



**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN FONKSİYON
ÖĞRETİMİNDE DERS İMECESİ VE ÇOKLU
TEMSİLLERİ KULLANABİLME DÜZEYLERİNİN
ARAŞTIRILMASI**

Mehmet İsa ÇİÇEK

Doktora Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

2020

(Her hakkı saklıdır.)

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN FONKSİYON ÖĞRETİMİNDE DERS
İMECESİ VE ÇOKLU TEMSİLLERİ KULLANABİLME DÜZEYLERİNİN
ARAŞTIRILMASI**
(Investigation of Mathematics Teachers' Usage Levels of Lesson Study and Multiple
Representations in Teaching Function)

DOKTORA TEZİ

Mehmet İsa ÇİÇEK

Danışman: Doç. Dr. Levent AKGÜN

Erzurum
Temmuz, 2020

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Mehmet İsa ÇİÇEK tarafından hazırlanan “Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Öğretiminde Ders İmgesi ve Çoklu Temsilleri Kullanabilme Düzeylerinin Araştırılması” başlıklı çalışması 13 / 07 / 2020 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı:	Doç. Dr. Kemal ALTIPARMAK <i>Ege Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Danışman:	Doç. Dr. Levent AKGÜN <i>Atatürk Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Jüri Üyesi:	Prof. Dr. Ali YILDIZ <i>Atatürk Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Jüri Üyesi:	Prof. Dr. Yasin SOYLU <i>Atatürk Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Jüri Üyesi:	Dr. Öğr. Üyesi Emine GÖZEL <i>Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır

Bu tezin Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım.

Prof. Dr. Mustafa SÖZBİLİR

Enstitü Müdürü

Aslı Islak İmzalıdır

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Doktora Tezi olarak sunduğum “Matematik Öğretmenlerinin Fonksiyon Öğretiminde Ders İmecesi ve Çoklu Temsilleri Kullanabilme Düzeylerinin Araştırılması” başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

13 / 07 / 2020

Mehmet İsa ÇİÇEK

Aslı Islak İmzalıdır

☐ Tezle ilgili patent başvurusu yapılması / patent alma sürecinin devam etmesi sebebiyle Enstitü Yönetim Kurulunun/....../.... tarih ve sayılı kararı ile teze erişim 2 (iki) yıl süreyle engellenmiştir.

☐ Enstitü Yönetim Kurulunun/....../.... tarih ve sayılı kararı ile teze erişim 6 (altı) ay süreyle engellenmiştir.

TEŞEKKÜR

Tezimin ve doktora eğitim sürecimin her aşamasında beni yönlendiren, bilgilendiren, desteğini esirgemeyen, değerli bilgisi ve deneyimiyle yolumu aydınlatan değerli danışmanım Doç. Dr. Levent AKGÜN'e en içten sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum. Jürimde bulunarak çalışmama katkı sağlayan Prof. Dr. Yasin SOYLU, Prof. Dr. Ali YILDIZ, Doç. Dr. Kemal ALTIPARMAK ve Dr. Öğr. Üyesi Emine GÖZEL hocalarıma teşekkür ederim.

Çalışmama katılmayı kabul eden gönüllü ve fedakar öğretmen arkadaşlarıma teşekkürü borç bilirim.

Tez aşamasında sürekli yanımda olan, her türlü zorlukta bana destek olan canım aileme sonsuz teşekkür ederim.

Mehmet İsa ÇİÇEK

ÖZ

DOKTORA TEZİ

MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN FONKSİYON ÖĞRETİMİNDE DERS İMECESİ VE ÇOKLU TEMSİLLERİ KULLANABİLME DÜZEYLERİNİN ARAŞTIRILMASI

Mehmet İsa ÇİÇEK

Temmuz 2020, 209 Sayfa

Amaç: Bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerini araştırmaktır.

Yöntem: Çalışmada nitel araştırma yaklaşımlarının kullanıldığı tekli durum desenini kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları Güneydoğu Anadolu bölgesindeki bir ilde bulunan özel okulda görev yapmakta olan 3 matematik öğretmenidir. Çalışmada ders imecesi döngüleri planlanmış ve öğretmenler ile toplantılar ve gözden geçirme çalışmaları yürütülmüştür. Pilot uygulama 2017 Ekim ayı içinde yapılmış, asıl uygulama 2018 Kasım ve Aralık ayları içinde gerçekleştirilmiştir.

Bulgular: Öğretmenler, tekli temsil sistemi ve ikili temsil sistemlerini konu ve soru çözümünün gerektirdiği şekilde kullanmışlardır. Üçlü ve dörtlü temsiller çok az kullanılmıştır. Öğretmenlerin fonksiyon öğretim bilgileri incelendiğinde son derslerde ilk derslere göre yeterli ve iyi düzeyde sınıf içi etkinlikler düzenledikleri görülmüştür. Öğrenciler daha fazla olumlu düşünce ifade etmişlerdir. Öğretmenlere meslektaşları tarafından verilen geri bildirimler incelendiğinde genel olarak olumlu olmak ile birlikte olumsuz değerlendirmeler de olmuştur. Öğretmenlerin ders öncesi bir hazırlık yaptıkları, meslektaşları ile fikir alışverişinde bulundukları görülmektedir. Öğretmenlerin ders öğretim stratejilerine ilişkin bir takım çözüm önerileri ve uygulama önerileri bulunmaktadır. Öğretmenler ders imecesi uygulamalarının kendilerini mesleki olarak geliştirdiğini, pedagojik bilgilerinin, pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini ve uygulamada zorlanmadıklarını belirterek uygulamayı yapabildiklerini ifade etmişlerdir.

Sonuç: Matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyon kavramını öğretme bilgileri iyi düzeyde olmakla birlikte temsillerin ilişkilendirilmesi konusunda eksiklikleri vardır. Matematik öğretmenlerin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgileri gelişimleri incelendiğinde orta düzeyden iyi düzeye geldiği gözlenmiştir. Öğretmenler ders imecesi konusunda olumlu düşünmekle beraber sistem ve ders kaynaklarının bu konuda geliştirilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir.

Anahtar Kelimeler: Ders imecesi, fonksiyon öğretimi, matematiği öğretme bilgisi, çoklu temsiller

ABSTRACT

DOCTORAL DISSERTATION

INVESTIGATION OF MATHEMATICS TEACHERS' USAGE LEVELS OF LESSON STUDY AND MULTIPLE REPRESENTATIONS IN TEACHING FUNCTION

Mehmet İsa ÇİÇEK

July 2020, 209 Pages

Purpose: The purpose of this study is to investigate mathematics teachers' usage levels of lesson study and multiple representations in teaching function.

Method: The study conducted with qualitative researches and applied as single state case design. The participants of the research are 3 mathematics teachers who are working in a private high school in a province in the Southeastern Anatolia region. In the study, the lesson study cycles were planned and meetings and reviews were conducted with teachers. A pilot study conducted in October 2017, and main study completed in November and December 2018.

Findings: Teachers used single representation system and sometimes a pair of representation systems as required by the subject and question solution. Three or four different representations have rarely been used. When teachers' knowledge of teaching functions is examined, they organize adequate and good in-class activities in the last lessons compared to their first lessons. Students expressed much more positive thoughts about the teaching process in the classes. When the lesson study feedbacks about the teachers observed by their colleagues are examined, there are mostly positive and some negative evaluations. It is observable that the teachers made a preparation before the lesson and exchanged ideas with their colleagues before the lesson. Participant teachers have got some solutions' and applications' suggestions about class teaching strategies. Teachers stated that the lesson study activities improved their professional, pedagogical knowledge and pedagogical content knowledge and they did not have much difficulties in the teaching application and they can the application.

Result: Although mathematics teachers' knowledge of teaching the concept of function with multiple representations is at a good level, they have deficiencies in making connections between the representations. In terms of the development of mathematics teachers' function teaching knowledge with multiple representation, they have reached a good level from the middle level. Participant teachers stated that they think positively about the lesson study application but the education system and course resources should be improved.

Keywords: Lesson study, teaching function, knowledge for mathematics teaching, multiple representations

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY TUTANAĞI	i
ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ	xiii
BİRİNCİ BÖLÜM	1
Giriş	1
Araştırmanın Amacı	3
Araştırmanın Önemi	3
Araştırmanın Problemi	5
Araştırmanın Varsayımları	6
Terimler ve Tanımlar	6
İKİNCİ BÖLÜM	7
Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar	7
Eğitimde Öğretmen Unsuru	7
Yirmi birinci yüzyılda öğretmenlik	7
Eğitimde mesleki öğrenme toplulukları	11
Matematik öğretmenleri için mesleki gelişim modelleri	15
Ders imecesi döngüsü	22
Ders imecesi ile ilgili çalışmalar	26
Matematik Öğretiminde Çoklu Temsil ve Fonksiyon Kavramı	34
Matematik öğretiminde çoklu temsil modeli	34
Çoklu Temsil ile İlgili Çalışmalar	40
Fonksiyon öğrenimi ve öğretimi	44
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	49
Yöntem	49
Araştırma Deseni	49

Katılımcılar.....	51
Veri Toplama Araçları	53
Uygulama öncesi öğretmen görüşlerini yazılı alma formu.	55
Uygulama sonrası öğretmen görüşlerini yazılı alma formu.	55
Ders gözlem formu.....	56
Öğrenci görüşlerini yazılı alma formu.	56
Ders video kayıtları.	56
Araştırma Süreci.....	56
Pilot uygulama süreci.	57
Asıl uygulama süreci.....	59
Veri Analizi	71
Uygulama öncesi öğretmen yazılı görüş alma formu analizi.	74
Uygulama sonrası öğretmen yazılı görüş alma formu analizi.....	74
Ders gözlem formu analizi.	74
Ders video kayıtları analizi.	77
Öğrenci görüşlerinin analizi.	81
Araştırmacının Rolü	82
Geçerlik ve Güvenirlik	83
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	85
Bulgular	85
Çoklu Temsiller ile Fonksiyon Kavramını Öğretme Bilgilerine İlişkin Bulgular.....	85
Nedim öğretmen video analiz bulguları.	93
Musa Öğretmen Video Analiz Bulguları	103
Öğretmenlerin Çoklu Temsiller ile Fonksiyonu Öğretme Bilgilerinin Gelişimine İlişkin Bulgular.....	111
Aysel Öğretmenin Fonksiyonu Öğretme Bilgilerine İlişkin Gelişimi	111
Nedim Öğretmenin Fonksiyonu Öğretme Bilgilerine İlişkin Gelişimi.....	115
Musa öğretmenin fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin gelişimi.	119
Öğrenci Görüşlerine İlişkin Bulgular	127
Öğretmenlerin Ders Gözlemlerine İlişkin Bulgular	135
Öğretmenlerin Ders İmecesi Uygulamaları ile İlgili Görüşlerine İlişkin Bulgular.....	144
Uygulama öncesi öğretmen görüşleri.....	145
Uygulama sonrası öğretmen görüşleri.....	147

BEŞİNCİ BÖLÜM	150
Tartışma, Sonuç ve Öneriler	150
Öneriler.....	154
Araştırmacılar için öneriler.	154
Uygulayıcılar için öneriler.	154
KAYNAKÇA	156
EKLER	171
EK-1. Öğretmen Bilgi ve Öz Değerlendirme Formu	171
EK-2. Öğretmen Bilgi ve Öz Değerlendirme Formu (Son Versiyon).....	172
EK-3. Uygulama Öncesi Öğretmen Görüşme Formu (ilk Versiyon).....	173
EK-4. Uygulama Öncesi Öğretmen Görüşme Formu (Son versiyon)	173
EK-5. Uygulama Sonrası Öğretmen Görüşme Formu (İlk Versiyon)	174
EK-6. Uygulama Sonrası Öğretmen Görüşme Formu (Son Versiyon).....	174
EK-7. Ders Gözlem Formu (İlk Versiyon).....	175
EK-8. Ders Gözlem Formu (Son Versiyon).....	176
EK-9. Ders İmecesi Uygulaması Öğrenci Görüşleri Formu	178
EK-10. Çoklu Temsil Analizlerine İlişkin Örnekler	179
EK-11. Matematik Öğretmen Bilgisi Değerlendirme Rubriği Örnekleri.....	191
ÖZ GEÇMİŞ	194

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Araştırma Soruları Veri Toplama Araçları Eşleştirilmesi.....	54
Tablo 2. Pilot Uygulama Ders İmecesini Çalışma Takvimi	59
Tablo 3. Asıl Uygulama Ders İmecesini Çalışma Takvimi	60
Tablo 4. Gözlem Formu Giriş Kısmı Kod Tanım Tablosu	75
Tablo 5. Gözlem Formu Gelişme ve Sonuç Kısmı Kod Tanım Tablosu	76
Tablo 6. Ders Video Kayıtları Çoklu Temsil Kod Tanım Tablosu	78
Tablo 7. Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriği	80
Tablo 8. Öğrenci Görüşleri 1-9. Soruya İlişkin Kod Tanım Tablosu.....	81
Tablo 9. Aysel Öğretmenin A1 ve A2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller.....	85
Tablo 10. Aysel Öğretmenin B1 ve B2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller	89
Tablo 11. Aysel Öğretmenin Kullandığı Çoklu Temsillerin Karşılaştırılması	92
Tablo 12. Nedim Öğretmenin A1 ve A2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller	93
Tablo 13. Nedim Öğretmenin B1 ve B2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller	98
Tablo 14. Nedim Öğretmen Kullandığı Çoklu Temsillerin Karşılaştırılması	102
Tablo 15. Musa Öğretmenin A1 ve A2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller.....	103
Tablo 16. Musa Öğretmenin B1 Dersinde Kullandığı Çoklu Temsiller	108
Tablo 17. Musa Öğretmenin A ve B Şubelerinde Kullandığı Çoklu Temsillerin Karşılaştırılması.....	109
Tablo 18. Aysel Öğretmenin Fonksiyon Öğretimine İlişkin Gelişim Tablosu	111
Tablo 19. Nedim Öğretmenin Fonksiyon Öğretimine İlişkin Gelişim Tablosu	115
Tablo 20. Musa Öğretmenin Fonksiyon Öğretim Gelişim Tablosu.....	119
Tablo 21. Ders İmeci Uygulamasının Daha Önceki Dersler ile Karşılaştırılması.....	127
Tablo 22. Ders İmecesini Uygulamasının Olumlu Yönleri.....	128
Tablo 23. İmeci Uygulamasının Olumsuz Yönleri	129
Tablo 24. Ders İmeci Uygulamasının Öğrenme ve Kavramaya Etkisi	130
Tablo 25. Ders İmeci Uygulamasının Başarı Düzeyini Etkilemesi	131
Tablo 26. Ders İmeci Uygulamasının Matematik Dersine Yaklaşımı Etkilemesi	132
Tablo 27. Ders İmeci Uygulamasının Öğretmenin Sınıf İçi Uygulamasını Etkilemesi	133
Tablo 28. Fonksiyon Konusunun Özümzenmesi	134
Tablo 29. Bir Kavramı Öğrenirken Yakın Çevreden Örnek Verilmesi.....	135
Tablo 30. Etkili Giriş Yapılmasına İlişkin Düşünceler.....	136

Tablo 31. <i>Fonksiyon Konusuyla İlgili Önbilgilerin Sorulması</i>	136
Tablo 32. <i>Fonksiyon Konusunun Günlük Yaşamdaki Kullanımına İlişkin Örneklerin Verilmesi</i>	137
Tablo 33. <i>Dersin Giriş Kısımına İlişkin Olumlu ve Olumsuzluklar</i>	138
Tablo 34. <i>Öğrencilerin Aktif Şekilde Derste Tutulması</i>	140
Tablo 35. <i>Konunun Anlaşıp Anlaşılmadığına Dair Öğrencilerden Geri Dönütler Alınması</i>	140
Tablo 36. <i>Yeterince Örnek Verilmesi</i>	141
Tablo 37. <i>Öğrencilerin Ne Kadar Anladığıyla İlgili Oran</i>	141
Tablo 38. <i>Dersin Gelişme ve Sonuç Kısımındaki Olumlu ve Olumsuz Durumlar</i>	142



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Okul temelli mesleki gelişim çerçevesi (MEB, 2007).....	17
Şekil 2. Guskey'in 'öğretmen değişimi' (teacher change) modeline genel bakış (Guskey, 1986).	18
Şekil 3. Ders imecesi sınıfı (Takahashi & Yoshida, 2004).....	21
Şekil 4. Ders imecesi döngüsü (Lewis, Perry, & Murata, 2006).	23
Şekil 5. Matematiksel yeterliğin beş ana bileşeni (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2011).	36
Şekil 6. Matematiksel kavramların beş farklı gösterimi (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2011).	37
Şekil 7. Form maddelerinin oluşturulması.....	54
Şekil 8. Araştırma süreci.	57
Şekil 9. Sınıf ortamı.	61
Şekil 10. Video kayıtları analiz süreci.	77
Şekil 11. Aysel öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-1).	87
Şekil 12. Aysel öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-2).	89
Şekil 13. Aysel öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-3).	91
Şekil 14. Nedim öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-5).	95
Şekil 15. Nedim öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-6).....	97
Şekil 16. Nedim öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-7).....	99
Şekil 17. Nedim öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-8 a).	101
Şekil 18. Nedim öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-8 b).	102
Şekil 19. Musa öğretmenin a şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-9).....	107
Şekil 20. Musa öğretmenin a şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-10)....	108
Şekil 21. Öğretmenlerin kullandıkları temsil sistemlerinin karşılaştırılması.....	110
Şekil 22. Aysel öğretmenin dersine ekran görüntüleri (Anekdöt-12).....	112
Şekil 23. Aysel öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-13).....	114
Şekil 24. Nedim öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-14).	116
Şekil 25. Nedim öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-15 a).....	117
Şekil 26. Nedim öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-15 b).	118

Şekil 27. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-16 a).....	120
Şekil 28. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-16 b).	122
Şekil 29. x^3-x fonksiyonun grafiği.	123
Şekil 30. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-17).	124
Şekil 31. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-18).	126



KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

MÖBDR : Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriği

NTCM : National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)

OTMG : Okul Temelli Mesleki Gelişim

PISA : Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)



BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş

Toplumun eğitiminde esas unsur olarak öne çıkan öğretmenlerin, gerek alan bilgisi gerekse de pedagojik yeterlilikleri açısından en nitelikli biçimde yetiştirilmesi hususu önem arz etmektedir (Taşkaya, 2012). Bu kapsamda öğretmenlerin bilim ile sürekli olarak temas halinde olmaları, buna yönelik olarak da almış oldukları öğretmenlik eğitimine ilave olarak yeni eğitim çalışmaları yapmaları ve yeni yöntemler kullanmaları gerekmektedir. Öğretmenler, öğrencilerinin birey ve insan olarak yüce bir varlık olduğunun bilinciyle olumlu bir öğrenme ortamı sağlamalı, öğrencilerde analitik ve yaratıcı düşünciyi geliştirecek çalışmalar yapmalı, eğitim öğretimi etkin bir şekilde planlayabilmeli ve alanına ilişkin derin bir bilginin yanı sıra gerekli olan mesleki becerilere sahip olmalıdır (MEB, 2017). Öğretmenler öğrencilerine sürekli olarak gelişen ve değişen dünyada yeni yöntemler, içerikler ve bilgiler sunmaya hazır bulunmalıdır. Bu kapsamda özellikle bir öğretmenin sınıfında bulunma ihtimali yüksek olan farklı seviyelerde zeka türleri karşısında seviyelere göre farklılaştırılmış ve zengin içeriklere sahip ders sunabilmeli, gerekli yeni materyaller kullanabilmeli ve gereken öğrenme ortamını sağlayabilmelidir.

Matematik öğretmenlerinin etkinliği ve verimliliği açısından da yukarıda ifade edilen nitelikler önem arz etmektedir. Matematik öğretiminde alan bilgisinin yanında matematik dersine özgü olan pedagoji bilgisinin çok önemli olduğu görülmektedir (Lewis, 2000). Alan bilgisi, bir öğretmenin sahip olduğu matematik ve matematik öğretimi bilgisinin yanı sıra bu bağlamda yaptığı sınıf içi matematiksel açıklamalara dayanmaktadır (Tutak, 2009). Pedagojik alan bilgisinde ise, öğretmenin yalnızca alan bilgisi ya da yalnızca pedagoji bilgisi değil; etkili bir öğretim için bu ikisinin sentezi olan yeni bir bilgi türü olmasıdır (Shulman, 1986). Bu kapsamda öğretmenlerin düşünce sistematiğini geliştiren yaratıcı düşünme, akıl yürütme, iletişim kurma ve yansıtıcı düşünme gibi kabiliyetlerin kazandırılması gerekmektedir. Bu kapsamda, öğretmenlerin yeni kabiliyet kazanma ve bilgi birikimlerini paylaşmaları amacıyla birbirleri ile etkileşimli olarak çalışmaları öne çıkmaktadır. Ders imecesi yöntemi bu konuda iyi bir örnek teşkil etmektedir. Bu modelde bir grup öğretmen bir araya gelerek müşterek bir amaç doğrultusunda ders planlama, uygulama ve gözlemlene ve değerlendirme faaliyetlerini icra ederek becerilerini geliştirmesi hedeflenmektedir (Lewis, 2000). Bu yöntem 1960'lerden itibaren öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının mesleki becerilerinin geliştirilmesi amacıyla Japonya'da kullanılmaktadır (Fernandez & Yoshida, 2004). 1990'lı yıllardan

itibaren Amerika Birleşik Devletleri başta olmak üzere matematik eğitimi dünyasında araştırmacılar ve eğitimciler arasında hızla yayılarak oldukça benimsenmiş (Hart, Olsten & Murata, 2011), dünya çapında en çok kabul edilen öğretmen mesleki gelişim modellerinden biri haline gelmiştir (Warwick, Vrikki, Vermunt, Mercer, & Halem, 2016). Türkiye’de de 2000’li yılların sonunda akademik çalışmaların başladığı (Eraslan, 2008; Baki, 2012; Yıldız, 2013), öğrenci merkezli (Bütün, 2012), öğretmenlere, öğrencilerin çözüm stratejilerini tahmin etme, çalışmalarını gözlemleme ve düşünce yapılarındaki zorlukları fark etmelerini sağlamakla birlikte, öğretmenlerin kendi bilgi ve uygulamalarına yansıtımlar yaptığı, müfredat kaynaklarını keşfetmelerini sağlayan (Barber, 2016), bir mesleki gelişim modelidir (Suzuki, 2012). Dolayısıyla ders imecesi modelinin, öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağladığını söylemek mümkündür.

Diğer taraftan özellikle matematik öğretmenlerinin derslerinin etkinliği ve verimliliği açısından çok çeşitli örnekler, analogiler, tablolar, grafikler, şekiller, açıklamalar kullanması, bu yolla öğrencilerine matematiksel düzlemde düşünebilme yeteneği kazandırması ve matematiği anlaşılabilir hale getirmesi gerekmektedir. Bu şekilde farklı yolların kullanılması matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımına örnek olarak gösterilebilir. Yeni öğrenilen ve soyut bir şekilde kalan kavramların içselleştirilmesi ve anlaşılmasında zengin içerik ve yöntem desteği çok önemli hale gelmektedir. Bu yöntem genel anlamda temsiller, soyut kavram veya sembollerin, gerçek dünya içerisinde somutlaştırma vasıtasıyla modelleme işlemi olarak tanımlanabilir (Kaput, 1998, Akt: Delice & Sevimli, 2010). Bir sınıftaki öğrenciler içerisinde zeka türü, öğrenme tarzı vb. farklılıklar göz önüne alınarak çoklu temsillerden istifade edildiği zengin etkinlikler tasarlandığında, öğrenciler bir kavramın farklılık arz eden taraflarını gözlemleyebilir, bu kavramı daha geniş bir bakış açısıyla değerlendirebilir ve kavramın farklı temsilleri arasında geçişler yapabilir. Bu sayede öğrencilerin kavramları ilişkisel temelde anlamaları mümkün hale gelebilecektir (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2011).

Çoklu temsillerin kullanımı yöntemi matematik öğretimi kapsamında öğrencinin aktif biçimde öğrenme faaliyetinin içinde olmasına hizmet etme ve anlamlı öğrenmeyi kolay hale getirme bakımından çok önemli katkılar sağladığı görülmektedir. Bu yöntem öğrenciler arasında kişisel farklılıkları dikkate alan etkinliklerin düzenlenmesini öngörmekte ve bir kavramı muhtelif yönleri ile öğrenme fırsatı sunmaktadır. Bunun sonucunda daha anlamlı ve kalıcı öğrenme süreçlerine katkıda bulunmaktadır. Diğer taraftan, bir problemin modellenmesi, çözüme dönük mantık yürütülmesi, elde edilen çözümün doğrulanması aşamasında çoklu temsil kullanımının etkili olduğu gözlenmektedir (İpek & Baran, 2011).

Araştırmanın Amacı

Uluslararası literatürde geniş ölçüde üzerinde durulan ders imecesi aracılığıyla öğretmenlerin mesleki gelişimi ülkemiz açısından oldukça yeni bir alandır ve ülkemizde henüz sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Ders imecesi çalışmalarının lise öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde çoklu temsil kullanma düzeylerini geliştireceği düşünülmektedir. Böylece fonksiyon kavramının lise öğrencileri için daha anlamlı ve anlaşılır hale geleceği düşünülmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiğe yönelik inanç ve tutumlarını da dolaylı olarak olumlu yönde etkileyecektir. Yukarıda bahsedilen gerekçelerle, bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerini araştırmaktır.

Araştırmanın Önemi

Genel olarak matematiksel kavramlarda epistemolojik yapıdan kaynaklanan soyutluk ön plandadır ve soyut kavramların öğrenciler tarafından öğrenilmesi zordur. Matematiğin birçok öğrenci tarafından zor olarak görülmesinin nedeni belki de buradadır. Dolayısıyla matematiksel kavramların öğretimi sırasında mümkün olduğu kadar somutlaştırarak öğrencilerin yaşadığı bu zorluk giderilebilir, en azından azaltılabilir (Baykul, 2006). Düşünsel (2019), öğrencilerin yaşadığı bu zorlukları gidermede öğretmenlerin çoklu temsiller kullandıklarını ve bu temsillerin de öğrencilere soyut gelmesinden dolayı öğretmenlerin sembolleri somutlaştırdıklarını ifade etmektedir. Yine aynı zorluktan dolayı, hangi öğretim kademesi olursa olsun, öğrencilerde matematik kaygısı olduğu ve öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmede güçlük yaşadıkları da söylenebilir (Altun, 2014). Baki (2006), öğretmenlerin geleneksel öğretim anlayışından dolayı matematiğin günlük ihtiyaçlardan uzak, birbirinden kopuk, soyut ilke ve prensiplerden oluşan, ayrı ayrı öğrenilmesi zorunlu denklem ve formüller içeren bir uğraş alanı olarak görüldüğünü vurgulamakta, öğrenciye bu şekilde sunulan matematiğin öğrenci için soğuk, sevimsiz ve ezberlenerek öğrenilmesi gereken bir derse dönüştüğünü ifade etmektedir. Evirgen ve Yıldız İkikardeş (2019) ise öğrencilerin matematikte zorlanma nedenini konuların fazla ve soyut olması, konuyu pekiştirecek yeterli vakitlerinin olmaması, öğretmen faktörü ve derslerde kullanılan öğretim yönteminden kaynaklandığını belirtmiştir. Köğçe, Yıldız ve Aydın (2017), öğretmenlerin kavramları öğretirken eksik veya yanlış bilgi verme, günlük hayatla uygun ilişkilendirmeyi yapmamaları, uygun materyal kullanmamaları, uygun strateji, teknik ve yöntemi kullanmamaları ve bunun neticesinde öğrencilerin öğrendikleri kavramları birbiriyle ilişkilendiremediklerini ve dolayısıyla öğrenme zorlukları yaşadıklarını ifade etmektedir.

Altun (2014) ve Baki (2006) tarafından ifade edilen ve dikkat çekilen noktalar göz önüne alındığında matematiği öğrenmede matematiksel kavramların öğrenciler tarafından anlaşılmasının ve anlamlandırılmasının önemi ortaya çıkmaktadır. Can (2004), öğrencilerin fonksiyonla ilgili zengin, dinamik, başka alanlara transfer edilebilir kavram görüntülerine sahip olmalarını sağlayacak bir öğrenme ortamı kurgulamış ve öğrencilerin kavramsal ve işlemsel öğrenmelere sahip olmalarını sağlamak amacıyla fonksiyonların çoklu temsilleriyle kullanımını temel alan araştırmasında, öğrencilerin fonksiyonu kavrama, çoklu temsilleriyle ifade edebilme ve bu temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerilerinin olumlu etkilendiğini tespit etmiştir. Bu noktada matematik öğretiminde kavramların çoklu temsiller kullanılarak ifade edilmesinin ve birbirleriyle ilişkilendirilmesinin öğrenmeyi oldukça kolaylaştıracağı söylenebilir. Dolayısıyla öğrenciler bir kavramı anlamlandırmada daha başarılı olacak ve anlamlı öğrenme gerçekleştirecek ve bu durumun Türkiye'nin uluslararası sınavlarda göstermiş olduğu performansa bir katkı sağlayacaktır.

Dünya genelinde birçok ülkenin katıldığı PISA ve TIMSS gibi uluslararası sınavlarda Türkiye'nin matematik ve geometri alanında hala düşük performans gösterdiğini de göz önünde bulundurmak gerekir. Bu sınavlar, matematik okuryazarlığı, öğrencilerin formüleştirebilme, matematiği işe koşabilme ve yorumlayabilme kapasitelerini ölçmeye odaklanmaktadır. Bu sınavlardan alınan sonuçlar hem Türkiye'deki matematik öğretiminin niteliğini ve verimliliğini sorgulamamız gerektiğini hem de daha iyi hale gelmek için çalışmalar yapılmasının gerekliliğini göstermektedir. Örneğin PISA 2018 sonucunda Türkiye tüm alanlarda (okuma, matematik, fen) OECD ülkelerinin ortalamasının altında kalmıştır (Öztürk, 2019). 79 ülkenin katıldığı PISA 2018'de Türkiye matematik alanında 454 puanla 42. sırada yer almıştır (MEB, 2019). Dolayısıyla Türkiye'nin OECD ülkeleri ortalamasının altında kalmaması için MEB tarafından hazırlanan matematik öğretim programları ve bunun uygulayıcısı olan matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimleri üzerinde önemle durmamız gerektiği söylenebilir.

Türkiye'de bugün üzerinde en çok tartışılan konulardan biri eğitim sistemi ve eğitimin niteliğidir. Eğitimin temel unsurlarından biri de öğretmendir. Günümüzdeki öğretmenler, eğitim ihtiyaçlarına cevap verebilen, çağdaş ve öğrencileri geleceğe hazırlayabilecek yeterlikte olmalıdır (Abazaoğlu, Yıldırım & Yıldızhan, 2014). Bu durumda öğretmenlerin gerekli yetkinliklere sahip olması için öğretmen eğitim programlarının daha verimli ve kaliteli olması gerekmektedir (Ataman & Adıgüzel, 2019). Öğretmenlerin yetiştirilmesinde, öğretmen yetiştirme programlarının önemi büyüktür (NCTM, 2000). Pek çok mesleki gelişim programı olmasının yanında bunlardan bir tanesi de ders imcesidir (Pınar & Didem, 2017). Ders

imecesi yaklaşımı, öğretmenleri işbirlikçi bir ders planlama süreci, ders gözlemi ve öğrenci öğrenmesinin incelenmesi gibi döngüsel bir süreçle öğretmenleri öğretmenlik uygulamalarına yansıtmaya teşvik eden bir mesleki gelişim yöntemidir (Anfara, Lenski & Caskey, 2009).

Görüldüğü gibi ders imecesi öğretmenlerin mesleki bilgi birikimi ve deneyimlerini paylaşımları açısından önemlidir. Bu noktada çalışmada ders imecesinin önemi ortaya konmuş ve uygulamada ders imecesi modelinden faydalanılmıştır. Diğer taraftan çoklu temsil kullanımının bilhassa matematik öğretimi açısından çok faydalı olduğu yapılan alan yazında ve incelenen uygulamalarda görülmüştür (Piez ve Voksman, 1997; Ballard, 2000; Delice & Sevimli, 2010; Can, 2014; İncikabı, 2017; Yorulmaz vd, 2017; Düşünsel, 2019; Sezgin, 2019). Bu nedenle bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerini araştırmak olacaktır.

Literatürde fonksiyon öğrenimi ve öğretimi ile ilgili araştırmaların içeriğine bakıldığında, fonksiyon kavramının öğrencilere doğrudan verildiği birçok çalışmaya rastlanmaktadır. Ancak; öğrencilerin, ders içi ve disiplinler arası bağlamda fonksiyonel düşünmeyi ve fonksiyon kavramını kendi başlarına çözmeye ve anlamaya cesaretlendirildikleri çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır (Yazır, 2015).

