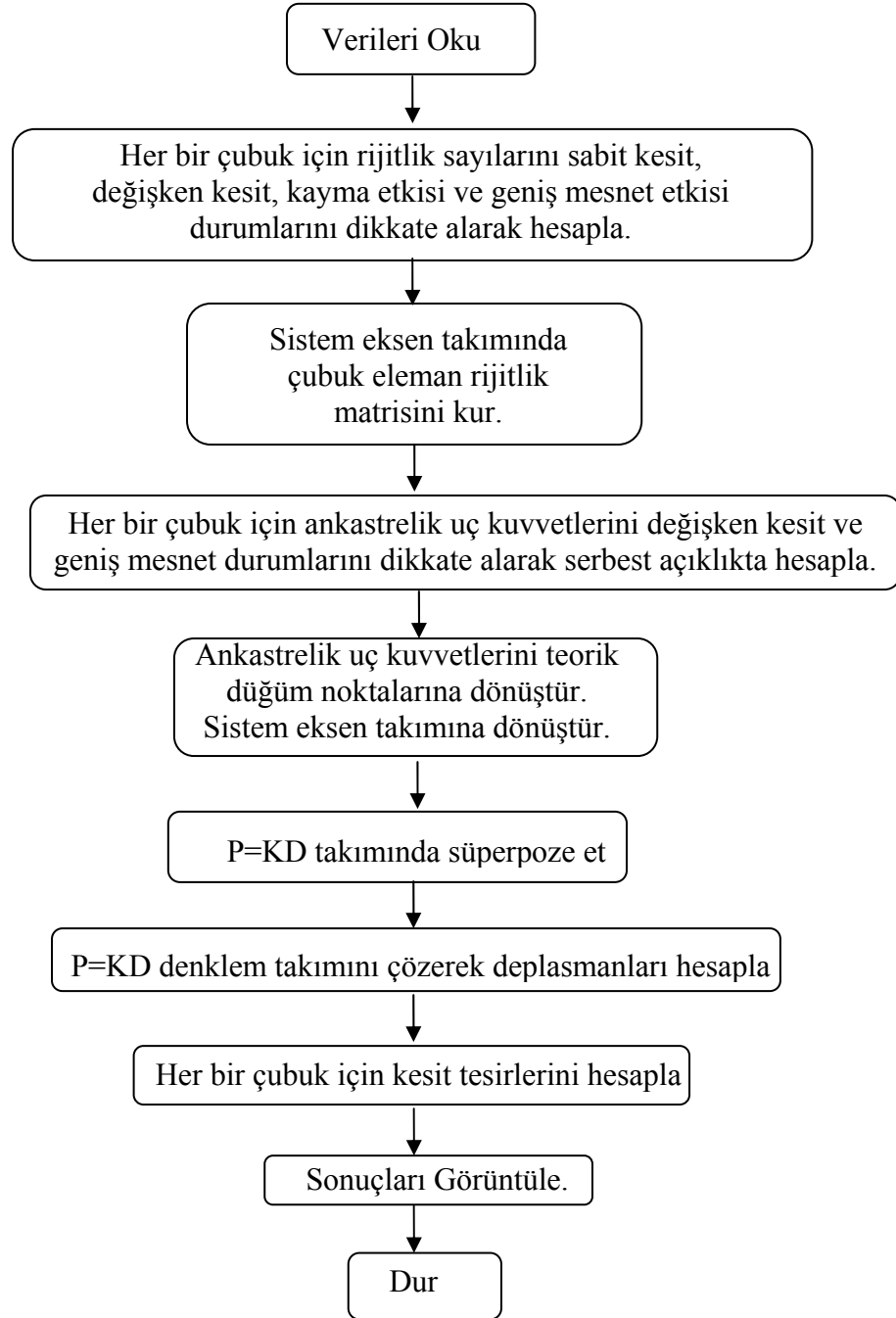
Çalışmada çubuk sistemlerinin çözümü için Matris Deplasman Yöntemi kullanılarak DEKGEM bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bu program ile sabit kesitli elemanlar ve değişken kesitli elemanların statik çözümü yapılmaktadır. Programda değişken kesitli elemanlar için kayma etkisi ve geniş mesnet etkisi dahil edilerek çözüm yapılmaktadır. Sabit kesitli elemanlar değişken kesitli elemanların özel bir hali olduğundan ($h_1=h_2$) aynı program sabit kesitli elemanlar için de kullanılmaktadır.

Program ile ankastrelik kuvvetlerini tekil yük, düzgün yayılı yük, üçgen yayılı yük, trapez yayılı yük ve bunların kombinasyonlarını kullanarak hesaplamak mümkündür(Ayaz 2001).

Programlarda veri olarak elemanların malzeme özellikleri, eleman sayısı, düğüm noktası sayısı, mesnet şartları, düğüm noktaları koordinatları, yükler, çubuk boyutları ve geniş mesnet miktarı verilmektedir.

Veriler program tarafından okunarak elemanların sırasıyla rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetleri hesaplanarak sistem denklem takımına dönüştürülmektedir. Geniş mesnet durumunda rijitlik matrisi ve ankastrelik kuvvetlerinin hesabı serbest açıklıkta yapılarak teorik açıklığa dönüştürülmektedir. Daha sonra sıra ile deplasmanlar ve kesit tesirleri hesaplanmaktadır.

DEKGEM programına ait akış diyagramı ana hatları ile aşağıda verilmiştir. Program sabit ve değişken kesitli elemanlar için kayma ve geniş mesnet etkilerinden herhangi birini veya tamamı için sekiz adet varsyondan oluşan sekiz tip analiz yapmaktadır. Bu varyasyonlardan hepsini tek tek akış şemasında göstermek yerine ise tüm durumları içeren sade bir akış diyagramı verilmiştir.



Şekil 3.10. DEKGEM bilgisayar programı akış diyagramı

3.8. Sonlu Eleman Yaklaşımı

Sonlu elemanlar metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözülmesiyle tam çözümün bulunduğu bir çözüm şeklidir. Metodun üç temel niteliği vardır: İlk olarak, geometrik olarak karmaşık olan çözüm bölgesi sonlu elemanlar olarak adlandırılan geometrik olarak basit alt bölgelere ayırır. İkincisi her elemandaki, sürekli fonksiyonlar, cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanabileceği kabul edilir. Üçüncü kabul ise, aranan değerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin belirli noktalardaki (düğüm noktaları) değerleri elde edilmesinin problemin çözümünde yeterli olmasıdır. Kullanılan yaklaşım fonksiyonları interpolasyon teorisinin genel kavramları kullanılarak polinomlardan seçilir. Seçilen polinomların derecesi ise çözülecek problemin tanım denkleminin derecesine ve çözüm yapılacak elemandaki düğüm sayısına bağlıdır.

Mühendislik uygulamalarında problemlerin karmaşıklığı sebebiyle genellikle problemlerin tam çözümü yerine, kabul edilebilir seviyede bir yaklaşık çözüm tercih edilir. Öyle problemler vardır ki, tam çözüm imkânsız kabul edilerek yaklaşık çözüm tek yol olarak benimsenir.

Sonlu elemanlar metodunu diğer nümerik metotlardan üstün kılan başlıca unsurlar şöyle sıralanabilir:

- a) Kullanılan sonlu elemanların boyutlarının ve şekillerinin değişkenliği nedeniyle ele alınan bir cismin geometrisi tam olarak temsil edilebilir.
- b) Bir veya birden çok delik veya köşeleri olan bölgeler kolaylıkla incelenebilir.
- c) Değişik malzeme ve geometrik özellikleri bulunan cisimler incelenebilir.
- d) Sebep sonuç ilişkisine ait problemler, genel direngenlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yer değiştirmeler cinsinden formüle edilebilir. Sonlu elemanlar metodunun bu özelliği problemlerin anlaşılmasını ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.
- e) Sınır şartları kolayca uygulanabilir.

Sonlu elemanlar metodunun temel prensibi, öncelikle bir elemana ait sistem özelliklerini içeren denklemlerin çıkartılıp tüm sistemi temsil edecek şekilde eleman denklemlerini birleştirerek sisteme ait lineer denklem takımının elde edilmesidir.

Sonlu elemanlar metodu ile problem çözümünde kullanılacak olan yaklaşım çözüm işleminde izlenecek yolu değiştirmez. Çözüm yöntemindeki adımlar şunlardır:

- a) Cismin sonlu elemanlara bölünmesi,
- b) İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimi,
- c) Eleman direngenlik matrisinin teşkili,
- d) Sistem direngenlik matrisinin hesaplanması,
- e) Sisteme etki eden kuvvetlerin bulunması,
- f) Sınır şartlarının belirlenmesi,
- g) Sistem denklemlerinin çözümü.

Sonlu eleman probleminin çözümünde ilk adım eleman tipinin belirlenmesi ve çözüm bölgesinin elemanlara ayrılmasıdır. Çözüm bölgesinin geometrik yapısı belirlenerek bu geometrik yapıya en uygun gelecek elemanlar seçilmelidir. Seçilen elemanların çözüm bölgesini temsil etme oranında, elde edilecek neticeler gerçek çözüme yaklaşmış olacaktır (Topçu 1998).

3.8.1. Sonlu eleman analizleri ve ANSYS

ANSYS yazılımı mühendislerin mukavemet, titreşim, akışkanlar mekaniği ve ısı transferi ile elektromanyetik alanlarında fiziğin tüm disiplinlerinin birbiri ile olan interaksyonunu simule etmekte kullanılabilen genel amaçlı bir sonlu elemanlar yazılımıdır.

Bu sayede gerçekleştirilen testlerin ya da çalışma şartlarının simule edilmesine olanak sağlayan ANSYS, ürünlerin henüz prototipleri üretilmeden sanal ortamda test

edilmelerine olanak sağlar. Ayrıca sanal ortamdaki 3 boyutlu simülasyonlar neticesinde yapıların zayıf noktalarının tespiti ve iyileştirilmesi ile ömür hesaplarının gerçekleştirilmesi ve muhtemel problemlerin öngörülmesi mümkün olmaktadır.

ANSYS yazılımı hem dışarıdan CAD datalarını alabilmekte hem de içindeki "preprocessing" imkânları ile geometri oluşturulmasına izin vermektedir. Aynı preprocessor içinde hesaplama için gerekli olan sonlu elemanlar modeli yani ağ sistemi de (mesh) oluşturulmaktadır. Yüklerin tanımlanmasından sonra ve gerçekleştirilen analiz neticesinde sonuçlar sayısal ve grafiksel olarak elde edilebilir.

ANSYS yazılımı ile özellikle "contact" algoritmalarının çeşitliliği, zamana bağımlı yükleme özellikleri ve nonlinear malzeme modelleri sayesinde yüksek mühendislik seviyedeki analizleri hızlı, güvenilir ve pratik bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir.

ANSYS Workbench parametrik CAD sistemlerini eşsiz bir otomasyon ve performans ile simülasyon teknolojilerini entegre eden bir platformdur. ANSYS Workbench'in gücü yılların bilgi birikimi ile arkasında duran ANSYS çözücü algoritmalarından gelir. Ayrıca ANSYS Workbench'in amacı sanal ortamda ürünün doğrulanmasını ve iyileştirmesini sağlamaktır.

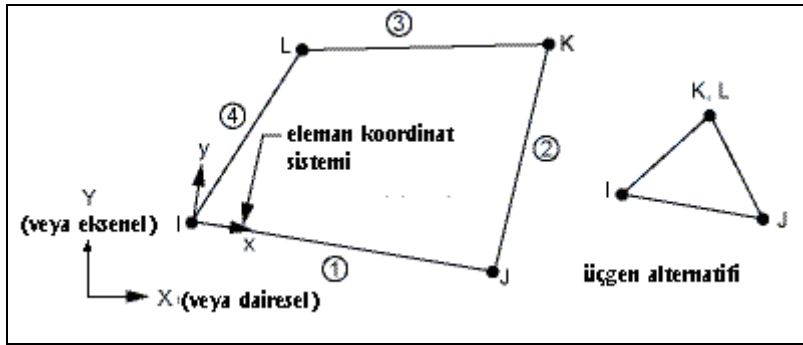
Özellikle PC ile uyumluluğun üst seviyede olabilmesi için yazılmış olan ANSYS Workbench sadece bir arayüzden ileri bir çalışma ortamıdır ve ANSYS Workbench ile herhangi bir ANSYS lisansına sahip herkes çalışabilir. Aynı alışılmış ANSYS arabiriminde olduğu gibi ANSYS Workbench'de de kapasiteler sahip olunan lisansın doğrultusunda sınırlıdır (www.figes.com.tr).

3.8.2. ANSYS ile sonlu elemanlar çözümünde kullanılan eleman tipleri

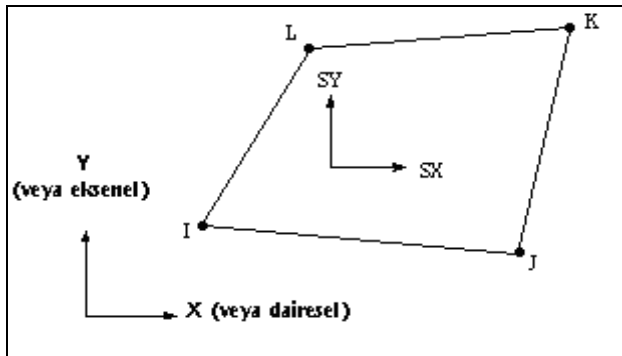
Yapılan çalışmada düzensiz geometrik şekillere uygun olduğundan daha hassas sonuç veren 8 düğüm noktalı PLANE82 elemanı kullanılmıştır. Ancak sonuç okuma kolaylığı

açısından daha az düğüm sayısı olduğundan bazı örneklerde PLANE42 elemanı kullanılmıştır.

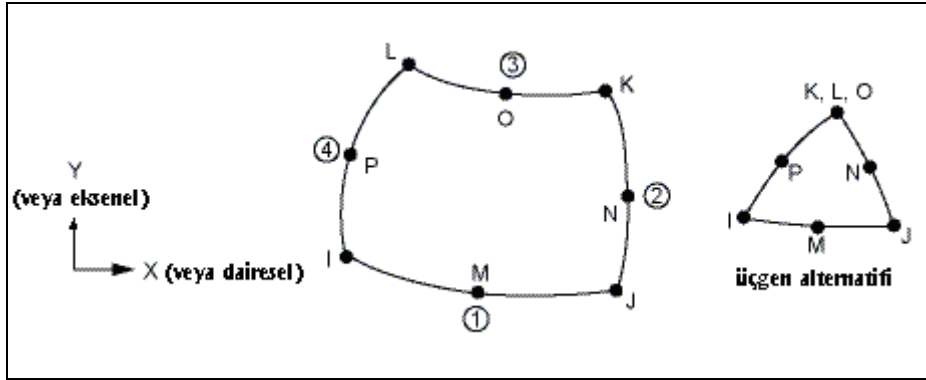
PLANE42 iki boyutlu katı yapılar modellemek için kullanılır. Bu eleman ya düzlem eleman(düzlem gerilme, düzlem şekil değiştirme) ya da aksisimetrik eleman olarak kullanılabilir. Bu eleman her düğüm noktasında 2 serbestlik derecesi (x ve y yönünde düğüm noktası yer değiştirmeleri) olan 4 düğüm noktası ile tanımlanır. Elemanın plastisite, sünme, gerilme, büyük eğilme ve büyük birim şekil değiştirme kapasitesi vardır.



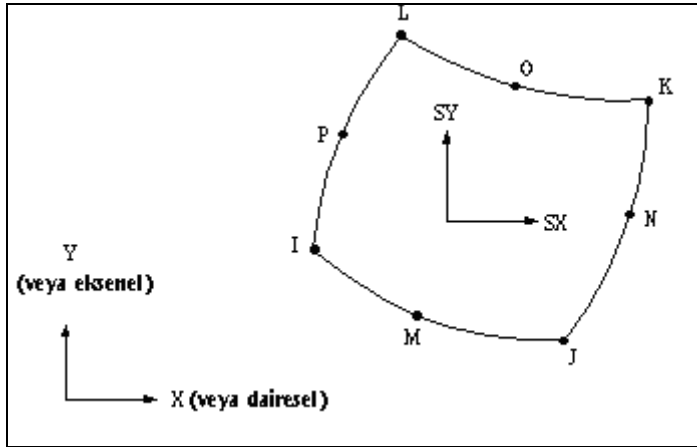
Şekil.3.11. PLANE42 eleman tipi geometrisi



Şekil.3.12. PLANE42 eleman tip gerilmeleri



Şekil.3.13. PLANE82(2 boyutlu 8 düğüm noktalı yapısal katı eleman) geometrisi



Şekil.3.14. PLANE82 eleman tipi gerilmeleri

PLANE82 iki boyutlu 4 düğüm noktalı (PLANE42) elemanın üst düzey bir versiyonudur. Karışık(dörtgen ve üçgen) otomatik ağ oluşturma durumunda daha hassas sonuçlar verir ve düzensiz şekillerde hassasiyet kaybı olmadan kullanılabilir. 8 düğüm noktalı eleman uyumlu değişebilen şekle sahip olduğundan eğri sınırlı modellere iyi uyar.

8 düğüm noktalı eleman her düğüm noktasında 2 serbestlik derecesi (x ve y yönünde düğüm noktası yer değiştirmeleri) olan 8 düğüm noktası ile tanımlanır. Bu eleman ya düzlem eleman (düzlem gerilme, düzlem şekil değiştirme) ya da aksisimetrik eleman

olarak kullanılabilir. Elemanın plastisite, sünme, gerilme, büyük eğilme ve büyük birim şekil değiştirme kapasitesi vardır (ANSYS Release 9.0 Documentation).

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Yapılan çalışma sonrasında hazırlanan bilgisayar programı ile elde edilen analitik sonuçların doğrulanması amacıyla deneysel çalışmalar yapılmıştır. Bu amaçla sabit ve değişken kesitli elemanlardan oluşan üç adet çerçeveye tekil yük uygulanarak deplasmanları ölçülmüştür. Aynı modeller sonlu elemanlar yöntemi ve hazırlanan bilgisayar programı ile çözülerek sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Kayma etkisinin çubuk boy/yükseklik oranına bağlı olarak değişimi görmek amacıyla sabit ve değişken enkesitli çubuklar değişik boy/yükseklik oranları kullanılarak kayma etkisi olmadan ve kayma etkisi dahil edilerek ayrı ayrı çözülmüştür. Sonuçlar SEM sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Geniş mesnet etkisi sonuçlarını görmek amacıyla değişken kesitli elemanlardan oluşan çerçeveler çözülerek sonuçlar SEM sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Değişken kesitli elemanlarda özellikle değişimin ifade edilemediği durumlarda alternatif bir çözüm olarak değişken kesitli elemanın sabit kesitli birçok elemana bölünerek çözümü yapılmıştır.

Çubuk yaklaşımının uygulama sınırını araştırmak amacıyla ele alınan bir eleman değişik L/h oranları ile çözülerek SEM sonuçları ile mukayese edilmiştir.

4.1. Deneysel Çalışmalar

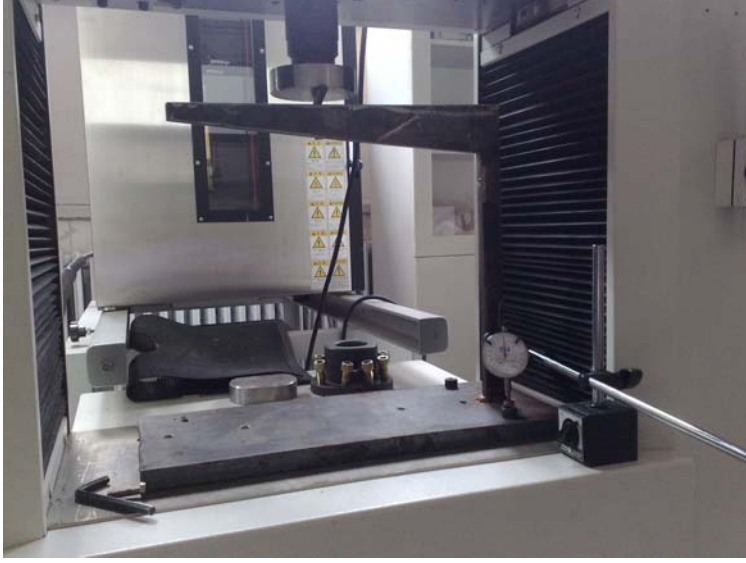
Teorik çalışmalar sonunda yapılan işlemleri doğrulamak ve elemanların gerçek davranışını tespit etmek için deneysel çalışmalar yapılmıştır. Modeller S220 çeliğinden üretilmiştir.

Kullanılan malzemeden çekme deneyi için hazırlanan numuneler ile çekme deneyi yapılmıştır. Bunun sonucunda malzemenin gerçek elastisite modülü bulunarak hesaplarda kullanılmıştır. Model 1 ve Model 2 için kullanılan malzeme için elastisite modülü $E=2000 \text{ t/cm}^2$ olarak belirlenmiştir. Model 3 için kullanılan malzeme için elastisite modülü $E=2060 \text{ t/cm}^2$ olarak belirlenmiştir. Poisson oranı 0.3 olarak alınmıştır.

Model seçerken ölçülebilir yer değiştirme vermesi ve kolon-kiriş birleşim yerinin olması dikkate alınmıştır. Deneyin sağlıklı olması bakımından mesnet üzerine komparatör takılarak mesnette dönme olup olmadığı kontrol edilmiştir. Modele uygulanan tekil yükler gerilme dağılımı elastik bölgede kalacak şekilde ve burkulma yapmayacak şekilde emniyetli olarak üst sınırdan seçilip uygulanmıştır. Model 1 için aynı yük ile deney 3 defa tekrarlanmıştır. Model 2 için deney 5 defa tekrarlanmıştır. Model 3 için ise deney 10 defa tekrarlanmıştır. Her model için elde edilen sonuçların aritmetik ortalaması alınmıştır.

Deney bilgisayar kontrollü Shimadzu AG-I Universal test cihazı kullanılarak yapılmıştır. Cihaza ait 100 kN'luk yük hücresi kullanılarak deney yükleme yapılmıştır. Cihaz tarafından otomatik olarak bilgisayara aktarılan sonuçlar değerlendirilmiştir.

Çekme deneyi de yine aynı cihaz ile yapılmıştır. Cihaza ait SG-25-50CA model ekstansiyometre kullanılarak daha hassas ölçüm yapılmıştır.



Şekil 4.1. Deney düzeneği

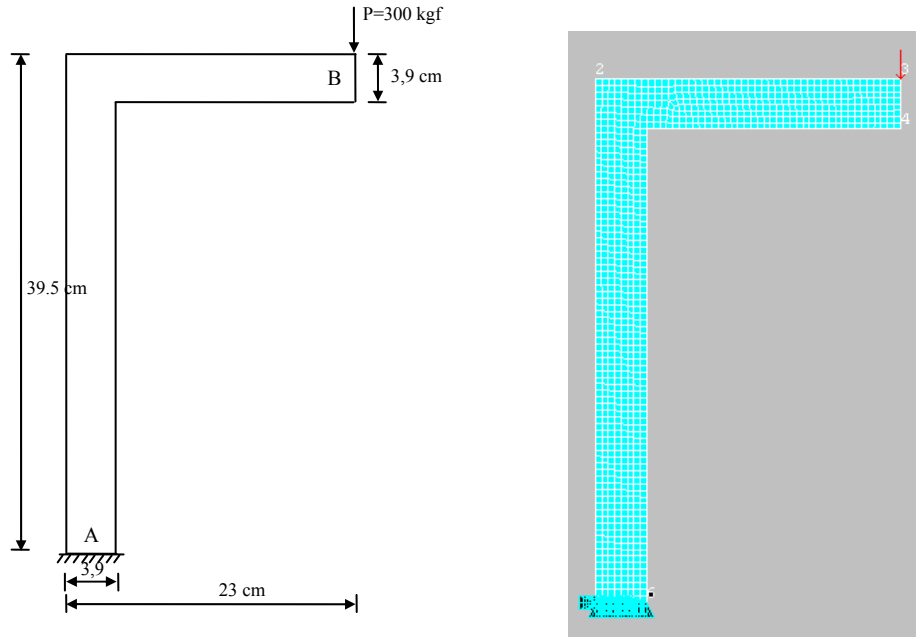
Aşağıda kullanılan modeller ve elde edilen sonuçlar ayrıntılı olarak verilmiştir.