Bu çalışmada araştırmacı; çoklu temsillerin öğrenme ortamlarında kullanımının iletişim, eleştirel düşünme, yaratıcılık ve işbirliği gibi öğrencilerden beklenen 21. Yüzyıl yetilerini önemli ölçüde geliştireceğinden, aynı yetilere öncelikle öğretmenlerin sahip olması gerektiği düşüncesine dayanarak, fonksiyon öğretiminde çoklu temsil kullanımını, temelde öğretmenler arası iletişim ve işbirliğine dayanan bir model olan ders imecesi modeliyle incelemeyi amaçlamıştır.

Araştırmanın Problemi

Bu araştırmanın problemi, matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerini araştırmaktır. Çalışmanın araştırma soruları;

1. Matematik öğretmenlerinin ders imecesi modeli aracılığıyla çoklu temsiller ile fonksiyon kavramını öğretme bilgileri hangi düzeydedir?
2. Matematik öğretmenlerinin ders imecesi modeli aracılığıyla çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgileri gelişimleri nasıldır?
3. Lise öğrencilerinin, matematik öğretmenlerinin çoklu temsillerle fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin görüşleri nasıldır?

4. Matematik öğretmenlerine göre, meslektaşlarının çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgileri nasıldır?
5. Matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin ders imecesi uygulama öncesi ve sonrası görüşleri nelerdir?

şeklinde belirlenmiştir.

Araştırmanın Varsayımları

1. Araştırmanın pilot ve asıl uygulamalarında katılımcılarla gerçekleştirilen uygulama, toplantı ve mülakatlarda elde verilerin katılımcıların gerçekçi ve samimi görüşlerini yansıtacakları,
2. Veri toplama araçlarının kapsam geçerliği için başvurulmuş uzman görüşlerinin yeterli olduğu varsayılmıştır.

Terimler ve Tanımlar

Mesleki Gelişim: Okul içinde ve dışında öğretmenlerin mesleki bilgilerinin, becerilerinin, değerlerinin ve tutumlarının gelişimini destekleyen, etkili öğrenme ve öğretme ortamları oluşturmada öğretmene destek sağlayan süreçleri içerir (MEB, 2007)

Okul Temelli Mesleki Gelişim: Öğretmen ve okul yöneticilerinin mesleki bilgi, beceri, değer ve tutumlarının gelişmesini sağlayan bir süreçtir (MEB, 2010).

İKİNCİ BÖLÜM

Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar

Eğitimde Öğretmen Unsuru

Yirmi birinci yüzyılda öğretmenlik.

Öğretmenlik, dünyadaki en eski mesleklerden biridir. Öğretmenliğin tek bir tanımı olmamasına rağmen, Shulman (1987) öğretmenliğin çok boyutlu sürecini özetlediği gibi; öğretmenlik, bir öğretmenin neyin öğrenileceğini ve bunun nasıl öğretileceğini anlamasıyla başlar, öğrenme ortamı için sağlanan bir dizi fırsat, talimat ve aktiviteyle devam eder ve hem öğretmenin hem de öğrencinin yeni bir anlayış geliştirmesiyle sona erer.

Shulman (1987), çalışmalarında öğretmenliğin bir meslek dalı olarak profesyonelleştirilmesi gerektiğinin hayati önemini vurgulayan bir araştırmacıdır. Bu durum, temel bir soruyu da beraberinde getirmekteydi: Öğretmenlik nasıl profesyonelleştirilebilir? Öğretmenlerin bilgisini anlamamanın bir yolu var mıdır? Böylece, araştırmacılar tarafından, öğretmenlerin ne bildiğini açığa çıkarmak ve düzenleyebilmek adına *bilgi tabanlı öğretimi (knowledge base teaching)* yapılandıracak çalışmalara dair adımlar atılmaya başlandı. Günümüzde, eğitim dünyasındaki araştırmacılar, öğretmenlerin sahip olduğu bilgi ve öğretmenliği etkileyen faktörler üzerinde çalışarak, bu alana katkı yapmaya devam etmektedirler.

Bilgi tabanlı öğretim (knowledge base teaching) üzerine ilk çalışmaların büyük bir bölümü, dikkatli bir gözlem süreciyle, öğretmen bilgisine ve bu bilginin gelişimine ait önemli miktarda veri toplanabileceği görüşünü savunmaktadır (Shulman, 1987). Öte yandan, öğretmen bilgisini tanımlamaya yönelik birkaç farklı yaklaşım da ortaya çıkmaktaydı: Politik yaklaşım (*Policy response approach*), öğretmen karakteristikleri yaklaşımı (*characteristics of teachers approach*), ve öğretmen bilgisi yaklaşımı (*teachers' knowledge approach*).

Politik yaklaşım (*Policy response approach*), Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (Okul Matematiği için Müfredat ve Değerlendirme Standartları) (1989) ve Principles and Standards for School Mathematics (Okul Matematiği için Prensipler ve Standartlar) (NCTM, 2000) gibi bazı dokümanlarla matematik öğretmenlerinin bilgisini tanımlamaya çalışmaktaydı. Bunlara göre, etkili bir matematik öğretimi için olması gereken prensiplerden bazıları, öğretilecek olan alanın iyi bilinmesi, öğrencilerin öğrenme

ihtiyaçlarının farkında olma, ve geniş anlamda ğretim metotlarına hakim olma şeklinde standardize edilmekteydi (NCTM, 2000). Bu yaklaşımın eleştirildiğı nokta ise araştırma sonuçlarına dayanmayan çıkarımlar aracılığıyla yapılandırılmış olmalarıdır (Ball vd., 2001, 441). Bu durum, araştırma sonuçlarına dayalı bir yapıyı temel alan ğretmen karakteristiklerini (*Characteristics of teachers approach*) gündeme taşımaktaydı. Bahse konu ğretmen özellikleri, öğretmenlerin sahip oldukları sertifikasyon/diploma türü, üniversitede alınan matematik ders sayısı, lisansüstü eğitim derecesine sahip olup olmama gibi istatistiksel verilere dayanan karakteristikler olarak özetlenebilir. Diğer yandan, ğretmen bilgisi yaklaşımında (*teachers' knowledge approach*) kilit unsur, bu karakteristiklerden ziyade öğretmenin ne bildiğidir (Tutak, 2009). Bu bağlamda Shulman (1986, 1987), Fenstermacher (1994), Wilson vd. (1987), ve Grossman vd. (1989) gibi birçok araştırmacı, ğretmen bilgisini tanımlamaya yönelik araştırmalar yapmışlar ve bunların sonucunda farklı modeller geliştirmişlerdir. Tüm bunlar öğretimin ve ğretmen bilgisinin ne denli komplike ve çok katmanlı bir yapıya sahip olduğunu bir kez daha gözler önüne sermektedir.

Öğretmen bilgisini anlamaya yönelik bu çalışmaların arasında, Shulman'ın tanımı en yaygın kabul gören tanımlardan biri olmuştur. Shulman (1987), ğretmen bilgisini açıklarken, özel bir terim tanımlar: Pedagojik Alan Bilgisi (Pedagogical Content Knowledge). Shulman (1986), bu bilgiyi, öğretmenin alan bilgisi ve pedagoji bilgisini birleştiren “özel bir amalgam” olarak tanımlar. Shulman'ın ğretmen bilgisi modeli temelde üç unsur içermektedir: Alan bilgisi (*content knowledge*), pedagojik alan bilgisi (*pedagogical content knowledge*) ve müfredat bilgisi (*curriculum knowledge*).

Bu bilgi türlerinden alan bilgisi (*content knowledge* veya bir diğer deyişle *subject matter knowledge*), öğretmenin sahip olduğu matematik ve matematik ğretimi bilgisine ve bu bağlamda yaptığı sınıf içi matematiksel açıklamalara dayanmaktadır (Tutak, 2009). Pedagojik alan bilgisinde ise altı çizilen unsur, öğretmenin yalnızca alan bilgisi ya da yalnızca pedagoji bilgisi değil; etkili bir ğretim için bu ikisinin sentezi olan yeni bir bilgi türü olmasıdır (Shulman, 1986). Son olarak müfredat bilgisi, öğretmenlerin sözlü, yazılı, görsel, yazılım programları gibi kaynakları irdeledikleri, diğer disiplinlerin bilgisinden yararlanarak ders içeriklerini zenginleştirdikleri ve öğrencilerin seviyelerine göre önceki ve gelecekteki konu ve kavramlar arasında bağlantılar kurmalarını sağlayan, meslektaşlarının tecrübeleriyle kendi deneyimlerini de sentezleyerek edindikleri bir bilgi türü olarak düşünülebilir. Shulman'ın yaygın kabul gören bu çalışması, daha sonra Deborah Ball (Ball & Bass, 2000a, 2000b, 2003), Ball, Thames ve Phelps (2008) gibi araştırmacılar tarafından geliştirilerek, ğretim için matematik bilgisi (Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)) modelinin

kavramsal yapısı oluşturuldu. Bu model, Shulman'ın çalışmalarını tamamıyla kabul etmekte, ancak herbir öğretmen bilgisi türünü ayrıca irdeleyerek, alt başlıklar altında detaylandırmaktadır.

Öğretmen yetiştirme sürecinin en önemli hedefi nitelikli öğretmenlerin ortaya çıkmasıdır. Shulman'ın (1986) kategorizasyonundan yola çıkarak ve Ma'nın (2010) araştırmasını dikkate alarak nitelikli öğretmenlerin özellikle iki özelliğinin ön plana çıktığını söyleyebiliriz: derinlemesine “alan bilgisi” ve temelde bu bilginin öğrenci düzeyine uygun biçimde sunulmasını sağlayan “pedagojik alan bilgisi”. Bununla birlikte araştırmalar öğretmen adaylarının lisans düzeyinde aldıkları derslerin alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi açısından yeterli düzeye gelmelerini sağlama noktasında eksiklikler bulunduğunu göstermektedir (Ball, 1990; Ball & McDiarmid, 1990; Seferoğlu, 2004, Tonbul & Altunay, 2011).

Öğretmenin derinlemesine alan bilgisi, üst düzey ifade becerisi, öğrenmeyi kolaylaştıran sınıf yönetimi, teknolojisi bilgisi ve derslerine teknoloji entegrasyonu, öğrencilerin bireysel farklılıklarının farkında olma ve öğretimi bireyselleştirme, öğrencilerle ve meslektaşlarıyla etkili iletişim, öğrenci merkezli ders planı hazırlayabilme gibi bilgi ve becerilere sahip olması hayati önem taşımaktadır. Bahsedilen özellikleri taşıyan öğretmenler aracılığıyla verilen eğitim öğrencilerin günümüzün ihtiyaçlarına yönelik ve eğitim reformlarıyla hedeflenen nitelikte eğitim almaları için gerekli görülmektedir (Gürten & Demirel, 2010).

21. yüzyılda küreselleşme, ekonomik gereklilikler ve düşük sivil katılımı, öğrencilerin başarı ve ilerleme için geliştirmesi gereken bilgi ve becerilerin aciliyetini şiddetlendirmektedir (Saavedra & Opfer, 2012). Küresel ekonomi sistemlerinin başka öğelerle bağlantılı olması, ekosistem ve politik ağlar; öğrencilerin dünya genelinde insanlarla etkili iletişim kurmayı, işbirliğini ve problem çözme öğrenmeleri gerektiğini işaret etmektedir. Günümüzde işverenler, temel becerilere sahip insanlara çok daha az gereksinim duyarlarken; üst düzey düşünme ve iletişim becerilerine sahip kişilere olan ihtiyaçlarının arttığı gözlemlenmektedir (Levy & Murnane, 2005). İş dünyası ve eğitim dünyasından yüzlerce kişiyle yapılan mülakatlar neticesinde Tony Wagner (2008), 21.yüzyılda öğrencilerin sahip olması gereken becerileri, ‘hayatta kalma becerileri (survival skills)’ olarak tanımlamakta ve şu başlıklar altında özetlemektedir:

- Eleştirel düşünme ve problem çözme
- İşbirliği ve liderlik
- Çeviklik ve uyum yeteneği

- İnisiyatif alma ve girişimcilik
- Etkili sözlü ve yazılı iletişim
- Doğru bilgiye ulaşma ve bilgiyi doğru analiz etme
- Merak ve hayalgücü

Benzer şekilde, AT21CS (The Assessment and Teaching of Century Skills: 21. Yüzyıl Becerilerini Değerlendirme ve Öğretimi) konsorsiyumunda, içinde bulunduğumuz yüzyılın gerektirdiği değişen düşünme ve çalışma şekilleri, farklı çalışma araçları, ve küreselleşen bir dünyada yaşamının beraberinde getirdiği bilgi, beceri ve davranışlara vurgu yapılmıştır (2012). Bu bilgi, beceri ve davranışların kazanımı, üst düzey düşünme yetilerini artırmakta, daha derinlikli bir öğrenme sağlamak ve komplike düşünebilme ve iletişim kurabilme becerilerini ön plana çıkarmaktadır (Saavedra & Opfer, 2012). Günümüzde, alanında yetkin, öğrenmeyi öğrenmiş, gelişime ve değişime açık, hayat boyu öğrenme prensibiyle hareket eden bireylere her zamankinden daha çok ihtiyaç duyulmaktadır (Abazaoğlu, 2014). Bu durum nitelikli öğrenciler yetiştirme sorumluluğu taşıyan ve öğretim programlarının uygulayıcısı olan öğretmenlerin mesleki gelişimini ve yeterliklerini gündeme taşımaktadır.

Alan yazındaki çalışmaları özetleyen İlğan (2013) öğrenci başarısını etkileyen öğretmen değişkenlerini 4 kategori altında toplamıştır:

1. Genel akademik yetenek ve zeka
2. Alan bilgisi
3. Öğretme ve öğrenme bilgisi
4. Öğretmen deneyimi

Türkiye’deki eğitimin kalitesini yükseltecek olan öğretmenlerin geliştirilen ve yenilenen öğretim programlarını amacına uygun biçimde uygulayabilecek, öğrencilerini tanıyıp ihtiyaca göre öğretimi bireyselleştirebilecek, öğrenme süreci hakkında bilgili, öğrencilerin gelişim özelliklerini dikkate alan, derinlemesine alan bilgisi olan, öğretimde güncel gelişme ve uygulamaları takip eden, öğrencilere kapsamlı ve zengin öğretim durumları hazırlayabilen, kendi branşındaki diğer öğretmenlerle sürekli iletişim ve yardımlaşma halinde olan, çevresiyle pozitif iletişim kuran bireyler olmaları çok önemlidir (Buldu, 2014).

Eğitim dünyasında da ‘4C Skills (Communication, Collaboration, Creativity, Critical Thinking: iletişim, işbirliği, yaratıcılık ve eleştirel düşünme)’ olarak bilinen 21. yüzyıl becerilerinin önemi her geçen gün artmaktadır (Guo, 2016). Bu nedenle, öğrencilerin geliştirmesi istenilen bu yetileri, öncelikle eğitimde değişimin temel unsuru olan öğretmenlerin edinmesi ve etkin bir şekilde sınıflarında ortaya koyması gerekmektedir. Araştırmacı, bu bağlamda, öğretmenler arası iletişim ve işbirliğini öne çıkaran, öğretmenlerin

eleştirel düşünce ve yaratıcılıklarını paylaşımlarına olanak sağlayan bir model olan Japon ders imecesi modelini kullanarak, elde ettiği sonuçlarla eğitimcilere ve yasa yapıcılara gerekli görülen düzenlemeler ve güncellemeler hakkında veri sağlamayı ve fikir vermeyi amaçlamaktadır.

Eğitimde meslekî öğrenme toplulukları.

Son yıllarda, meslekî öğrenme toplulukları (Professional learning communities); okul liderliği (school leadership), okul öğrenimi (school learning) ve öğretmen gelişimi (teacher development) ile ilgilenen tüm eğitimcilerin dikkatini çekmeye başlamıştır. Meslekî öğrenme topluluklarının amacı, hem öğrenci hem öğretmen hem de okul yönetimleri için sürekli öğrenmeye ve gelişime açık ortamlar sunmaktır (Stoll vd., 2006). Bu topluluklarda öğretmenler, işbirliği içinde çalışarak, kendi öğretmenlik uygulamalarını geliştirmeyi ve öğrencilerinin daha iyi öğrenebilmesini amaçlamaktadır. Bu nedenle meslekî öğrenme topluluklarında, güncel öğretimlerin ne denli etkin ve başarılı olduğu sorgulanarak, öğrenme ve öğretimi geliştirmek adına yeni yollar aranır (McLaughlin & Talbert, 2008).

Meslekî öğrenme topluluklarında, okulların entelektüel açıdan öğrenmeye ve gelişime açık olması ve okul kültüründeki her bir kişinin de bu anlayışta hareket etmesi, altı çizilmesi gereken ana prensiptir (Curry, 2008). Bu topluluklarda öğrenme; öğrenciler için olduğu kadar, aynı zamanda öğretmenler, yöneticiler ve okullar içindir (Katz & Earl, 2010). Başarılı öğrenme toplulukları, üyelerini, sorgulanmaksızın kabul edilen varsayımları yeniden düşünmeye ve değişime ayak uydurmaya sevk eder. Aynı zamanda uygulanmakta olan en iyi örnekleri/modelleri, yeni öğretim fikirleriyle birleştirerek zenginleştirirler. Matematik eğitimi özelinde meslekî öğrenme topluluklarına bakıldığında, bu topluluklarda öğrencilerin nasıl düşündüğünü/öğrendiğini anlamak adına, öğretmenlerin kendi matematik bilgilerini (mathematical knowledge) ve öğretmek için kullandıkları matematik bilgilerini (mathematical knowledge for teaching) geliştirmeleri desteklenir (Brodie, 2011; Curry, 2008; Jaworski, 2008; Katz vd., 2009; Little, 1990).

Başarılı bir meslekî öğrenme topluluğunda görülen temel özellikler şu şekilde özetlenebilir:

- anlayış, güven ve yeterince zorlayıcı bir ortam içinde, üretken bağlantılar yaratırlar,
- uygulamayı kişisel olmaktan çıkararak öğretmenlerin sıklıkla yaşadığı izole ortamı hafifletirler,
- işbirliğini, karşılıklı dayanışmayı, öğrencilerin öğrenme süreciyle ilgili öğretmenlerin toplu bir şekilde sorumluluk sahibi olmasını teşvik ederler,

- yeterince zorlayıcı entelektüel bir odağı olan, titiz bir sorgulama sistemine sahiptirler.

Meslekî öğrenme topluluklarında, ‘kollektif öğrenme’ bilinci hakimdir. Bu bilinç; öğretmenlerin, öğrenmek için birlikte çalıştığı, uzun soluklu, sürdürülebilir, topluluk tarafından hep birlikte geliştirilmiş ve bir adım öteye taşınmış uygulamaları hayata geçirmeyi gerektirmektedir. Bu anlayış sayesinde, öğrencilere yalnızca dersler/konular bağlamında değil, tüm okulda tutarlı bir öğrenme ortamı sağlanmaktadır (Horn, 2005; McLaughlin & Talbert, 2008). Meslekî öğrenme toplulukları; öğrencilerinin daha etkin bir öğrenme süreci yaşayarak, genel anlamda daha iyi bir noktaya gelmesi adına, öğretmenlerin, yüksek kaliteli bir eğitime olan inancı konusunda ortak bir vizyonu paylaşarak, toplu bir şekilde sorumluluk almalarını destekler (Louis & Marks, 1998, 535). Sonuç olarak işbirliği ile öğrenmeye dayanan bir okul kültürü geliştirilmiş olur. Bunlara ek olarak meslekî öğrenme toplulukları, bir araya gelerek daha geniş çapta kümünler oluşturabilmektedir. Örneğin, civar okullardaki mesleki öğrenme topluluklarının bir network oluşturması, herbir topluluk için daha fazla destek anlamına gelmekte, öğretmenlerin meslekî gelişimlerine ve sürdürülebilirliğe önemli ölçüde katkıda bulunmaktadır (Katz & Earl, 2010).

Meslekî öğrenme toplulukları için, alan yazın incelendiğinde, hemen göze çarpmayan ancak oldukça önemli detayları açıklığa kavuşturan bir terminolojiye rastlanmaktadır. Bu detaylar, meslekî öğrenme toplulukları yapılırken oluşan farklılıklara işaret etmektedir. Yapılanmadaki bu ayrımlar, “communities of practice” (uygulama toplulukları), “communities of enquiry” (sorgulama toplulukları), ve “critical friends groups” (eleştiri toplulukları) olarak göze çarpar.

Meslekî öğrenme toplulukları yapılırken öğrenme süreci ile ilgili temelde iki ayrı odak noktasına rastlanmaktadır. Bu öğrenme, veri-tabanlı (data-informed) veya bilgiye dayalı sorgulamayı (knowledge-based enquiry) merkez alarak gerçekleşmektedir. Bunlardan ilki olan veri-tabanlı sorgulamada, veriler genellikle ulusal sınav sonuçlarına dayanmaktadır. Ancak, veriler; öğretmenlerin test skorlarını, öğrencilerle yapılan mülakatları, öğrenci çalışmalarını ve ders esnasında yapılan ya da video kaydı alınmış olan sınıf içi gözlemleri de içerebilmektedir. Topluluklarda öğretmenler bir arada çalışarak bu verileri değerlendirirler ve meslekî anlamda, hâlihazırda olan ile geliştirilmesi gereken yönlerine karar vererek, bu kararları uygulamaya geçirecek stratejiler belirlerler. Verilerle çalışmak, bu bağlamda, ulusal sınavlardaki test skorlarını artırmaya yönelik, okul yöneticilerine ve eğitim departmanı çalışanlarına dış hesap verebilirlik (external accountability) ile birlikte düzenleyici bir uygulama/güncelleme mekanizması olarak düşünülebilir (Brodie, 2014). Öğretmen gelişimini

merkezlerine alan meslekî öğrenme toplulukları savunucuları, bu tür bir veri analizinin amacının, topluluk içinde bilgi sağlaması ve öğrenme için bir iç hesap verebilirlik (internal accountability) biçimi olması açısından, öğretmenlerin konuşarak iletişimde kalmaları gerektiğini şiddetle savunmaktadırlar (Earl & Katz, 2006).

İkinci olarak; meslekî öğrenme topluluklarında grup içinde gerçekleşen öğrenme, veri yoluyla olduğu gibi, bilgiye dayalı bir sorgulamayla da desteklenebilmektedir. Öğretmenler verileri değerlendirirken öne çıkan ana fikir, araştırmalar sonucunda elde edilen genel bulgular ile pratikte olan arasında bağlantılar kurmaktır. Bu fikri destekleyecek şekilde, Jackson ve Temperley (2008), yerel kapsamda en iyi öğretim uygulamalarından elde edilen konunun ve öğrencinin pratikteki bilgisinin; araştırmalardan elde edilen genel bilgiyle buluşturulduğu bir modeli savunmaktadırlar.

Brodie (2014), iki nedenden dolayı, sınıflardan elde edilen veri ile genel anlamda ulusal/uluslararası sınavlardan elde edilen veriler arasındaki interaktif ilişkinin meslekî bilgiyi oluşturduğunu öne sürmektedir. Bunlardan ilki, dışarıdan gelen veriler ve görüşler olmaksızın toplulukların solipsistik (tekbenci) ve kendini olduğu haliyle muhafaza eden, gelişime kapalı bir yapıya dönüşmeleri oldukça muhtemel olduğunu ve meslekî gelişimi canlandırmak yerine, durağanlığa neden olabileceğini savunur. İkincisi ise, öğrenciler ve öğretmenler arasında iç hesap verebilirliği (internal accountability) teşvik etmek, ve hem araştırmaya dayalı hem sınıflarda, okullarda olan pratikteki uygulamalarla tutarlı, toplu bir şekilde üretilen yeni meslekî bilginin yapılandırılması için, tüm bu veriler ve uygulamalardan elde edilmiş bilgiler birlikte ele alınması gerektiği görüşüdür. Ayrıca öğretmenlerin birbirlerini sorguladıkları durumların miktarı çok düşük ve işbirliği yıllar boyunca değişmemektedir. Sorgulamak önemlidir çünkü her zaman güvende hissederseniz, öğrenemezsiniz. Öğretmenler, bir öğretmen ve öğrencileri olarak kendi rolleri hakkında yeni düşünme yolları yaratmak için rahatlık bölgelerinin dışına çıkmaya zorlanmak zorundadır (Koufmann, 2018).

Bu noktada, dikkat edilmesi gereken bir husus, veri-tabanlı (data-informed) uygulama ile kanıta dayalı (evidence-based) uygulama arasındaki farktır. Bu ayrım şu şekilde karşımıza çıkmaktadır: Kanıta dayalı uygulamada yalnızca araştırmalardan elde edilen sonuçlar mesleki gelişim için doğru ve yetkin bulunurken; veriye dayalı uygulamada, bir uzman yardımıyla öğretmenlerin de kendileri için ulaşılabilir olan veriyi yorumlayabileceği ve kendi tecrübelerini araştırma sonuçlarıyla sentezleyebileceği düşünülmektedir.

Meslekî öğrenme topluluklarında üzerinde durulması gereken bir diğer husus, liderliktir. Özellikle araştırma sonuçları ile pratikteki uygulamaları sentezlemeye yardımcı olacak bir liderlik, meslekî öğrenme topluluklarında elzemdir. Liderler, okul içinden veya

örneğin üniversiteden bir öğretmen eğitimcisi gibi, dışarıdan bir uzman olabilir. Uzun vadede sürdürülebilirliği sağlamak için, okul içinde yahut örneğin bölgedeki bir grup okul içinde bir liderlik yapısı olması önerilmektedir (Brodie, 2014).

Meslekî öğrenme topluluklarında liderler de kendi zayıf yönlerinin farkında ve öğrenmeye açık olmalıdırlar (Brodie, 2011; Katz vd., 2009). Aynı zamanda, topluluğun ilerlemesini sağlayacak uzmanlığa sahip olmalıdırlar. Matematik eğitimi açısından bakıldığında, liderler, matematik bilgisini ve matematik öğrenimi ve öğretimini destekleyecek fırsatların farkında olmalıdırlar. Örneğin, neyin matematiksel olarak uygun ve yerinde bir açıklama olduğu, çoklu gösterimler, kanıtlar ve mantıklı gerekçeler ile tüm bunların öğrencilerle olan iletişimde nasıl kullanılacağı gibi meslekî yeterlilikleri ve yetkinlikleri olmalıdır. Bunlara ek olarak liderler; sınıf içi dinamikleri analiz edebilmesi için öğretmenlerin kapasitesini artıracak düzenlemeler yapma, pratikteki uygulamaları yargılama ve değerlendirmeden daha çok, verileri yorumlama, veriler yorumlandıktan sonra öğrencilerin gelişimini ve öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarındaki gelişimi izleme ve üzerinde çalışılacak problemi doğru okuma gibi bir dizi önemli görev üstlenmektedir (Boudett & Steele, 2007). Görüldüğü üzere, meslekî öğrenme topluluklarında liderlik, oldukça önemli ve uzmanlık isteyen bir görevdir.

Son yıllarda meslekî öğrenme topluluklarının öğretmenlerin meslekî gelişimlerine katkı sağladığına ve öğrenci başarısını artırdığına yönelik oldukça fazla sayıda araştırma göze çarpmaktadır (Öğdem, 2015; Sarıdaş, 2018; Stoll vd., 2006). Öğretimde çoklu temsil kullanımının matematiksel kavramları öğrenmenin gerçekleşmesi bakımından önemli ve problem çözümünde çözüm sürecini kolaylaştırıcı bir etkiye sahiptir (Sezgin, 2019). Bu bağlamdaki araştırmaların herbiri, hem topluluk içinde hem de sınıflarda öğrenmeyi tanımanın ve tanımlamanın nasıl ele alınacağı ile yüzleşmelidirler (Brodie, 2014). Bir diğer husus, bu çalışmaların kişi bazında ve topluluk olarak öğrenmenin nasıl gerçekleştiği üzerine eğilmesi gerektiğidir. Her ne kadar meslekî öğrenme topluluklarında odak noktası kolektif öğrenme olsa da topluluktaki her bir kişi, kendine özgü bir şekilde gruba katkıda bulunmakta ve grupta edinilen deneyimlerden bireysel fayda sağlamaktadır. Kazemi ve Hubbard (2008), meslekî öğrenme topluluklarında öğrenme ve gelişim süreci içinde kişi bazında ve topluluk olarak nasıl bir evrilme olduğunun araştırılmasına dair bir çerçeve sunarlar. Bu çerçeveye göre, bireysel ve grup bazında kat edilen yol, topluluk tarafından tartışılıp yapılandırılmış özel uygulamalar üzerine odaklanarak, birbirleriyle ilişkili olarak incelenmelidir. Böylece, toplulukta olanların, sınıflarda olanlarla bağlantısı sayesinde, özellikle hangi uygulamanın/uygulamaların sınıftan topluluğa ve topluluktan sınıfa geçtiği izlenebilecektir.

Matematik öğretmenleri için mesleki gelişim modelleri.

Putnam, Heaton, Prawat, ve Remillard (1992), eğitimde arzu edilen öğrenme ortamlarının, yalnızca bilgili öğretmenler sayesinde gerçekleştirilebileceğini savunurlar (ss. 225-226). Bu bağlamda, hemen hemen herkes, öğrencilerin başarısında en ağırlıklı paya sahip unsurların başında öğretmen kalitesi geldiğine katılacaktır (Ferguson, 1991). Bu açıdan bakıldığında, öğretmen eğitimi ve meslekî gelişimi, değişim için oldukça büyük bir öneme sahiptir.

Bir toplumun kalkınması için öncelikle yetişmiş insan gücüne ihtiyaç vardır. Yetişmiş insan gücünü sağlayacak kurumlar ise okullardır. Bir okulun iyi olabilmesi de büyük ölçüde öğretmenler tarafından verilen eğitimin kalitesine bağlıdır. Öğretmenin mesleki açıdan yetişmişlik düzeyi sunacağı eğitimin kalitesinin önemli bir belirleyicisi olarak düşünülebilir. Öğretmenin iyi olması onun hem hizmet öncesinde iyi yetiştirilmesi, hem de hizmet içinde kendisini geliştirecek olanaklardan yararlanmasını sağlamakla olasıdır (Seferoğlu, 2004).

Türkiye'deki öğrencilerin, ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin fen ve matematik alanlarındaki bilgi ve becerilerinin değerlendirildiği, dört yılda bir yapılan TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study, Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması) ve 15 yaş grubundaki öğrencilerin matematik ve fen okuryazarlığı, okuma becerisini değerlendiren, üç yılda bir yapılan PISA (Programme for International Student Assessment, Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) uluslararası sınavlarının matematik ve geometri alanında birçok ülkenin gerisinde performans gösterdikleri görülmektedir (Gözel & Erdem, 2016). Başlı başına bu durum öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının mesleki gelişimi üzerinde daha dikkatli durulması gerektiğini göstermektedir. Tabi ki öğretmenlerin sadece öğretmenlik mesleğine adım atmadan önce üniversite sıralarında aldıkları eğitim başarılı bir öğretmen olmaları için yeterli olmamaktadır (Buldu, 2014). Öğretmen niteliğinin etkili ve verimli mesleki gelişim uygulamaları aracılığıyla geliştirilmesi öğrenci başarısını artıracaktır (Kent, 2004). Hangi ülke olursa olsun eğitim sistemini geliştirmenin hedeflendiği tüm reformların merkezinde öğretmenlerin mesleki gelişiminin yer aldığı söylenebilir. Öğretmen faktörü dışında tabi ki eğitimin niteliğini etkileyen pek çok unsur vardır. Bununla birlikte eğitimdeki reformların uygulama ayağında yer alan öğretmenlerin bu reformlarla hedeflenen sonuçlara ulaşmada en anlamlı unsur oldukları rahatlıkla görülebilir (Villegas-Reimers, 2003).