4.1.1. Deney modelleri ve elde edilen sonuçlar

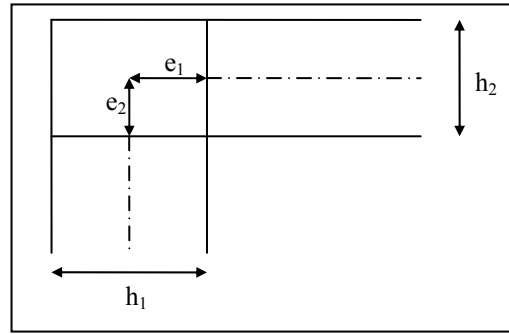
Bu bölümde her bir deneyden elde edilen sonuçlar önce çubuk eleman (ÇE) olarak Matris Deplasman Yöntemi (MDY) ile yapılan çözüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra çubuk eleman çözümüne sırası ile kayma (ÇE+K) etkisi, geniş mesnet etkisi (ÇE+GM) ve hem kayma hem geniş mesnet (ÇE+K+GM) etkileri ilave dahil edilerek elde edilen sonuçlar deney sonuçları ve Sonlu Eleman Metodu (SEM) sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.1. Model 1 deney sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmalar

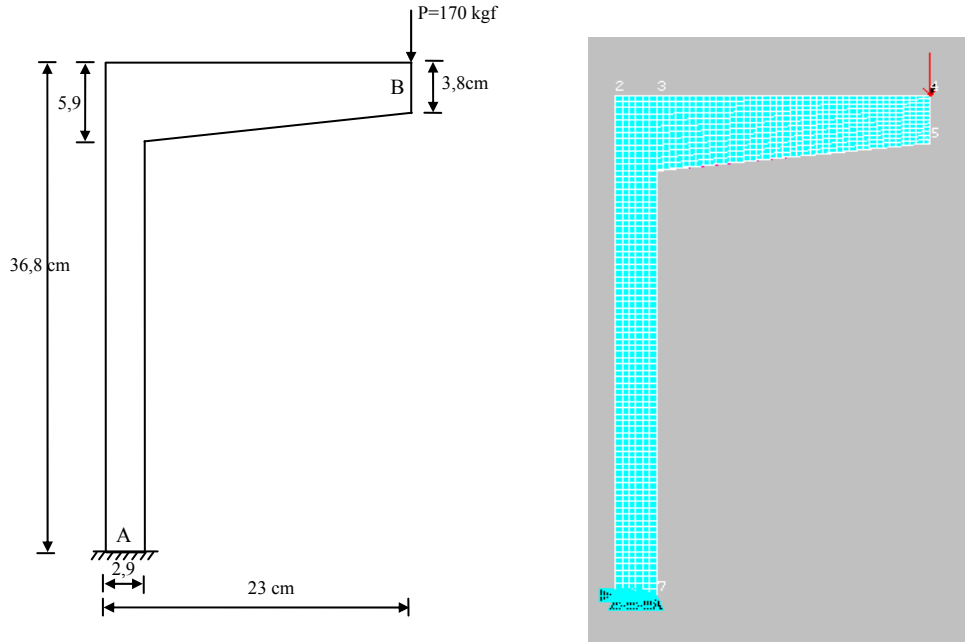
DENEY 1 ($E=2000t/m^2$)	ÇE	ÇE+K	ÇE+GM ($e = h/2$)	ÇE+K+GM ($e = h/2$)	SEM	DENEY
B noktası Çökme(mm)	6,0066	6,0311	5,5058	5,5260	5,6958	5,472
Deney sonucu ile oranı	1,098	1,102	1,006	1,010	1,041	1,000



Şekil 4.2. Model 1, sabit kesitli elemanda tekil yükleme ve sonlu eleman ağı



Şekil 4.3. Geniş mesnet durumunda e_1 ve e_2

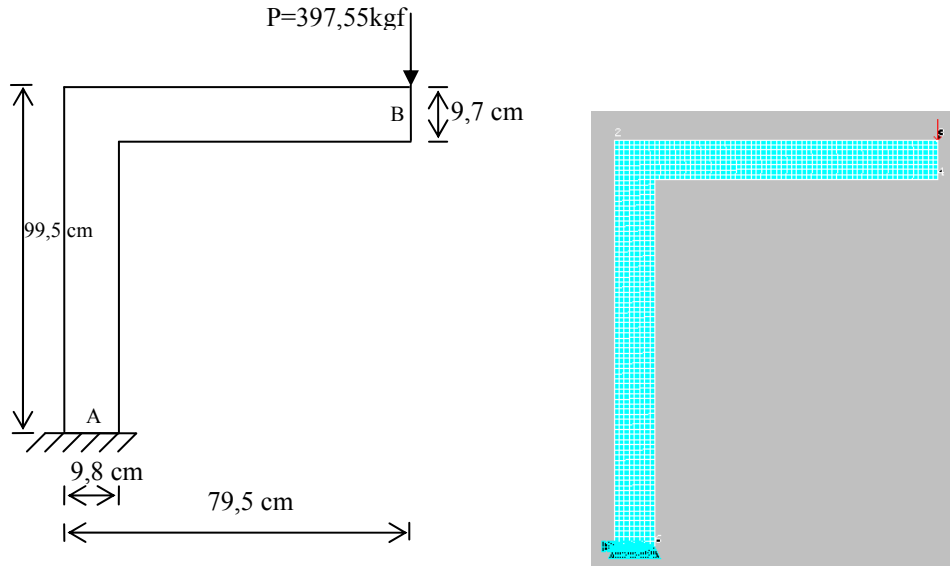


Şekil 4.4. Model 2, değişken kesitli elemanda tekil yükleme ve sonlu eleman ağı.

Çizelge 4.2. Model 2 deney sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmalar

DENEY 2 ($E=2000t/m^2$)	ÇE	ÇE+K	ÇE+GM ($e = h/2$)	ÇE+K+GM ($e = h/2$)	SEM	DENEY
B noktası Çökme(mm)	6,8122	6,8246	6,1964	6,2058	6,5023	6,2290
Deney sonucu ile oranı	1,094	1,096	0,995	0,996	1,044	1,000

Model 1 ve 2'den elde edilen deney sonuçları kayma ve geniş mesnet etkilerini ihtiva eden analitik çözüm metodu sonuçlarına %1 den çok daha küçük farklarla yakın çıkmıştır. Deney sonuçları SEM sonuçlarına ise kabul edilebilir sınır olarak %5'ten yakın çıkmıştır. Ancak deney modelleri ve elde edilen sonuçlar çok küçük ve birbirlerine yakın olduklarından sonuçların yanılatabileceği düşünülerek yeni bir deney yapılmıştır. Bunun için geniş mesnet etkisinin çok farklı olacağı ve daha büyük deplasman yapacak büyük bir model üzerinde deney tekrarlanmıştır.



Şekil 4.5. Model 3 tekil yükleme ve sonlu eleman ağı

Çizelge 4.3. Model 3 deney sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmalar

DENEY 3 ($E=2060t/m^2$)	ÇE	ÇE+K	ÇE+GM ($e = h/2$)	ÇE+K+GM ($e = h/2$)	SEM	DENEY
B noktası Çökme(mm)	16,4909	16,5347	15,1790	15,2178	15,3290	15,3010
Deney sonucu ile oranı	1,078	1,081	0,992	0,995	1,002	1,000

4.1.2. Deney sonuçlarının irdelenmesi

Yapılan deney neticesinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır. Deney koşullarından kaynaklanabilecek hataların olabileceği göz ardı edilmemelidir.

1. Mesnet rijit kısmının boyu $h/2$ olarak seçildiğinde, önerilen metot ile elde edilen analitik sonuçlar %1'den daha küçük farklarla deney sonuçlarıyla örtüşmektedir. Rijit kısım boyu değiştirilerek fark %0 mertebesine indirilebilir. Ancak tüm modellere $h/2$ kullanılması sonuçların karşılaştırılması açısından daha uygun görülmüştür.
2. Sonuçlar incelendiğinde, model 1 ve model 2 için önerilen yöntem sonuçlarının deney sonuçlarına SEM sonuçlarından daha yakın çıktığı görülmektedir. Analitik metot sonuçları deney sonuçlarına %1'den daha yakın iken SEM sonuçları %5'ten daha yakın

çıkmiştir. Model 3'te ise SEM sonuçları da deney sonuçları ile örtüşmüş fark % 0.18 çıkmıştır.

3. Büyük boyutlara sahip Model 3 deney sonuçları ile SEM sonuçları ve analitik çözüm sonuçları %1'den daha küçük fark olacak şekilde tam örtüşmüşlerdir. Model 3'te kullanılan çerçevenin büyük boyutlu olması ve sonuçların büyük olması deneysel ve ölçüm hatalarını azaltmış olabileceğinden sonuçlar SEM sonuçlarına da daha yakın çıkmıştır.

4. Analitik çözümde kayma ve geniş mesnet etkileri hesaba dahil edilmeden elde edilen değerlerin deney sonuçlarından çok uzak olduğu görülmektedir (%9.77, %9.36, %7.78).

5. Kayma etkisi tüm modellerde sırası ile %0.45, %0.20 ve %0.28 fark oluşturmaktadır.

6. Geniş mesnet etkisi tüm modellerde sırası ile %9.15, %8.84 ve %6.99 fark oluşturmaktadır.

7. Bu modeller için geniş mesnet etkisi kayma etkisinin sırasıyla 20.33, 44.2 ve 24.96 katı kadar bir etkiye sahiptir.

8. Sonlu Elemanlar Yöntemiyle elde edilen sonuçlar deney sonuçları ile örtüştüğünden deney yapılmayan modeller için sonlu elemanlar çözümünün kullanılabileceği ortaya çıkmaktadır. İhtiyaç duyulduğunda karşılaştırmalar için sonlu elemanlar yöntemi kullanılacaktır.

4.2. Parametrik İncelemeler

Bu kısımda değişik örnekler çözülerek kayma etkisinin ne ölçüde etkili olduğu incelenmiştir. Kayma etkisi dahil edilerek çözülen elemanların sonuçlarından hareketle çerçeveler incelenmiş çerçevelerde kayma etkisi ile çözümün yetersiz kaldığı, geniş mesnet etkisinin gerektiği ortaya konulmuştur. Çözümlerde maksimum çökme değerleri sonlu elemanlar yöntemi sonuçlarıyla mukayese edilmiştir.

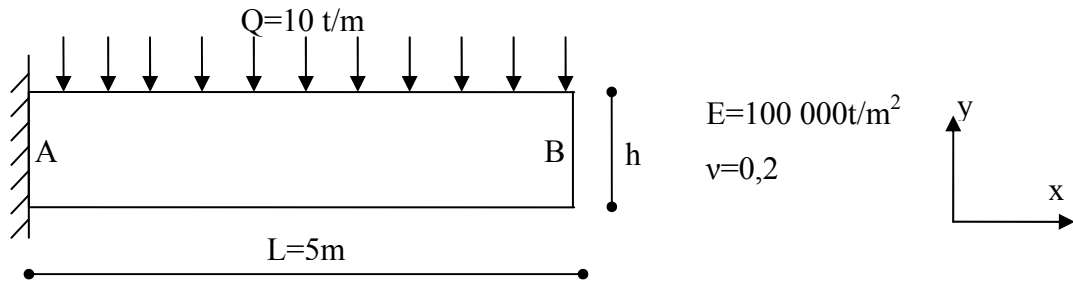
Sabit kesitli çubuk eleman incelenerek kayma etkisi altında değişik L/h oranlarıyla çözülmüştür. Değişken kesitli bir eleman aynı şekilde çözümlenerek hazırlanan bilgisayar programının değişken kesitli elemanlarda doğru sonuç verdiği ortaya konulmuştur.

Sabit kesitli bir çerçeve eleman kayma etkisi altında çözülmüştür. Sabit ve değişken kesitli tek elemanlarda sonlu elemanlar sonuçlarıyla ortaya çıkan uyum burada da araştırılmış ve geniş mesnet etkisi hesaba dahil edilmiştir.

Değişken kesitli bir çerçeve kayma etkisi ve geniş mesnet etkisi ile ayrı ayrı çözülmüştür. En sonunda hem kayma etkisi hem de geniş mesnet etkisi dikkate alınarak değişken kesitli çerçeve çözülmüştür.

4.2.1. Sabit kesitli elemanlarda kayma etkisi

Hazırlanan bilgisayar programı ile kayma etkisi dikkate alınarak sabit kesitli elemanlar incelenmiştir.