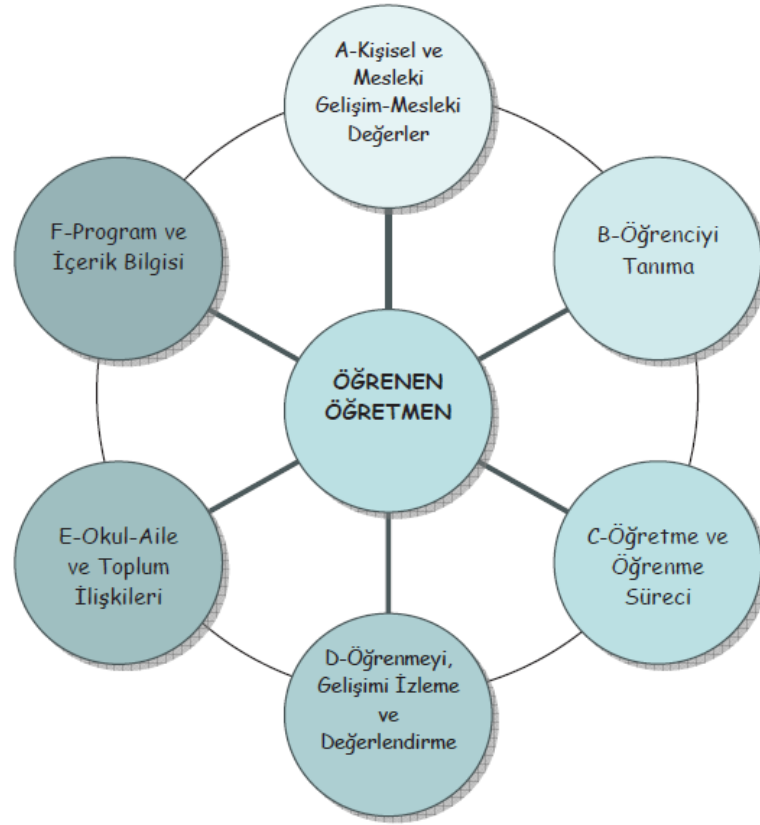
Mesleki gelişim genel anlamda, kişinin mesleğinde ilerlemesi olarak ifade edilebilir. Çeşitli branş ve kıdemlerden 12 öğretmenin katılımıyla yaptığı araştırmada Ungar (2016)

öğretmenlerin mesleki gelişiminin aşamalarını ve bu aşamalarda etkili olan iç ve dış faktörleri belirlemeye çalışmıştır. Sonuçta mesleki gelişimin 4 aşamadan oluştuğu sonucuna ulaşmıştır:

1. Hizmet öncesi eğitim
2. Stajyerlik dönemi
3. Hizmet içi mesleki eğitim
4. Geleceğe dönük planlama

Ganser (2002) mesleki gelişimin iki boyutu olduğunu belirtmektedir: 1) formal kurumsal çalışmalar (çalıştaylar, toplantılar veya izleme etkinliklerine katılım) 2) formal olmayan yaşantılar (mesleği hakkında okumalar yapma, branşı ile ilgili televizyon yayınlarını takip etme). Tomlinson (1997) mesleki gelişim, öğretmenin daha anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi sağlamasına ve öğretim sürecinde ihtiyaç duyduğu çeşitli bilgi ve beceriler edinmesine yönelik olarak hazırlanan uygulamalar olarak tanımlamaktadır. Villegas-Reimers (2003) öğretmenlerin mesleki gelişim, kariyer gelişimi ve kişisel gelişimi kavramlarının birbiriyle olan bağlantısına dikkat çekmiştir. Ona göre mesleki gelişim kavramı diğer iki kavramdan daha kapsamlıdır. Yani, mesleki gelişim, kariyer gelişimi (yani, öğretmenin profesyonel kariyerinde ilerlemesi sürecinde gösterdiği gelişim) ve kişisel gelişimi (belli sayıda öğretmenlerin birlikte katıldıkları hizmet-içi eğitim programları aracılığıyla gelişim) kavramlarından daha geniştir.

MEB (2007) okul temelli mesleki gelişim (OTMG) hakkında öğretmenlere rehberlik yapmak için hazırladığı kılavuzda öğretmen mesleki gelişim bileşenlerini şu şekilde sıralamıştır: Kişisel mesleki gelişim, öğrenciyi tanıma, öğretme-öğrenme süreci, öğrenmeyi izleme, okul-aile-toplum ilişkileri, program ve içerik bilgisi (Şekil 1). Okul temelli mesleki gelişim çalışmaları kapsamında okuldaki öğretmenler bireysel olarak ve takım halinde birlikte keşfetme, bilgi paylaşımı, fikir üretimi, problem çözme, aktif dinleme ve etkili iletişim etkinliklerine katılarak, okulu ortak bir öğrenme ortamına dönüştürmektedirler (Kösterelioğlu & Kösterelioğlu, 2008).

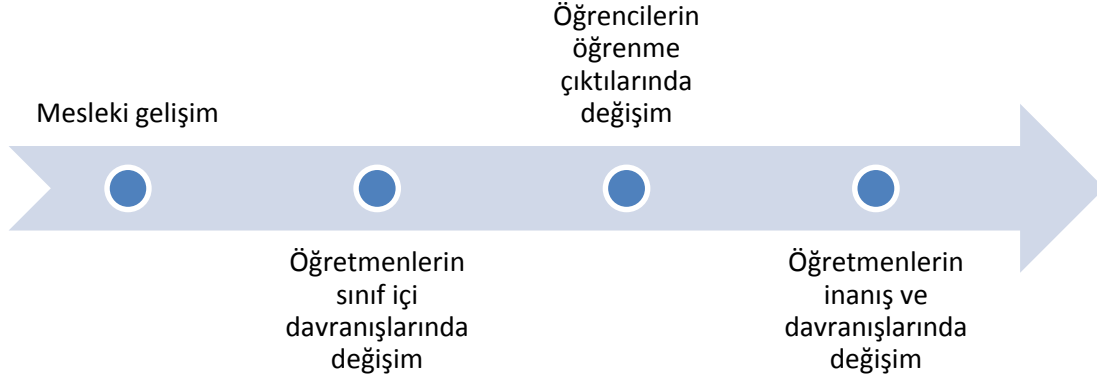


Şekil 1. Okul temelli mesleki gelişim çerçevesi (MEB, 2007).

Öğretmenlerin meslekî gelişimleri, karar verme mekanizmalarıyla doğrudan ilişkilidir (Sullivan, 2014). Etkili bir öğretim için, öğrencilerin ilgisini celbederek, derse katılımlarını sağlayacak yaşam deneyimleri gereklidir. Bu ise, matematiksel olarak zengin içerikli, birbiriyle uyumlu ve tutarlı, ulaşılabilir aktiviteler tasarlayarak bunları hayata geçirmekle mümkündür. Öğretmenlerin karar verme yetilerini, tüm bu süreç içinde ve süreç sonunda öğrenme çıktıları değerlendirilirken etkin bir şekilde kullanması beklenmektedir.

Zavlovsky ve Sullivan (2011), mesleğini hâlihazırda icra etmekte olan öğretmenlerin meslekî gelişimleri için öğrenme ve öğretme ile ilgili eleştirel bir bakış açısıyla hareket etmenin önemine dikkat çekerler. Araştırmacılara göre, bu bakış açısı, öğretmenlerin daha bilgili, yeniliklere ve farklılıklara adapte olabilen, adil ve makul olabilen, anlayışlı, becerikli bir şekilde sorunlara çözüm üretebilen, yansıtıcı ve öğretimdeki zorlukları doğru adresleyebilen yetkin profesyoneller olmalarına olanak sağlayarak, meslekî gelişimi desteklemektedir. Lieberman (1995) mesleki gelişim sürecinin öğretmen açısından etkili ve faydalı olabilmesi için öğretmenin soru ve cevaplarla sürece aktif katıldığı, kendi iyi/eksik yönleri ve kendi öğretimi üzerinde yansıtıcı düşünme fırsatı yakaladığı, öğretim becerilerini geliştirmek için doğrudan kendisinin araştırma ve uygulama yaptığı durumların kullanılması gerektiğini belirtmiştir.

Buna paralel olarak Guskey (1986), öğretmenlerin değişebilmesi için; meslekî gelişimle başlayacak olan, ardından öğretmenin sınıf içi davranışlarında değişim olacağı, bu durumun öğrencilerin öğrenme çıktılarına olumlu yönde etkileyeceği ve son olarak öğretmene yeni bir anlayış ve davranış biçimi kazandırarak tamamlanacağı bir model sunar (Şekil 2).



Şekil 2. Guskey'in 'öğretmen değişimi' (teacher change) modeline genel bakış (Guskey, 1986).

Benzer şekilde Clark ve Peterson (1986), hizmet içi öğretmen eğitiminin arka planında yer alan üç temel unsurdan bahseder. Bunlar; öğretmenlerin meslekî bilgileri, öğretmenlerin öğretim sürecinde karşılaşılabileceklerini düşündükleri olası sınırlılıklar ve öğretmenlerin amaç, inanç ve davranışlarıdır. Bu üç unsur birbirlerini etkilemekte ve birlikte, öğretmenlerin meslekî yaşamlarında nasıl davranacakları ile ilgili niyetlerine ve nihayetinde ders içi davranışlarına karar vermektedir. Clark ve Peterson'un şeması, arka planda yatan bu iç değerlendirmelerin, gözlemlenebilen pratik durumla arasındaki bağa dikkat çekerek, hizmet içi öğretmen eğitiminde ideal bir yapı sunmaktadır (Sullivan, 2014).

Bahsekonu üç temel unsurdan ilki, öğretmenlerin sahip oldukları meslekî bilgileridir. Öğretmen bilgisini geliştirebilmek için Hill vd., (2008) öğretilecek derse ait alan bilgisi (subject matter knowledge) ile pedagojik alan bilgisi (pedagogical content knowledge) üzerinde çalışılması gerektiğini savunurlar. Burada vurgulanan bakış açısı, öğretmenlerin yeni bilgiler edinmesi kadar bildikleri matematiğe yeni bakış açıları geliştirebilmelerine olan ihtiyaçtır.

Öğretmen eğitiminde alan ve öğretim bilgisinin (knowledge of content and teaching) önemi aşîkârdır. Bu bilginin gelişimini desteklemek için, Zaslavsky ve Sullivan (2011), öğretmenlerin deneyimleri aracılığıyla öğrenmesine odaklanır. Bu öğrenme deneyimleri, konular arası karşılaştırmalar yaparak ve farklılıkları gözeterek, örüntüler tanımlama, bağlantılar kurma, sınıflarında kullanabilecekleri problemleri/örnekleri tasarlama ve problemleri çözmeye, öğrencilerin kavramlar ile verilen işler (alıştırma, problem vb.) arasındaki benzerlik ve farklılıkların farkında olmalarını teşvik etme şeklinde özetlenebilir. Alan ve

öğrenci bilgisi (knowledge of content and students) bağlamında da, tüm bu süreçte, öğrencilerin ne bildiğini neyi bilmediğinden ayıracak değerlendirmeyi doğru bir şekilde yapabilmek esastır (Sullivan, 2014).

Öğretmenlerin müfredat bilgisi (knowledge of curriculum), Sullivan vd. (2012) göre katmanlı bir yapıya sahiptir. Buna göre; ilk aşama, öğretmenlerin farklı kaynakları inceleyip değerlendirdiği, meslektaşlarının deneyimlerinden yararlandığı, öğrencilerin ne bilip bilmediğini anlamak adına sınav notlarını analiz ettiği, müfredat ile ilgili dokümanları irdeleyerek önemli noktaları kaydettiği bir süreçtir. Sonraki basamaklar ise, bu bilgi ve deneyimlerden yararlanmak adına seçim yapma, sıralama ve öğrenme deneyimlerini planlama şeklinde devam etmektedir (Sullivan, 2014). Öğretmen bilgisine ait tüm bu detaylar, öğretmen eğitiminin yapısı ve ihtiyaca göre yeniden tasarlanması hakkında önemli bilgiler içermektedir.

Clark ve Peterson (1986) öne sürdüğü şemada yer alan ikinci unsur, öğretmenlerin, öğretim sürecinde karşılaşılabileceklerini düşündükleri sınırlılıklardır. Bu sınırlılıklar, öğrencilerin sosyoekonomik, kültürel veya dil ile ilgili geçmiş deneyimleri, coğrafi etmenler ve cinsiyet gibi unsurlar ile daha kötü bir hal alabilmektedir. Öğretimi önemli ölçüde etkileyen bir diğer sınırlılık, başarı durumlarına göre mümkün merteye homojen olarak karılmış sınıflar da dahil olmak üzere, öğretmenlerin sınıflarda karşılaştığı hazırbulunuşluk çeşitliliğidir. Bu noktada, özellikle öğrenme güçlüğü çeken öğrencilere yönelik hazırlanmış hızlı çözümler, açıkça ortaya konmuş pedagojiler, ulaşılabilir iş ve görevler (task) içeren bir planlamaya ihtiyaç duyulmaktadır (Sullivan vd., 2006). Öğrenme güçlüğü çeken öğrenciler için önerilen çözümlere göre, tamamlanması istenen işler, bir yönüyle (sunum şekli, yapılacak iş sayısı, işlem adımları gibi) hafifletilerek sunulabilir; böylece öğrenme zorluğu yaşayan çocuk, kendisi için belirlenen bu yeni seviyede ilerleyebilir. Eğer bu seviyede başarılı olursa, başlangıçtaki işin gerektirdiği seviyeye devam edebilecektir. Öğretmen eğitimcileri, sahip oldukları sınırlılıkların varlığını ve kaynağını değerlendirerek, bunların üstesinden gelebilecek etkin stratejiler geliştirmeleri yönünde öğretmenleri cesaretlendirmelidirler (Sullivan, 2014).

Hizmet içi öğretmen eğitimi ile ilgili ele alınan üçüncü unsur, öğretmenlerin matematiğin doğası ve nasıl öğretilceği hakkındaki inanışlarını içermektedir. Özellikle önem arz eden konu; öğretmenlerin, tüm öğrencilerin matematiği öğrenebileceğine inanıp inanmadığı veya matematiği öğrenmenin yalnızca bazı öğrenciler için geçerli olup olmadığı yönündeki yaklaşımlarıdır (Hannula, 2004). Bir diğer önemli nokta, öğretmenlerin, kendilerinin ve öğrencilerinin başarılarını çalışma yoluyla artırıp artıramayacağına dair olan inanışlarıdır (Dweck, 2000). Brophy (1983), herkesi öğrenme sürecinin içine almayı (inclusion) teşvik eden iş ve görevler üzerinde çalışmanın ve kendi kendini gerçekleyen

kehanetler gibi tehditlere karşı farkındalık geliştirmenin öğretmen eğitiminde yer alması gerektiğini savunmaktadır.

Öğretmenlerin sınıf içindeki davranışları büyük ölçüde geçmişte edinmiş oldukları niyet ve inanışlara göre şekillenir (Sullivan, 2014). Yukarıda ele alınmış olan üç temel unsurun iyi bir öğretmen eğitimi için sentezlenmesi ve buna bağlı bir yapı oluşturulması gerektir (Sullivan, 2014). Öğretmen eğitiminde uygulama çalışmalarına (study of practice) dayanan bu modellerden en bilineni, *Japon ders imecesi* örneği (Fernandez & Yoshida, 2004; Inoue, 2010) ve onun batı dünyasındaki uyarlamalarıdır (Lewis vd., 2004). Uygulama çalışmalarıyla öğretmenlerin öğrenmesini sağlayarak meslekî gelişimlerine katkıda bulunmayı amaçlayan diğer çalışmalardan başlıcaları; kayda alınmış örnek dersler gibi gerçekçi simülasyonlar (Clarke & Hollingsworth, 2000), kayıtlı modeller üzerinden interaktif bir çalışma (Merseth ve Lacey, 1993), problematik yönleri üzerinden öğretimin çelişki ve açmazlarını inceleyen vaka çalışmaları (Stein vd., 2000), ve Japon ders imecesi modeline oldukça benzeyen ancak odak noktası öğretmenler arası işbirliği yerine öğrencinin öğrenme süreci olan ‘Learning Study’ (Öğrenme Çalışması) (Runesson vd., 2011) olarak özetlenebilir.

Öğretmen eğitimi ile ilgili bir etmen de matematik öğretmenlerinin etkin bir okul tabanlı liderlik modeline olan ihtiyaçlarıdır. Öğretmen eğitiminde olumlu sonuçlar alabilmek ve bu durumun sürdürülebilirliği açısından; işbirliğine dayalı, okul tabanlı bir yaklaşım şarttır ve bu durum, aktif ve hassas bir liderlik anlayışını gerektirmektedir (Sullivan, 2014).

Ders İmecesı (Lesson Study) modeli.

Ders imecesi tanımı.

Ders imecesi (lesson study), bir grup öğretmenin işbirliği içinde çalışarak, belirlenen bir amaç doğrultusunda öğretilecek dersi, ders içi aktivite ve talimatları öğrenci merkezli bir anlayışla ortaya koydukları bir Japon eğitim modelidir. Ders imecesi teriminin Japonca’daki orijinal adı jugyokenkyu, kelime anlamı olarak “ders çalışması (the study of lesson)” anlamına gelir ve İngilizce kaynaklarda bu terim lesson study olarak kullanılmıştır. Türkçe’de ise bu terimin doğrudan çevirisi olan “ders çalışma”, ileriki bölümlerde daha detaylı anlatılacağı üzere, modelin merkezinde yer alan öğretmenler arası işbirliği sürecini karşılayamamaktadır. Bu nedenle, jugyokenkyu, bir diğer deyişle lesson study teriminin, Türkçe dilindeki alanyazında, Anadolu’da sıkça ortaklaşa başarılan işleri anlatırken kullanılan “imece” kelimesiyle birlikte kullanılarak “Ders İmecesı” olarak yer alması daha uygun bulunmuştur (Bütün, 2012). Bu araştırmanın devamında da jugyokenkyu/lesson study, ders imecesi olarak anılacaktır.



Şekil 3. Ders imecesi sınıfı (Takahashi & Yoshida, 2004)

Ders imecesi modelinin çıkış noktasına bakılacak olursa, 1890'lı yılların sonlarında, ilkokul öğretmenlerinin diğer okullara katılarak, buradaki dersleri gözlemlemeleri ve eleştirel bir bakış açısıyla bu dersleri incelemeleri ile başlayan bir süreç görülecektir (Inagaki, 1995). Burada, bir grup öğretmen, güncel öğretim yöntemlerini tartışmak üzere bir araya gelerek düzenli toplantılar yapmaya başlamıştır. Ders gözlemleme ve bu derslerin kritiğini yapma yaklaşımı, bazı büyük çapta iyileştirmeler ve gelişmeler de kaydedilerek zamanla ülke geneline yayılmıştır (Shimizu, 2014). Günümüzde Japonya'daki öğretmenler, okul gelişimine yönelik hedefler veya temalar belirlemek ve ders çalışması şeklinde araştırılacak olan ünite derslerini tartışmak için yılın başında bir araya gelirler. Öğretmenler, bu kavramların nasıl öğretileceğine ilişkin farklı ders kitabı sürümlerini ve daha önce sınıflarda kullanılmış olan ders planlarını bir araya getirerek, ünite kavramlarını derinlemesine incelerler (Tolle, 2010).

Bu yeni yaklaşımı öğrenmek için Japon öğretmenlerin paylaştığı temelde iki tip yöntem bulunmaktaydı: *Criticism lesson* (eleştiri/deneme dersi) ve *model lesson* (model ders). *Criticism lesson* (eleştiri/deneme dersi), öğrenme ve öğretmeyi geliştirmek için belirli bir dersi ve o dersin öğretim verimliliğini irdeleyecek ve halka açık bir şekilde tartışacak yolları içermektedir. Shimizu (2014), bu özelliğin benimsenerek ders imecesi modelinin temelinde yer alan yeni bir fikir üretme ve bir öğretim metodunun ve/veya öğretim materyalinin uygulamadaki yeterliliğini test etmede önemine vurgu yaparak bunun, orijinal adı *kenkyu-jyungyo* olan *research lesson* (araştırma dersi) teriminin çıkış noktası olabileceğini savunur. Diğer yandan, *model lesson* (model ders), örnek derslerin gösterimini ve/veya öğretim için yeni yaklaşımlar sunmayı içermektedir. Model ders öğretimi için, bir veya bir grup öğretmen,

araştırmaya dayalı bir yaklaşımla detaylı bir şekilde planlanmış dersler hazırlamalıdır. Katılımcı öğretmenler, planlanan bu ders işlenirken, gözlemlerini ve sonrasındaki tartışmalarını belli bir hipotez ya da amaç gözeterek yapmalıdır (Shimizu,2014).

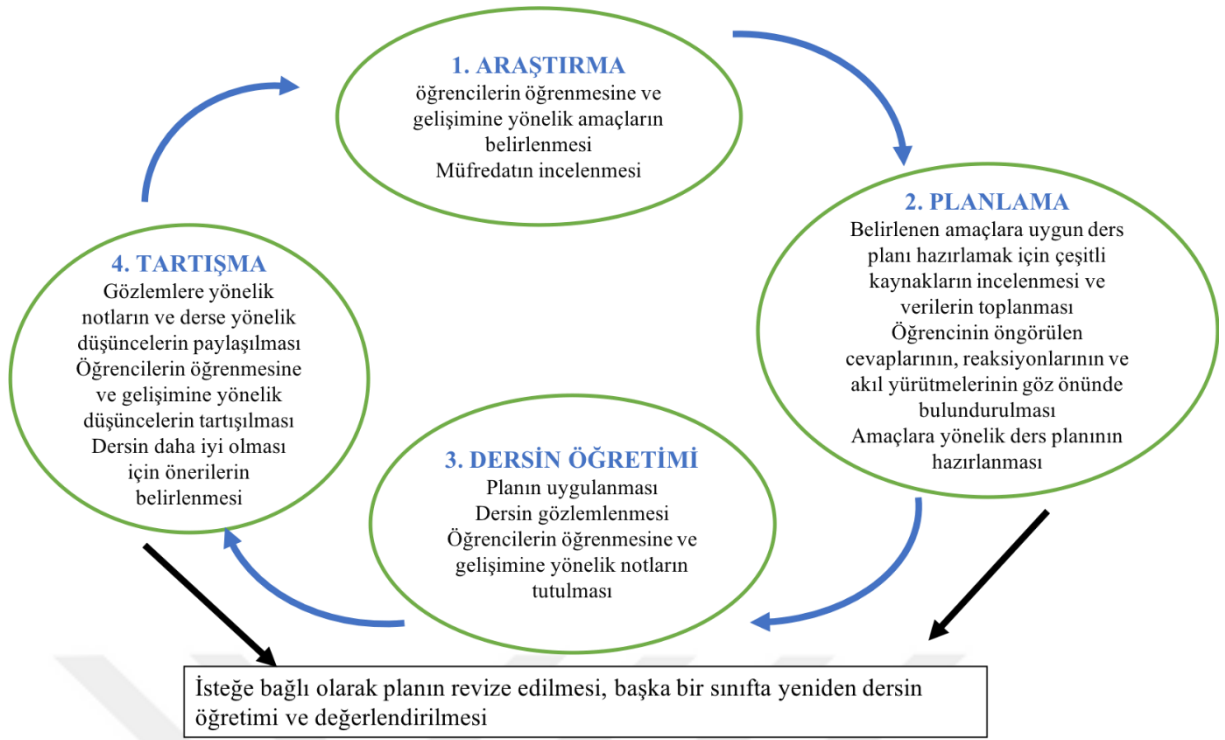
Ders imecesi döngüsü.

Ders imecesinin özünde araştırma dersinin planlanması ve uygulanması, ardından katılımcıların ders sonrası tartışmaları ve ilgili yansımalar yer alır. Shimizu (2014), ders imecesi sürecini, bir problem çözme sürecine benzetir. Bu süreçte bir grup öğretmen, belli bir tema ya da amaç doğrultusunda bir problem üzerinde çalışır. Bu tema/amaç; yeni bir ders içeriğinin yeni öğretim materyalleriyle öğretilmesini sınavan yollar bulmak olabileceği gibi, öğrencilerin özellikle zorlandığı bir konunun öğretimini değerlendirmek de olabilmektedir. Burada, detaylı bir şekilde yazılmış bir ders planı, öğretmenlerin ulaşmaya çalışılan amaç ya da temayı irdelerken süreç içindeki en önemli öğretim aracıdır (Shimizu, 2014).

Literatüre bakıldığında ders imecesi döngüsünün adım sayısında farklılıkların olduğu görülmektedir. Shimizu (2014), bu döngüyü *problemi tanımlama (define the problem)*, *dersi planlama (planning the lesson)*, *araştırma dersi (research lesson)*, *araştırma dersinin değerlendirilmesi (evaluation of the lesson)* ve *ders planının revize edilmesi (revised lesson plan)* olacak şekilde beş adımda özetler. Stigler ve Hiebert (1999)’e göre ise, ders imecesi şu sekiz aşamadan oluşmaktadır:

1. Problem durumunu belirleme
2. Dersi planlama
3. Ders planına göre dersi anlatma
4. Dersi değerlendirme
5. Ders planını düzeltme
6. Düzeltilmiş ders planına göre dersi tekrar anlatma
7. Yeni dersi değerlendirme
8. Ulaşılan sonuçları paylaşma

Ders imecesi döngüsü şekil 4’te görüldüğü gibi *araştırma (study)*, *planlama (plan)*, *dersin öğretimi (implement)* ve *tartışma (reflect)* olacak şekilde dört döngüsel adımda özetlenebilir (Lewis, Perry ve Murata, 2006). Bu adımlar, planlanan araştırma dersi en optimize hale gelip daha fazla düzeltmeye ihtiyaç kalmayana dek devam eder (Fernandez & Yoshida, 2004; Lewis, 2009).



Şekil 4. Ders imecesi döngüsü (Lewis, Perry, & Murata, 2006).

Yukarıdaki ders imecesi döngüsü adımlarından da anlaşılacağı üzere, temelde süreç şu şekilde işlemektedir: İlk olarak çoğunlukla aynı branştan, zaman zaman ise disiplinler arası braşlardan 3 ila 6 arasında öğretmen bir araya gelerek ders imecesi grubunu oluşturur (Back & Joubert, 2011; Cerbin & Kopp, 2006; Lewis, 2002). Daha fazla katılımcı öğretmenin bulunması halinde, aynı ya da yakın sınıf seviyelerine göre alt gruplar oluşturulabilir. Örneğin, 10. sınıf matematik öğretmenleri ya da birinci ve ikinci sınıf öğretmenleri şeklinde gruplar belirlenmesi mümkündür (Fernandez, 2002).

Sonraki adımda, okul genelinde, geniş çapta bir amaç belirlenir ya da katılımcı öğretmenler kendi deneyimlerinden yola çıkarak bir problem ortaya koyabilir, örneğin fonksiyonlar kavramının öğrencilere nasıl tanıtılacağı gibi. Burada, müfredat değişiklikleri, araştırma dersinin uygulanacağı seviye ve zaman dikkat edilmesi gereken hususlardandır (Takahashi & Yoshida, 2004). Yahut bu problem “öğrencileri matematik öğrenmeye teşvik edecek en etkin yol nedir?” şeklinde daha genel bir amaca yönelik olabilir. Burada, öğrencilerin süreç sonunda edinmesi beklenen uzun ya da kısa vadeli kazanımlar, akademik başarıya yönelik unsurları içerebileceği gibi; zihinsel, ruhsal ve kişisel gelişimi destekleyecek etmenler üzerine de yapılandırılabilir (Cerbin & Kopp, 2006).

Bir sonraki adım, belirlenen amacı gerçeklemek için, öğretmenlerin yaptığı ön hazırlıkları içerir. Öğretmenler, konuyla ilgili makale, yayın, kitap gibi kaynakları tarar, öğrencilerin hazırbulunuşluklarını ve ön bilgilerini göze alarak, öğretilmesi planlanan

konunun önceki ve ileriki konularla bağlantılarını araştırır, ders içi talimat ve aktivitelere ek olarak kullanılacak öğretim materyallerine karar verirler.

Bu araştırma sürecinin akabinde öğretmenler bir araya gelerek, belirlenen “*ortak amaç*” odağında detaylı ve yazılı bir ders planı geliştirirler (Fernandez & Yoshida, 2004; McDowell, 2010). Öğretmenlerin önceki deneyimleri, öğretmen rehber kitapları, öğrenci ders kitapları, sınıf dinamikleri, öğrencilerin öngörülen soruları, öğretmenin soracağı yönlendirici sorular ve cevapları, ders içi aktivitelerin sıralanışı, süre, öğrencilerin oturma planı, sınıfta öğretmenin rolü, verilecek örnekler ve yapılacak özet gibi detaylar, araştırma dersinden birkaç gün önce yapılan bu toplantıda derinlemesine tartışılır. Ayrıca, ders içinde nasıl gözlem yapılacağına, veri toplama araçlarına da bu aşamada hep birlikte karar verilir (Lewis, 2002).

Ardından, katılımcı öğretmenlerin işbirliği içinde planladığı araştırma dersinin, gruptan bir öğretmen tarafından uygulamaya konduğu aşama gelir. Bu ders, diğer grup üyesi öğretmenler tarafından gözlemlenir. Gözlemciler, ortak ders planı ile derse girerler (Fernandez & Yoshida, 2004, 8). Ders boyunca yalnızca öğretmen-öğrenci diyalogları değil, öğrenciler arası diyaloglar, matematiksel konuşma ve çıkarımlar, soru ve cevaplar, özellikle de daha önce ders planlama aşamasında öngörülemedi ve ders esnasında ortaya çıkan beklenmedik durumlar, öğrencilerin öğrenme süreci odağında, detaylı bir şekilde notlar alınarak kaydedilir (Eraslan, 2008; Hart, Alson & Murata, 2009). Mümkünse ders tüm detayları içerecek şekilde video ile kayıt altına alınır (Back & Joubert, 2011).

Sonraki adım, dersin değerlendirilme aşamasıdır. Öğretmenler, genellikle dersin işlendiği günün sonunda veya dersten kısa bir süre sonra birkaç saatlik bir toplantı yaparlar (Gözel, 2016). Toplantıya başlamadan önce, genellikle ders imecesi sürecinde en fazla deneyim sahibi olan öğretmen yönetici/grup başkanı olarak seçilir. Başkanın görevi, toplantıda moderatör vasfıyla konunun odağının sapmasını önlemektir. Başkanın yanı sıra, süreyi gözetmek ve toplantıda tartışılan önemli hususları not almak üzere bir raportör (kayıt görevlisi) ve yorumcu seçilir (Takashi & Yoshida, 2004). Ardından gruptaki tüm öğretmenler, şu sorular ışığında gözlemlerini ve görüşlerini paylaşırlar:

- Araştırma dersi içerisinde, öğrencilerin öğrenmesine yönelik dizayn edilen planın hangi parçası (aktivite, öğretim materyalleri, soru, örnek vs.) etkili çalıştı, hangi kısım etkisiz kaldı?
- Öğretmen(ler) neyi kaçırdı?
- Öğrenciler dersin hangi bölümünü/bölümlerini anlamakta güçlük yaşadı? (Eraslan, 2008).

Bu aşamada, daha önce planlanmış olan ders içi aktivitelerin, bu aktivitelere öğrencilerin verdiği tepkilerin (soru, cevap, katılım vs.) ve öğretmenin dersi yönlendirici sorularının uygunluğu gibi konular tartışılır, gözlemler ve fikirler beyan edilir. Altı çizilmesi gereken önemli bir husus; tartışma süresince odak noktası, öğrencilerin hangi kavramı/kazanımı nasıl anladığıdır, dersi işleyen öğretmen hakkında yorum yapılmaz (Stigler & Hiebert, 1999). Böylece tartışma sonunda, en başta belirlenen amaç/tema/kazanım doğrultusunda öğrencilerin gelişimleri değerlendirilmiş olur (Lewis, 2002).

Araştırma dersinin değerlendirilmesi sonucunda ortaya çıkan yansımalarla göre, tespit edilen problemlere yönelik gerekli düzeltmeler yapılır ve ders revize edilir. Bundan sonra, aynı öğretmen ya da gruptan başka bir öğretmen, okuldaki öğretmenlerin ve dışarıdan bir uzmanın da gözlemci olarak katıldığı revize edilmiş dersi tekrar işler. Genellikle aynı öğretmen revize edilen dersi aynı sınıfa ikinci bir defa anlatmaz. Araştırma dersinin üçüncü bir kez revize edilmesi de nadiren görülür. Bunun yerine yeni bir ders planı hazırlamanın, aynı dersi defalarca revize etmekten daha efektif bir yol olacağı görüşü hâkimdir (Gözel, 2016). Bu görüşün hâkim olmasının bir nedeni de, süreç içinde müfredat da ilerlediği için aynı ders üzerinde çalışmanın getirdiği zorluklardır (Fernandez & Yoshida, 2004).

Araştırma dersinin revize edilen yeni versiyonunun da uygulanmasından sonra, önceki adımlarda olduğu gibi tekrar ders sonu tartışmalar yapılır, gözlemler, fikirler ve yorumlar paylaşılarak döngüdeki süreklilik sağlanır (McDowell, 2010). Bazı durumlarda, ilk planlanan araştırma dersinin uygulamasını gözlemlemektense bu ikinci dersi gözlemlemek, nihai sonuçları daha iyi görmek adına tercih edilebilir (Fernandez & Yoshida, 2004). Son olarak sürecin sonunda işbirliği içinde çalışan öğretmenler, geliştirdikleri tüm ders planlarını paylaşırlar. Dahası, ders imecesi gruplarındaki öğretmenlerin görüşlerini ve tartışmalardan derlenen çıktıları içeren bir rapor yayımlanarak, bu raporlar ülke genelindeki tüm öğretmenlerle paylaşılır (Eraslan, 2008).

Özetleyecek olursak; Lewis (2000), ders imecesinin beş karakteristik özelliğini şu şekilde tanımlar:

1. Araştırma dersleri dersi işleyen öğretmen dışındaki diğer öğretmenlerce gözlemlenir. Gözlemcilere bir öğretim üyesi/uzman bir kişi dâhil olabilir veya daha geniş bir grup gözlem yapabilir, hatta ders tüm ülkeye açık olabilir.
2. Araştırma dersleri, süreç içinde işbirliğiyle planlanır. İmece içindeki öğretmenler, spesifik bir konu hakkında ve o konuyu nasıl öğretecekleri/öğrencilerin nasıl öğreneceği ile ilgili bir plan geliştirmeyi hedeflerler.