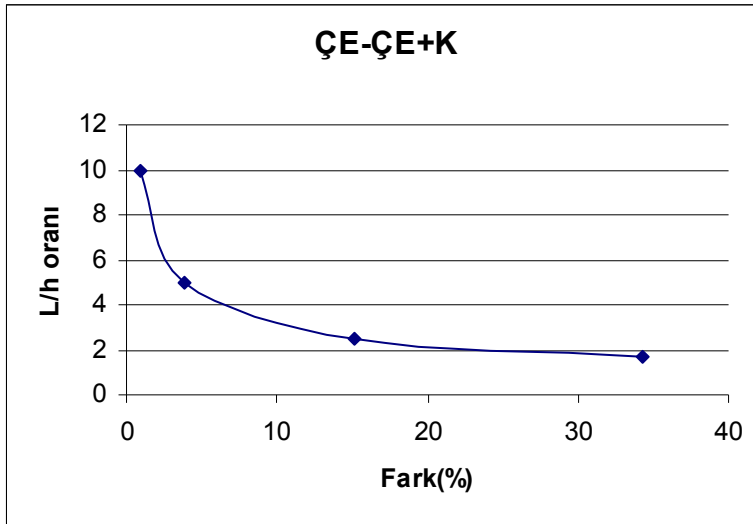
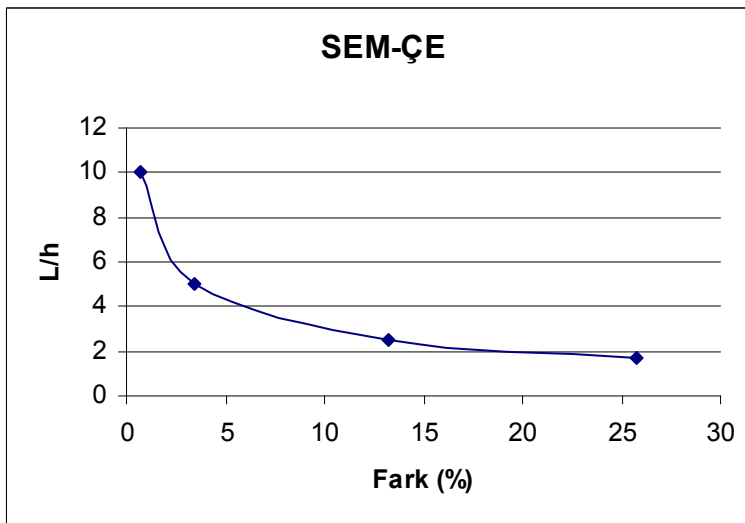


Şekil 4.6. Sabit kesitli eleman ve deplasman pozitif yönleri

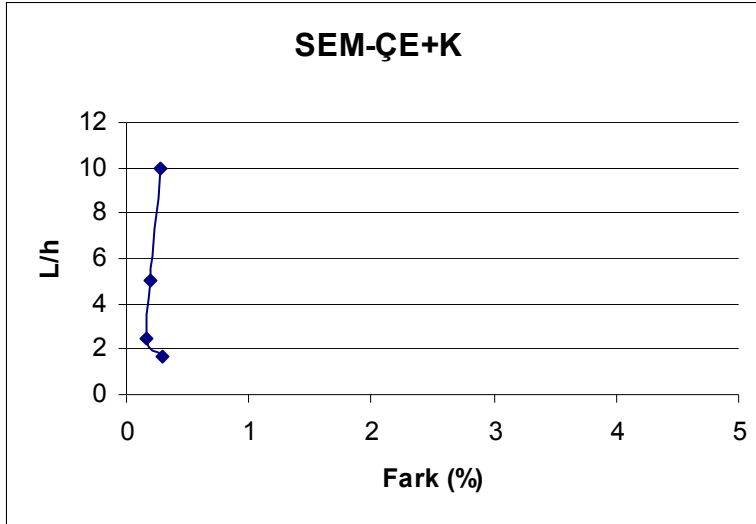
Şekil 4.5’de kayma etkisinin L/h oranıyla değişimini görmek için L sabit tutularak h değiştirilerek çubuğun serbest ucundaki (B) çökme değerleri hesaplandı. L/h oranı azaldıkça kayma etkisinin arttığı görülmüştür.

Çizelge 4.4. Sabit kesitli elamanda kayma etkisi

Örnek	h	L	L/h	B noktası deplasman değerleri(mm)			SEM-ÇE (%)	ÇE-ÇE+K (%)	SEM-ÇE+K (%)
				SEM	Çubuk Eleman Çözümü (ÇE)	ÇE +K			
1	0,5	5	10	-755,09	-750	-757,12	0,67	0,95	0,27
2	1	5	5	-97,10	-93,75	-97,30	3,45	3,79	0,2
3	2	5	2,5	-13,51	-11,72	-13,49	13,26	15,1	0,16
4	3	5	1,7	-4,67	-3,47	-4,66	25,75	34,29	0,29

**Şekil 4.7.** ÇE çözümünde L/h oranına bağlı olarak kayma etkisi**Şekil 4.8.** SEM ve ÇE çözümü farkları.

Burada yüksekliğin artması ile beraber SEM ile MDY arasındaki fark artmaktadır. Literatürde L/h oranının 10'dan küçük olması halinde kayma etkisinin ihmal edilmemesi gerektiği belirtilmiştir.



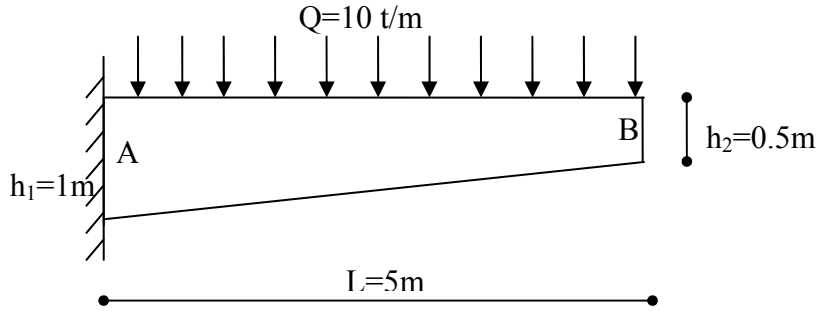
Şekil 4.9. SEM ve Çubuk Eleman kayma etkisi dahil çözümü farkları.

Kayma etkisinin dikkate alınması ile beraber MDY çözümü ile SEM çözümü arasındaki fark ortadan kalkmaktadır.

Tek eleman üzerinde yapılan çözümler sonucu kayma etkisinin dikkate alınması halinde ÇE ve SEM sonuçlarının %0.30'dan daha küçük bir fark ile örtüştüğü görülmüştür.

4.2.2. Değişken kesitli elemanlarda kayma etkisi

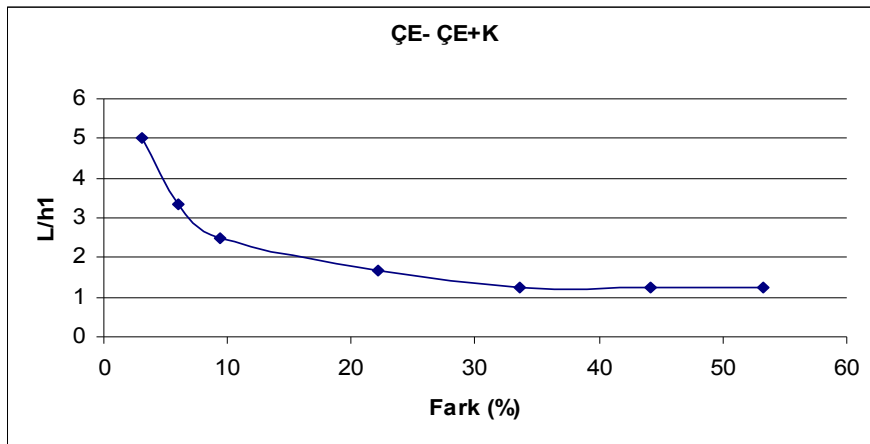
Hazırlanan bilgisayar programı ile kayma etkisi dikkate alınarak değişken kesitli elemanlar incelenmiştir.



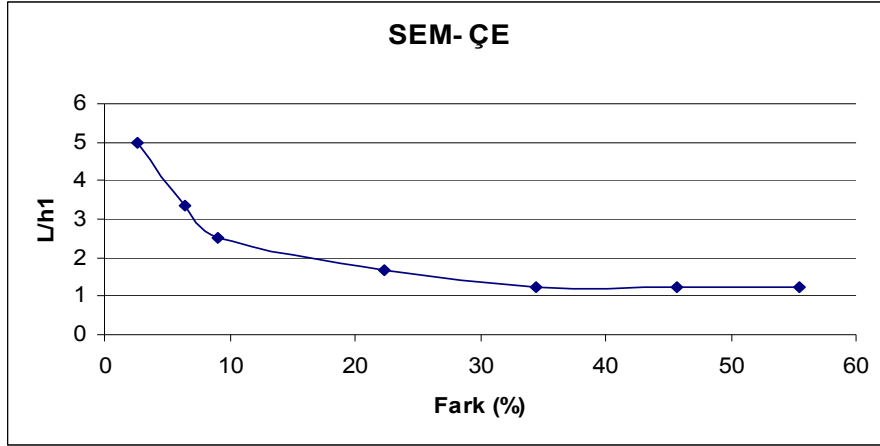
Şekil 4.10. Değişken kesitli eleman

Çizelge 4.5. Değişken kesitli elmanda ÇE-SEM sonuçları mukayesesi

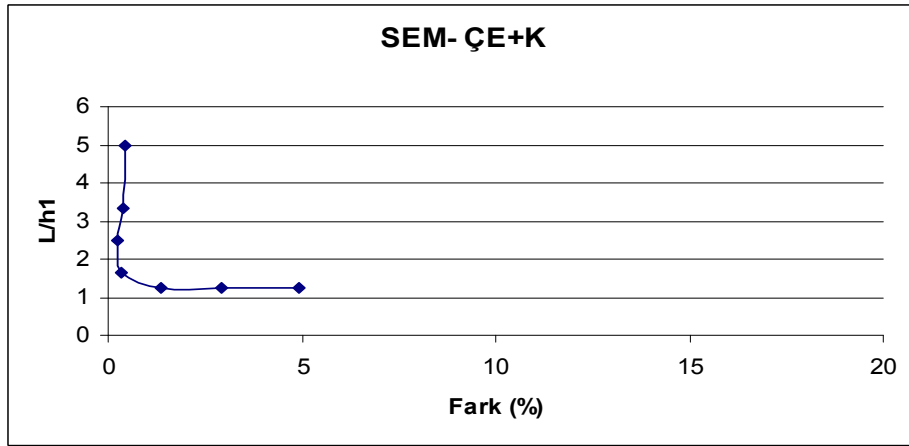
Örnek	Eleman boyutları,(m)				L/h2	L/h1	L/hort	B noktası deplasman değerleri(mm)			ÇE-ÇE+K (%)	SEM-ÇE+K (%)	SEM-ÇE (%)
	h1	h2	L	hort				SEM	Çubuk Eleman Çözümü (ÇE)	ÇE+K			
1	1	0,5	5	0,75	10	5	6,67	-140,88	-137,188	-141,522	3,06	0,46	2,62
2	1,5	0,5	5	1	10	3,3	5	-52,251	-48,88	-52,046	6,08	0,39	6,45
3	2	1	5	1,5	5	2,5	3,33	-19,269	-17,515	-19,315	9,32	0,24	9,1
4	3	1,5	5	2,25	3,33	1,7	2,22	-6,5469	-5,081	-6,526	22,14	0,33	22,39
5	4	2	5	3	2,5	1,3	1,67	-3,2716	-2,144	-3,227	33,57	1,36	34,48
6	4	2,5	5	3,25	2	1,3	1,54	-2,0232	-1,098	-1,964	44,13	2,92	45,75
7	4	3	5	3,5	1,67	1,3	1,43	-1,4279	-0,635	-1,357	53,21	4,94	55,52



Şekil 4.11. Değişken kesitli elmanda ÇE çözümünde L/h oranına bağlı olarak kayma etkisi

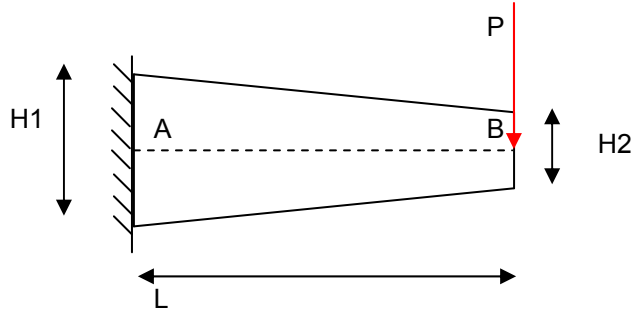


Şekil 4.12. Değişken kesitli elmanda SEM ve Çubuk Eleman (ÇE) çözümü farkları



Şekil 4.13. Değişken kesitli elmanda SEM ve Çubuk Eleman kayma etkisi dahil(ÇE+K) çözümü farkları

Sabit enkesitli elemanda $L/h = 10$ iken kayma etkisi %0,95, $L/h=5$ iken %3,79 olmaktadır. Değişken kesitli elemanlarda kayma etkisi ise $L/h_{ort}=6,67$, $L/h_2=10$, $L/h_1=5$ iken %3,06 olmaktadır. Sabit enkesitli elemanda $L/h=5$ iken ortaya çıkan fark değişken enkesitli elemanda $L/h_1=5$ iken ortaya çıkmaktadır. Buradan kayma etkisini dahil etmek için karşılaştırılacak L/h oranı, $L/h_{büyük}$ olması gerektiği anlaşılmaktadır.



Şekil 4.14. Değişken kesitli eleman

Çizelge 4.6. Değişken kesitli eleman (Şekil 4.13) için veriler

Veri	H ₁ (m)	H ₂ (m)	L(m)	P(t)	E(t/m ²)	ν
1	2	1	5	20	100000	0,2
2	1	0,5	5	20	100000	0,2

Çizelge 4.7. Değişken kesitli elemanda kayma etkisi

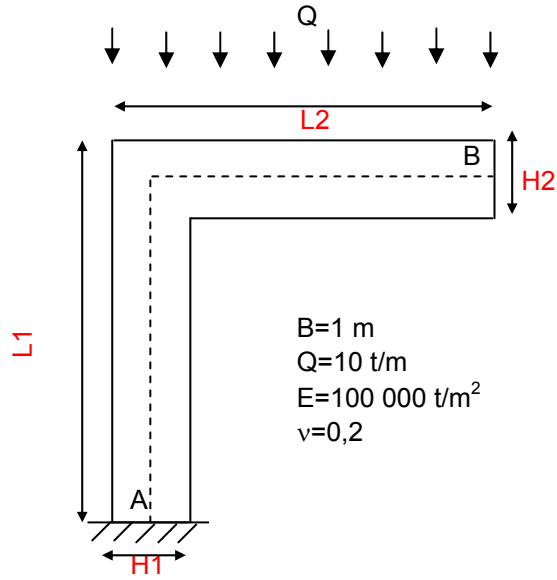
Veri No	B noktasındaki çökme(mm)		Fark(%)
	SEM	ÇE+K	
1	-22,158	-22,41	1,14
2	-166,478	-167,49	0,61

Çizelge 4.8. Değişken kesitli elemanda SEM-ÇE sonuçları

Veri No	B noktasındaki çökme(mm)		Fark(%)
	SEM	ÇE	
1	-22,158	-20,44	7,75
2	-166,478	-163,55	1,76

Değişken kesitli elemanda L/h oranı azaldıkça kayma etkisi artmakta ve sonuçlar sonlu elemanlar çözümü sonuçlarından uzaklaşmaktadır. Çubuk eleman çözümünde kayma etkisi dahil edildiğinde sonuçlar arasındaki farkın azaldığı görülmektedir.

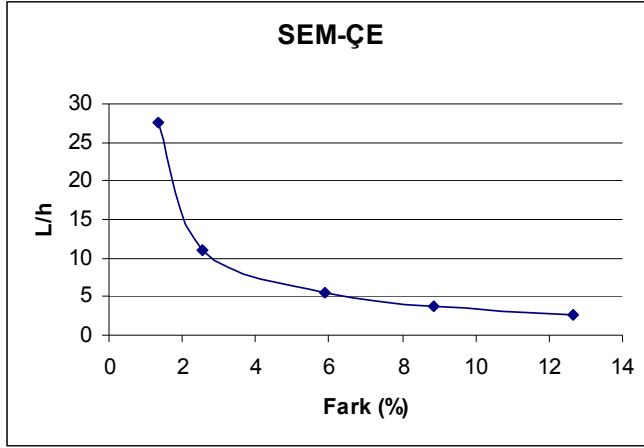
4.2.3. Geniş mesnet etkisi



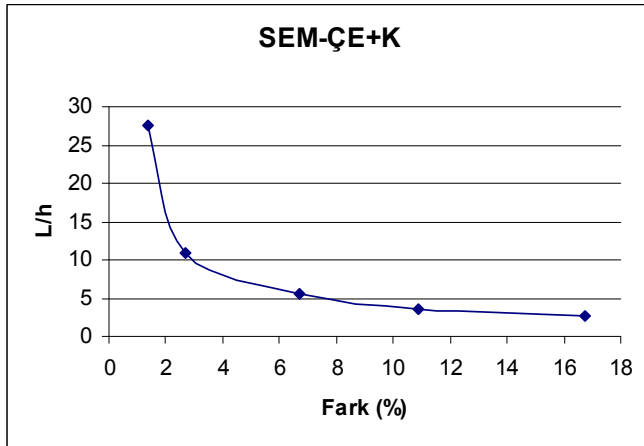
Şekil 4.15. Sabit kesitli elemandan oluşan çerçeve

Çizelge 4.9. ÇE çözümünde değişen L/h oranına göre kayma etkisi

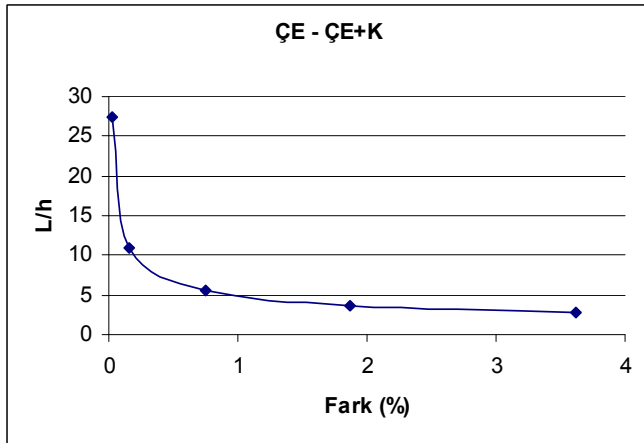
Veri no	Eleman boyutları(m)				L/h	B noktasındaki çökme(mm)			Fark (%)		
	H1	H2	L1	L2		ÇE	ÇE+K	SEM	SEM-ÇE	ÇE-ÇE+K	SEM-ÇE+K
1	0,2	0,2	5,5	5,5	27,5	-79726,1	-79749,2	-78678	1,33	0,03	1,36
2	0,5	0,5	5,5	5,5	11	-4563,7	-4571,03	-4451	2,53	0,16	2,7
3	1	1	5,5	5,5	5,5	-471,25	-474,8	-445,08	5,88	0,75	6,68
4	1,5	1,5	5,5	5,5	3,67	-114,63	-116,77	-105,29	8,87	1,87	10,9
5	2	2	5,5	5,5	2,75	-39,46	-40,89	-35,031	12,64	3,62	16,73



Şekil 4.16. SEM ve Çubuk Eleman(ÇE) çözümü farkları



Şekil 4.17. SEM ve ÇE+K çözüm farkları

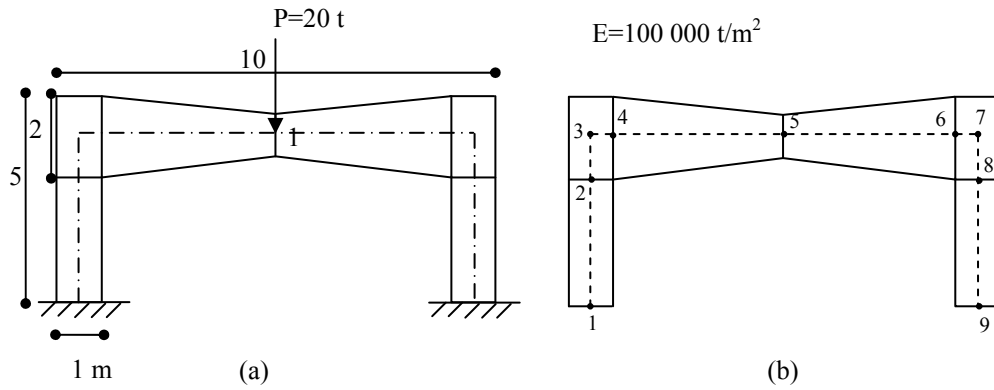


Şekil 4.18. ÇE çözümünde kayma etkisi

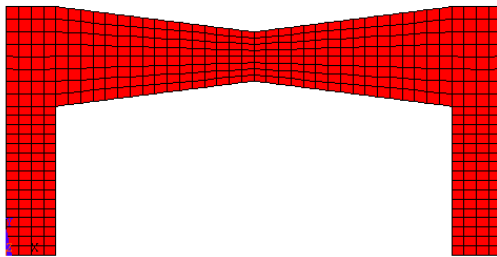
Birden fazla elemandan oluşan çerçeve elemanlarda L/h oranı azaltılarak çözüm yapıldı. L/h oranı azaldığında sonuçlar tek çubukta olduğu gibi kayma etkisi dahil edilmesine rağmen sonlu elemanlar çözümü ile farklar devam etti. Burada çerçevede kayma etkisinden başka bir etkinin varlığı ortaya çıkmaktadır. Bu etki mesnetteki birleşimden kaynaklanan geniş mesnet etkisidir. L/h oranı azaldıkça geniş mesnet etkisi artmaktadır. Bu fark geniş mesnet etkisinin hesaba dahil edilmesiyle ortadan kaldırılmıştır.

4.3. Geniş Mesnet Durumu

Bu bölümde değişken kesitli çerçevelerde geniş mesnet durumu ile ilgili örnekler ele alınacaktır.



Şekil 4.19. a) Değişken kesitli eleman ihtiva eden çerçeve, b) ÇE çözümünde kullanılan düğüm noktaları



Şekil 4.20. Sonlu eleman ağı, PLANE82

Çizelge 4.10. SEM ile ÇE çözümü deplasman mukayeseleri

Düğüm No	Düğüm Noktası Deplasmanları(mm)				Fark %	
	SEM		ÇE		SEM - ÇE	
	x	y	x	y	x	y
2	-1,3898	-0,27743	-1,11	-0,3	20,13	8,14
3	-0,12714	-0,27586	0,21	-0,4	265,17	45,00
4	-0,1679	-1,1294	0,19	-1,57	213,16	39,01
5		-8,7551		-10		14,22

Çizelge 4.11. SEM ile Çubuk Eleman kayma etkisi dahil(ÇE+K) çözümü deplasman mukayeseleri

Düğüm No	Düğüm Noktası Deplasmanları(mm)				Fark %	
	SEM		ÇE+K		SEM - ÇE+K	
	x	y	x	y	x	y
2	-1,389	-0,277	-1,15	-0,3	17,25	8,14
3	-0,127	-0,275	0,19	-0,4	249,44	45
4	-0,168	-1,129	-0,17	-1,72	1,25	52,29
5	0	-8,755	0	-11,34		29,52

Çizelge 4.12. Geniş mesnet kullanımı halinde elde edilen deplasman değerleri $e_1=0,6, e_2=0,25$

Düğüm No	Düğüm Noktası Deplasmanları(mm)				Fark %	
	SEM		ÇE+GM		SEM - ÇE+GM	
	x	y	x	y	x	y
2	-1,39	-0,28	-1,11	-0,3	20,13	8,14
3	-0,13	-0,28	0,25	-0,4	296,63	45
4	-0,17	-1,13	-0,23	-1,17	36,99	3,59
5	0	-8,76	0	-7,46		14,79

Çizelge 4.13. Geniş mesnet ve kayma etkisi halinde elde edilen deplasman değerleri $e_1=0,6, e_2=0,25$

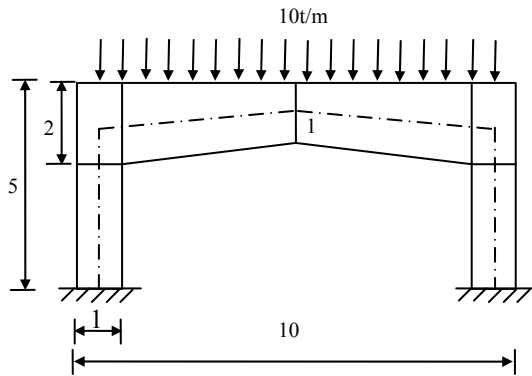
Düğüm No	Düğüm Noktası Deplasmanları(mm)				Fark %	
	SEM		ÇE+K+GM		SEM - ÇE+K+GM	
	x	y	x	y	x	y
2	-1,39	-0,28	-1,26	-0,3	9,34	8,14
3	-0,13	-0,28	0,22	-0,34	273,04	23,25
4	-0,17	-1,13	-0,21	-1,24	25,07	9,79
5	0	-8,76	0	-8,83		0,86

Çizelge 4.14. Kolon kiriş birleşiminde E 3 kat artırıldı (Veri 1)

Düğüm No	Düğüm Noktası Deplasmanları(mm)				Fark %	
	SEM		ÇE		SEM - ÇE	
	x	y	x	y	x	y
2	-1,3898	-0,27743	-1,09	-0,3	21,57	8,14
3	-0,12714	-0,27586	0,21	-0,33	265,17	19,63
4	-0,1679	-1,1294	0,21	-1,25	225,07	10,68
5	0	-8,7551	0	-8,89		1,54

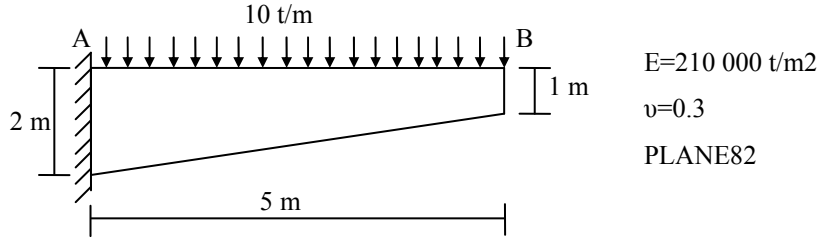
Geniş mesnet olarak değerlendirilen mesnet bölgesi farklı elastisite modülü üç kat artırılarak rijitliği artırılmış ve aynı şekilde maksimum çökme değerinin geniş mesnet etkisiyle çözümde olduğu gibi sonlu elemanlar çözümü sonuçlarına yaklaştığı görülmüştür.