3. Araştırma dersleri, bir eğitim amacı ya da vizyonu doğrultusunda yapılandırılır. Bu nedenle, imcece içinde yer alan öğretmenlerin, yalnızca öğretilecek konuya hakim olması yetmez; aşkın bir eğitim anlayışı ve vizyonuna da sahip olması gerekir.
4. Araştırma dersi kaydedilir. Bu kayıtlar, ses kaydı, video kaydı, alanla ilgili notlar, ders gözlem notları veya öğrenci çalışmaları şeklinde farklılık gösterebilir.
5. Araştırma dersi tartışılır. Ders imecesi grubundaki öğretmenlere bazen bir öğretim üyesi ya da dışarıdan bir araştırmacı da katılarak, ders irdelenir; ilgili yansımalar, yorum, gözlem ve öneriler paylaşılır.

Bunlara ek olarak ders imecesi sürecine dışarıdan katılan gözlemci, uzman ve araştırmacıların durumuna dikkat çekmek gerekir. Bu kişiler, genellikle araştırma dersi sonrasında yapılan tartışmalarda dersin gelişimine görüş, yorum ve geri bildirimleriyle katkı sağlaması beklenen ve dışarıdan davet edilen uzmanlardır (Fernandez & Yoshida, 2004). Bu uzman, deneyimli bir öğretmen, bir danışman, başka bir okulun müdürü, ya da bölgedeki üniversitelerden birinde görev yapan bir öğretim üyesi olabilir. Bu kişilerin matematik öğretimi ile ilgili güçlü bir alan, pedagoji ve müfredat bilgisine sahip olmaları ve özellikle öğretmenleri güncel araştırma bulgularından haberdar etmeleri beklenilmektedir (Eraslan, 2008). Bazı durumlarda, bu kişilerin yalnızca gözlemci ve yorumcu olarak davet edilmesinden ziyade; bu uzmanlar araştırma dersinin planlama aşaması da dahil olmak üzere ders imecesi öğretmen grubunun bir parçası olarak görev alabilir. Böylece, öğretmen grubunu yalnızca yorumlarıyla yönlendiren bir otorite olmaktan çıkarak; belirlenen amaç ve kazanımların yeniden şekillendirilmesi, sınıf içi aktivitelerin rolünü daha belirgin bir şekilde açıklama, öngörülen öğrenci tepkileri gibi konularda çalışarak, grupla birlikte sorumluluğu ve ortak çıktıları paylaşan bir işbirlikçiye dönüşebilirler (Shimizu, 2014). Öğretmenlerde işbirliğini esas aldığı için öğretmenlerin mesleki gelişimine katkı sağlayacağı düşünüldüğünden dolayı bu çalışmada ders imecesi modeli kullanılmıştır.

Ders imecesi ile ilgili çalışmalar.

Ders imecesi ilk kez Japonya'da uygulanmış olan ve özellikle 1990'lı yıllardan itibaren Amerika Birleşik Devletleri başta olmak üzere matematik eğitimi dünyasında araştırmacılar ve eğitimciler arasında hızla yayılarak oldukça benimsenmiş bir meslekî gelişim modelidir (Hart vd., 2011). Öğretmenlerin meslekî gelişimlerinde iyileşmeler sağlayabilmek adına birçok ülkede Japon ders imecesi modeli dikkatle incelenerek, bu doğrultuda çalışmalar yürütülmektedir (Stigler & Hiebert, 1999; Yoshida, 1999). Ders imecesi modelinin tüm dünyada giderek yaygınlaşan bir meslekî gelişim modeli olarak benimsenmesinin en önemli nedenlerinden biri olarak Japonya'nın son yıllardaki TIMSS

(Trends in International Mathematics and Science Study) başarısı sayılabilir. Araştırmacılar ve ders imcesinin uygulandığı ilk ve ortaokullarda görev yapan Japon öğretmenler, bu başarının altında yatan temel etmenin ders imcesi olduğunu düşündüklerini ifade etmektedirler (Lewis & Tsuchida, 1997). Bu nedenle, öğretmenlerin meslekî gelişimlerine yönelik güncel çalışmalar, öğretmenlerin ders içi aktivitelerini irdelemek üzerine yoğunlaşmaktadır (Lampert & Ball, 1998; Stein, Silver & Smith, 1998).

Yoshida (1999) öğretmenlerin ders imcesi sürecinde yaşadıklarını şu şekilde özetlemektedir:

1. Doğrudan öğretme etkinlikleri geliştirmeye odaklanılır.
2. Tartışmaların merkezinde öğrencinin öğrenmesi ve anlaması vardır.
3. Ders imcesi grupça yürütülür.
4. Süreç içinde iyi bir dersin ve iyi bir öğretimin nasıl olacağı fikri şekillenir.
5. Öğretmenler ders imcesi sürecinde onları destekleyen birçok faktörün varlığını fark eder.
6. İyi fikirler ve onların uygulamadaki sonuçları ortak başarı olarak paylaşılır.

Tüm bu süreçte görüldüğü gibi, ders imcesi, süreklilik esasına dayanan bir işbirliği, öğrencilerin öğrenme sürecinde nasıl düşünüp, nasıl tepkiler verdiğini inceleme ve akran/meslektaş gözlemleri (peer observation) gibi bir dizi etkili meslekî gelişim stratejisinin uygulanmasını gerektirir (Darling-Hammond & McLaughlin, 1995). Japon öğretmenlerin meslekî gelişimlerine en çok katkı sağlayan unsurlardan biri, ders imcesi sayesinde başka dersleri gözlemleme ve bu sayede kendi derslerinde yaşananlara ve kendi öğretme becerilerine daha yakından bakabilme fırsatlarının bulunmasıdır (Stepanek, 2001). Etkili öğretme stratejileri üzerine süregelen tartışmalar ve fikir alışverişleri, bu stratejilerin ders içinde yerli yerince gözlemlenmesi, öğretmenlere kendi ders işleyişlerindeki farklı olasılıkları görebilmeleri adına yeni kapılar açmaktadır. Ders imcesinin bir diğer yararı da öğretmenlerin süreç içinde ortak bir dil geliştirmesi ve birbirlerine öğretmenlik hakkında bir şeyler öğretebilmesidir (Stigler & Hiebert, 1999).

Bunun dışında, ders esnasında bir sorun oluşması, dersi anlatan öğretmenin değil, birlikte ortak bir amaç doğrultusunda ortak bir ders planı hazırlayan tüm grubun sorumluluğundadır. Bu durum, birçok gözlemcinin önünde ders anlatma ve kişinin öğretmenliği hakkında eleştirilme kaygısının üstesinden gelir. Karşılaşılan problemler de hedeflenen kazanımlara ulaşmadaki başarı da ortak olarak paylaşılır.

Öğretmenlerin daha iyi bir matematik öğretimi için birbirlerinin derslerini gözlemlediği, etkili öğretim stratejilerini tartıştığı, ders kritikleri yaptığı ve bu dersleri rafine

ettiği ders imecesi modeli, hizmet öncesi ve hizmet içi öğretmen eğitiminde farklı bağlamlarda karşımıza çıkabilmektedir (Shimizu, 2002; Stepanek, 2001). Japon öğretmen adayları, üniversitedeki mentorları ve gittikleri okuldaki danışman öğretmenleri eşliğinde ders imecesi çalışmaları yapmaktadır (Fernandez, 2002; Peterson, 2005). Üniversitelerdeki öğretmen eğitimi programlarında, ders imecesi uygulamaları, öğretmenlik uygulaması derslerinin final haftalarında son derece önemli ve zorlayıcı bir süreç olarak öğretmen adaylarının tamamlaması gereken bir aşamadır. Hâlihazırda görev yapmakta olan öğretmenler için de kendi okullarında veya tercihen yakın bölgelerdeki farklı okullarda, farklı şehirlerde ve hatta ulusal seviyede ders imecesi gruplarında yer almak mümkündür (Shimizu, 2014).

Ders imecesinin, bir meslekî gelişim modeli olarak diğer ülkelerdeki eğitim sistemlerine adapte edilmesinin olasılıkları tartışılırken öğretimin bir kültürel aktivite olduğu ve kültürün diğer unsurları gibi toplumdaki inanç ve varsayımların etkisinde şekillendiği gerçeği hesaba katılmalıdır (Shimizu, 2014; Stigler & Hiebert, 1999). Japonya’da matematik öğretimindeki kültürel anlayış, matematiğin kavramlar, doğrular ve işlemler arasındaki bir ilişkiler dizisi olduğunu öngörmektedir (Stigler ve Hiebert, 1999). Türkiye’de ise bu anlayış, matematiğin problem çözmede kullanılan kurallar ve algoritmalarından oluştuğu kanısı yönündedir (Berberoğlu, Çelebi, Özdemir, Uysal, & Yayan, 2003).

Japon ders imecesi modelinin Türk eğitim sisteminde uygulanabilirliği üzerine önemli ilk çalışmalardan biri olan, Eraslan (2008) “Japanese Lesson Study: Can it work in Turkey? (Japon Ders Araştırması: Türkiye’de İşler mi?)” isimli makalesinde de kültürel anlayış farklılıklarının uygulamadaki yansımalarına dikkat çekilmiştir. Örneğin, Japon öğrenciler, bir matematik problemi üzerine çalışırken zorlanmalarına ve hata yapmalarına izin verilir ki bu durum hata yapmanın ve zorlanmanın öğrenme sürecinde kilit rol oynadığı anlayışını yansıtır (Shimizu, 1999). Diğer yandan Türkiye’deki matematik öğretiminin temelini, uzun yıllar boyunca işlemsel becerileri benzer örnekler üzerinde uygulayabiliyor olmak oluşturmuştur. Türk öğretmenlerin birçoğu derslerinde matematik problemlerinin adım adım nasıl çözüleceğini gösterir ve aynı adımları takip ederek benzer örnekleri çözmeleri öğrencilerden beklenir (Berberoğlu vd., 2003). Japonya’da ise aksine, öğretmenler yönlendirici sorularıyla sınıflarında tartışma ortamı yaratırlar, farklı çözüm yollarını vurgular ve öğrencilerin kendi problem çözme metotlarını geliştirmelerine yardımcı olurlar (Shimizu, 1999).

Diğer bir farklılık, Türkiye’de derslerin kişiye özel olduğu ve bölünmemesi gerektiği anlayışıdır. Bu durum da öğretmenler arasında iletişimsizlik ve işbirliğinden yoksunluğa neden olmaktadır. Her ne kadar 1998 yılında yapılan değişikliklerle öğretmen adaylarının dersleri gözlemlense de, bu süreçte ders imecesi adımları takip edilmediğinden etkili bir

öğrenme ortamı da oluşmamaktadır. Eraslan'a (2008) göre, öğretmenin rolü hakkındaki bu farklı görüş ve kültürel inanışlar Japon ders imecesi modelinin Türk eğitim sistemine uygulanmasını zorlaştırmaktadır.

Ders imecesinin uygulanabilmesi için gerekli olan bir başka etmen, öğretmenlerin esnek ve iyi organize edilmiş ders programlarına ihtiyaçlarının olmasıdır. Böylece ders imecesi uygulamalarının gerektirdiği, birbirlerinin derslerini gözlemleme, okuldan sonraki ek zamanlarda bu derslerin değerlendirmesini yapabilme fırsatı bulabileceklerdir. Esnek ders programlarına ek olarak müfredat da ders imecesi çalışmalarını yürütürken önemli bir etmendir. Japonya ve Türkiye, ulusal ortak müfredatları takip etme noktasında benzerlik gösterir. Türkiye'de Milli Eğitim Bakanlığı, hangi sınıf seviyesinde hangi kazanımların edinilmesi gerektiği ve hangi ders kitaplarının kullanılacağına kadar tam yetkiye sahiptir. Ülke genelinde her sınıf seviyesi için öğretilecek olan matematik müfredatı aynıdır. Bu durum, ders imecesi modelinin uygulanması halinde elde edilecek değerlendirme raporlarının ortak bir veri tabanı aracılığıyla tüm ülkedeki matematik öğretmenleri tarafından paylaşılmasına olanak sağlayabilecektir (Eraslan, 2008).

Eraslan (2008)'a göre, Türkiye'de öğretmenleri ders imecesi çalışmalarına dahil olmaya cesaretlendirmek için, devlet her ders imecesi çalışmasına karşılık gelecek ek bir ücret sağlayabilir. Türk öğretmenlerin düşük sosyo-ekonomik statüsüne bakılarak, bu tür bir katkının ders imecesi çalışmalarına başlangıçta iyi bir motivasyon aracı olacağı düşünülmektedir. Zaman içinde öğretmenlerin kendi meslekî gelişim kazanımları ile ilgili farkındalığı arttıkça, gönüllü olarak bu sürece dahil olacakları öngörülmektedir.

Öte yandan, ders imecesi çalışmaları süresince, beklenen öğrenme ve öğretme gelişiminin sağlanması uzun zaman alabilecektir. Japon eğitim sisteminde, bu bağlamda, öğretmenler arasında paylaşılan kazanım ve amaçlar açık bir şekilde ifade edilmiştir ve çalışmalar ulusal müfredat standartlarıyla uyumlu bir şekilde, gönüllü olarak bir sıkı çalışma prensibiyle yürütülür. Yöneticiler, öğretmenlere bu konuda tam destek vermektedirler. Ancak çözülmeyi bekleyen, uygulamaya ve araştırmaya dönük birçok zorluk da bulunmaktadır (Shimizu, 2014).

Batıdaki benzer öğretmen mesleki gelişimi programlarının aksine Japonya'da ders imecesinde finansal destek kullanılmamakta ve öğretmenler için zorunlu tutulmamaktadır. Öğretmenler herhangi bir maddi destek olmadan ve gönüllü olarak ders imecesi uygulamasına katılmaktadırlar. Ülke genelinde okul bazlı uygulanmakta ve öğretmenlerin kendileri bu süreci organize etmektedirler (Doig & Groves, 2011).

Genel olarak bakıldığında, ders imecesi üzerinde daha çok 90'lı yılların sonunda uluslararası çalışmalar yapıldığı (Yoshida, 1999; Stepanek, 2001; Takahashi & Yoshida, 2004), ülkemizde ise 2000'li yılların sonunda ders imecesi üzerinde akademik çalışmaların başladığı (Baki, 2012; Eraslan, 2008; Yıldız, 2013) söylenebilir. Dikkat çekici başka bir nokta ise, uluslararası literatürde 90'lı yılların sonundan günümüze kadar yoğun olarak üzerinde durulan ders imecesinin ülkemizde hala yeterli sayıda çalışma kapsamında ele alınmış olmamasıdır.

Eraslan (2008) çalışmasında ders imecesi hakkında bilgiler sunmuş, Japonya'daki öğretmenlerin ders imecesini nasıl planladıklarını ve nasıl uyguladıklarını incelemiştir. Türkiye'deki öğretmenlerin ders imecesi aracılığıyla kendi öğrencilerinin öğrenme düzeyini yükseltmek ve kendi öğretim uygulamalarını geliştirmek için ortaklaşa çalışıp çalışamayacaklarını tartışmıştır. Ulusal literatürde bu konuda yapılmış ilk çalışmalardan biri olması açısından bu araştırma önemlidir. Bu makaleden sonra 2012 ve 2013'te tamamlanan tezleri görmekteyiz (Baki, 2012; Yıldız, 2013). Eraslan'dan (2008) başka, yine ders imecesini tanıtan ve ders imecesi üzerinde değerlendirmeler içeren birkaç farklı araştırma daha bulunmaktadır (Abazaoğlu, 2014; Bayram-Jacobs, 2012; Bütün, 2015; Gözel & Erdem, 2016).

Baki (2012), sınıf öğretmeni adaylarının çeşitli matematik konularını öğretme bilgilerinin ders imecesi ile gelişimini araştırmıştır. Araştırmacı öğretmen yaklaşımıyla yürütülen bu çalışmada örneklem 6 tanesi deney 6 tanesi de kontrol grubu olmak üzere 12 sınıf öğretmeni adayından oluşmuştur. Çalışma sonucunda ders imecesinin öğretmen adaylarının öğrenciyi zihinsel olarak aktif tutma, ön bilgisini dikkate alma, dersi planlama, etkinliklerin sayısını belirleme ve sıralama ve öğretimsel açıklamaları yapma zamanı konularında olumlu katkı yaptığı ortaya çıkmıştır.

Yıldız (2013) ders imecesi çalışmalarının, problem çözme ortamlarında ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin üstbilişlerini harekete geçirmeye yönelik davranışlarına etkisini incelemiştir. Dört matematik öğretmeni ile çalışmıştır. Sonuçta ders imecesi çalışmalarının, öğretmenlerin problem çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilişlerini harekete geçirici birçok davranışını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Fakat araştırma süresince öğretmenlerin, problem çözme ortamlarında tahmin etme becerisine hiç yer vermedikleri ve öğrencilere hazırladıkları planları uygularken çözüm için yaptıkları işlemlerin doğruluğunu değerlendirmelerine olanak tanımadıkları tespit edilmiştir.

Akbaba-Dağ (2014) mikroöğretim ders imecesi modeli ile sınıf öğretmeni adaylarının kesir öğretim bilgilerinin gelişimi arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Öğretmenlik Uygulaması

dersi kapsamında yedi sınıf öğretmeni adayı ile sekiz hafta mikroöğretim çalışması yürütülmüştür. Sonuçta ders imecesinin sınıf öğretmeni adaylarının kesir ve kesir öğretimi bilgilerini geliştirdiği görülmüştür.

Bozkurt (2015) ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik öğretim görevlerine yönelik grup olarak sergilemiş oldukları hazırlık ve yansıtma faaliyetlerini incelemiştir. Üç ortaokul matematik öğretmeni ile beş ay çalışma yapmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenlerin hazırlık süreçlerinde özellikle hedef ve başarı ölçütü belirleme çalışmalarını yürütmekte zorlandıkları gözlenmiştir. Yansıtma süreçlerinde ise öğretmenlerin, araştırma dersleri için genel-bütüncül değerlendirmeler ortaya koydukları ve çoğunlukla başarısızlık durumları odaklı atfetmeler gerçekleştirdikleri gözlenmiştir.

Boran ve Tarım (2016) altı ortaokul matematik öğretmenin katılımıyla ortaokul matematik öğretmenlerinin ders imecesi hakkındaki görüşlerini betimlemeye yönelik bir çalışma yapmışlardır. Araştırmada öğretmenlerin ders imecesi hakkında birbirlerinin tecrübelerinden faydalanma, birlikte yeni fikirler oluşturabilme, öğrencinin en iyi öğrenebileceği ders planını oluşturabilme, bir konuyu çok boyutlu analiz edebilme becerisi kazandırma, ortak duygular geliştirme gibi olumlu görüşler bildirdikleri ortaya çıkmıştır. Buna karşın, öğretmenler ders imecesinin zaman alıcı olması, video kaydı alınması, başka öğretmenlerin önünde veya başka sınıfta ders anlatma, bir araya gelmenin ve ortak plan yapmanın zorluğu gibi olumsuz görüşler de bildirmişlerdir.

Gözel (2016) ders imecesi çalışmalarının sınıf öğretmenlerinin problem çözmeye dayalı matematiği öğretme bilgilerinin gelişimine etkisini incelemiştir. 3 tanesi deney ve 3 tanesi kontrol grubu olmak üzere 6 sınıf öğretmeni ile çalışma yapmıştır. Çalışma sonucunda, ders imecesi çalışmalarının sınıf öğretmenlerinin problem çözmeye dayalı ders imecesi bileşenlerinin (öğrenciyi tanıma, dersin organizasyonu ve dersin sunumu) çoğu davranışına olumlu katkı yaptığı tespit edilmiştir. Buna karşılık, sınıf öğretmenlerinin problem çözme sürecinde konunun ana noktasını vurgulayan öğretimsel açıklamalarda yetersiz kaldığı ortaya çıkmıştır.

Aldemir (2017) mikro öğretim ders imecesi yöntemiyle matematik öğretmeni adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgilerinin gelişimini incelemiştir. Araştırmanın katılımcıları üniversiteye devam eden üç matematik öğretmeni adaydır. Araştırmada öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgi düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Uygulama öncesi teknolojik pedagojik alan bilgilerinin düşük olduğu ancak uygulama sonrasında gözle görülür bir artış olduğu tespit edilmiştir.

Özdemir-Baki (2017), ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiği öğretme bilgilerinin ders imecesi ile gelişimini araştırmıştır. Dört matematik öğretmeniyle çalışılmıştır. Çalışma sonucunda ders imecesinin ortaokul matematik öğretmenlerinin, matematik alan bilgisi, öğrenciyi tanıma bilgisi, dersin organizasyonu ve sunumu bilgisinin gelişimine olumlu katkı yaptığı ortaya çıkmıştır.

Kükey (2018), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirler konusunda derse hazırlık süreçlerinin ders imecesiyle gelişimini araştırmıştır. Araştırmada ilköğretim matematik bölümü 3. sınıf öğrencilerinden 11 öğretmen adayıyla çalışılmıştır. Bu araştırma doğrultusunda ders imecesi kapsamında öğretmenler grupça yaptıkları planlamaların, bireysel olarak yapılan planlamalardan daha düzenli ve etkili olduğu görülmüştür.

Karakuş (2019), ders imecesi yöntemiyle matematik öğretmeni adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgilerinin gelişimlerini araştırmıştır. Araştırmada bir devlet üniversitesinde 4. sınıfın son yarı döneminde okuyan 5 matematik öğretmeni adayıyla çalışılmıştır. Araştırmada öğretmen adaylarına uygulama öncesi ve sonrası yarı yapılandırılmış görüşme formları uygulanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formları bulgularına göre genelde daha üst düzeyde olan öğretmen adaylarının, ders planı ve mikro öğretim bulgularında aynı bileşende ve aynı düzeyde oldukları tespit edilmiştir. Aynı zamanda öğretmen adayları tüm veri toplama araçlarında ilerleme kaydetmişlerdir.

Meral-Kandemir (2019) sınıf öğretmenlerinin öğretim becerilerinin geliştirmeye yönelik bir ders imecesi uygulaması yapmıştır. 3. Sınıf öğretmenleriyle yaptığı araştırmada öğrenme ortamının eğlenceli hale geldiği, öğretmenlerin sosyal ve mesleki iletişimlerinin arttığı, derslerin farklı öğretim yöntemleriyle daha eğlenceli hale geldiği görülmüştür.

Uluslararası alan yazına bakıldığında ise ders imecesi üzerine yapılan çalışmaların özellikle Yoshida'nın (1999) doktora çalışması ve Stigler ve Hiebert'in (1999) kitabı sonrası yoğunlaştığı söylenebilir (Brosnan, 2014; Doig & Groves, 2011; Fernandez, 2002; Fernandez & Yoshida, 2004; Isoda, Stephens, Ohara & Miyakawa, 2007; Lewis, 2004; Lewis, Perry & Murata, 2006; Wang-Iverson & Yoshida, 2005; Watanabe, 2002). Çalışmaların içerikleri incelendiğinde genel olarak şu kategorilerde oldukları görülmektedir: Ders imecesinin tanıtımı ve tarihsel gelişimi (Fernandez & Yoshida, 2004; Lewis, 2004; Stepanek, 2001; Yoshida, 1999), Ders imecesinin öğretmen adaylarına katkıları (Alvine, Judson, Schein & Yoshida, 2007), Ders imecesinin öğretmenlere katkıları (Yamnitzky, 2011), Ders imecesinin öğretim sürecine katkıları (Cerbin & Kopp, 2006), Mesleki gelişim olarak ders imecesi (Doig & Groves, 2011, Suzuki, 2012; Widjaja, Vale, Groves & Doig, 2017).

Fernandez (2002) çalışmasında öncelikle ders imecesi uygulaması ve bunun Japon eğitim sistemindeki yeri üzerinde durmuştur. Sonrasında ders imecesinin Amerikan okullarında uygulanabilirlik düzeyinin araştırıldığı bir uygulamanın yansımalarını paylaşmış ve karşılaşılan zorlukları ele almıştır. Son olarak ders imecesinin eğitim ve öğretim etkinliklerini geliştirme açısından sunduğu imkanları tartışmıştır. Ders imecesi çalışmalarına ilgi gösterme ve zaman ayırma, derse gözlem için katılan diğer öğretmenlerden çekinme, ders planı için diğer öğretmenlerle ortak konunun bulunması, bazı gruplardaki öğretmenlerin alan ve öğretim bilgisindeki eksiklikler gibi zorlukların aşılması gerektiği üzerinde durmuştur.

Harle (2008) çalışmasında 6 ortaokul matematik öğretmenin ders imecesi sürecindeki deneyim ve kazanımlarını araştırmıştır. Çalışma sonunda, öğretmenlerin meslektaşlarıyla işbirliğine değer verme, kendi matematik kavrayışlarını geliştirmeye/derinleştirmeye değer verme, sınıf içi öğretim uygulamalarını zenginleştirme ve dersi planlama-uygulama-tekrar uygulama sürecinde öğrencileri dikkate alma düzeylerinde gelişme olduğu görülmüştür.

Chassels ve Melville (2009) ders imecesi uygulamasının öğretmen adaylarının gelişimine katkılarını ve süreç içinde karşılaşılan zorlukları araştırmışlardır. Bu amaçla bir eğitim fakültesindeki 60 öğretmen adayının yansıtıcı raporlarını incelemişlerdir. Bulgular, ders imecesinin öğretmen adaylarına, öğretim programı ve bunun sınıfta uygulanması hakkında fikir alışverişi yapabildikleri profesyonel öğrenme toplulukları oluşturma imkanı verdiğini ortaya çıkarmıştır. Diğer taraftan, ders imecesi uygulaması sürecinde uygulama süresi, uygulama okulları ve danışman öğretmenlerin mesleki gelişim düzeyi ile ilgili zorluklarla karşılaşıldığı görülmüştür.

O'Connor (2010) ders imecesinin öğretmenlerin matematiksel anlayışları üzerindeki etkisini incelemiştir. Üç yıl boyunca devam eden bir ders imecesi çalışmasına katılan altı öğretmen ile çalışmıştır. Çalışma sonunda öğretmenlerin öğrencilere kendi bilgilerini yapılandırma için süre tanıma, çoklu temsilden faydalanma, etkili öğretim için manipülatifler ve gerçek yaşam problemleri kullanmanın önemini fark ettiklerini ifade etmişlerdir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin eğitim verdiği sınıfların Kaliforniya eyalet testlerinde puanlarının yükseldiği görülmüştür.

Yamnitzky (2010) ders imecesinin matematik öğretmenlerin alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi üzerine etkilerini incelemiştir. Çalışma sonunda öğretmenler, kendilerini matematik öğretmek için daha hazırlıklı hissettiklerini, temel matematiksel kavramları daha derinlemesine anladıklarını, matematiksel kavramlar arasındaki bağlantıları daha iyi anladıklarını, ders için daha etkili plan hazırlamaya başladıklarını ifade etmişlerdir. Ders

imecesinin pedagojik alan bilgisine katkısı bakımından, öğrencilerin matematikteki kavram yanılgılarını daha iyi anladıklarını, işlemlerden çok kavramları öğretmeye başladıklarını, çocukların matematiği öğrenme sürecini daha iyi anladıklarını belirtmişlerdir.

Brosnan (2014), ders imecesinin matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimine katkısını incelemiştir. İrlanda’da 24 farklı ilkokul ve ortaokulda görev yapan toplam 250 matematik öğretmeni ile çalışmıştır. Çalışmada ilk başta öğretmenlerin ders imecesini derslerinde uygulamada zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Ders imecesinin öğretmenlerin alıştıkları ders sürecinden farklı olması, diğer öğretmenlerle işbirliği içinde çalışmayı gerektirmesi, ders imecesi çalışmalarının ek bir yük gibi algılanması, ders imecesinin öğrencinin daha iyi öğrenmesini sağlama amacının öğretmenler tarafından tam anlaşılamaması, öğretmenlerin ders planı hazırlık toplantılarına yeterli katılım göstermemesi, öğretmenlerin ders gözlemlerini yeteri kadar yapmaması, yapanların ise ders sonrası değerlendirme için kritik noktaları not almaması gibi sorunlar yaşanmıştır.

Barber (2016) ders imecesi çalışmalarının matematik öğretmenlerinin etkinlik hazırlama bilgilerinin gelişimine etkisini araştırmıştır. Beş ortaokul matematik öğretmenin katıldığı çalışma sonunda ders imecesinin her bir öğretmenin etkinlikleri düzenleme, öğretim programına yönelik kaynakları inceleme, öğrenci stratejilerini öngörme, öğrencileri uğraştırıcı etkinlikler sırasında onların çalışmalarını gözlemleme, öğrencinin anlama ve öğrenme seviyesine gösteren veriye ulaşmada işbirliğini sağladığı görülmüştür.

Matematik Öğretiminde Çoklu Temsil ve Fonksiyon Kavramı

Matematik öğretiminde çoklu temsil modeli.

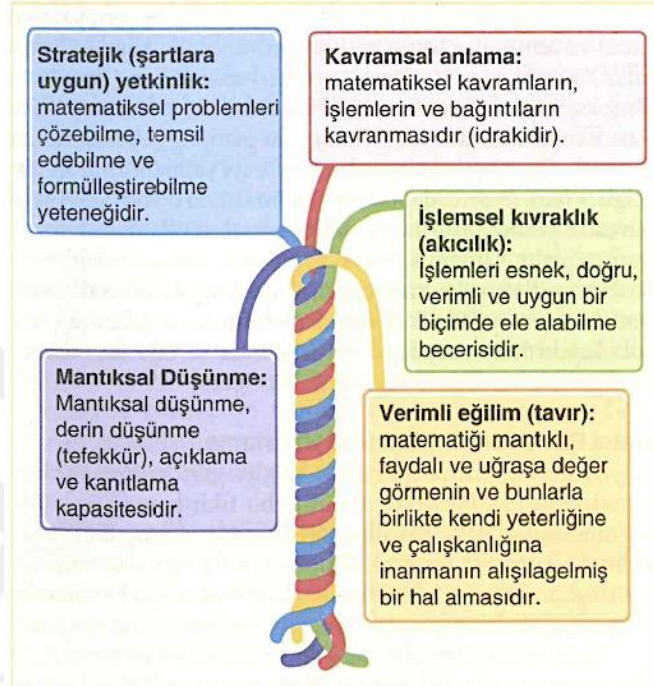
Öğretmenlerin meslekî yaşamlarında sahip olması gereken bilgilerin başında pedagojik alan bilgisi ve bu bilginin detayında karşımıza çıkan alan ve müfredat bilgisinin yanı sıra, öğrencilerin nasıl düşündüğünü ve öğrenme süreçlerini değerlendirmeye yarayan öğrenci bilgisi yer almaktadır. Bir öğretmenin, sınıfında farklı zeka türlerine ve farklı hazırbulunuşluk seviyelerine sahip öğrencilerin bir arada olması oldukça muhtemeldir. Bu nedenle, öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini en etkin şekilde kullanarak, farklılaştırılmış (differentiated) ve zengin ders içerikleri, eğitim materyalleri ve öğrenme ortamları sağlayabilmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin; farklı örnekler, açıklamalar, analogiler ve tablo, grafik, şekil gibi farklı gösterimlerle, matematiksel düşünce ve kavramları, öğrenciler için ulaşılabilir ve anlaşılabilir kılması beklenmektedir. Bu durum, matematik eğitiminde çoklu temsillerin kullanılmasına yönelik artan ilginin öncelikli gerekçeleri arasında sayılabilir.

Son yıllarda, matematik eğitim dünyasında çoklu temsillerin matematiksel kavramları anlamadaki katkılarına yönelik çok sayıda araştırma dikkati çekmektedir (Piez ve Voksman, 1997; Ballard, 2000; Delice & Sevimli, 2010; Can, 2014; İncikabı, 2017; Yorulmaz vd, 2017; Düşünsel, 2019; Sezgin, 2019). Buna paralel olarak matematik eğitim programları, çoklu temsillerin öğretmenler ve öğrenciler tarafından etkin bir şekilde kullanılmasına yönelik amaçları içeriklerine dahil etmişlerdir (MEB, 2005, 2013, 2018; NCTM, 2000). NCTM (2000), öğretmenlerin, öğrencileri çoklu temsiller kullanmaları konusunda cesaretlendirmeleri gerektiğinin önemine vurgu yaparak bu konuda gerekli öğrenme ortamlarını oluşturmalarını, öğrencilere farklı temsiller arasındaki bağlantıları anlayabilmeleri yönünde rehberlik etmelerini salık verir. Ek olarak öğrenciler bu temsilleri yalnızca anlamakla kalmamalı, onları kendileri de üretebilmeli, temsiller arası geçişler yapabilmeli, öğrenme süreçlerinde etkin matematiksel araçlar olarak kullanabilmeli ve matematiksel durumlara uygulayabilmelidirler (NCTM, 2000). Türkiye’de de Milli Eğitim Bakanlığı’nın (2013) yayımladığı matematik eğitiminin genel amaçları arasında “öğrenci, kavramları, farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir” ibaresiyle, çoklu temsillerin önemine dikkat çekilmiştir.

Matematiğin doğası gereği, soyut olan matematiksel kavram ve nesnelere, ancak temsilleri yardımıyla erişebilmek mümkündür (Duval, 1999). Temsiller, temel olarak basitçe, bir olgu ya da durumu, başka bir olgu ya da durum aracılığıyla sunma biçimi olarak açıklanabilir. İç ve dış temsiller olarak iki sınıfta kategorize edilmektedirler. İç temsiller, kişilerin matematiksel düşünce ve kavramları içselleştirdiği zihinsel düzenlemeler olarak düşünülürken dış temsiller, tablo, diyagram, grafik, şekiller gibi somut yapılar olarak değerlendirilmektedir (Goldin & Janvier, 1998). Bu değerlendirmeyi destekleyen başka bir çalışma içeriği, iç temsillerin öğrencilerin zihinlerinde, dış temsillerin ise öğrencilerin çevrelerinde olduğu yönünde çıkarımda bulunmaktadır (Cobb, Yackel, & Wood, 1992).