Geniş mesnet etkisi hesaba katıldığında çubuk eleman çözümünün sonlu elemanlar çözümü ile örtüştüğü görülmektedir.

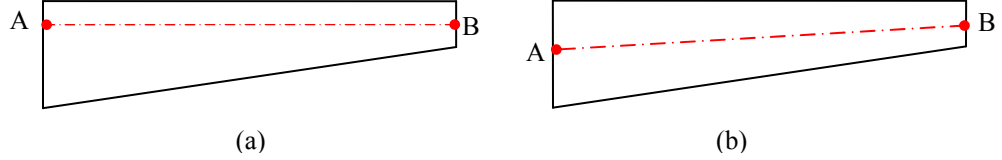
**Şekil 4.21.** Değişken kesitli elemanlar ihtiva eden çerçeve**Çizelge 4.15.** Geniş mesnet ve kayma etkisi durumu

$E=100000t/m^2$, $e_1=e_2=0,5$ $\nu=0,3$	ÇE	ÇE+K	ÇE+GM ($e = h/2$)	ÇE+K+G M ($e = h/2$)	SEM
Kiriş Orta Noktası Çökme(mm)	-22,33	-25,14	-15,94	-18,30	-18,13
SEM Çözümü ile Fark (%)	23,15	38,64	12,09	0,91	0

4.4. Eksen Seçimi

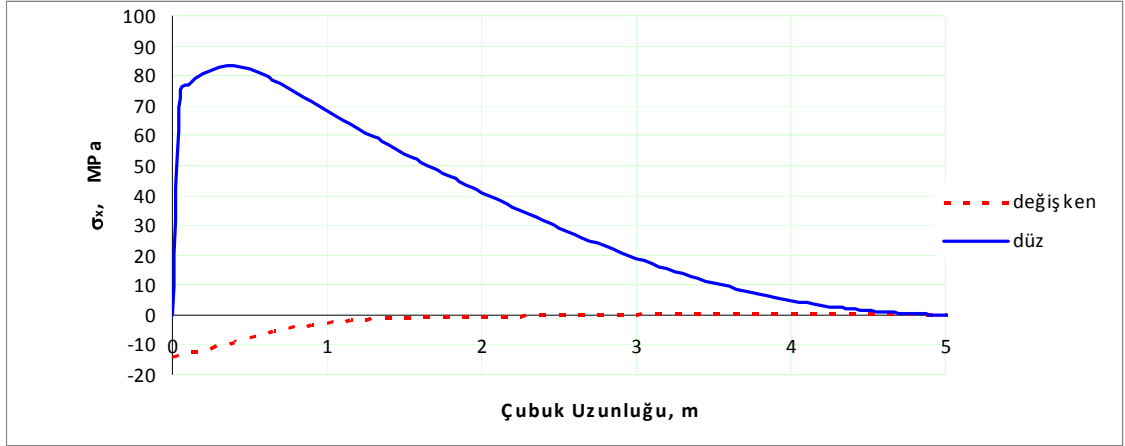


Şekil 4.22. Değişken kesitli bir eleman



Şekil 4.23. Eksen seçimi: (a) düz eksen, (b)Değişken eksen

Eğilmeye maruz bir kirişte çekme ve basınç gerilmeleri oluşur. Bu gerilmeler arasında gerilmelin sıfır olduğu bir geçiş noktası vardır. Gerilmelerin sıfır olduğu bu noktadan geçen eksen tarafsız eksen olarak adlandırılır. Çubuk eksenini de tarafsız eksen olarak seçilir. Değişken kesitli elemanda seçilecek olan eksenin yerini belirlemek amacıyla Sonlu Elemanlar ile çözülen model üzerinde değişken kesitli eleman için düz eksen ve değişken eksen üzerindeki gerilmeler araştırılmıştır. Neticede düz eksen üzerinde gerilmelerin sıfırdan farklı olduğu ancak değişken eksen üzerinde ise gerilmelerin sıfıra yakın olduğu görülmüştür. Çubuk eksenini kullanılması gereken ve düğüm noktaları koordinatları verilerek çerçeve sistemi içerisinde çubuğu temsil etmek için kullanılması gereken eksenin ağırlık merkezinden geçen değişken eksen olması gerekmektedir.

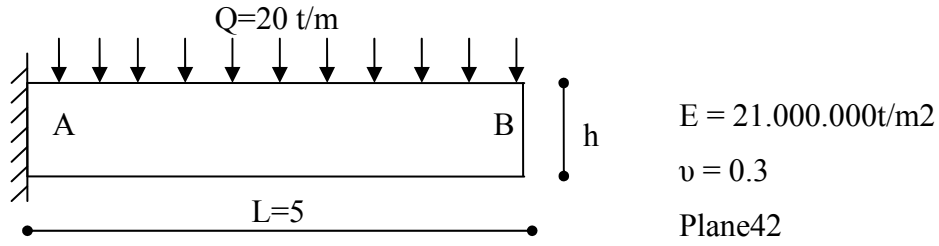


Şekil 4.24. Seçilen düz eksen ve değişken eksen üzerinde σ_x gerilmeleri

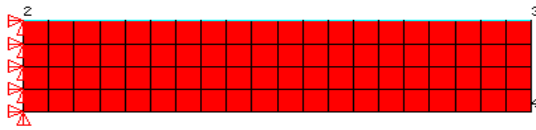
4.5. Çubuk Yaklaşımının Sınırı

Çubuk elemanlarda kayma etkisinin ne zaman ihmal edileceği literatürde belirtilmiştir. Bunun için çubuk boyu (L) ve çubuk yüksekliği (h) baz alınmaktadır. $L/h < 10$ olduğu zaman kayma etkisi büyük olacağından bu durumda ihmal edilmemekte ve hesaba katılmaktadır.

Yaptığımız çalışmalarda çubuk elemanlar ile SEM çözüm sonuçlarını mukayese ettiğimizde, SEM ile çözümde eksen üzerine tekabül eden noktalar ile çubuk eleman sonuçları birbirlerine çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. $L/h < 10$ durumunda ise sonuçların farklılaştığı görülmüştür. Kayma etkisinin dahil edilmesi ile beraber $L/h < 10$ durumunda yine sonuçların birbirleriyle örtüştüğü görülmüştür. Ancak L/h oranı küçüldükçe yine sonuçların farklılaştığı görülmüştür. Çubuk elemanları çözümünde $L/h < 10$ olması halinde her durumda kayma etkisi dahil ederek doğru sonuçlar alınmadığı tespit edilmiştir. Çubuk sistemler ile çözümde belli bir L/h oranına kadar çözüm yapmak gerektiği belirlenmiştir.



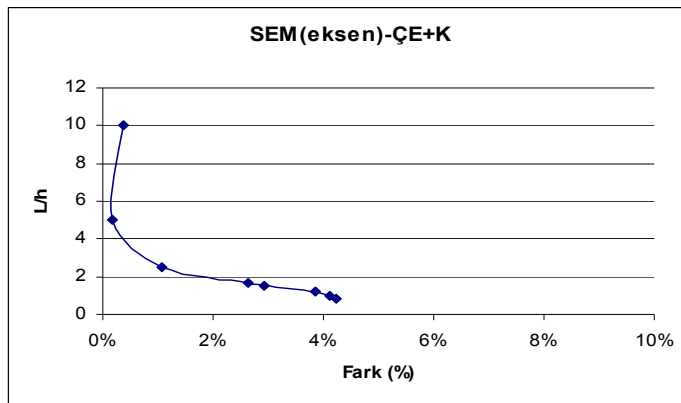
Şekil 4.25. Değişik L/h oranları ile çözülen eleman



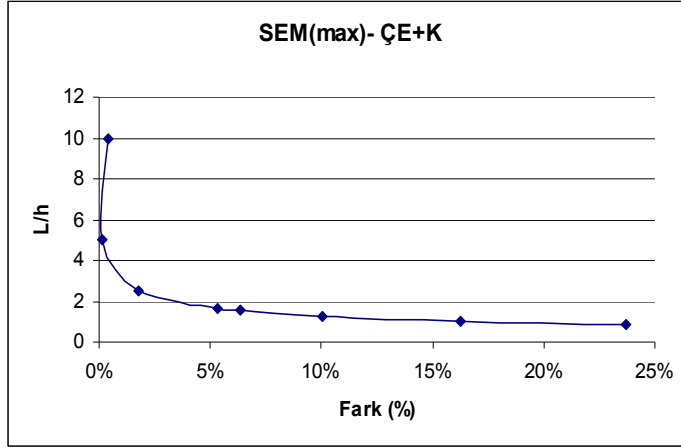
Şekil 4.26. $h=1$ iken sonlu eleman ağı

Çizelge 4.16. SEM ve ÇE çökme sonuçları ve mukayeseleri

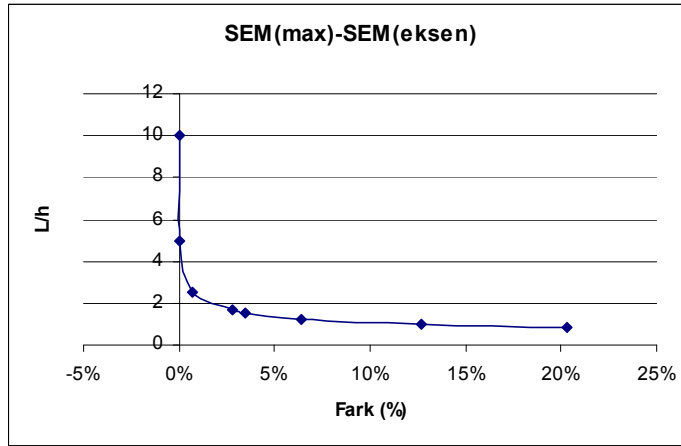
Örnek	Eleman boyutları			B Ucu Deplasmanları(mm)				Karşılaştırmalar, %			
	H	L	L/h	SEM(max)	SEM(eksen)	ÇE	ÇE+K	SEM(Max)-SEM(eksen)	SEM(eksen)-ÇE+K	SEM(max)-ÇE+K	ÇE-ÇE+K
1	0,5	5	10	-7,183	-7,183	-7,143	-7,2105	0	0,38	0,38	0,94
2	1	5	5	-0,9256	-0,9252	-0,893	-0,9267	0,04	0,16	0,12	3,64
3	2	5	2,5	-0,1308	-0,1299	-0,112	-0,1285	0,69	1,08	1,76	12,84
4	3	5	1,67	-0,0468	-0,0455	-0,033	-0,0443	2,78	2,64	5,34	25,51
5	3,25	5	1,54	-0,03886	-0,0375	-0,026	-0,0364	3,5	2,93	6,33	28,57
6	4	5	1,25	-0,0249	-0,0233	-0,014	-0,0224	6,43	3,86	10,04	37,5
7	5	5	1	-0,0166	-0,0145	-0,0071	-0,01391	12,65	4,1	16,23	48,94
8	6	5	0,83	-0,0128	-0,0102	-0,0041	-0,00977	20,31	4,23	23,68	58,03



Şekil 4.27. SEM eksen noktası ve ÇE+K çökme değeri mukayesesi



Şekil 4.28. SEM Max. çökme ve ÇE +K çökme değeri mukayesesi



Şekil 4.29. SEM maksimum çökme ve eksen üzerinde çökme değerleri mukayesesi

Dikkat edilirse bu çubukta kayma etkisinin $L/h=10$ durumu için çok küçük olduğu görülmektedir.