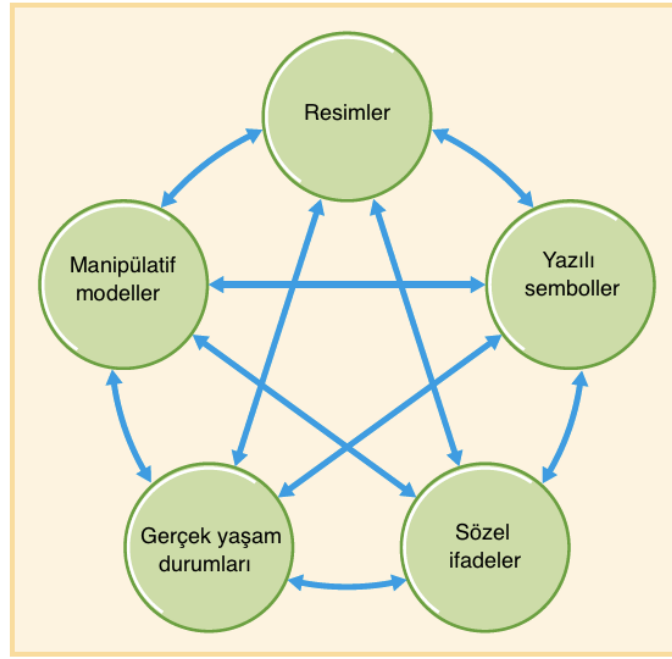
Genel olarak temsiller, soyut kavram veya semboller, gerçek dünya içinde somutlaştırma yoluyla modelleme işlemi olarak tanımlanabilir (Kaput, 1998, Akt: Delice & Sevimli, 2010). Bir sınıftaki öğrenciler arasındaki zeka türü, öğrenme stili gibi farklılıklar dikkate alınarak çoklu temsillerin kullanıldığı zengin etkinlikler tasarlandığında öğrenciler bir kavramın farklı yönlerini görebilir, bu kavramı daha geniş bir bakış açısıyla değerlendirebilir ve kavramın farklı temsilleri arasında geçişler yapabilir (Adu-Gyamfi, 2000). Çoklu temsiller öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmalarına katkı sağlar, problem durumlarında çözüm için farklı stratejilerin belirlenmesini kolaylaştırır ve kavramların birbiriyle ilişkilendirilmesini kolaylaştırır (Keller & Hirsch, 1998).

Matematiksel anlamda yetkin olmak demek, insanların “matematik yaparken” bazı davranış ve becerileri gösterebilmesi demektir. Öğrencilerin nasıl matematik öğrendiklerine dair önemli bir çalışma olan “Adding It Up” ta matematiksel yeterliğin beş ana bileşeni şu şekilde sıralanmaktadır: (1) kavramsal anlama, (2) işlemsel kıvraklık, (3) stratejik yetkinlik, (4) mantıksal düşünme ve (5) verimli eğilim (Şekil 5) (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2011).



Şekil 5. Matematiksel yeterliğin beş ana bileşeni (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2011).

Yeni öğrenilen matematiksel bir kavramı test etmeleri ya da bu kavram hakkında düşünceleri için çocuklara ne kadar çok yol gösterilirse bunları doğru bir biçimde şekillendirip zengin kavram ağlarıyla o kadar iyi birleştirecekler ve bu sayede ilişkisel anlamayı gerçekleştirebileceklerdir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2011). Lesh, Post ve Behr (1987) matematiksel kavramlar için beş farklı gösterim/temsil önermişlerdir (Şekil 6).



Şekil 6. Matematiksel kavramların beş farklı gösterimi (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2011).

Lesh, Post ve Behr (1987) tarafından yapılan araştırmada, bir kavramı bir gösterim biçiminden başka bir gösterime aktarmada zorluk yaşayan çocukların problem çözmede ve yapılan hesaplamaları anlamada da zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Farklı gösterimler arasında geçiş yapabilme becerisinin kuvvetlendirilmesi öğrencilerin anlamalarını ve anladıklarını hafızada tutmalarını geliştirecektir (Delice & Sevimli, 2010).

Alanyazındaki çalışmalara bakıldığında, odakları farklı olan temsil modelleriyle karşılaşılabilmektedir. Lesh, Post ve Behr (1897), temsilleri, resimler, nesneler, konuşma dili, yazılı semboller ve gerçek hayat durumları çerçevesinde ele alırken; Kaput (1994), teknoloji odaklı bir temsil modeli sunmaktadır. Janvier (1987), tablo, grafik, sembol, nesne ve sözel tanımlamalardan oluşan bir temsil modeline dikkat çekerken; Goldin (1998), dış temsilleri olduğu kadar, problem çözme ve matematiksel kavramları öğrenme gibi iç temsilleri de kapsayan bir sistem sunmaktadır. Günümüzde, matematik dünyasındaki genel görüş, temsillerin, matematiksel kavram ve düşüncelerin; resim, diyagram, somut nesneler, konuşma dili, yazılı semboller gibi dış temsillerin ve bu temsillerin altında yatan bilişsel süreçlerin (iç temsiller) bir sentezi olduğu yönündedir.

Matematik eğitiminde öne çıkan çoklu temsil teorisi; öğrencilerin bir kavramı, sözel, grafiksel, tablo, matematiksel gibi temsiller aracılığıyla farklı açılardan bakarak temsiller arası geçiş yapabilmesini ve o kavramı tüm yönleriyle öğrenebilmesini esas alır (Prain & Waldrup, 2006). Benzer şekilde, Even (1998), bir kavramı farklı temsilleriyle ifade edebilme, çeşitli gösterimler arasında bilgiyi transfer edebilme ve geçiş yapabilme, bu temsillerin güçlü ve

zayıf yanlarını tayin ederek, verilen matematiksel duruma en uygun olan temsili seçebilme yetisinin, matematikte kavramsal öğrenmenin merkezinde yer aldığını belirtmektedir. Kaput (1998), matematikte önemli bilişsel becerilerden biri olarak gördüğü çoklu temsil kullanımının ve temsiller arası dönüşüm becerisinin, kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi için uygun zemin oluşturduğunu belirtmektedir. Alagic (2003) ise çoklu temsillerin matematiksel kavramlarla günlük yaşamdaki olay/olgular arasında bağlantıların kurulmasını kolaylaştırdığını ifade etmektedir (Akt: İpek & Baran, 2011).

Çoklu temsillerin kullanımı matematik öğretiminde öğrencinin aktif öğrenmesine hizmet etme ve anlamlı öğrenmeyi kolaylaştırma açılarından önemli görülmektedir. Bireysel farklılıkları göz önünde bulunduran etkinlikler hazırlanmasını sağlamakta ve bir kavramı çeşitli yönleriyle öğrenme fırsatı oluşturmaktadır. Böylece daha anlamlı ve kalıcı öğrenmeye katkıda bulunmaktadır. Bununla birlikte, bir problemin modellenmesi, çözüm için mantık yürütülmesi, ulaşılan çözümün doğrulanması sürecinde çoklu temsil kullanımı etkili olmaktadır (İpek & Baran, 2011).

Tüm bunlara paralel olarak matematikte kavramsal öğrenmenin kriterleri şu şekilde özetlenebilir:

- Farklı temsiller kullanılarak ifade edilmiş olan matematiksel fikri/düşünceyi tayin edebilme
- Farklı temsiller kullanılarak ifade edilmiş olan bilgiyi ustalıkla idare edebilme
- Elde edilen/verilen bilgiyi bir temsilden diğerine transfer edebilme
- Kişinin içsel temsilleri arasındaki zihinsel ilişkileri yapılandırabilme
- Verilen bir matematiksel durum ya da problem için en uygun temsili belirleyebilme/kullanabilme
- Matematiksel bir kavramın farklı temsillerinin güçlü ve zayıf yönlerini, benzerlik ve farklılıklarını tayin edebilme (Owens & Clements, 1998).
- Çoklu temsillerin öğrenme ortamlarında kullanılmasına yönelik alan yazın çalışmaları incelendiğinde ise şu sonuçlar ortaya çıkmaktadır:
- Çoklu temsillerin kullanımı derse/konuya olan ilgiyi ve motivasyonu artırmaktadır (Chen & Fu, 2003; Prain & Waldrup, 2010; Wu & Puntambekar, 2012).
- Farklı temsillerin kullanılması sayesinde, bir temsildeki eksiklikler, başka bir temsil aracılığıyla giderilebilmektedir ve bu durum kavramı tüm yönleriyle öğrenmeyi büyük ölçüde desteklemektedir (Ainsworth & Van Labeke, 2004; Kaput, 1989; Prain & Tytler, 2012).

- Çoklu temsiller, öğrencilerin kavramları farklı yönleriyle gözlemleyebilmesine olanak vermekte ve bu sayede daha derin ve esnek bir kavram algısı geliştirmelerine destek olmaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992; Piez & Woksman, 1997).
- Çoklu temsiller, kavramsal öğrenmenin yanısıra, öğrencilere farklı bakış açıları sunmakta ve olası çözüm yollarını görmelerini sağlayarak problem çözme becerilerini geliştirmektedir (Driscoll, 1999; Schultz & Waters, 2000; Tall, McGowan & DeMrois, 2000).
- Matematiksel kavramların somutlaştırılması için, çoklu temsiller ile matematik öğretimi önemli ve gereklidir (Duval, 1999).

Tüm bu çalışmalar, matematik öğretiminde çoklu temsil kullanımının derinlemesine anlamaya ve öğrenmeye olanak sağladığına işaret etmektedir (Adadan, 2006, 2013; Mayer, 2003; Sankey, Birch & Gardiner, 2010; Wu & Puntambekar, 2012). Bununla bağlantılı olarak Ainsworth (1999), Van der Meij & De Jang (2006) gibi araştırmacılar, çoklu temsiller arasında geçiş yapılamazsa, matematiğin kavramsal boyutta anlaşılamayacağını savunmaktadır. Bu haliyle, temsillerin doğru ve yerinde kullanımı konusunda dikkatli olmak gerekmektedir. Aksi halde, öğrencilerin kavramları içselleştirme sürecinde sorunlar ortaya çıkabilmektedir (Even, 1998; Hiebert & Carpenter, 1992; Piez & Woksman, 1997). Çoklu temsillerin öğrenme gücü yaratabilecek bir yönü de her bir temsilin bahse konu kavramın yalnızca tek bir yönünü ele almasıdır. Her ne kadar, bir çok araştırmacı tarafından matematik eğitiminde çoklu temsil kullanımının kavramlara daha geniş bir çerçeveden bakmayı sağladığı ve daha derin ve esnek bir anlamayı beraberinde getirdiği yönünde çalışmalar yürütülmüşse de (Ainsworth, Bibby, & Wood, 1997; Cuoco, 2013; De Jang vd., 1998; Elia, Gagatsis & Demetriou, 2007; Kaput, 1991), farklı temsiller arasında geçiş yaparken muhtemel bilgi kaybı yaşanması, her bir temsilin avantaj ve dezavantajlarının değerlendirilmesinde ve buna bağlı olarak ilgili kavram/durum için en uygun temsilin seçilmesinde karşılaşılabilecek zorluklar nedeniyle, öğrencilerin verilen matematiksel düşünceyi kavrama gücü yaşayabileceği gibi olumsuz sonuçlara dikkat çeken araştırmalar da bulunmaktadır (Nistal, 2009).

Çoklu temsil kullanımında karşılaşılabilecek bu tipte olumsuz sonuçlara, öğretmenlerin pedagojik alan bilgisini en etkin şekilde kullanarak, müdahale etmesi beklenmektedir. Bu noktada Türkiye’de ortaokul matematik öğretmenleriyle yapılan dikkat çekici nitel bir çalışma, öğrencilerin farklı düşünce ve yorumlarına, farklı temsiller aracılığıyla yanıt vererek, kavram yanlışlarının üstesinden gelme yönünde öğretmenlerin meslekî deneyim yılları ve kullandıkları öğretim stratejileri arasındaki bağlantıları incelemiştir

(Eroğlu & Tanışlı, 2015). Araştırmacılar, öğretmen bilgisinin öğrenci başarısındaki kilit faktörlerden biri olduğu yönündeki genel kanıya dayanarak, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde yaşadıkları zorlukları anlamalarında ve çoklu gösterimler aracılığıyla öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirebilmelerinde öğretmenlerin farkındalığını ve öğrenci tepkilerini değerlendirme yetilerini irdelemişlerdir. Çalışmaya katılan gönüllü öğretmenlerden, öğrencilerin farklı yanıtlarını anlama ve kavram yanılgılarının üstesinden gelme adına, verilen problem durumlarını tablo, grafik, şekil, cebirsel ifadeler, manipülatifler ve gerçek hayat durumları şeklindeki altı farklı gösterimden uygun olanı/olanları ile açıklamaları istenmiştir. Ancak, öğretmenler, bu gösterimleri problem durumuna uygun bir şekilde sunamamış yahut eksik sunmuşlardır. Ayrıca problem durumunu en iyi temsil edeceğini düşündükleri gösterimleri seçme nedenlerini etkili bir biçimde açıklamakta zorluk yaşamışlardır. Bu bulgular, beklenenin aksine, meslekî deneyimi fazla olan (30 yıl üstü) öğretmenler için de meslekî tecrübesi görece az olan (10 yıl altı) öğretmenlerinkinden farklı değildir. Sonuç olarak araştırmacılar, katılımcı matematik öğretmenlerinin derslerinde çoklu temsil kullanımı konusunda yeterli donanıma sahip olmadığını ve bu durumun öğretmenlerin, matematik eğitiminde çoklu temsil kullanımına yönelik inançlarını olumsuz yönde etkilediğini gözlemlemişlerdir. Bu gözlemlere dayanarak, araştırmacılar, öğretmenlerin, yapılandırmacı öğretim stratejilerini kullanma, öğrencilerin nasıl düşündüğünü ve öğrenme süreçlerini doğru yorumlayabilme gibi öğrenci bilgisine yönelik hizmet içi eğitime ihtiyaçları olduğunu öngörmektedir. Araştırmanın sonuçlarında, hizmet içi eğitim sayesinde, öğretmenlerin çoklu temsil kullanımına dair kaygılarının azaltılabileceği ve ilgili becerilerinin geliştirilebileceği savunulmuştur (Eroğlu & Tanışlı, 2015).

21.Yüzyıl becerilerinden iletişim becerisi, hem öğrenciler hem öğretmenler için oldukça önemlidir. Bu durum matematiksel olarak da iletişimin farklı kanalları olan sözel, grafiksel, görsel, fiziksel, zihinsel ve sembolik temsiller gibi çoklu temsilleri bir arada ve uyum içinde kullanmayı gerektirmektedir.

Çoklu Temsil ile İlgili Çalışmalar

Schwarz, Dreyfus ve Bruckheimer (1990) fonksiyon kavramının öğretiminde karşılan öğrenme zorlukları üzerinde çalışmış ve bu zorlukları aşmaya katkı sağlayacaklarını düşündükleri üçlü temsil (fonksiyonun cebirsel, grafik ve tablo olarak temsili) modelini önermişlerdir. Fonksiyon öğretiminde diyagram, tablo, grafik, cebirsel ve sözel ifade gibi çok çeşitli formlarda temsiller kullanıldığını, bununla birlikte ders kitabının özellikle iki noktada yetersiz kaldığını ifade etmişlerdir. Onlara göre, öncelikle, ders kitabı öğrencilere fonksiyonel düşünceyi kazandırmada yetersiz ve zayıf kalmaktadır. Ayrıca kitaptaki etkinlikler öğrencinin

fonksiyon kavramına ve bunun arkasındaki süreçlere odaklanmasını engellemektedir. Schwarz, Dreyfus ve Bruckheimer (1990), bu durumun, birbiriyle bağlantılı iki soruna yol açtığını vurgulamaktadırlar: 1) öğrencilerin, fonksiyonun özellikleri, işlemsel kısımlar ve fonksiyonun alt-kavramlarını anlamlandırmaları belirli bir temsille kısıtlı kalmaktadır. Yani, aynı kavramın farklı temsilleri birbirinden farklıymış gibi algılanabilmektedir. 2) birçok öğrenci bir temsilde ulaştığı bilgiyi başka bir temsil biçimine aktaramamaktadır.

Leinhardt, Zaslavsky ve Stein (1990) fonksiyon ve fonksiyon grafiklerinin öğretimi sürecinde fonksiyonların çizilmesi, yorumlanması ve fonksiyonların cebirsel, tablo ve grafik olarak ifade edilmesi üzerine geniş bir literatür taraması sunmaktadırlar. Fonksiyon ve grafikleri özelinde yapılan bu tarama için şu gerekçeleri ifade etmektedirler: 1) matematik öğretimi ve öğrenme alanında çalışmaların çoğunda daha çok temel matematiksel kavramlar ele alınmaktadır 2) fonksiyon ve grafikler konusu öğretim programı genelinde öğrencilerin sembolik düşünme sistemi kullanmaları gereken ilk konulardandır 3) grafikler öğrencilerin daha karmaşık matematik konularına hazırlanmaları için çok güçlü öğrenme fırsatları sunan kritik bir konudur. Leinhardt, Zaslavsky ve Stein (1990) fonksiyon ve grafik üzerine oluşan literatürü üç ana bakış açısından kapsamlı olarak incelemişlerdir: 1) fonksiyon ve grafik öğretiminde kullanılan etkinlikler ve bunların tasarımı, 2) öğrencinin fonksiyon ve grafikler konusuna yaklaşımı ve bu konudaki anlama ve kavrama düzeyinin gelişimi 3) fonksiyon ve grafiklerin sınıf içinde ve bilgisayar destekli olarak öğretimi.

Brenner ve diğ., (1995) 157 öğrencinin katılımıyla cebir, denklemler ve fonksiyonlar konularında çoklu temsil kullanımının öğrenmeye etkilerini araştırmışlardır. Bu çalışmada, “Denklem Çözme Testi” ile öğrencilerin temel aritmetik ve cebirsel işlemleri uygulayabilme düzeyleri incelenmiş, “Sözel Problem Çözme” testi ile öğrencilerin sözel olarak verilmiş problemleri çözme düzeyleri incelenmiş ve “Sözel Problem Temsil Testi” ile öğrencilerin problemde geçen sözel ifadeleri denklem, tablo ve grafiklerle görselleştirebilme düzeyleri incelenmiştir. Denklem çözme testinde deney grubunda kontrol grubundan daha düşük ilerleme ortaya çıkmıştır. Sözel problem çözme testinde iki grup arasında anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Sözel problem temsil testinde ise deney grubu kontrol grubundan oldukça yüksek başarı göstermiştir.

Ainsworth, Bibby ve Wood (1997) sınıftaki öğretim sürecinde çoklu temsillerden faydalanmanın katkılarını şu şekilde ifade etmişlerdir: 1) kavramların arkasındaki farklı fikir ve süreçlerin öğretilmesini destekler, 2) öğrencinin kavramları yorumlamasını sınırlandırarak daha spesifik bir yaklaşımla düşünmesi sağlar 3) kavramın öğrenci tarafından daha derinlemesine anlaşılmasını kolaylaştırır. Diğer taraftan, bu araştırmacılar öğretimde çoklu

temsil kullanımının öğrenci için bazı zorluklara da yol açabileceğini de vurgulamaktadır: 1) öğrenci öncelikle herbir temsil biçimini ve bu temsilin taşıdığı bilgiyi nasıl anlaması gerektiğini öğrenmelidir. 2) öğrenci temsil ve kavram arasındaki geçişi/dönüşümü, ikisi arasındaki ilişkiyi anlamalıdır. 3) aynı kavramın birden fazla temsili kullanıldığında öğrenci bu farklı temsillerin birbiriyle bağlantısını kavramalıdır. Ainsworth, Bibby ve Wood (1997) COPPERS ve CENTS adlı iki farklı öğrenme ortamı desteğiyle çoklu temsillerin (görsel ve cebirsel) öğrencilerin kazanımlara ulaşmalarına katkısını incelemişlerdir. COPPERS ile çoklu temsilin öğrenmeye katkısını, CENTS ile temsiller arasındaki geçişin öğrenmeye etkisini araştırmışlardır. COPPERS ile öğrencilerin kendilerinden beklenen öğrenme çıktılarına ulaştıkları gözlemlenirken, CENTS ile öğrenciler konu alanındaki kavramları soyutlamada başarısız olmuşlardır.

Ballard (2000) 21 üniversite birinci sınıf öğrencisinin matematiksel problemleri modelleme ve dönüştürme becerilerini araştırmıştır. Çalışmasında problem çözmede daha başarılı olan öğrencilerin problemi iyi analiz ettikleri ve sözel olarak verilen problemi matematiksel olarak ifade etmeden önce problemin çözüm stratejisini belirleyebildikleri görülmüştür. Problem çözmede güçlük yaşayan öğrencilerin ise problemi yeterince analiz edemedikleri ve önce Venn diyagramı çizerek veya diğer temsilleri kullanarak bir çözüm yoluna ulaşmaya çalıştıkları ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla problem için tam bir çözüme ulaşamamışlardır. Bu durum, bu kısımdaki öğrencilerin 1) belirli bir temsil yöntemi kullanmanın problemi nasıl daha anlaşılır hale getirebileceğini, 2) problem çözmede temsilleri kullanmanın amacını ve 3) hangi temsilin daha uygun olduğunu belirlemenin önemini tam olarak kavrayamadıklarını işaret etmektedir. Ballard (2000) farklı temsil biçimleri arasındaki dönüştürme yapma ve farklı temsil biçimleri arasından uygun olanları seçme açısından öğrencilerin daha çok pratik yapmaları gerektiğini vurgulamaktadır.

Ainsworth, Bibby ve Wood (2002) ilkökul matematiğinde çoklu temsil temelli bilgisayar öğrenme ortamlarının öğrenmeye etkilerini araştırmışlardır. CENTS (Computational Estimation Notation-Based Teaching System) adlı öğrenme ortamının kullanıldığı çalışmada görsel ve cebirsel temsillerin öğrencilerin tahmin becerilerinin gelişimine etkisi incelenmiştir. Çalışmaya katılan tüm gruplarda öğrencilerin tahmin becerilerinde doğruluğun arttığı gözlemlenmiştir.

Baştürk (2010) üç farklı lisenin 9. sınıflarında öğrenim gören 229 öğrencinin katılımıyla fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performanslarını incelemiştir. Araştırmanın bulgularına göre, öğrenciler grafik ve sözel temsillere oranla cebirsel temsillerde başarılı oldukları ve öğrencilerin bir temsilden diğerine geçişlerde büyük

sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür. Baştürk (2010) öğrencilerin cebirsel temsillerde başarılı ancak diğer temsillerde başarısız olmasındaki nedeni 9. Sınıf ders kitaplarındaki cebirsel temsilin daha baskın olup diğer temsillere daha az yer verilmesiyle alakalı olduğunu ifade etmektedir.

Gürbüz ve Şahin (2015) 8.sınıfta okuyan 4 öğrencinin katılımıyla çoklu temsiller arası geçiş becerilerini incelemiştir. Araştırmacılar bu öğrencilere “Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)” uygulamışlardır. Araştırmanın bulgularına göre öğrenciler en çok grafiğe geçişte, en az ise tabloya geçişte zorlandıkları ve temsiller arası geçişlerde yeterli düzeyde olmadıkları görülmüştür. Araştırmacılar grafiğe geçişlerde zorluk nedenlerini koordinat sistemini yeterince hakim olmadıklarından kaynaklandığını, tabloya geçişlerde az zorluk çekmelerindeki nedeni de öğrencilerin sadece matematik dersinde değil fen ve teknoloji, coğrafya gibi derslerde de tablolarla sıklıkla karşılaştıklarından kaynaklanabileceğini ifade etmişlerdir. Ayrıca araştırmacılar öğrencilerin temsiller arası geçişlerde yeterli düzeyde olmamalarındaki nedenin Türkiye’deki merkezi sınavların çoktan seçmeli sorulardan oluşmasının ve eğitim-öğretimin bu sınavlara odaklı paralel şekillendiğinden kaynaklandığını belirtmişlerdir.

Tanışlı ve Eroğlu (2015) ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgilerini incelediği çalışmasında mesleki deneyimi 10 yılın altında olan 3 ve mesleki deneyimi 30 yılın üzerinde olan 2 öğretmenle çalışmıştır. Araştırmanın bulgularına göre deneyimli öğretmenlerin daha çok cebirsel temsil ve cebirsel ifade kullanarak soru çözümüne önem verdikleri, mesleki deneyimi daha az olan öğretmenlerin ise temsil kullanımının öneminden bahsetmektedirler. Öğretmenler, öğrencilerin kavram yanlışlığının altında yatan nedenleri tahmin etmeleri gerekirken öğrencilerin düşüncesini değerlendirmelerinde eksik ve öğrenci çözümlerinin nedenlerini açıklamada yetersiz kalmışlardır. Dolayısıyla öğretmenlerin öğrencilerin çözümlerini analiz etmedeki yetersizlikleri ve çözümün altında yatan nedenleri tahmin edememeleri, öğretmenlerin önerdikleri çözüm stratejilerine de yansımıştır. Öğretmenlerin öğrencilerin hatalı çözümleri için geliştirdikleri çözüm stratejilerinde üç önemli sonuç çıkmaktadır. Birinci sonuç öğretmenler farklı temsil biçimlerini önermişlerdir ancak bu temsil biçimlerinin öğrencilerin hatalarını gidermek için nasıl kullanılacağına ilişkin yeterli açıklamada bulunamamışlardır. İkinci sonuç öğretmenlerin temsil kullanımını gereksiz ve zaman kaybı olarak görmeleridir. Üçüncü sonuç ise öğretmenlerin hala klasik ve davranışçı yaklaşımın savunucularının da savunduklarına benzer stratejiler (alıştırma yapma ve konu tekrarı gibi) önermiş olmalarıdır.

İncikabı (2017) ortaokul matematik ders kitapları üzerine yaptığı çalışmasındaki bulgulara göre ders kitaplarında cebirsel temsillere yer verilirken tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerine daha az yer verildiğini ifade etmiştir. Temsiller arası geçişlere bakıldığında cebirsel, sözel ve model temsiller arası geçişler önemli oranda yer verilirken tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerine daha az yer verildiği görülmektedir. Ders kitaplarındaki bu dengesiz dağılımın öğrencilerin temsil tercihleri üzerine etkisinin olabileceği ve dolayısıyla matematik öğrenmelerini etkileyebileceği düşünülmektedir.

Sezgin (2019) çoklu temsillerle öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisini incelemiştir. Devlet okulunda eğitim gören 41 yedinci sınıf öğrencisiyle yaptığı çalışmasına öğrencilere önce ön test uygulanmış ve ardından 5 hafta boyunca çoklu temsiller kullanılarak cebir kazanımlarıyla ilgili öğretim programı uygulanmış ve son test yapılmıştır. Bu araştırma sonucunda çoklu temsil kullanan öğrencilerin matematiksel anlama seviyeleri ve cebir başarıları arttığı gözlemlenmiştir.

Fonksiyon öğrenimi ve öğretimi.

Fonksiyon öğrenimi ve öğretimi, uzun yıllardır araştırmacıların ve eğitimcilerin üzerinde önemle ve ısrarla durdukları bir konudur. Bu durumun en belirgin nedenlerinden biri; öğrencilerin, öğretmen adaylarının ve hatta öğretmenlerin matematik müfredatı içerisinde ve disiplinler arası bağlamda fonksiyon konusunu öğrenme ve öğretmede, ciddi kavrama zorlukları yaşamasıyla ilişkilendirilebilir (Even, 1993). Bu nedenle fonksiyon kavramını, fonksiyon kavramının öğrenme-öğretme güçlüklerini ve olası çözüm yollarını incelemek gerekmektedir. Fonksiyon kavramı, birbiriyle bağlantılı olmak üzere üç farklı açıdan değerlendirilebilir

Bunlardan ilki, fonksiyonun başlı başına matematiksel bir mevcudiyet içermesidir. Fonksiyon, iki kümenin kartezyen çarpımından elde edilen sıralı ikililerin oluşturduğu bir kümeyi düşünecek olursak, özel bir tür bağıntıdır. Buna göre, tanım kümesindeki her bir elemanın değer kümesinde yalnızca bir görüntüsünün olduğu bir eşlemedir. Bağımlı değişkenin (dependent variable), bir diğer deyişle *çıktının*(output), verilen bir bağımsız değişkene (independent variable) yani *girdiye* (input) göre nasıl değiştiğini açıklayan veya bazı denklemlerin (cebirsel, transandantal, diferansiyel) belli bir parametreye göre çözümlerini sunan formüller yoluyla ifade edilebilmektedir. İkinci olarak fonksiyonlar, diğer matematiksel nesne veya teorilere derinlemesine bakabileceğimiz yollar sunmaktadırlar. Buna örnek olarak aritmetik işlemlerin iki değişkenin fonksiyonel ifadesi olduğunu, bir dizinin (sequence) tanım kümesi doğal sayılar olan bir fonksiyon belirttiğini, çevresi verilen bir dikdörtgenin alanını maksimize etmeyi, düzlemde öteleme, döndürme, benzerlik gibi

dönüşümleri veya Euler'in ϕ fonksiyonunu verebiliriz ki tüm bunlar fonksiyonların; sayılar teorisi, kriptoloji ve optimizasyon problemleri gibi birçok alanla bağlantısını göstermektedir. Üçüncü olarak fonksiyonlar, matematik uygulamalarında ve günlük hayatta veya disiplinler arası bağlamda karşımıza çıkan *ekstra-matematiksel (extra-mathematical)* durumları modellemede son derece önemli bir işleve sahiptir. Bu bağlamda, örneğin biyolojik bir popülasyonun zamana bağlı değişimi ya da bir şirketin tarife hesapları fonksiyonlar aracılığıyla ifade edilebilmektedir. Başka bir örnek, istatistikte bir grup deneysel veriyis en iyi temsil eden *en iyi uyum doğrusu (the line of best fit)*, *kareler toplamı fonksiyonun (sum-of-squares)* minimize edilmesiyle elde edilmektedir (Niss, 2014).

Fonksiyon kavramının tüm bu yönleri, fonksiyon konusunu, matematikteki ve dolayısıyla matematik eğitimindeki en temel ve önem arz eden konulardan biri haline getirmektedir. Bu durumun yansımaları, matematik tarihinde ve matematik eğitimi tarihinde de gözlemlenebilmektedir. Fonksiyon teriminin, tarihte bilinen ilk kullanımı Leibniz'e dek uzanır (Boyer, 1985/1698, 444). Matematikte birleştirici bir kavram olarak fonksiyon konusu, Felix Klein tarafından önerilen reform programından sonra, 19. Yüzyıl sonlarında birçok ülkenin matematik müfredatında yer almıştır (NCTM, 1970/2002, 41; Schubrig, 1989, 188). Günümüzde de fonksiyon kavramının birçok ülkenin matematik müfredatında farklı versiyonlarla ele alındığını görmekteyiz.

Bu çalışmanın odağındaki Türkiye'deki matematik dersi müfredatına bakılacak olursa, fonksiyon konuları MEB (2013) tarafından hazırlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda özellikle 9, 10 ve 11. sınıflarda ele alınmaktadır. Bununla birlikte fonksiyon kavramı hem günlük hayatta birçok alanda karşımıza çıkmakta hem de matematik konularının birçokunda ana fikir olarak yer almaktadır (Bayazit & Aksoy, 2013).

Öğrenciler fonksiyon kavramı ile formal olarak ilk defa dokuzuncu sınıfta karşılaşılır ve bu kavram onlara oldukça soyut ve anlaşılmaz gelir. Dolayısıyla öğrenciler fonksiyon kavramını yapısal boyutuyla kavramada birtakım zorluklar ve kavram yanılgıları yaşarlar. Bu zorluk ve kavram yanılgıları genellikle; fonksiyonun çeşitli gösterimleri, bu gösterimler arası geçişler, fonksiyonla ilgili notasyonlar, sembolik yazılımlar, ters fonksiyon, bileşke fonksiyon ile ilgilidir (Ural, 2006).

Bayazit ve Aksoy'a (2010) göre öğrenciler matematik öğretim programlarında birbirinden farklı iki fonksiyon fikriyle karşılaşmaktadırlar. Bu fikirlerden biri fonksiyonun iki değişken arasındaki bağımlılık ilişkisini temsil etmesidir. Bu fikre göre bağımsız değişkendeki değişim bağımlı değişkende bir değişime neden olmaktadır. İkinci fikir ise fonksiyonun iki kümenin elemanlarının birbiriyle eşlenmesi ilişkisini temsil etmesidir. Bu

fikre göre fonksiyon bir kümedeki herbir elemanı diğer kümenin sadece bir elemanıyla eşlemektedir.