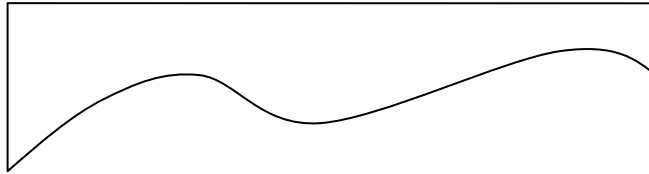
L/h belli bir orandan sonra kayma etkisi dahil edildiğinde bile doğru sonuç vermediği görülmüştür. Çünkü aynı kesitte eksen üzerindeki bir noktanın sonuçlar ile eksenden uzak noktalarda alınan sonuçlar arasında ciddi farklar meydana gelmektedir. Bu durumda yük altındaki eleman çubuk gibi davranmadığı görülmüştür. Çubuk elemanda eksen üzerinde bir en kesit için tek değer elde edilir ve tüm en kesit için bu değer

kullanılır. Sonlu elemanlar ile yapılan hesaplamalarda L/h oranı küçüldükçe aynı en kesitteki noktalarda oluşan deformasyon farklarının arttığı ve elemanın bir nevi pres altındaki yükleme gibi davrandığı görülmektedir.

Örnek çalışmalarda SEM ve çubuk sistem ile çözümde SEM eksen üzerine tekabül eden noktaların MDY ile yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Ancak $L/h < 1.5$ durumunda eksen üzerindeki bir noktanın aynı en kesitinde eksenden uzaklaştıkça sonuçlar değişmektedir. $L/h < 1.5$ durumunda kayma etkisi dikkate alınsa bile çubuk yaklaşımının kullanılmaması gerekmektedir.

4.6. Değişken Kesitli Elemanların Sabit Enkesitli Elemanlara Bölünerek Çözülmesi

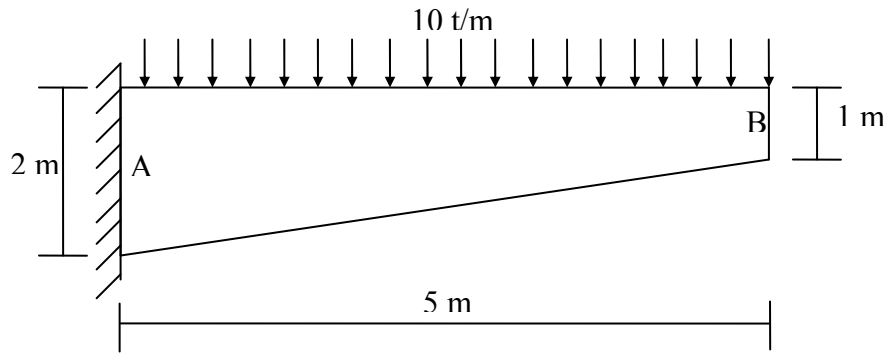
Değişken kesitli elemanların çözümü için kesit alanı, atalet momenti gibi ifadelerin de değişen yükseklik veya genişlik için değişken kesitli elemana uygun olarak elde edilmesi gerekmektedir. Bazı durumlarda değişken kesitli elemandaki değişim şeklini işlemleri kolaylaştıracak şekilde ifade etmek zordur. Eğer değişim doğrusal ise veya denklemi analitik olarak ifade edilebilecek bir eğri ise yapılacak işlem nispeten kolaydır. Ancak değişim ifadesi yoksa ya da değişkenlik düzgün değilse bu durumda çözüm için en uygun yol değişken kesitli elemanı yeteri kadar sabit kesitli parçaya bölerek, her parçayı sabit kesitli olarak çözmek yoluyla sonuca ulaşmaktır. Bu durumda problem değişken kesitli tek eleman yerine sabit kesitli birçok elemanın çözümü haline gelir.



Şekil 4.30. Düzgün bir değişime sahip olmayan bir eleman

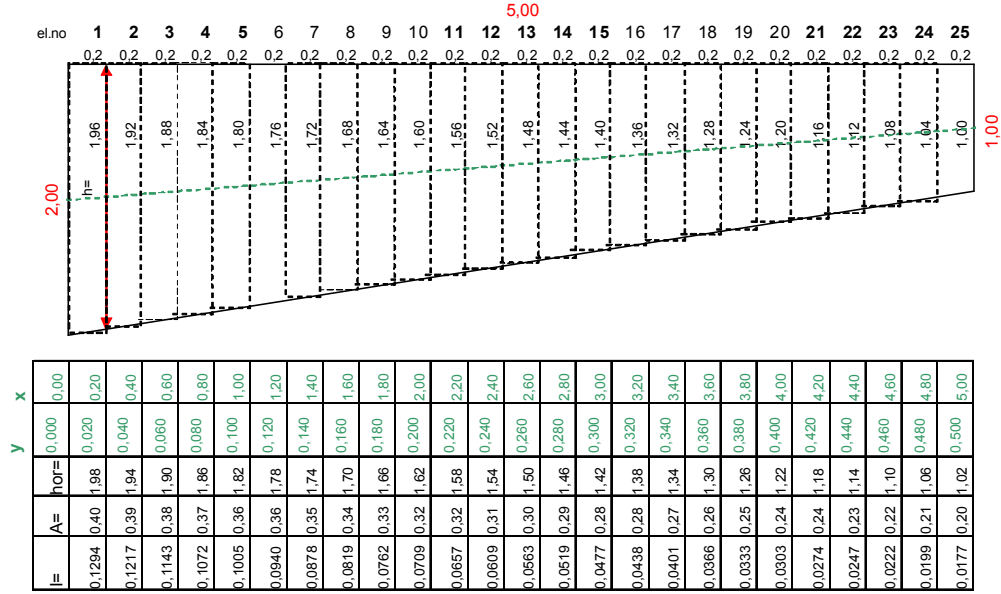
Burada düzgün doğrusal değişime sahip bir eleman sabit atalet momentli parçalara bölünerek çözülecek ve sonuçlar mukayese edilerek bu çözüm yolunun doğruluğu irdelenmiştir. Seçilen elemanın düzgün değişime sahip olması sadece mevcut program ile çözülüp mukayese edilme kolaylığı açısından dır. Hesapta sabit kesitli elemanın hesap yolu izlendiğinden herhangi bir değişime sahip eleman seçilerek aynı şekilde çözüm yoluna gidilebilir.

Kayma etkisini dikkate alınacaksa yine sabit kesitli elemanlar için kullanılan hesap metodu kullanılmalıdır.



Şekil 4.31. Değişken kesitli bir eleman

Çizelge 4.17. Eleman verileri



Çizelge 4.18. Sonuçlar ve karşılaştırma

PLANE82	ÇE	ÇE	SEM
E = 100 000 t/m ²	25 parça olarak	tek parça olarak	
v = 0,3	çözüm	çözüm	
B Noktası Çökme(mm)	-19,5653	-19,47	-19,402
Fark (%)	0,84	0,35	0

Sonuçlar incelendiğinde değişken kesitli elmanın tek parça halinde değişken kesitli eleman olarak çözümü, sabit enkesitli elemanlara bölünerek çözümü ve SEM ile çözümü sonuçları arasında %1'den daha az fark ortaya çıktığı görülmektedir. Değişken kesitli tek parça halinde çözüm ile sabit kesitli 25 parçaya bölerek çözüm arasında ise %0,5'ten daha küçük bir fark vardır. Bu kadar küçük farklar değişken kesitli elemanın parçalara bölünerek her parçanın sabit kesitli eleman olarak çözülmesinin uygun bir çözüm olduğunu göstermektedir.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, aynı anda hem geniş mesnet durumu, hem de kayma etkisinin olduğu gerçeğinden hareketle her iki etkiyi aynı anda ele alan analitik ifadeler elde edilmiştir. Kayma deformasyonları ve geniş mesnet durumları için değişken atalet momentli çubukların rijitlik matrisi kesin bir yöntemle elde edilmiştir. Değişken kesitli elemanlar için özellik arz eden eksen seçimi incelenmiştir. Çubuk elemanlarının analitik çözümü için Matris Deplasman Yöntemi kullanılmıştır. Önerilen çözüm metodu için bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Değişken kesitli elemanlarda boyutların büyümesi çözüme kayma etkisinin dahil edilmesini gerektirmektedir. Tek bir eleman üzerinde yapılan incelemede L/h oranına bağlı olarak kayma etkisinin etkili olduğu görülmektedir. Kayma etkisi hesaba katıldığında sonlu elemanlar ile çubuk sistem çözümlerinin arasındaki fark azalmakta sonuçlar birbirlerine yaklaşmaktadır.

Ancak çerçeve eleman incelendiğinde sonuçlar arasında kayma etkisi dışında daha büyük bir farkın olduğu görülmektedir. Sadece kayma etkisinin göz önüne alınması çerçeve sisteminde yeterli olmamaktadır. Bu fark ise kolon-kiriş birleşimindeki rijit bölgeden kaynaklanmaktadır. Bu farklar bu bölgenin rijit dönme yaptığı kabulü ile yapılan hesaplamalar sonucu ortadan kaldırılmaya çalışılmıştır. Kolon-kiriş birleşim yerinin büyük olması bu bölgenin daha etkili davranmasına yol açmaktadır. Bu bölgenin daha rijit olduğunun kabulüyle yola çıkan geniş mesnet durumu bu sorunu ortadan kaldırmaktadır. Çalışmada hem kayma etkisi hem geniş mesnet etkisini dikkate hesaba dahil eden rijitlik matrisi için analitik ifadeler elde edilmiştir. Kayma etkisi ve geniş mesnet etkisi ile yapılan analizler geniş mesnet etkisi için $e=h/2$ alınmasının yeterli olacağını göstermektedir.

Yapılan alternatif bir çözümde çubuk elemanlarda geniş mesnet bölgesi daha rijit olduğundan sadece geniş mesnet kısmı için normal çubuklardan 3 kat büyük bir

elastisite modülü kullanılarak çözüm yapılmıştır. Bu çözümde yine açıklıktaki maksimum çökme değerleri önerilen analitik metot ve SEM sonuçları ile uyumlu çıkmıştır.

Sabit ve değişken kesitli elemanlardan oluşan çerçeve modelleri deneysel olarak incelenmiş ve yapılan çalışmanın doğruluğu ortaya konmuştur. Deney sonuçları kayma ve geniş mesnet etkisi dahil edilerek yapılan analitik çözüm sonuçları ile %1'den daha az fark ile örtüşmektedir. Deney modellerinin sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmesinden elde edilen sonuçlar da deney sonuçları ile %5 fark aralığında uyumlu olduğu model boyutu büyütüldüğünde ise bu farkın azaldığı görülmektedir.

Yapılan çalışma literatürde yer verilmemesine rağmen geniş mesnet etkisinin çerçevede kayma etkisinden çok daha fazla etkili olduğu deney modellerinde bu farkın 44 kata çıktığı ve ihmal edilmemesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

$L/h < 10$ durumunda kayma etkisi dikkate alınarak sonuçlar sonlu elemanlar metodu ile mukayese edilmiştir. $L/h < 10$ iken kayma etkisinin hesaba katılmasıyla yine sonuçların SEM sonuçlarına yakın çıktığı görülmüştür. Ancak bu uygunluğun $1.5 < L/h < 10$ aralığında devam ettiği, $L/h < 1.5$ 'ten sonra çubuk sistem sonuçlarının sonlu eleman sonuçlarında uzaklaştığı görülmüştür. Kayma etkisi dahil edilerek değişik L/h oranlarıyla yapılan çözümlerden çubuk eleman yaklaşımının bir sınırı olduğu belli bir L/h oranından sonra kayma etkisi dikkate alınsa bile doğru çözüm elde edilemediği görülmektedir. Dolayısı ile $L/h < 1.5$ durumunda çubuk yaklaşımının uygun olmadığı ortaya çıkmaktadır.

Yapı Mekaniğinde çubuk eksen, enkesit ağırlık merkezinden geçen ve enkesite dik olan eksenidir. Eleman düğüm noktaları ile sistem içerisinde yerleştirilirken de kullanılması gereken bu eksenidir. Ancak yapılan çalışmalarda bu eksen göz ardı edilerek yerine düz eksen kullanılarak çözüm yapıldığı görülmektedir. Değişken kesitli bir elemanda kullanılacak olan eksen yerinin belirlenmesi için bir eleman alınarak sonlu elemanlar

yöntemiyle çözülmüştür. Her iki eksen yeri belirlenerek bu noktalarda gerilme değerleri belirlenmiştir. Çalışmada kullandığımız ve elemanın enkesit ağırlık merkezinden geçen eksen üzerinde gerilmelerin sıfıra çok yakın olduğu, düz ekseninde ise gerilmelerin sıfırdan çok farklı olduğu görülmüştür. Yapılan incelemede değişken kesitli elemanlarda enkesit ağırlık merkezinden geçen eksenin hesaplamalarda ve çerçeve sistemi içerisinde elemanı temsil eden eksen olarak kullanılması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Değişken enkesitli elemanlarda temel bir yaklaşım olarak, özellikle değişimin analitik olarak ifade edilemediği durumlarda, elemanın sabit enkesitli birçok elemana bölünmesiyle her parçanın sabit enkesitli olarak çözülmesi yaklaşımı ile bir eleman çözülmüştür. Elde edilen sonuçların sonlu elemanlar yöntemi sonuçları ve tek parça halinde değişken enkesitli eleman olarak çözülmesi sonuçları ile örtüştüğü görülmüştür. Bu yaklaşımın rahatlıkla kullanılabileceği görülmüştür.