Yukarıda bahsedildiği üzere, fonksiyonların bu denli çok boyutlu oluşu, konuyu bir o kadar çeşitli, çokyüzlü ve karmaşık hale getirmektedir. Haliyle bu durum, fonksiyon konusunun öğrenimi ve öğretiminde birçok zorluğun baş göstermesine neden olmaktadır. Bu da matematik eğitimi literatüründe, uzun yıllar fonksiyon öğrenimi ve öğretimi üzerine süregelen çok sayıda çalışmanın nedenini açıklamaktadır. Bu çalışmaların ilk örnekleri, fonksiyon kavramının ne olup ne olmadığını tanımlamakla ilgili ayrılıklar üzerine yoğunlaşmakta ve 1960 yıllarına dek uzanmaktadır. Örneğin, Nicholas (1966), fonksiyon kavramıyla ilgili, kendisinin *değişken (variable)*, *küme (set)*, ve *kural (rule)* olarak adlandırdığı üç tanımı birbirleriyle kıyaslar ve ona göre mantıksal olarak birbirine denk olmayan bu fonksiyon tanımları bir ikilemin (dilemma) varlığına işaret etmektedir. Bu konudaki ilk deneysel çalışmaların da 1960'ların sonuna rast geldiği görülmektedir. Bu çalışmalarda ise, fonksiyon kavramı yapısal olarak ele alınmış ve kendilerinden sonra gelen birçok araştırmanın da odağını oluşturmaya devam etmiştir (Dubinsky & Harrel, 1992; Carlson & Oehrtman, 2005).

Matematik eğitimi alanında çalışan araştırmacılar ise, fonksiyon kavramının öğrenilmesindeki güçlükleri tanımlama ve analiz etme konusunu, tarihsel, felsefik ve bilişsel boyutlarıyla ele almış ve fonksiyon öğretiminde yaşanan güçlüklerle başa çıkabilmek için etkili eğitim araçları sunmuşlardır. Böylece, bu konudaki bir dizi terim ve ayrımı, matematik eğitimi dünyasına tanıtmışlardır (Dubinsky & Harrel, 1992b). Fonksiyonların, matematik eğitimi içinde çoklu gösterimler (örneğin, *sözlü (verbal)*, *şekilsel (formal)*, ve cebirsel olanları da içeren *sembolik (symbolic)*, diyagramlar aracılığıyla gösterim (diagram), grafik gösterimi ve tablo biçiminde gösterim gibi) aracılığıyla öğretimi de bu araştırmaların sonucunda ortaya çıkan önemli bir konuyu beraberinde getirmiştir.

Fonksiyonların çoklu gösterimler yoluyla ifadesindeki güçlüklerden biri, bu gösterimlerin herbirinin genellikle fonksiyon kavramının yalnızca bir yönünü ele almalarıdır. Kavramın, temelde altı çizilmesi gereken gösterimler arası ortaklığı, bu nedenle anlaşılması zor bir hal alabilmektedir. Özellikle bir gösterimden diğerine geçişte bilgi kaybı yaşanabilmektedir. Bu bağlamda, fonksiyon kavramının öğretiminde genellikle karşılaşılan bir zorluk, öğrencilerin bir grafik veya bir formül gibi fonksiyonun bir ya da iki gösterimine odaklanarak, kavramın temel özelliklerini ıskalamış olmalarıdır. Bu durum, aynı fonksiyonun birbirine denk farklı sembolik gösterimleri için de geçerlidir. Matematiksel bağlamda ders içi ve disiplinler arası bakıldığında, fonksiyon kavramını yorumlayabilmek ve gösterimler

arasında geçiş yapabilmek, öğrencilerin edinmesi beklenen kazanımlardır. Burada, özellikle bir fonksiyonun görsel ve formsal gösterimleri arasında geçiş yapmanın bazı öğrenciler için bağdaştırması zor bir durum olduğuna dikkat edilmelidir (Niss, 2014).

Fonksiyonlar, birçok farklı şekil, tip ve durumda öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. İlkokuldan niversite seviyesine kadar öğrencilerin karşılaştığı birçok matematik konusunun temelinde fonksiyon kavramı yer almaktadır. Bununla birlikte literatürdeki çalışmalar öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamlandırmada ve fonksiyon kavramının farklı matematiksel gösterimlerini doğru biçimde kullanmada zorluklar yaşadığını göstermektedir (Dubinsky & Harel, 1992; Vinner, 1983).

Özellikle lise ve niversite matematik dersi içeriklerinde, tek değişkenli lineer ve ikinci dereceden fonksiyonlar gibi aşına olunan fonksiyonların yanı sıra, çok değişkenli Riemann-integrallenebilir fonksiyonlar gibi soyut ve karmaşık olan fonksiyonlara da sıklıkla rastlanmaktadır. Fonksiyon türlerinin bu denli fazla oluşu, öğrencilerin fonksiyon algısını şekillendirirken glklrle karşılaşılmasına neden olabilmektedir. Bu nedenle Niss (2014), ğrencilerin kendi öğrenme deneyimlerine dayanan bir model ve örnek/model fonksiyonlar aracılığıyla bu algının geliştirilebileceğini söylemektedir. Bu neri, özellikle soyut fonksiyonları öğrenme ve öğretmede, bu bağlamdaki tartışmaları bitiren, *kavram tanımı (concept definition)* ile *kavram görüntüsü (concept image)* arasındaki iyi bilinen farkın bir örneğidir (Vinner, 1983). Bu ayrım, lineer fonksiyonlar, üstel fonksiyonlar, rekürsif fonksiyonlar, kalkülüs ve analizde kullanılan tüm reel ve kompleks fonksiyonlar gibi birçok araştırmanın süregelen konusu olmuş fonksiyon sınıfları üzerindeki çalışmalar incelendiğinde önemini kanıtlar (Niss, 2014).

Fonksiyon kavramını öğrenirken ve öğretirken karşılaşılan bir diğer unsur, özellikle lise ve niversite seviyesinde öğretilen ve birçok fonksiyonun karakteristiğinde yer alan *süreç-nesne ikililiğidir (process-object duality)*. Buna göre, *süreç* kısmında, bir fonksiyon, girdilerin (input) bir sonucu olarak bir çıktı (output) vermektedir. *Nesne* kısmında ise, fonksiyon, diğer nesnelerle bağlantılar kurabilen veya birçok farklı işleme bağlı olabilen, örneğin fonksiyonun bir noktadaki türevi gibi, sadece matematiksel bir varlıktır. Öğrenciler için genellikle süreç bakış açısından, nesne bakış açısına geçiş yapmak zorluk teşkil etmektedir (Niss, 2014).

Matematik eğitimcileri, bahsi geçen tüm bu öğrenme glkllerinin üstesinden gelebilmek adına, özellikle bu zorlukları adresleyen ve etkilerini yok etmeye çalışan birçok müdahale aracını tasarlamak ve uygulamaya koymak için oldukça fazla çaba sarf etmişlerdir. Fonksiyon kavramının öğretilmesine yönelik etkinliklerde analitik (sembolik/cebirsal), sayısal

(nümerik) ve görsel (grafik) temsillerin üçünü de içeren öğretim yöntemleri seçilebilir. Matematiksel kavramların öğretiminde uygulanan bu yöntem “3 kuralı” (the rule of three) olarak adlandırılmaktadır (Tall, 2003). Matematiksel kavramların öğretiminde farklı temsilleri içeren diğer bir yaklaşım Somut-Görsel-Soyut (Concrete-Pictorial-Abstract, CPA) yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda da kavramlar önce somut materyaller (kesir çubukları, sayma pulları vb.) yardımıyla sunulur. Sonrasında görsel malzemeler (fotoğraf, resim, çizim, diyagram, grafik vb) kullanılır. En son olarak kavramın sembolik temsillerine geçilir (Hoong, Kin & Pien, 2015).

Sonuç olarak bu öğrenme güçlüklerinin etkilerini yok etmenin, zengin içerikli, iyi tasarlanmış çok yönlü öğrenme ortamları oluşturma ve özellikle geniş kapsamlı, farklı öğrenci yeterliliklerini de gözetenek hazırlanan ders içi farklılaştırılmış (differentiated) aktiviteler aracılığıyla mümkün olabileceği ortaya konmuştur. Özetle, öğrenme güçlüklerinin üstesinden gelebilmek, kasıtlı ve odaklanılmış bir çabayı ve bu doğrultuda zaman harcamayı gerektirmektedir (Niss, 2014). Bu bağlamda kullanılabilecek bir araç da, süreç içinde fonksiyon kavramının teknoloji yardımıyla öğretilmesi olabilir (Goldenberg vd., 1992). Teknoloji, ayrıca öğrencilerin daha önce öğrendikleriyle, prototip fonksiyon örneklerini aşırı genellemelerine engel olarak fonksiyonun kavram görüntüsünü (concept image) pekiştirmesine yardımcı olmaktadır (Sfard, 1992).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Yöntem

Araştırma Deseni

Nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman gibi çoklu veri kaynakları kullanılarak, algı ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulan bir süreç olmasının yanında (Yıldırım, 1999), anlamayı ve yorumlamayı kolaylaştıran, esnek yapısı gereği araştırmacıya derinlemesine keşif yapma imkanı sağlayan nitel bir sürecin izlendiği araştırma yöntemidir (Karataş, 2015; Patton, 2014). Nitel araştırma, bireylerin veya grupların sosyal veya insani bir soruna attettiklerini anlama aracıdır. Araştırma süreci, ortaya çıkan soruları ve prosedürleri, katılımcının ortamında tipik olarak toplanan verileri, ayrıntılardan genel temalara tümevarımsal olarak oluşturuvcu veri analizini ve araştırmacının verilerin anlamını yorumlamalarını içerir (Creswell, 2009). Dolayısıyla bu yaklaşım öğretmenlerin, ders imcesinde planlama, öğretme ve yansıma aşamalarında neleri, nasıl ve ne ölçüde kullandıklarını araştırmak ve öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerini araştırmak için tercih edilmiştir.

Nitel araştırmalarda çalışma grubu, evreni temsil edebilecek sayıda kişiyi örneklemeye dahil etmek zor olduğundan, elde edilen bulguların genellenebilmesi güç olmakla birlikte sınırlı genellemeler yapılabilmektedir. Genellemeler yapılırken araştırmanın çerçevesi ve sınırlılıkları dikkate alınmalı ve bu sınırlılıklar araştırma raporunda belirtilmelidir. Bu yöntemde olay ve olguları genelleme yapmaktan çok anlamaya çalışmak daha önemlidir (Karataş, 2015). Bu araştırmanın sınırlılığı Türkiye' nin Güneydoğu Anadolu bölgesinde bir okulda üç öğretmenle yürütülmesidir. Dolayısıyla elde edilen bulgulardan genelleme yapılmasından ziyade olay ve olguları anlamaya çalışmak hedeflenmiştir.

Nitel araştırmada araştırmacı, çalışma alanında bizzat zaman harcayan, gözlem yapan, deneklerle doğrudan görüşen, deneklerle ilgili tecrübelerini toplanan bilgilerin analizinde kullanan kişidir. Bu yönüyle nitel araştırmacı araştırma sürecinin doğal bir parçası haline gelir (Yıldırım, 1999). Bu araştırmada araştırmacı, çalışma ortamını sağlayan, toplantı ve uygulamalarda ortamı gözleyen ve alan notları tutan, tüm katılımcılara eşit bir şekilde davranıp katılımcıların görüşlerini belirtmek için uygun ortam sağlayan, katılımcılarla yapılan mülakatlarda yorum yapmaktan ve yönlendirmekten kaçınan bir role sahiptir.

Çalışmada nitel araştırma desenleri içerisinde bulunan durum çalışması tercih edilmiştir. Durum çalışması, araştırmacının sınırları belli bir veya birkaç durumu, çoklu veri kaynakları kullanarak (gözlem, görüşme, doküman) detaylı veri toplayarak incelediği ve sonuç olarak durum tanımlaması ve durum temelli temalar rapor ettiği nitel bir araştırma desendir. Yin (2009) durum çalışması deseni, en genel haliyle güncel bir ya da birkaç durumun derinlemesine ve gerçek yaşam bağlamında araştırılmasını içermektedir. Ayrıca Given (2008) durum çalışması deseninde sınırların tam anlamıyla belli olmadığını ifade etmiş ve bir ya da birkaç olaya, olguya ya da analiz birimlerine odaklanıldığını da eklemiştir. Creswell (2007) durum çalışmasında amacın bağlamsal açıklama olduğu ifade edilmiştir. Sonuç olarak durum çalışması gerçek hayattan, güncel sınırlı bir durumu veya birkaç durumu; kendi zamanı içinde birden fazla veri kaynağı (örneğin; gözlemler, görüşmeler, belgeler, raporlar) kullanarak derinlemesine ve detaylı bir şekilde inceleyen nitel bir yaklaşımdır (Creswell & Poth, 2018). Bu nedenle durum çalışmasında bir durum hakkında detaylı betimlemeler yapmak ve o durumu var olduğu şekliyle anlatmak amaçlanır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2013). Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin; ders imecesi modeli aracılığıyla çoklu temsiller ile fonksiyon kavramını öğretme bilgilerinin hangi düzeyde olduğu, çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgisi gelişimlerinin nasıl olduğu ve çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin uygulama öncesi ve sonrası görüşlerinin neler olduğu, lise öğrencilerinin matematik öğretmenlerine çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin görüşlerinin neler olduğu ve matematik öğretmenlerine göre meslektaşlarının çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerinin nasıl olduğu hakkında zengin veriler elde edilmesi amaçlanmıştır. Bu amacı sağlamak için durum çalışması türlerinden tek durum deseni tercih edilmiştir.

Durum çalışması türlerinden birisi olan bütüncül tek durum deseninde araştırmacı, tek bir durum (bir kişi, bir grup, bir program vb.) üzerine yoğunlaşarak o duruma ilişkin çeşitli faktörlerin etkileşimini bütüncül bir anlayışla ortaya koymaya çalışır (Creswell, 2007; Yin, 2003). Bütüncül tek durum deseni daha önce çalışılmamış durumlarda kullanılabilir. Böyle durumların çalışılması daha önce bilinmeyen belirli bir konunun su yüzüne çıkması ve daha sonraki araştırmalara temel oluşturması ya da yol göstermesi açısından önemlidir (Yıldırım & Şimşek, 2013).

Bu çalışmanın amacı fonksiyon öğretiminde çoklu temsiller kullanarak lise matematik öğretmenlerinin ders imecesi ile matematiği öğretme bilgilerinin gelişimini araştırmaktır. Bu bütüncül durumu elde etmek için araştırma soruları belirlenmiştir.

Öncelikle matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyon kavramını öğretme bilgileri sınıf içi video kayıtların analizi ile anlaşılmasına çalışıldı. Bu analizlerde öğretmenlerin çoklu temsilleri kullanabilme düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır. Yine matematik öğretmenlerinin çoklu temsil ile fonksiyonu öğretme bilgilerinin nasıl olduğuna ilişkin araştırma sorusu için sınıf içi video kayıtları analiz edildi. Bu analizler ile lise öğretmenlerin gelişimleri belirlenmeye çalışılmıştır. Sürecin bir ögesi olan öğrencilerin görüşleri de önemli olduğu düşüncesiyle öğrencilerin matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin görüşleri ölçülmeye çalışıldı. Sürecin diğer bir ögesi olan öğretmenlerin kendi meslektaşlarıdır. Bu bağlamda matematik öğretmenlerinin, meslektaşlarının çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerini değerlendirmelerine ilişkin görüşleri incelenmiştir. Sürecin temel ögesi olan öğretmenlerin kendi düşüncelerinin incelenmesi için “Matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin ders imecesi öncesi ve sonrası görüşleri nelerdir?” araştırma sorusu oluşturulmuştur. Bunun için de araştırmanın amacına en uygun yöntem nitel araştırma yöntemlerinden bütüncül tek durum çalışması deseni uygun görülmüştür. Çalışma temel olarak iki aşamada planlanmıştır. Öncelikle pilot uygulama çalışması yapılmış daha sonra buradaki dönütler değerlendirilerek esas uygulamaya geçilmiştir. Bu bölümlere ilişkin olarak araştırma süreci kısmında detaylı açıklama yapılmıştır.

Katılımcılar

Ders imecesi yönteminde detaylı bir inceleme yapılabilmesi için uygulamayı yapacak olan öğretmenler üç ile beş kişiden oluşmaktadır (Takahashi & Yoshida, 2004). Durum çalışması türlerinden tekli durum deseni niteliğindeki bu çalışmada, olaylar detaylı ve derin inceleme amacıyla üç lise matematik öğretmeniyle sınırlandırılmıştır. Öğretmenler gönüllülük esasına göre araştırmacının çalıştığı özel okuldan seçilmiştir. Öğretmenlerin, araştırmacının çalıştığı özel okuldan seçilmesi, araştırmacının öğretmenleri tanıması ve öğretmenler arası iş birliği ve diyalogun iyi olması araştırmanın aksayan ve olumsuz yanlarının çabuk bir şekilde iyileşmesini sağlamıştır. Boran ve Tarım (2016) çalışmalarında öğretmenlerin ders imecesi sürecinin oldukça zaman aldığından şikayetçi olduklarını belirtmiştir. Dolayısıyla araştırmacının çalıştığı okuldan öğretmen seçimi, bu şikayetin minimize olmasını hedeflemektedir.

Katılımcıları tanımak için Ek-1 de verildiği gibi öğretmen bilgi özdeğerlendirme formu verilmiş olup bu formdaki veriler doğrultusunda katılımcıların bilgileri aşağıda verilmiştir.

Pilot uygulamada Güneydoğu Anadolu bölgesindeki bir il merkezinde araştırmacının çalıştığı özel okulda 3 lise öğretmeni ile çalışılmıştır. Pilot uygulama 2017-2018 öğretim yılında Ekim ayı içinde yapılmıştır. Araştırmanın etik kuralları gereği öğretmenlerin isimleri araştırmacı tarafından belirlenen kod isimlerle ifade edilmiştir.

Öğretmenlerden Murat, Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü mezunu olup, 9 yıl dersanelerde çalışmış olup iki yıl özel okulda çalışmış ve hala özel okulda çalışmaya devam etmektedir. Murat öğretmen yapılan mülakatta matematik bölümünde yüksek lisans yapmakta olduğunu ve öğretmenliği severek yaptığını, yeniliğe açık bir insan olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Murat öğretmen, akademik olarak matematikle ilgili gelişmeleri takip ettiğini ancak ders imcesi yöntemini daha önce hiç duymadığını ifade etmiştir.

Öğretmenlerden Ahmet, Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümü mezunu olup, 5 yıldır özel okullarda çalışmış olup halen çalışmaya devam etmektedir. Ahmet öğretmenle yapılan mülakatta öğretmenliği severek yaptığını ama özel kurumlarda çalışmanın zorluğundan şikayetçi olduğunu, akademik olarak matematikle ilgili gelişmeleri takip ettiğini ve ders imcesini daha önce duyduğunu ve merak edip araştırdığını ifade etmiştir.

Öğretmenlerden Mehmet ise Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü mezunu olup, 2 yıl ücretli öğretmenlik yapmış ve 6 yıldır özel okullarda çalışmış olup halen özel okulda çalışmaya devam etmektedir. Mehmet öğretmenle yapılan mülakatta öğretmenliği severek yaptığını yeni yöntemlere açık olduğunu, matematik öğretmekten zevk aldığını, akademik olarak gelişmeleri takip etmekle birlikte ders imcesi yöntemini hiç duymadığını ifade etmiştir.

Asıl uygulamada Güneydoğu Anadolu bölgesinde bir il merkezinde 3 lise öğretmeni ile çalışılmıştır. Asıl uygulama 2018-2019 eğitim öğretim yılında Kasım ve Aralık ayları içinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın etik kuralları gereği öğretmenlerin isimleri araştırmacı tarafından belirlenen kod isimlerle ifade edilmiştir.

Öğretmenlerden Aysel, Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü lisans mezunu olup 3 yıl ücretli öğretmenlik yapmış, daha sonra bir özel okulda çalışmaya başlamış ve halen devam etmekte ve 7 yıldır öğretmenlik yapmaktadır. Aysel öğretmenle yapılan mülakatta öğretmenliği severek yaptığını, yeni yöntemlere açık olduğunu ve öğrencileri koşulsuz kabul edip analitik düşünme becerisine sahip öğrenciler yetiştirmeyi hedeflediğini ifade etmiştir. Yine bu mülakatta Aysel öğretmen ders imcesi yöntemini daha önce hiç duymadığını ama çok verimli bir yöntem olarak değerlendirdiğini ve uygulama sürecini öğrendikten sonra kendi okuluna uygulamak için sabırsızlandığını ifade etmiştir.

Öğretmenlerden Nedim, Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü Lisans mezunu olup 2 yıl dershanede çalıştıktan sonra özel bir okulda çalışmaya başlamış ve halen devam etmekte ve 5 yıldır öğretmenlik yapmaktadır. Ayrıca matematik bölümünde yüksek lisans yapmaktadır. Nedim öğretmenle yapılan mülakatta, ders imcesi yöntemini daha önce hiç duymadığını, bu uygulamanın çok zaman aldığını, bu yöntemi uygulamanın zor olacağını ama özünde çok güzel ve etkili bir yöntem olduğunu ifade etmiştir. Yine aynı mülakatta Nedim öğretmen öğretmenliği severek yaptığını, sınıfında farklı öğrenme düzeylerine sahip öğrencilerin bulunduğunu ve öğrenci merkezli bir yaklaşımla öğretmenin öğrencilere rehberlik etmesi gerektiğini ifade etmiştir.

Öğretmenlerden Musa öğretmen ise, Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü mezunu olup üç yıldır özel bir okulda öğretmenlik yapmaktadır ancak diğer öğretmenlerden daha az deneyimli bir öğretmendir. Musa öğretmen ile yapılan mülakatta diğer öğretmenlerin ifade ettiği gibi ders imcesi yöntemini daha önce hiç duymadığını ancak her yeni yönteme açık olduğunu ifade etmiştir. Yine aynı mülakatta Musa öğretmen, öğretmenliği severek yaptığını, değişen dünyada öğrencilerin ihtiyaçlarını iyi bilmek gerektiğini ve bunun için de öğretmenlerin güncel kalması gerektiğini ifade etmiştir.

Asıl uygulamada veri toplanan öğrenciler ise çalışma yapılan okuldaki 10. Sınıflarda öğrenim gören A ve B şubelerindeki öğrencilerdir. A şubesinde 6 erkek ve 5 kız öğrenci varken B şubesinde ise 7 erkek ve 2 kız öğrenci vardır. Toplam öğrenci sayısı 20'dir.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada “fonksiyon öğretiminde çoklu temsiller kullanarak lise matematik öğretmenlerinin ders imcesi ile matematiği öğretme bilgilerinin gelişimini nasıldır?” temel araştırma problemini cevaplayabilmek için araştırma soruları belirlenmiştir. Bu araştırma sorularını cevaplamak için ise aşağıdaki veri toplama araçları oluşturulmuştur. Veri toplama araçları

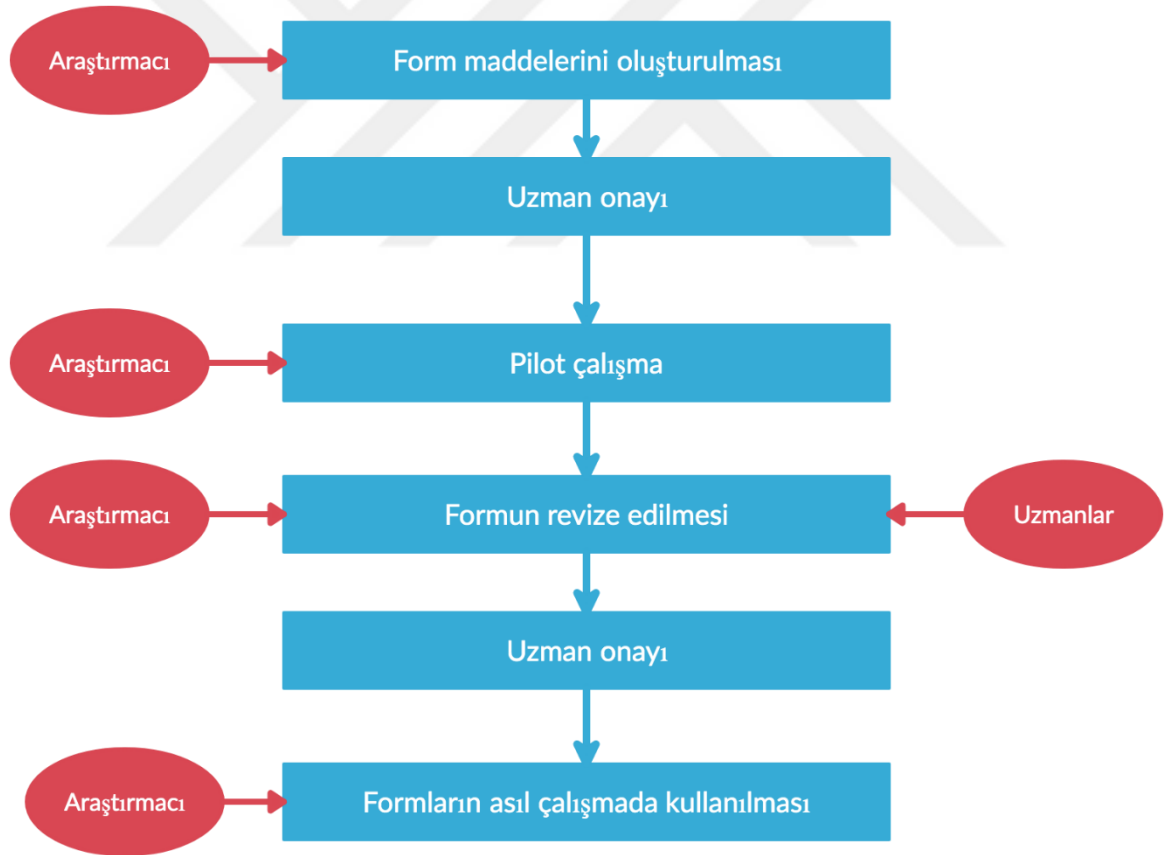
1. Uygulama öncesi öğretmen görüşlerini yazılı alma formu
2. Uygulama sonrası öğretmen görüşlerini yazılı alma formu
3. Ders gözlem formu
4. Ders video kayıtları
5. Öğrenci yazılı görüş alma formu

şeklinde dir. Veri toplama araçlarının araştırma soruları ile eşleştirilmesi Tablo 3’de sunulmuştur.

Tablo 1. Araştırma Soruları Veri Toplama Araçları Eşleştirilmesi

Araştırma Soruları	Veri toplama aracı
Matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyon kavramını öğretme bilgileri hangi düzeydedir?	Video kaydı
Matematik öğretmenlerin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgileri gelişimleri nasıldır?	Video kaydı
Lise öğrencilerin, matematik öğretmenlerinin çoklu temsillerle fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin görüşleri nedir?	Öğrenci görüşlerini yazılı alma formu
Matematik öğretmenleri, meslektaşlarının çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerini nasıl değerlendirmektedirler?	Ders gözlem formu
Matematik öğretmenlerin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin ders imecesi uygulama öncesi ve sonrası görüşleri nelerdir?	Uygulama öncesi ve sonrası öğretmen görüşlerini yazılı alma formu

Veri toplama araçlarının oluşturulmasında takip edilen genel yaklaşım Şekil 7’de sunulmuştur.



Şekil 7. Form maddelerinin oluşturulması.

Herbir formun geliştirme sürecine ilişkin forma özel bilgiler her form altında açıklanmıştır. Formlar ile ilgili maddeleri/soruları oluşturmak için öncelikle yapılan ilgili çalışmalarda kullanılan maddeler incelenmiştir. Herbir forma ilişkin sorular düzenlenerek formların ilk halleri oluşturuldu. Daha sonra uzman tarafından gözden geçirildi. Pilot

çalışmada kullanılabileceği ve bu süreçte de revize edilmesi planlandı. Pilot çalışma sürecinde ilgili formların çalışıp çalışmadığı ve formun kullanım kolaylığının olup olmadığına ilişkin hem formu kullanan katılımcıların görüşleri alındı hem de araştırmacı formlara ilişkin notlar alındı. Bu dönütler ile formlar revize edildi. Revize sürecinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapmış olan matematik öğretmeni ve matematik eğitimi alan uzmanlarının görüşleri alındı. Daha sonra formlar asıl çalışmada kullanılabilecek hale getirildi.

Uygulama öncesi öğretmen görüşlerini yazılı alma formu.

Herbir dersin uygulamasından önce öğretmenler tarafından doldurulan bu formun ilk hali 6 sorudan oluşturulmuştur (Ek-3). Bu formun uygulamasındaki amaç öğretmenlerin ders öncesi ne tür bir hazırlığın içinde olduğu, ne tür kaynaklardan yararlandığı, derse giriş aşamasında nasıl bir yol izleyeceği, hangi materyallerden faydalandığı, fonksiyonların çoklu temsille öğretimi ile ilgili ne tür etkinlikler gerçekleştireceği gibi sorulara yanıtlar aramaktır. Düzeltilen formdaki sorular ders akış sırasına göre tekrar sıralanmıştır. Ayrıca dersin etkiliği ve ölçme değerlendirme sürecine ilişkin olarak “Derslerinizin etkililiğini nasıl değerlendirirsiniz?” ve “Fonksiyon konusunu çoklu temsil yoluyla anlatmanın öğrencide ne gibi katkısı olacağını düşünüyorsunuz?” soruları da uzman görüşleri doğrultusunda eklenmiştir. Bu formun düzenlenmesinin ve soru eklenmesinin nedeni pilot uygulamada katılımcı öğretmenlerin verdikleri cevapların genel cevaplar niteliğinde olup bu cevapların yetersiz görülmesinden ve asıl uygulama için bu formu biraz daha detaylandırmak istenildiğinden kaynaklanmaktadır. Formun güncel hali Ek-4’de sunulmuştur.

Uygulama sonrası öğretmen görüşlerini yazılı alma formu.

Herbir dersin işlenmesinden sonra uygulamayı yapan öğretmen tarafından doldurulan formun ilk hali 5 sorudan oluşmaktadır (Ek-5). Formun son hali ise 13 sorudan oluşmaktadır. Bu formun uygulanmasındaki amaç, öğretmenin ders sonrası dersin nasıl geçtiği, tespit ettiği kavram yanlışlarının neler olduğu, bu süreçte yaşanan sıkıntıların neler olduğu, ders imcesinin öğretmenlik deneyimine sağladığı katkıların neler olduğu gibi soruların yanıtları aracılığıyla öğretmenin kendi deneyimini tespit etmektir. Düzeltilmiş formda ders imcesi uygulamasının mesleki gelişimlerine etkileri detaylandırılarak daha spesifik bilgi alınmaya çalışılmıştır. Bunun yanında öğretmenlerin ders sürecinin öğrencilerin matematik öğrenmeye karşı tutumlarına etkisi ile ilgili düşünceleri belirlemek için “Bir kavramı birden çok temsille aktarmanın öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu olumlu yönde etkilediğini düşünüyor musunuz?” sorusu uzman görüşü alınarak eklenmiştir. Formun son hali Ek-6’de sunulmuştur.

Ders gözlem formu.

Uygulamayı yapan öğretmenin dersi anlatırken gözlemci öğretmenlerin ders hakkındaki yorumlarının tespit edilmesini amaçlayan bu form, uygulama esnasında dağıtılmıştır. Dersin giriş, gelişme ve sonuç kısımlarında uygulamayı gerçekleştiren öğretmenin ne gibi faaliyetler gerçekleştirdiğini tespit etmek için 5 soru sorulmuştur (Ek-7). Formun revizyonunda dersin giriş, geliş ve sonuç aşamaları için ayrı ayrı sorular eklenmiştir. Yapılan gözlemin değerlendirilmesine ilişkin kriterler eklenmiştir. Gözlem sırasında öğretmenlerin not alabilmeleri için uygun boşluklar bırakılmıştır. Formun son hali Ek-8’de verilmiştir.

Öğrenci görüşlerini yazılı alma formu.

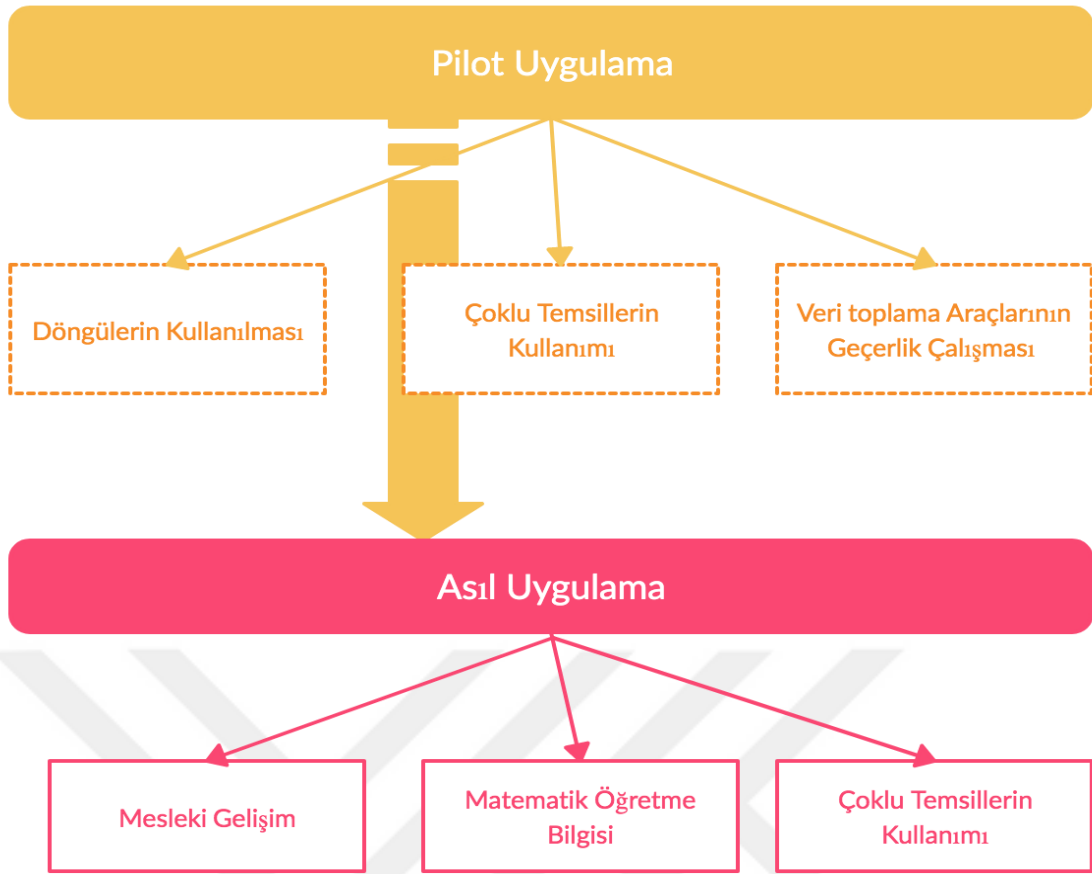
Araştırmacı pilot uygulama esnasında sınıf içi ders sürecinin bir ögesi olan öğrencilerden veri toplanmamış olmasını bir eksiklik olarak değerlendirdiğinden dolayı öğrencilerin de düşüncelerinin alınması için yapılandırılmış form kullanılmasını uzman onayı da alınarak karar verildi. Öğrencilerin hem ders imecesi ile işlenen ders süreci ve bu sürecin kendi öğrenmelerine etkisini belirleyecek sorulardan oluşmaktadır. Toplam 9 sorudan oluşan form Ek-9’da sunulmuştur.

Ders video kayıtları.

Asıl uygulama yapılan A ve B Şubelerine altışar döngüden toplam 12 ders imecesi video ile kayıt altına alınmıştır. Video kaydının amacı gözden kaçırılan bilgi kaybını önlemek ve önem taşıyan kısımların transkribi yapılarak analize hazır hale getirilmesine olanak sağlamaktır. Araştırmacı etik gereği öğretmenlere video kayıtlarının herhangi bir yerde paylaşılmayacağını belirtip öğretmenlerin kamera karşısında rahat olmaları sağlanmıştır. Her ders imecesi döngüsünden sonra video kaydının birer örneği araştırmacı tarafından uygulamayı gerçekleştiren öğretmenlere verilmiştir. Bu durum öğretmenlerin kendi öz değerlendirmesini yaparken nesnel bir yaklaşımla dersin durum değerlendirmesi yapılması amaçlanmıştır. Araştırmada kayıt altına alınan bu videolar, araştırmanın temel veri kaynağını oluşturmuştur.

Araştırma Süreci.

Çalışmanın amaçlarını gerçekleştirmek için iki aşamalı bir süreç planlanmıştır. Araştırma süreci Şekil 8’de şematize edilmiştir. Pilot uygulama aşamasında genel olarak döngülerin kullanılmasına, çoklu temsillerin kullanımına ve veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirlik çalışmasına odaklanılmıştır. Asıl uygulamada ise belirlenmiş olan araştırma sorularının cevaplanabilmesi için veri toplama sürecine odaklanılmıştır.



Şekil 8. Araştırma süreci.

Pilot uygulama süreci.

Pilot uygulamadaki amaç, araştırmacının ders imecesi yöntemini deneyimlemesi, araştırma sorularının netleştirilmesi ve hazırlanan veri toplama araçlarının test edilmesi, süreçte aksayan yönlerin tespit edilmesi ve asıl uygulamaya hazır hale getirilmesidir.

Pilot uygulama, 2017- 2018 eğitim öğretim yılının birinci döneminde Güneydoğu Anadolu bölgesindeki bir il merkezinde araştırmacının görev yaptığı özel okulda 3 öğretmen ile 10.sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Araştırmaya katılan öğretmenlerde gönüllülük esas alınmıştır. Araştırmanın etik kuralları gereği öğretmenlerin isimleri araştırmacı tarafından belirlenen kod isimlerle ifade edilmiştir.

Pilot uygulamada araştırmacı, uygulamaya katılacak öğretmenlerle bir araya gelerek araştırmanın amacı, konusu ve ders imecesi hakkında bilgi vermiştir. Öğretmenler daha önce ders imecesi yöntemini duymadıklarından dolayı yaklaşık 120 dakikalık bir bilgilendirme toplantısı yapıldı. Toplantı sonunda bir hafta sonrası için araştırma konusu, hedef ve kazanımlar ifade edilip ortak bir ders planı hazırlanmasına ve ilk dersin Murat öğretmen tarafından anlatılmasına karar verildi. Bir hafta sonra ortak ders planı toplantısı yapıldı. Tüm öğretmenler bu sürece dahil olarak öneriler ve eleştiriler doğrultusunda ortak bir fikir sağlayarak ortak bir ders planı oluşturmuş oldular.

Ders imecesi çalışmaları planlama, uygulama ve yansıma dngs içerisinde yürütülmüştür. Bu dnglerden herbiri video ile kayıt altına alınmıştır. Araştırma derslerinin video kayıtlarının bir rneği de uygulamayı gerçekleştiren ğretmen ve katılımcı öğretmenlere verilmiştir. Bu video kayıtlarının öğretmenlere verilmesiyle, öğretmenlerin kendilerini ve meslektaşlarını değerlendirmeleri sağlanmıştır ve öğretmenlerin sınıf ortamında gözden kaçırdıkları durumları, video kayıtları yardımıyla daha detaylı incelemelerine olanak sağlanmıştır.

Bu uygulama sürecinde matematik ğretmenlerinin fonksiyon konusunu öğrenme ve öğretme sürecinde karşılaştıkları zorluklar belirlenmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerin oklu temsil kullanımlarını, temsiller arası geçişleri nasıl kullandıkları ve bunun öğrencideki karşılığı üzerine odaklanılmıştır. Pilot uygulama sürecinde öğretmenlerin temsiller arası geçişlerde zorlandıkları, günlük hayat problemlerinden daha çok konu zetli ve çokça soru çözümü yaparak, çoğu zaman öğrenciyi aktif tutacak matematiksel düşünmelerini artıracak çalışmalardan kaçınıp davranışı bir yaklaşımla ğretmen merkezli bir uygulama gerçekleştirmişlerdir. Öğretmenler doğrudan bilgi aktarıp öğrenciler tarafından onaylanmak isteyen bir süreç yaşamışlardır. Bunun nedeni de öğretmenlerin konu yetişemeyecek kaygılarının olması, öğrencilerin de tüm soru türlerini görme isteklerinden kaynaklanmaktadır.

Öğretmenlerin ğrencilerin seviyelerini belirleme, n bilgileriyle yeni konu arasında bağlantı kurma ve öğrenme güçlüğü yaşadıkları noktaları belirleme ve bunlara müdahele etme noktalarında yetersiz kaldıkları ortaya çıkmıştır.

Ayrıca ğretmenler çoklu temsilleri kullanırken genelde cebirsel ve sözel temsilleri yoğun bir şekilde kullanmışlardır. İkili temsil ve grafik temsili daha az kullanılmakla birlikte diyagram ve günlük hayat örneklerini neredeyse hiç kullanmadıkları görülmüştür. Öğretmenler bir kavramın birden fazla temsilini kullanırken genelde cebirsel-sözel, cebirsel-diyagram, cebirsel-sıralı ikili temsillerini kullanmışlardır. Ancak ğretmenler l ve daha fazla temsilleri daha az kullanmışlardır.

Pilot uygulamanın araştırmacıya sağladığı faydalar ise aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

1. Planlama ve yansıma toplantılarının uygun bir şekilde yapılması için gereken zaman ve ortamın belirlenmesinde ,
2. Öğretmenlerin oturacağı yerin belirlenmesi ve video kayıt cihazının uygun bir yere yerleştirilmesinde,
3. Asıl uygulama sürecinde sınıf içinde araştırmacının rolünün neler olacağı,
4. Veri toplama araçlarının gözden geçirilip, netleştirilmesi ve düzenlenmesinde,

5. Pilot uygulamanın aksayan yönlerini belirleyip, asıl uygulamaya hazır hale getirilmesi şeklinde sıralanabilir.

Tablo 2. *Pilot Uygulama Ders İmecesini Çalışma Takvimi*

	Planlama toplantısı	Araştırma dersi	Değerlendirme toplantısı	Öğretmen	Kazanım
Ders İmecesini 1	09.10.2017	10.09.2017	10.09.2017	Murat	Bir fonksiyonun grafiğinden, simetri dönüşümleri yardımı ile yeni fonksiyon grafikleri çizer
Ders İmecesini 2	16.10.2017	17.10.2017	17.10.2017	Ahmet	Bir fonksiyonun grafiğinden, simetri dönüşümleri yardımı ile yeni fonksiyon grafikleri çizer. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonlarını kullanarak $f+g$, $f-g$, $f.g$ ve f/g fonksiyonlarını elde eder.
Ders imecesini 3	23.10.2017	24.10.2017	24.10.2017	Mehmet	Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonlarını kullanarak $f + g$, $f- g$, $f . g$ ve f/g fonksiyonlarını elde eder.
Ders imecesini 4	30.10.2017	31.10.2017	31.10.2017	Murat	Fonksiyonlarda bileşke işlemini açıklar. Bir fonksiyonun bileşke işlemine göre tersinin olması için gerekli ve yeterli şartları belirleyerek, verilen bir fonksiyonun tersini bulur.
Ders imecesini 5	06.10.2017	07.10.2017	07.10.2017	Ahmet	İki miktar (veya nicelik) arasındaki ilişkiyi fonksiyon kavramıyla açıklar; problem çözümünde fonksiyonun grafik ve tablo temsilini kullanır.
Ders İmecesini 6	13.10.2017	14.10.2017	14.10.2017	Mehmet	İki miktar (veya nicelik) arasındaki ilişkiyi fonksiyon kavramıyla açıklar; problem çözümünde fonksiyonun grafik ve tablo temsilini kullanır.

Asıl uygulama süreci.

Asıl uygulama 2018-2019 eğitim öğretim yılı içinde birinci dönem yürütülmüştür. Asıl uygulama 3 öğretmen ve 10. Sınıflardan A ve B Şubeleri olmak üzere toplam iki sınıf ile yürütülmüş. A şubesinde 6 ders imecesini döngüsü ve B şubesinde ise 6 revize edilmiş ders imecesini döngüsü olmak üzere toplam 12 ders imecesini döngüsü yapılmıştır. B Şubesinde planlama, uygulama ve yansıma yapılmıştır. B Şubesine ise A Şubesinin revize edilmiş programı uygulanmıştır.

Ders imecesinin bir döngüsü

- 1- planlama
- 2- uygulama

- 3- yansıma ve yeniden planlama
- 4- yeniden uygulama
- 5- yeniden yansıma ve planın son halini verme

şeklinde gerçekleştirilmiştir.

Dersin planlama aşamasında öğretmenlerle toplantı düzenlenmiş olup herbir öğretmen daha önceki deneyimlerinden, öğretmen kılavuz kitabından, değişik birkaç kitap ve internetteki kaynaklardan faydalanarak çoklu temsillere göre ortak bir ders planı oluşturmuşlardır.

Dersin uygulama kısmında öğretmenlerin ortaklaşa hazırladıkları ders planını gruptan bir öğretmen B Şubesine uygulamıştır. Araştırmacı ve diğer öğretmenlerde sınıfta yerlerini alarak dersi gözlemlene sürecine girmişlerdir. Diğer öğretmenler araştırmacı tarafından hazırlanan ders gözlem formuna önemli ya da eksik gördükleri noktaları eleştirel bir bakış açısıyla kaydetmişlerdir.

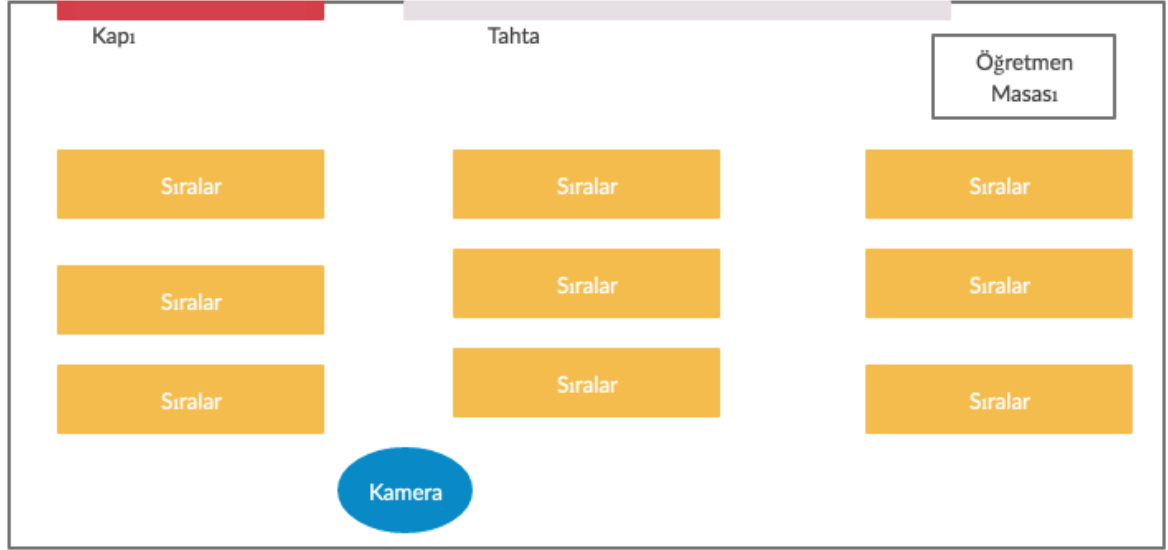
Dersin yansıma ve yeniden planlama aşamasında araştırmacı ve öğretmenler bir araya gelerek dersin kritiğini yapmışlardır. Ortaklaşa hazırlanan ders planını yeniden revize ederek başka bir öğretmenle A Şubesine uygulama yapılmıştır. Diğer öğretmenler dersi gözlemleyerek ders gözlem formlarını doldurmuşlardır. Yeniden yansıma ve planın son halini verme toplantısında öğretmenler üzerinde anlaştıkları ders planına son şeklini vermişlerdir.

Tablo 3. *Asıl Uygulama Ders İmecesine Çalışma Takvimi*

	Planlama toplantısı	Uygulama dersi	Yansıma ve yeniden planlama toplantısı	Yeniden uygulama	Yeniden yansıma ve planın son hali	Kazanım
Ders İmecesine 1	05.11.2018	06.11.2018 (Aysel)	06.11.2018	08.11.2018 (Musa)	08.11.2018	Fonksiyonlarla ilgili problem çözer.
Ders İmecesine 2	12.11.2018	13.11.2018 (Nedim)	13.11.2018	15.11.2018 (Aysel)	15.11.2018	Fonksiyoların grafiklerini çizer ve yorumlar.
Ders imecesine 3	19.11.2018	20.11.2018 (Musa)	20.11.2018	22.11.2018 (Nedim)	22.11.2018	Gerçek hayat durumlarından doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilenlerin grafik gösterimlerini yapar.
Ders imecesine 4	26.11.2018	27.11.2018 (Aysel)	27.11.2018	29.11.2018 (Musa)	29.11. 2018	Birebir ve örten fonksiyonlarla ilgili uygulamalar yapar.
Ders imecesine 5	03.12.2018	04.12.2018 (Nedim)	04.12.2018	06.12.2018 (Aysel)	06.12.2018	Fonksiyonlarda bileşke işlemiyle ilgili uygulamalar yapar.
Ders İmecesine 6	10.12.2018	11.12.2018 (Musa)	11.12.2018	13.12.2018 (Nedim)	13.12.2018	Verilen bir fonksiyonun tersini bulur.

Tablo 3 incelendiğinde planlanan ders imecesi dersleri tüm öğretmenler tarafından gerçekleştirilmiştir. Her öğretmen 4 ders imecesi döngüsü gerçekleştirmiştir. Derslere ilişkin analizler bulgular kısmında verilmiştir.

Asıl uygulama derslerinin yapıldığı sınıfta teknolojik araç olarak projeksiyon ve bilgisayar bulunmaktadır. Öğretmenler hem ders materyallerini projeksiyon ile tahtaya yansıtmış aynı zamanda soru ve örnek çözümleri için tahtayı kullanmışlardır. Sınıf ortamının temsili çizimi şekilde gösterilmektedir.



Şekil 9. Sınıf ortamı.

Sınıfta kamera öncelikle tahtayı ve öğretmeni gözlemleyecek şekilde konumlandırılmıştır. Uygulama sürecinin nasıl sürdürülmesi gerektiğine ilişkin olarak çalışma takviminde belirtilen (Tablo 2) adımlar takip edilmiştir. Yapılan ders imecesi sürecine ilişkin olarak “Ders imecesi-1” kısmı örnek olarak aşağıda sunulmuştur.

Ders İmecesi 1 Planlama Toplantısı.

Planlama toplantısı için belirtilen gün ve saatte öğretmenlerle bir araya gelindi ve araştırmacı moderatörlüğünde öğretmenlerin yanlarında getirdikleri öğretmen kılavuz kitabı, MEB kaynakları vs. gibi materyallerle toplantı başladı. Planlama toplantısında planı geliştirmek ve ortak bir ders planı hazırlamak için her öğretmenin tartışmalara katılımı sağlanmaya çalışıldı. Araştırmacı öğrencinin derse olan ilgi ve tutumunu olumlu yönde etkilemek için etkili bir giriş yapılmasını önermiştir. Daha sonra ilk dersi anlatacak olan Aysel Öğretmene söz verildi.

Araştırmacı: *Arkadaşlar dersin giriş aşamasında fonksiyon kavramını anlatabileceğimiz öğrencinin ilgisini çekecek bir giriş yapmalıyız. Aysel hocam siz daha önceki derslerinizde nasıl bir giriş yapardınız?*

Aysel Öğretmen: *Hocam ben fonksiyon konusunu anlatmadan önce sıralı ikilileri anlatırdım. Fonksiyonların özel bir kuralı olan bir eşleştirme olduğunu anlatırdım. Sonra günlük hayatta nerelerde karşımıza çıktığını anlatırdım. En son matematiksel bir dille fonksiyon tanımını verirdim.*

Araştırmacı: *Hımmm.*

Aysel Öğretmen: *Hocam öğretmen kılavuz kitabına baktım ve birkaç tane 10. sınıf kaynağına baktım. En uygun ve öğrencilerin dikkatini çekebilecek doğum günü örneği verilebilir.*

Araştırmacı: *Nasıl?*

Aysel Öğretmen: *Hocam şimdi şöyle. Konuya girmeden önce tüm öğrencilere doğum tarihlerini sorarız. Herkes bir tarih söyleyecektir. Biz de tüm bu yanıtları diyagram şeklinde yazdıktan sonra asıl soruyu sorarız. Doğum tarihi olmayan var mı diye?*

Nedim Öğretmen: *Tanım kümesinde açıkta eleman kalmadı demek olur buda.*

Aysel Öğretmen: *Aynen öyle hocam. Sonra tanım kümesini x eksen, değer kümesini de y eksen gösterecek şekilde koordinat eksen üzerinde gösteririz. En son da diyagram şeklinde gösteririz.*

Aysel Öğretmen dersi ilk anlatacak öğretmen olması sebebiyle konuyu anlatırken öğrencinin ilgisini çekebilecek örnekler üzerinde düşünmüş ve bir kavramı öğretmeden önce temsil biçimlerini ifade etmeye çalışmıştır. Öğretmen ona göre dersin giriş aşamasında kullanacağı örneğe diğer öğretmenlerin de beğenip onay vermesiyle örneği hazırlanmakta olan ders planına eklemiştir.

Araştırmacı dersin giriş aşamasından sonra öğrenciyi zihinsel olarak aktif tutacak ve matematiksel düşünmelerini sağlayacak etkinlik ve soruların belirlenmesi gerektiğini belirtmiştir. Bunun üzerine Nedim öğretmen fonksiyon makinesi örneğinin öğrencilerin dikkatini çekecek bir örnek olacağını ve bu örneğin öğrencide bağımlı değişken ve bağımsız değişken kavramını pekiştireceğini belirtmiştir.

Araştırmacı: *Şimdi öğrenciyi aktif tutacak örneklere yer vermeliyiz arkadaşlar. Sizce hangi örneklere yer vermeliyiz Nedim hocam?*

Nedim Öğretmen: *Hocam daha önceki anlattığım derslerde fonksiyon makinesi örneğini verirdim. Öğrenciler bir fonksiyonun girdi(bağımsız değişken) ve çıktı(bağımlı değişken) kavramını ayırt etmesinde etkili bir örnek.*

Musa Öğretmen: *Bunu grafik üzerinde de anlatırız. x ekseninin bağımsız değişken olduğunu y ekseninin de bağımlı değişken olduğunu fark ettirmeye çalışırız.*

Aysel Öğretmen: *Basit bir fonksiyon grafiği ile açıklarız.*

Araştırmacı: *Tamam hepimiz hem fikirsek fonksiyon makinesi örneğini koyalım o zaman.*

Araştırmacı pilot uygulamada öğretmenlerin öğrencilerin öğrenme güçlüğü çekecekleri noktaların neler olduğu ve bu noktalara uygun örneklerin nasıl olması gerektiğine ilişkin problem yaşadıklarını tespit etmişti. Bundan dolayı da öğretmenlere öğrencilerin nerelerde sıkıntı yaşayacağını sormuştur ve ona göre planı şekillendirmek istemiştir.

Araştırmacı: *Arkadaşlar sizce öğrencilerin fonksiyon konusunda sıkıntı yaşadıkları noktalar nelerdir?*

Nedim: *Hocam genelde bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını çok karıştırırlar.*

Araştırmacı: *Başka*

Musa: *Fonksiyon çeşitlerini çok karıştırmaktadırlar.*

Aysel: *Tanım kümesi, değer kümesi ve görüntü kümesinde sıkıntı yaşarlar.*

Araştırmacı: *Peki arkadaşlar öğrencilerin yaşayacakları bu sıkıntılar için önlemler aldık mı?*

Aysel: *Hocam öğretmen kılavuzuna bakarak bir ders planı oluşturduk. Öğrencinin genelde kavramada sıkıntı yaşadığı noktalarla ilgili üzerinde daha çok örnek ve temsil biçimleri kullandık.*

Nedim: *Hocam daha önceki deneyimlerimde öğrencilerin nerelerde sıkıntı yaşadıklarını az çok biliyorum. Dolayısıyla ders planını hazırlarken bunları göz önünde bulundurarak düzenlerim.*

Öğretmenler ders planı hazırlarken nelere dikkat edilmesi gerektiği konusunda genelde eski deneyimlerinden yararlandıkları ve daha önceki mesleki deneyimlerinde yaşamış olduğu sıkıntıları en aza indirmeye çalıştıkları görülmektedir. Ancak başka öğretmen ve araştırmacıların nerelerde sıkıntı yaşadıklarıyla ilgili bir fikirleri olmadıkları görülmektedir.

Ders planı hazırlanırken uygun soru seçimi ve sıralaması da yapıldıktan sonra plana son şekli verildi ve planın birer kopyası öğretmenlere dağıtıldı. Böylece öğretmenlerin ortaklaşa hazırladıkları ve üzerinde hem fikir oldukları plan hazırlanmış oldu.

Ders İmecesini 1 Uygulama Dersi.

Birinci ders imecesini uygulayacak olan Aysel öğretmen son hazırlıklarını yaptı ve diğer öğretmenler de ellerinde planın bir örneği ve ders gözlem formlarıyla yerlerini aldılar. Araştırmacı videoyu yerleştirdikten sonra yerine geçti ve böylece ilk ders imecesini uygulaması başladı.

Aysel Öğretmen: *Merhaba gençler bugün fonksiyonlar konusunu işleyeceğiz. Fonksiyon dediğimiz kavram matematikte eşleşme. Şöyle günlük hayattan bir problem verirsek fonksiyonlar konusu için elinizde iki tane küme var bu kümelerinde isimleri var. Birinci küme tanım kümesi; ikinciye de değer kümesi diyoruz. Tanım kümesindeki bir elemanın değer kümesindeki bir elemanla eşleşme şekli, ama bu eşleşmeyi yaparken bazı kurallarımızın olması gerekiyor. Birincisi tanım kümesindeki her elemanın eşi olmalı ve bu eşten sadece bir tane olmalı. Günlük hayat olarak düşünersek şu var mesela bir çocuk doğduğunda onun bir doğum tarihi vardır değil mi? Bir günü vardır. Yani her çocuğa hastır ya da has demeyimde. Her çocuğun olması gereken bir doğum günü tarihi olmak zorunda. Şöyle yaparsak mesela bu sınıf için düşündüğümüz zaman ayın günlerine bölersem 30 gün olarak düşünün. Mesela ayın birinde doğan kimler var? 1 kişi. İsim neydi? Okan. Okan ayın birinde doğdu.*

Ayın ikisinde doğanlar? Sinan ayın ikisinde doğdu. On beşinde doğan? Ayın on ikisinde doğan? Yirmisinde? Yirmi altı mı var?

Daha sonra fonsiyonun tanımı yapıldı.

Aysel Öğretmen: Matematiksel olarak gösterdiğimizde ya da söylediğimizde A ve B boştan farklı iki küme olsun. A'nın her elemanının B'nin yalnız ve yalnız bir elemanı ile eşleyen bağıntıya fonksiyon deniliyor. Fonksiyonlar küçük harflerle f,g,h gibi ifadelerle gösteriliyor.

Dersin ilerleyen aşamalarında fonksiyonla ilişki olarak diğer temsil sistemleri de izah edildi.

Aysel Öğretmen: Biz her zaman Venn şeması ile göstermeyeceğiz fonksiyonları sıralı ikililer şeklinde de göstermemiz gerekiyor. Bunları gösterirken şu şekilde birinci; sıralı ikilileri biliyorsanız birinci eleman tanım kümesinin elemanları şuraya yazarsam mesela f kümesinde $f(x)=a$ olarak gösterdiğimizde bunu sıralı ikili gösteriş şekli (x,a) $[x]$ bu tanım kümesinin elemanı; $[a]$ burası değer kümesinin elemanı. Aynı zamanda burada a'ya görüntüsü deniliyor.

Öğrencilerde oluşabilecek yanlış öğrenmelere engel olmak için müdale şekillerinden birisi olan öğrencilere doğrudan yanlış olduklarını söyleme yerine sonuçları karşılaştırmaları sağlanmıştır.

Aysel Öğretmen:

$f(x) = 3x - 5$ olduğuna göre $f(1 - x)$ nedir?

Öğrenci: *hocam şöyle yapamaz mıyız? $3x-5$ yazıyor ya orayı eksi ile çarpıp 1 eklese mesela*

Başka öğrenci: *aynı şey oluyor aslında.*

Aysel Öğretmen: *ha sen diyorsun ki burayı $-x$ yap. Senin yaptığın biraz şey ben burdan buraya gidicem ya sen buradan böyle sonra sağa... (gülüşmeler) olmadı mı biraz öyle.*

Aysel Öğretmen: *aslında farklı bir şeye değindi de. Öyle bir şey yapılabilir mi?*

Aysel Öğretmen: *x yerine önce eksi ile çarp... aralık biraz önceki aralık kavramına mı dönüştü. Gelsene.*

(öğrenci tahtaya çıkarak ne demek istediğini yazılı şekilde anlatıyor.)

Öğrenci: *hocam burayı eksi ile çarptım 1 ekledim. Böyle olur mu?[Sonucun 6- 3x] olarak buluyor.*

Aysel Öğretmen: *başka şeyi olan.. nasıl buluruz? x'in yerine ne yazalım?*

Öğrenci: *1-x*

Aysel Öğretmen: *$f(1-x) = 3 \cdot (1-x) - 5$ ne oldu içeriği 3 ile çarp. $3-3x-5 = -3x-2$*

Aysel Öğretmen: *aynı şey çıkmadı*

Öğrenci: *olur mu diye sordum*

Aysel Öğretmen yapılması gerekenleri tekrar vurguladı. Konuya ilişkin diğer örnekleri de çözerek dersi tamamladı.

Ders İmecesı 1 Yansıma ve Yeniden Planlama Toplantısı.

Uygulamanın yapıldığı gün içinde uygulanan dersin yansımasının alınması için araştırmacı, katılımcı öğretmenler ile toplantı düzenledi. Uygulama dersinin değerlendirilmesine Aysel öğretmenle başladı ve daha sonra diğer öğretmenlerin de görüşleri alınarak devam edildi.

Aysel Öğretmen: *Bazı aksaklıklar olmasına rağmen öğrencilerin yeterli düzeyde öğrendiğini ve dersin verimli geçtiğini düşünüyorum.*

Araştırmacı: *Arkadaşlar dersi kısım kısım değerlendiresek verilen örnekler ve özellikle çoklu temsillerin kullanımına ilişkin düşüncelerinizi de belirtseniz. Dersin giriş kısmı nasıl oldu?*

Nedim Öğretmen: *Öncelikle dersin giriş kısmına ilişkin olarak doğrudan tanım verilmeden önce bir örnekle başlansa daha iyi olabilirdi. Örneğin doğrudan sınıfa doğum günleri örneği ile başlanabilirdi. Mesela “acaba iki farklı günde dağan bir kişi olabilir mi?”, “Doğmamış olan birisinin doğum günü olabilir mi?” gibi sorular ile başlansa daha iyi olurdu. Ama yine de giriş kısmının dikkat çekici olduğunu düşünüyorum.*

Aysel Öğretmen: *Olabilirdi. Önce dikkat çekmek istediğim için o şekilde başladım.*

Musa Öğretmen: *Bence Aysel Öğretmen öğrencilerin dikkatini çekmeyi başardı. Örnekler de iyiydi. Ama ayın hangi günü yerine örnekte haftanın günlerini kullansak sınıfta aynı günde dağan öğrenci bulma olasılığı daha yüksek olur ve öğrenci ile daha iyi ilişkilendirebiliriz.*

Araştırmacı: *Seçilen örneklerin ve sıralaması konusunda neler düşünüyorsunuz?*

Musa Öğretmen: *Benzer sıralama gayet uygundu.*

Nedim Öğretmen: *Aslında son çözülen soru hani*

“ $x = \frac{2f(x)-1}{1+f(x)}$ olduğuna göre $f(x+1)$ ifadesinin eşitini bulunuz.” sorusu sonraki derse bırakabilirdi ya da öncesinde fonsiyon denklemini bulmaya ilişkin daha basit soru çözülebilirdi.

Aysel Öğretmen: *Son örnekle öğrencilerin fonksiyonun içi ile dışının aynı olması kuralı pekiştirilmesi de görülmüş oldu. Daha sonraki derste tekrar vurgulayayım.*

Araştırmacı: *Arkadaşlar öğrencilerin katılımı nasıldı? Yeterli düzeyde öğrendiklerini, dersin kazanımlarını elde ettiklerini düşünüyor musunuz?*

Nedim Öğretmen: *Bence öğrencilerin derse katılımları çok güzeldi. Öğrencilerin dersi anlama oranının da yüksek olduğunu düşünüyorum.*

Musa Öğretmen: *Ben de Nedim Öğretmene katılıyorum öğrencilerin anlama oranının %80-90 oranında olduğunu söyleyebiliriz. Sınıfın etkileşimi de çok iyiydi.*

Araştırmacı: *Arkadaşlar peki çoklu temsillerin kullanımı konusunda ne düşünüyorsunuz?*

Aysel Öğretmen: *Dersi planlarken kaynaklardaki temsilleri kullanmaya çalıştım. Daha fazla ilişkilendirme yapılması konusunda önerileriniz varsa onları da duymak isterim.*

Nedim Öğretmen: *Daha önceki toplantımızda ve çoklu temsiller ile ilgili bilgilendirmede önemli noktalardan birisi de temsillerin ilişkilendirilmesinin iyi olacağı ifade edilmiştir. Bundan dolayı bazı sorularda çoklu temsilleri ilişkilendirerek verilse daha iyi daha güzel olacaktı. Çözülen*

“ $f: A \rightarrow B, f(x) = 2 - x$ fonksiyonun görüntü kümesi $f(A) = \{-1, 0, 2\}$ ise tanım kümesini bulunuz.” sorusunda sadece cebirsel gösterim kullanıldı. Bu soruda Venn şeması ile ilişkilendirme yapılırsa daha iyi olabilirdi. Hatta sıralı ikililer çoklu temsilleri de kullanılabilirdi. Sınıfta öğrencilere bile çözdürülebilirdi. Çözümünden sonra dahi diyagram şeklinde ve sıralı ikililer olarak yazılması istenilebilirdi.