Değişken enkesitli elemanlarda kayma etkisinin L/h oranına bakarken büyük olan yüksekliğin dikkate alınması gerekmektedir. Hangi L/h oranından sonra kayma etkisinin hesaba dahil edilmesi gerektiği ayrıca araştırılmalıdır.

Geniş mesnet etkisi hesaba dahil edilerek yapılan çözümler neticesinde maksimum çökme değerlerinin sonlu elemanlar yöntemi sonuçlarıyla tam örtüştüğü mesnet bölgesindeki değerlerin ise sonlu elemanlar sonuçlarına yaklaşmakla beraber tam örtüşmediği görülmüştür. Bu bölgenin ayrıca araştırılması gerekmektedir.

Geniş mesnet durumu için mesnet bölgesinde $h/2$ - $h/4$ arasındaki bir kısmın rijit kabul edilmesi yeterli olmaktadır. Yapılan çalışmada $h/2$ oranının birçok problem için uygun olduğu görülmüştür. Rijit kısmın belirlenmesi için optimum bir oran için daha detaylı bir çalışmanın yapılması gerekmektedir. Ayrıca çelik yapı veya prefabrik yapılardaki bulonlu birleşimler gibi monolitik olmayan birleşimler için bu oranın ne olacağı ve nasıl değiştiği araştırılmalıdır.

KAYNAKLAR

- Akgünler, İ., 1988. Değişken Kesitli Elemanlara Sahip Düzlem Taşıyıcı Sistemlerin Rijitlik Matrisi Yöntemi ile Çözümü. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Al Ghanti ,H.J., M.S.Khan,1998. Exact analysis of nonprismatic beams. J. of Engineering Mechanics,124(11), 1290-1293.
- Al-Gahtani, H.J.,1996. Exact stiffnesses for tapered members. ASCE Journal of Structural Engineering, 122(10), 1234-1239.
- Arturo-Tena Colunga,1996. Stiffness formulation for nonprismatic beam elements. J. of Structural Engineering,122(12),1484-1489.
- ANSYS Release 9.0 Documentation
- Ayaz , Y., 2001. Değişken Kesitli Çubuklardan Meydana Gelen Düzlem Çerçevelerin İncelenmesi. Y.L. Tezi, Atatürk Üniversitesi,Erzurum.
- Aydoğan,M.,2003. Taşıyıcı Elemanlarda Sonlu Elemanlar Yöntemi.
<http://www.insaatmuhendisligi.net/index.php/topic,3902.0;msg10445>(01.05.2009)
- Aristizabal-Ochoa, J.D.,1993. Static, stability and vibrations of non-prismatic beams and columns. J. Sound and Vibrations,162(3) ,441-455.
- Baker, G.,1996. Exact deflections in nonprismatic members. Computers and Structures, 61(3),515-528.
- Balkaya, Can, 2001. Behavior and Modeling of Nonprismatic Members Having T-Sections, J. of Structural Engineering,127(8), 940-946.
- Balkaya , C., 1987. Finite Element Investigaton of Beams of Variable Cross-Section, Y.L. Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Brown, C. J.,1984. Aproximate stiffness matrix for tapered beams. J.Struct. Engnrg., ASCE 110(12),2050-3055.
- Boley, B.A., 1963. On the accuracy of the Bernoulli-Euler theory of beams of variable section. Journal of Applied Mechanics, 30(3),373-378.
- Chugh and Biggers, 1976. Stiffness matrix for a non-prismatic beam column element". International Journal for Numerical Method In Engineering, 10, 1125-1142.
- Chugh, Ashok K., 1977. Stiffness matrix for a beam element including transverse shear and axial force effects. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 11(11), 1681-1697.
- Cowper,G.R.,1966. The shear coefficient in Timoshenko's beam theory. J.Appl.Mech. ,33,335-340.
- Çakıroğlu, A., Çetmeli, E, 1998-2000. Yapı Statiği, Cilt I-II, İstanbul
- Çitil, Ş., 2010. Kapakları parça içerisine gömülü çit takviyeli yapıştırma bağlantılarının mekanik özelliklerinin belirlenmesi. Y.L. Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Dündar, C., Kırıl E., Mengi Y., 1985. Yapı Mekaniğinde Bilgisayar Programları. TMMOB, İMO Yayınları.
- Dinnik, A., 1929. Design of columns of varying cross-section" Aner.Soc.Mech.Engrs.Trans. (Appl.Mech.),51,(APM-51-11),105-114.
- Eisenberger, M., 1985. Explicit Stiffness Matrices For Non-Prismatic Members Computers & Structures, 20(4), 715-720.
- Eisenberger, M., 1991. Exact Solution For General Variable Cross-Section Members. Computers & Structures, 41(4), 767-772.

- Eisenberger, M.,1990. Exact Static and Dynamic Stiffness Matrices for General Variable Cross-Section Members. *AIAA Jour.*, 28, 1105-1109.
- Eisenberger, M., and Reich, Y., 1989. Static, Vibration, and Stability Analysis of Non-Uniform Beams. *Computers and Structures*. 31(4), 567-573.
- Eisenberger, M.,1990. An exact element method. *Int. J..Num.Meth.Eng.*, 30,363-370.
- Eisenberger, M., 1991. Stiffness Matrices for Non-Prismatic Members Including Transverse Shear, *Computers & Structures*, 40(4), 833-835.
- Fertis, Demeter G., Keene, Michael E., 1990. Elastic and Inelastic Analysis of Nonprismatic Members. *J. Structural Engineering*, 116(2), 475-489.
- Fertis, D.G. and Pallaki S., 1958. Equivalent systems for deflections of variable stiffness members. *J. Struct. Div., ASCE*
- Figs,2009. ANSYS hakkında detaylı bilgi,www.figs.com(11.03.2009)
- Franciosi, C, Mecca, M., 1998. Some Finite Elements for the Static Analysis of Beams with Varying Cross Section. *Computers & Structures*, 69, 191-196.
- Friedman,Z.and Kosmatka,J.B., 1992. Exact stiffness matrix of a non-uniform beam. I. Extension, torsion and bending of a Bernoulli-Euler beam. *Computers and Structures*, 42(5),671-682.
- Friedman,Z.and Kosmatka,J.B., 1993. Exact stiffness matrix of a non-uniform beam. II. Bending of a Timoshenko beam. *Computers and Structures*, 49(3),545-555.
- Funk, R.,R., and Wang, K. T., 1988. Stiffness of nonprismatic members. *J.Struct. Engrng.*, ASCE, 114(2), 489-494.
- Funk, Raymond R,Wang, K., 1988. Stiffness of Nonprismatic Member. *J. Structural Engineering*, 114(2), 489-495.
- Özay, G., Topçu, A., 2000. Analysis of frames with non-prismatic members. *Can. J. Civil Eng.*, 27(1), 17-25.
- Güler, M., 1999. Değişken Kesitli Düzlem Çerçeve Elemanlarının Rijitlik Matrisi ve Ankastrelik Kuvvetlerini Hesaplayan bir Bilgisayar Programının Geliştirilmesi. Y. L. Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Hamaoush, Sameer A., Terro, Mohamad J. And McGinley, W. Mark, 2002. Elastic and Inelastic Analysis of Non-Prismatic Members Using Finite Difference, *Kuwait J. Sci. Eng*, 29(2),165-180.
- Hetenyi, M., 1937. Deflections of beams of varying cross section. *Appl.Mech.*, 4(2), 49-52.
- Hutton, D.V.,2004. *Fundamentals of Finite Element Analysis*. The McGraw-Hill Companies, 505 p., New York,USA
- İnan, M., 2001. *Cisimlerin Mukavemeti*. 560 s.,İTÜ Vakfı. İstanbul.
- Karaduman, A., 1993. Değişken Kesitli Düzlem Taşıyıcı Sistemlerin Matris Deplasman Yöntemi İle Statik Çözümü. Y. L. Tezi, SelçukÜniversitesi, Konya.
- Kalatakci, M.Y., Kamanli, M., 1999. Değişken Kesitli Kirişlerin Davranışının Teorik ve Deneysel olarak incelenmesi. *Selçuk Univ. Müh-Mim. Fak. Dergisi*, 14,2,20-42.
- Khan, M. S., 1995. Boundary Element Analysis of Non-Prismatic Members. *Doktora Tezi*, King Fahd University, Saudi Arabia.
- Kıral,E.,Akgünler, O.,1987. Değişken kesitli elemanlardan oluşan çerçevelerin Bilgisayar ile hesabı. *Ç.Ü.Müh-Mim. Fak. Dergisi*,2(1),7-18.
- Kosko, E., 1982. Uniform element modeling of tapered frame members. *Journal of Structural Engineering*, ASCE,108(1),245-264.

- Köksal, T., 1995. Sonlu Elemanlar Metodu. Yıldız Teknik Üniversitesi Matbaası, 163 s., İstanbul.
- Levy, R. and Gal, E., 2002. Three dimensional nonprismatic beam-columns. 2(3), 395-408.
- Lee, Yon-Woo, 1983. New Elements For Analysis of Space Frames With Tapered Members. PhD Thesis, The University of Nebraska, Lincoln.
- Medwadowski, S.J., 1984. Nonprismatic shear beams. J.Struct. Engrg., ASCE, 110(5), 1067-1082.
- Mezaini, N., Balkaya, C., Çitipitioglu, E., 1991. Analysis of Frames with Nonprismatic Members, J. Structural Engineering, 117(10), 1573-1592.
- Mezaini, N., 1991. Finite Element Analysis of Structures With Non-Prismatic Members. Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Newmark N.M., 1943. Numerical procedure for computing deflections, moments, and buckling loads. Transaction ASCE, 108, 1161-1234.
- Resende and Doyle, 1981. NONPRI- an effective nonprismatic three dimensional beam finite element. Computers and Structures, 14(1-2), 71-77.
- Romano F, Zingone G., 1992. Deflections of beams with varying rectangular cross section. J. Engng Mech. (ASCE), 118 (10), 2128-2134.
- Schreyer, H.L., 1978. Elementary theory for linearly tapered beams. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 104(3), 515-527.
- Şahin, S., 1993. Değişken Kesitli Çerçevelerin Optimum Boyutlandırılması. Y. L. Tezi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- Tassew, S. T., 2002. Computerized Analysis of Frames With Non-Prismatic members. Y. L. Tezi, Addis Ababa University, Addis Ababa.
- Tezcan, S., 1970. Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makineleri İle Çözümü. İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul.
- Topçu, M., Taşgetiren, S., 1998. Mühendisler için Sonlu Elemanlar Metodu. PAÜ Mühendislik Fakültesi matbaası, Ders kitapları Yayın No: 007, Denizli.
- Uşaklı, H., 1996. Matris Deplasman Metodu ile Statik Analiz Bilgisayar Programı Hazırlanması. Y. L. Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- Weaver, William Jr., Gere, James, M., 1980. Matrix Analysis of Framed Structures.
- Yao-Zhi Luo, Xian Xu, Fang Wu, 2007. Accurate Stiffness Matrix for nonprismatic members. J.of Strutural Engineering, 133(8), 8 August 2007, 1168-1175.
- Yelence, N., 1986. Sabit ve Değişken Kesitli Müttemadi Kirişlerin Hareketli Yükler Altında İncelenmesi. Y. L. Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

ÖZGEÇMİŞ

20.07.1976 yılında Malatya’da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Malatya’da tamamladı. 1993 yılında girdiği Gaziantep Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği bölümünden 1998 yılında mezun oldu. Aynı yıl Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans eğitimine başladı. 2000 yılında Devlet Su İşleri 82. Şube Müdürlüğü’nde İnşaat Mühendisi olarak göreve başladı. Yüksek Lisans çalışmasını 2001 yılında tamamladı. 2003 yılında Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda doktora eğitimine başladı. Halen Devlet Su İşleri’nde görevine devam etmektedir. Evli ve iki çocuk babasıdır.