Araştırmacı: *Arkadaşlar güzel bir öneri, sorularda uygun olan diğer çoklu temsil sistemlerinin de kullanılması öğrencilerin daha iyi öğrenmelerini sağlayacaktır.*

Musa Öğretmen: Aysel Öğretmen “tanım kümesinde açıkta eleman kalmayacak, grafik şeklinde ise grafiğe bakarken x ekseninde açıkta eleman kalmayacak şekilde kontrol etmemiz gerek” şeklinde sözel tanım ile grafik temsil arasında ilişki kurmuş olması güzel oldu. Çözülen diğer bir örnek olan;

“ $f: A \rightarrow B, f(x) = 2x + 1$ olmak üzere $A = \{-2, 0, 1\}$ ve $B = \{-3, 1, 3, 5, 6\}$ ise $f(A)$ görüntüsünü bulunuz.” sorusunda sadece cebirsel gösterim kullanıldı. Yine burada diyagram ve sıralı ikililer kullanabilirdik.

Araştırmacı: Peki arkadaşlar, dersin yeniden planlanması bağlamında söyleyecekleriniz var mı?

Nedim Öğretmen: Tekrar anlamda doğum günü örneği ile başlanması doğrudan konuya girilmemesi daha iyi olacak.

Musa Öğretmen: Örneklerin sıralamasını tekrar gözden geçirelim.

Aysel Öğretmen: Arkadaşların önerileri doğrultusunda tekrar planı gözden geçirelim.

Araştırmacı: Konuşulanları yeniden plana aktarma adına bir özet geçmek istiyorum. Yeniden uygulama dersinde; Birinci olarak derse doğum günleri örneği ile başlanacak ve daha sonra fonksiyon ile bağlantı kurulacak. Örneklerde daha fazla temsil sistemi ile bağlantı kurulacak. Hem Nedim öğretmenin hem de Musa öğretmenin verdikleri örneklerde çoklu temsil ilişkilendirmeleri yapılacaktır. Katılım ve katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Ders İmecesini 1 Yeniden Uygulama Dersi.

Yeniden uygulama ders imecesini işleyecek olan Aysel öğretmen son hazırlıklarını yaptı ve diğer öğretmenler de ellerinde planın bir örneği ve ders gözlem formlarıyla yerlerini aldılar. Araştırmacı videoyu yerleştirdikten sonra yerine geçti ve böylece ilk ders imecesi uygulaması başladı.

Aysel Öğretmen: Evet arkadaşlar daha önce biliyorsunuz kümeler konusunu işledik ve şimdi de kümelerle bağlantılı olarak yeni bir konu işleyeceğiz. Şu var fonksiyonlar günlük hayatımızda birçok yerde karşımıza çıkıyor ama bu yemek tarifi gibi böyle direkt olarak gözünüzün önüne serilmiyor. Önce ne var mesela hastaneye gidildiğinde bir çocuk doğduğunda ne yapar çocuk annesiyle eşleşir. Örneğin Ali doğdu bu çocuğun annesi kim? Ayşe. Ali, Ayşe'ye eşler. Ya da her doğan çocuk ne yapar o gün doğduğu bir tarihle eşleşir.

Aysel öğretmen öğrencileri derse motive etmek ve ilgisini çekmek için fonksiyonların tanımından önce hangi konu ile bağlantılı olduğu ve günlük hayatta nasıl ifade edildiğini anlattı. Sonrasında matematiksel bir dille fonksiyon kavramını verdi.

Aysel Öğretmen: *Şimdi elimizde iki küme var: Birinci kümedeki elemanları alıp ikinci kümedeki elemanla bir şekilde eşliyoruz. Bu eşlemeyi yaparken belli bir kurala göre yapmak zorundayız. Birinci kümeye tanım kümesi, ikinci kümeye değer kümesi diyeceğiz ve $f: A \rightarrow B$ şeklinde göstereceğiz. Şimdi f 'nin fonksiyon olması için tanım kümesindeki her elemanın değer kümesindeki bir ve yalnız bir elemanla eşlenmesi ve tanım kümesinde açıkta eleman kalmamış olması gerekir.*

Aysel öğretmen fonksiyon kavramını anlattıktan sonra farklı temsil biçimleriyle ilgili örnekler verdi. Dolayısıyla Aysel öğretmen direkt fonksiyon kavramını anlatmaktan ziyade önceki konuyla bağlantısını sonra günlük hayattaki fonksiyon örneğini verip en sonda da matematiksel dille tanımlayıp örnekler verdi. Ancak dersin giriş aşamasında Aysel öğretmen genelde konuyu anlatmış ve öğrenciler derse katılım konusunda pek aktif bir durum sergilememiştir. Bunun nedeninin klasik öğretmen merkezli sistemden kaynakladığını ifade etmek mümkündür. Öğretmenin öğrenciyi derse katmadığı öğrencinin fikrini sormadığı dersini anlatıp onay beklediği bir süreç yaşanmıştır.

Dersin gelişme aşamasında öğrencilerin daha çok soru çözümlerinde aktif oldukları ve derse katıldıkları görülmüştür. Öğretmen daha fazla soru çözmek için öğrencilerin soruyla uğraşmalarına çok az fırsat vermiştir ya da tek bir öğrencinin dönütünü yeterli bulmuştur.

Aysel Öğretmen: *Şimdi birazcık işler değişti. Eskiden tanım kümesi veriliyordu görüntü kümesi isteniyordu. Şimdi görüntü kümesi verilmiş tanım kümesi isteniyor. $f: A \rightarrow B$, $f(x)=2-x$ fonksiyonun görüntü kümesi $f(A)= \{-1,0,2\}$ ise tanım kümesini bulalım. Ne yapacağız?*

Nursena: *Hocam $2-x$ ifadesini tek tek -1 , 0 ve 2 'ye eşitleriz.*

Aysel Öğretmen: *Aferin o zaman hemen çözmeye başlayalım.*

Aysel öğretmen dersi sunarken katılımcı öğretmenler dersi gözlemlemekte, ders gözlem formuna uygulama ile ilgili kritik durumları not almakta ve uygulanan dersin beklentileri ne kadar karşıladığını yorumlamaktadırlar. Araştırmacı da dersin uygulaması esnasında ortaya çıkan aksaklıkları, öğrenci öğretmen diyalogları ve öğretmen yeterlilikleri açısından alan notları almaktadır. Bu notlar dersin değerlendirilmesi toplantılarında kullanılmak amacıyla alınmıştır.

Ders İmecesı I Yeniden Yansıma ve Planın Son Hali.

Yeniden uygulamanın yapıldığı gün içinde uygulanan dersin yansımasının alınması için araştırmacı, katılımcı öğretmenler ile toplantı düzenledi. Toplantıda genel değerlendirme ve plana son halinin verilmesi görüşüldü.

Araştırmacı: *Arkadaşlar öncelikle dersin giriş kısmına ilişkin görüşlerinizi almak istiyorum.*

Musa Öğretmen: *Giriş kısmında örnek ile başlanması bence daha güzel oldu.*

Nedim Öğretmen: *Özellikle sosyal medya ile ilişkilendirilmesi öğrencilerin dikkatini çekti. Fonksiyon konusunun bir çok alanda kullanılabileceği vurgulanmış oldu. Tabii doğum günü ile başlanması da daha iyi oldu.*

Musa Öğretmen: *Fonksiyonların bir makineye benzetilmesi örneği güzel oldu. Bir taraftan bir girdi var diğer taraftan bir çıktı var.*

Araştırmacı: *Öğrencilerin katılımlarını nasıl değerlendiriyorsunuz?*

Aysel Öğretmen: *Öğrencilerin katılımları bence güzeldi. Sordukları sorular ve derse katkıları olumluydu.*

Nedim Öğretmen: *Bana göre öğrencilerin katılımları çok iyiydi. Öğrencilerin etkileşimleri en üst düzeydeydi.*

Musa Öğretmen: *Ben de aynı şekilde düşünüyorum.*

Araştırmacı: *Çoklu temsillerin kullanımı konusunda ne düşünüyorsunuz?*

Nedim Öğretmen: *Temsillerin ilişkilendirilmesine ilişkin güzel örnekler vardı.*

Araştırmacı: *Hangi örnek sayın hocam?*

Nedim Öğretmen: *Tanım ve görüntü kümesine ilişkin olan*

“ $f: \{(a, 2), (b, 1), (c, 3), (d, 5)\}$ bağıntısı bir fonksiyon ise tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.” Örneğinin çözümünde hem sıralı ikililer, diyagram, cebirsel gösterimde kullanıldı. Yapılan işin amacına uygun bir çözüm yaklaşımı oldu. Bunun yanında örnekte cebirsel gösterim ile diyagram gösterimi arasında da ilişki kurulmuş oldu.

Aynı şekilde

“ $f: A \rightarrow B$ $f(x) = x^2$ olmak üzere $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ve $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ise $f(A)$ görüntü kümesini bulunuz.” sorusunda da cebirsel

gösterimin yanında Venn şeması ile de gösterilmesi ve ilişki kurulması öğrencilerin daha iyi anlamalarını sağlayacaktır.

Musa Öğretmen: *Geçen toplantıda*

“ $f: A \rightarrow B$, $f(x) = 2 - x$ fonksiyonun görüntü kümesi $f(A) = \{-1, 0, 2\}$ ise tanım kümesini bulunuz.” sorusunda diğer temsil sistemlerinin de kullanılmasını ifade etmiştik. Bu derste cebirsel gösterim yanında Venn şeması ile de ifade edildi. Bence bu şekilde daha iyi anlaşıldı.

Araştırmacı: *Peki arkadaşlar öğrencilerin dersi anlamaları konusunda neler düşünüyorsunuz?*

Nedim Öğretmen: *Bana göre öğrencilerin konuyu kavramaları çok yüksekti. Hatta %100 oranında anlaşıldı diyebilirim.*

Musa Öğretmen : *Hocam derse katılımlarına ve problem çözmede öğrencilerin ifadelerine bakılırsa %100 anladıklarını düşünüyorum. Ama yine öğrencilerin içerisinde bir kısmını anlamamış olanlar olabilir. Öğrenci sorunun cevabını bireysel olarak ifade etmediği için doğrudan gözlemlene imkanımız yoktu.*

Aysel Öğretmen: *Ders içerisindeki katılımlara baktığımda iyi anladıklarını düşünüyorum. Gözlerine baktığımda şüpheli bir bakış göremedim.*

Araştırmacı: *Peki durumu toparlayacak olursak dersin bu aşaması için doğum günü örneği ile başlanması ve ardından tanımın verilmesi daha iyi olmaktadır. Örneklerde çoklu temsilleri daha fazla kullanmamız daha iyi olacak ama ilk dersler için klasik anlatımın dışına çıkılması iyi oldu. Örnekler ve sıralamasının daha iyi olduğu ifade edildi. Bu şekilde ders planımızın son hali konusunda da hem fikir olduk.*

Arkadaşlar katılımınız ve destekleriniz için teşekkür ederim.

Veri Analizi

Bu araştırmada, önceki bölümlerde bahsedildiği üzere nitel çalışmalarda çok yaygın bir model olan durum çalışması (case study) kullanılmıştır. Durum çalışması bireyi tanımlama, anlama, tahmin etme ve / veya kontrol etmeye odaklanan bir araştırmadır (Woodside, 2010). Bu konu ile ilgili ayrıntılar araştırmanın modeli başlığıyla ele alınmış olup bu kısımda nitel verilerin analizi hakkındaki bilgilere yer verilmiştir. Araştırmada nitel veriler, öğretmenlerin doldurmuş oldukları özdeğerlendirme ve bilgi formları, gözlem formu, öğrencilerin doldurmuş yazılı görüş alma formu ve sınıf içi video kayıtlarıdır. Yazılı görüş

Video kayıtları ise öncelikle metin haline getirildi ve daha sonra analiz yapıldı. Bununla birlikte tahtada yazılanların incelenmesi için ekran görüntüleri de metne dahil edildi.

Patton (2014)'e göre nitel analizin zorluğu büyük miktarlardaki verilerin anlamlandırılmasında yatmaktadır. Ham verilerin hacminin azaltılması, gerekli bilgilerin gereksiz bilgidan ayırt edilmesi, önemli örüntünün tanımlanmasını ve bir çerçeve oluşturulmasını içermektedir. Her nitel araştırma eşsiz olduğu için kullanılan analitik yöntemde eşsiz olacaktır. Bogdan ve Biklen (2007)'e göre nitel analiz araştırmacının verileri düzenlediği, analiz birimlerine ayırdığı, sentezlediği, örüntüleri (pattern) ortaya çıkardığı, önemli değişkenleri keşfettiği ve hangi bilgileri rapora yansıtacağına karar verdiği bir süreçtir.

Nitel veri analiz süreci farklı araştırmacılar tarafından farklı şekilde ve farklı isimlerle sınıflandırılmaktadır. Çalışmanın doğası gereği farklı analiz teknikleri kullanılmıştır. Wolcott (1994), veri analizi sürecinde farklı yöntemin izlenebileceğini belirtmektedir. Bu yöntemlerden birisi de, alandan toplanmış verilerin rapora olduğu gibi yansıtılmasıdır. Diğer bir deyişle, araştırmacı gerek görüşme kayıtlarını, gerek alan notlarını ve gerekse metinler üzerinde yapmış olduğu çalışmalar sonunda elde etmiş olduğu verileri rapora blok aktarmalar biçiminde yansıtmaktadır. Strauss ve Corbin (1990) nitel veri analizi sürecini “kodlama” olarak tanımlamaktadır. Araştırmacı, kodlama sürecine, verilerin kavramlaştırılması ile başlamaktadır. Kavramsallaştırma, bir gözlemden, bir cümleden ya da bir paragraftan hareket ederek ilgili olay, düşünce ya da olguya isim verme sürecidir. Bu süreçte araştırmacı araştırma konusu olan olay ve olgulara yönelik kimi sorular sormaktadır. Miles (2014)'e göre ise kodlar, bir çalışma sırasında derlenen açıklayıcı veya çıkarımsal bilgilere sembolik anlam katan etiketlerdir. Kodlar genellikle farklı boyutlardaki veri “parçalarına” eklenir ve basit, açıklayıcı bir etiket veya daha uyarıcı ve karmaşık bir etiket biçimini alabilir. Patton (2014)'e kodlamalar tümevarım ya da tümdengelim şeklinde yapılabilmektedir.

Miles (2014)'e göre kodlamaya temel yaklaşımlar olarak hizmet eden üç temel yöntem vardır: (1) Tanımlayıcı, (2) Değiştirmeden kodlama ve (3) Süreç kodlama. Açıklayıcı bir kod, nitel verilerin bir geçişinin temel konusunu bir sözcük veya kısa deyimde (çoğunlukla bir isim) özetlemek için verilere etiketler atar. Bunlar, sonunda çok çeşitli veri formları (saha notları, mülakat dokümanları, belgeler vb.) ile etnografiler ve çalışmalar için yararlı olan dizinleme ve kategorileştirme konularının bir envanterini sağlar. Tanımlayıcı kodlama en iyi bilinen nitel kodlama yöntemlerinden biridir. Değiştirmeden kodlama veri kaydında katılımcının kendi dilindeki kelimeler veya kısa kelime öbekleri kod olarak kullanılır. Grubun kültürel kategorilerinin varlığını önermek için belirli bir kültür, alt kültür veya mikrokültürün halk veya yerli terimlerini içerebilir (örneğin, bir hastanede, “kod mavisi”, “keskin noktalar”

ve “Kodlar”). Değiştirmeden kodlama hemen hemen tüm nitel çalışmalar için uygundur. Katılımcılar tarafından tekrar tekrar kullanılan ifadeler iyi adaylardır; genellikle ortamdaki düzenlilikleri veya kalıpları gösterirler. Değişmeyen kod, onları araştırmacı tarafından oluşturulan kodlardan ayırmak için tırnak içine yerleştirilir. Süreç kodlama yöntemi, yalnızca verilerdeki gözlemlenebilir ve kavramsal eylemi ifade etmek için sadece zarf fiilleri kullanır. Süreçler ayrıca ortaya çıkan, değişen, belirli dizilerde meydana gelen veya stratejik olarak uygulanan şeyler gibi zaman dinamikleri ile iç içe eylemler anlamına gelir. Süreç kodlaması hemen hemen tüm nitel çalışmalar için uygundur.

Kodlama güvenilirliği ise kodlamanın tutarlılığıdır. Kodlama güvenilirliği kodlamadaki hata ve önyargıları azaltma ile ilgili bir işlemdir. Kodlama güvenirliği sağlamanın bir yolu farklı kodlayıcıların ayrı ayrı kodlama yapması ve aralarındaki benzerlik düzeyinin belirlenmesidir (Hruschka vd., 2004). Özellikle farklı kodlayıcıların olmaması durumunda Mackey ve Gass (2013) tarafından deneme kodlama yapılması ya da birden fazla turda yapılması şeklinde yöntemler önerilmektedir.

Diğer teknikler ise Strauss ve Corbin (1990)’in önermiş olduğu betimsel analiz ve içerik analiz teknikleridir.

İçerik analizi, nitel veri analiz türleri arasında en sık kullanılan yöntemlerden biridir. İçerik analizi ağırlıklı olarak yazılı ve görsel verilerin analiz edilmesinde kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde tümdengelimci bir yol takip edilmektedir. İçerik analizinde araştırmacı öncelikli olarak araştırma konusu ile ilgili kategoriler geliştirmektedir. Araştırmacı daha sonra, incelemiş olduğu veri setinde, bu kategoriler içerisine giren kelime, cümle ya da resimleri saymaktadır. Kategori geliştirme aşamasında araştırmacı dikkatli olmalı ve aynı metin üzerinden benzer bir araştırma yürütmeyi planlayan başka araştırmacıların da aynı sonuçlara ulaşabilecekleri türden uygun kategoriler geliştirmelidir (Silverman, 2001).

Betimsel analiz, çeşitli veri toplama teknikleri ile elde edilmiş verilerin daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenmesi ve yorumlanmasını içeren bir nitel veri analiz türüdür. Bu analiz türünde araştırmacı görüştüğü ya da gözlemiş olduğu bireylerin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtabilmek amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verebilmektedir. Bu analiz türünde temel amaç elde edilmiş olan bulguların okuyucuya özetlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde sunulmasıdır (Yıldırım & Şimşek, 2011). Betimsel analiz, görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılar ile beslenir ya da desteklenir (Çepni, 2010).

Çalışmada önerilen Wolcott (1994) tarafından önerilen doğrudan alıntılama, betimsel analiz ve içerik analizi kullanılmıştır. Analiz edilecek dokümanlar öncelikle genel olarak

okundu ve hangi analiz tekniğinin daha uygun olacağına karar verildi. Örneğin video kayıtlarında öğretmenlerin çoklu temsilleri kullanmaları analiz edileceğinden dolayı betimsel analiz tercih edilmiştir. Çünkü aranacak ifade ve kodlar (cebirsal temsil, sözel temsil gibi) önceden belirlenmiştir. Yani kod türleri kategori ve temalar teorik çerçeveye göre belirlenmiştir. Örneğin gözlem formlarında kodlar katılımcıların verdikleri ifadelerden oluşturulduğu için içerik analizine girmektedir. Diğer taraftan “öğretmen yazılı görüş alma formu” nda ise doğrudan alıntılama yöntemi tercih edildi.

Uygulama öncesi öğretmen yazılı görüş alma formu analizi.

Bu form öğretmenlerin ders öncesi hangi hazırlıkları yaptıklarına ilişkin 10 soruyu içermektedir. Analiz aşamasında Wolcott (1994) tarafından önerilen süreç takip edilmiştir. Öncelikle öğretmenler tarafında doldurulmuş olan formlar genel olarak okundu. Daha sonra her bir soru için öğretmenlerin yazdıklarından alıntılama yapılacak yerler belirlendi. Öğretmenlerin ifade ve yazdıklarında herhangi bir değişiklik yapılmadı.

Uygulama sonrası öğretmen yazılı görüş alma formu analizi.

Bu form öğretmenlerin ders sonrasında öğrenme sürecine ilişkin düşüncelerini belirlemeye çalışan toplam 13 soruyu içermektedir. Bu formun analizi için de Wolcott (1994) tarafından önerilen süreç takip edilmiştir. Öncelikle öğretmenler tarafında doldurulmuş olan formlar genel olarak okundu. Bir sonraki adımda her bir soru için öğretmenlerin yazdıklarından alıntılama yapılacak yerler belirlendi. Öğretmenlerin ifadelerinde ve yazdıklarında herhangi bir değişiklik yapılmadı.

Ders gözlem formu analizi.

Bu form öğretmenlerin kendi meslektaşlarının derslerini gözlemlemeleri sonrası her bir ders için doldurtulmuştur. Dersin giriş aşaması için 4 ve gelişme ve sonuç aşaması için 5 soru bulunmaktadır. Öğretmenlerin her bir soruya verdikleri cevaplar teker teker kodlanmıştır. Kodlama güvenilirliği sağlamak için ilk kodlamadan bir ay sonra araştırmacı tarafından öğretmenlerin ifadeleri tekrar kodlanmış ve ilk kodlar gözden geçirilmiştir. Toplam 12 adet gözlem formunda ilk belirlenen 328 kod daha sonra kontrol ve gözden geçirilmeden sonra 311'e düşmüştür. Öğretmenlerin olumlu ya da olumsuz görüşlerinin yazıldığı sorulara verilen cevapların kodlanmasında değişiklik olmuştur. Örneğin “*Klasik tanım ile derse başlanması etkili değildi*” ifadesi önce etkisizlik olarak kodlanırken daha sonra daha anlaşılır olması için “Klasik tanım ile başlaması” şeklinde kodlanmıştır. Kodlama güvenilirliğini sağlamak için oluşturulan kod tanım tablosu başka bir uzmana daha kodlatılmıştır. Kodlama güvenilirliğini hesaplamak için Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen hesaplama kullanılmıştır.

$$\text{Kodlama Güvenirliği} = \frac{\text{Ortak kodlar}}{\text{Ortak kodlar} + \text{farklı kodlar}} * 100 \text{ (Eşitlik-1)}$$

Kodlayıcılara göre hesaplanan kodlama güvenirliliği %100 olarak hesaplanmıştır. Ders gözlem formuna ilişkin kod tanım tablosu Tablo 4.'de verilmiştir.

Tablo 4. *Gözlem Formu Giriş Kısmı Kod Tanım Tablosu*

Kodlar	Tanım/ Örneki fadeler
Soru 1	Dersin sunumunu yapan öğretmenin etkili bir giriş yaptığını düşünüyormusunuz?
Evet	“Evet etkili bir giriş yaptı. Doğan çocuk anne bağlantısı ile öğrencilerin dikkatini çekmiş oldu.”
Kısmen	“Doğum günü eşleştirmesi dikkat çekiciydi ama tanımdan başlaması pek etkili olmadı”
Hayır	“Hayır doğrudan tanım verilmesi pek etkili olmadı”
Soru 2	Dersin sunumunu yapan öğretmen fonksiyon konusu ile bağlantılı olabilecek konular arasında öğrencinin ön bilgisini sorguluyor mu?
Evet	“Öğrencilerin önbilgilerini kontrol etmek için sorular sordu”
Kısmen	“Çözölen örneğe göre farklılık göstermektedir”
Hayır	“Hayır sorgulamadı”
Soru 3	Dersin sunumunu yapan öğretmen fonksiyonlar ile ilgili günlük yaşamdaki kullanıma yönelik yeterince örnek veriyor mu?
Evet yeterli örnekler verildi	“ Evet günlük yaşantıyla ilgili örnekler verildi”
Kısmen günlük yaşamla ilgiliydi	“Örnekler günlük hayattandı ama fonksiyonların günlük hayattaki kullanımından çok fonksiyonların anlaşılmasına yönelikti.”
Hayır verilmedi	“Hayır. Her soruda bunu yapmak zor”
Soru 4	Dersin giriş aşamasındaki gözlemlerinizde olumlu veya olumsuz gördüğünüz kısımları açıklarmısınız?
Olumlu görüş örnekleri	
Güncel konular ile ilişkilendirme	“Güncel konular ile ilişkilendirmesi iyiydi”
Konuya giriş	“Konuya güzel bir giriş yaptı”
konuyu pekiştirici örnekler	“Konuyu pekiştirmek için yaptığı örnekler iyiydi”
Olumsuz görüş örnekleri	
Dikkat çekilmemesi	“Dikkat çekme işleminin yapılmaması”
Klasik tanım ile başlaması	“Klasik tanım ile derse başlanması etkili değildi”

Gözlemci öğretmenler tarafından dersin giriş aşamasındaki sorulara ilişkin verilen cevaplar kategori ve tema olmadan serbest olarak kodlanmıştır. Soru 1 için “Evet etkili oldu”, “Hayır” ve “ Kısmen etkili oldu” şeklinde toplam üç farklı kod oluşturulmuştur. Soru 2 için ise “Evet”, “Kısmen” ve “Hayır” olmak üzere yine 3'lü kategori kullanılmıştır. Soru 3 ise

“Evet yeterli örnekler verildi” , “Hayır verilmedi” ve “Kısmen günlük yaşamla ilgiliydi” şeklinde kodlamalar yapılmıştır. Soru 4 için ise olumlu ve olumsuz görüşler olmak üzere iki kategoride toplanmıştır. Örnek kodlar Tablo 5’te verilmiştir.

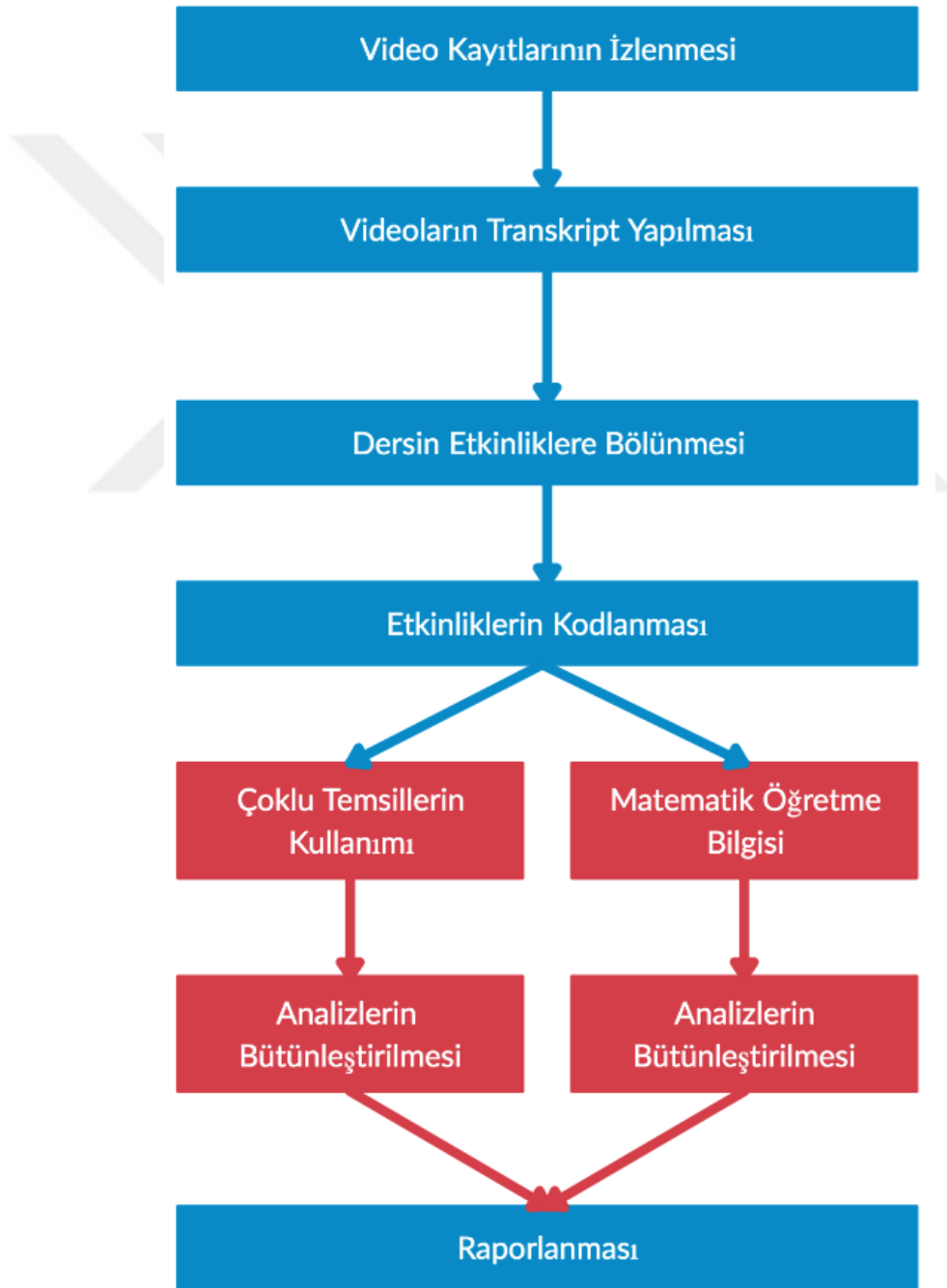
Tablo 5. Gözlem Formu Gelişme ve Sonuç Kısmı Kod Tanım Tablosu

Kodlar	Örnek ifadeler
Soru 1	Ders sunumunu yapan öğretmen öğrencileri aktif bir şekilde derste tutuyor mu?
Evet aktif tutuldu	“Öğrencileri aktif bir şekilde tuttu”
Kısmen	“Çok değil. Öğrencilerin hepsi derse katılmadı”
Hayır	“Öğrencilerin aktif olduğu söylenemez”
Soru 2	Ders sunumunu yapan öğretmen konunun anlaşılıp anlaşılmadığına dair öğrencilerden geri dönütler alıyor mu?
Evet geri dönütler alındı	“Sorular sorarak geri dönütler aldı”
Kısmen	“Çoğu örnekten sonra geri dönüt almadı”
Soru 3	Dersin sunumunu yapan öğretmen yeterince örnek verdi mi?
Örnekler yeterliydi	“Evet. Örnekler yeterliydi”
Soru 4	Öğrencilerin ne kadar anladığıyla ilgili bir yorumda bulunmanızı istersek sizce bu yüzde kaç civarında olur?
%100	“Bence %100 anladılar”
%90	“%90 anlaşıldı”
%85	“%85”
%80	“%80 civarında anlaşıldı”
%75	“%75 civarında”
%70	“%70 civarında öğrenildi”
%60	“%60 civarında olabilir”
Soru 5	Dersin gelişme ve sonuç kısmında olumlu veya olumsuz gördüğünüz kısımları açıkla mısınız?
Olumlu	
Bol örnek çözüldü	“Bol örnek çözüldü”
Etkili iletişim vardı	“Öğretmen ve öğrenci arasında etkili bir iletişim vardı”
Farklı çözüm yolları sunulması	“... farklı çözüm yollarının sunulması olumluydu”
Konunun anlaşılır verilmesi	“İşlenen konunun kavramlarının daha anlaşılır hale getirmesi”
olumsuz	
Günlük hayatla ilişkilendirme az	“Gerçek hayatla ilişkinin az olması”
Öğrenci uygulamalarının az olması	“Uygulama yapmaya fırsat yoktu”
Sonunda genel özetin yapılmaması	“Dersin sonunda genel özetin yapılmaması”

Dersin gelişme ve sonuç kısmına ilişkin görüşlerde ise soru 1 için “Evet aktif tutuldu”, “Kısmen” ve “Hayır” şeklinde kodlar kullanılırken soru 2 için “Evet geri dönütler alındı” ve “Kısmen” kodları kullanılmıştır. Soru 3 için tek kod ifade edilmiştir. Soru 4 için ise öğretmenlerin kullandıkları başarı yüzdeleri doğrudan kod olarak kullanılmıştır. Soru 5 için ise öğretmenlerin ifadeleri olumlu ve olumsuz ifadeler şeklinde iki kategoride toplanmıştır.

Ders video kayıtları analizi.

Sınıf içi video kayıtları 1 ve 2. araştırma sorularına cevap bulabilmek için analiz edilmiştir. Video analiz için takip edilen genel süreç Şekil 10’de verilmiştir.



Şekil 10. Video kayıtları analiz süreci.

Öncelikle video kayıtları birbirinden bağımsız olarak teker teker izlendi. Analiz işlemlerini kolaylaştırmak için video kayıtları transkrip edildi. Heath vd. (2010) tarafından video analizlerinde belirli bir bütünlüğe sahip ve olabildiği kadar küçük bölümlere (episodes) ayrılmasının analizleri daha da kolaylaştıracağı ifade edilmektedir. Eğitim ortamı için küçük bölümler olarak sınıf içi yapılan etkinlikler (tanımın verilmesi, örnek çözülmesi gibi) tercih edildi. Bundan dolayıda videolar sınıf için etkinliklere göre sürelerle ayrıldı. Daha sonra ise araştırma sorusu [1. ve 2. Araştırma soruları] göre herbir bölüm kendi içerisinde kodlama yapıldı. Son işlem olarak ise analiz sonuçları bütünlleştirilerek raporlamalar yapıldı. Analiz çerçevelerinde öncelikle çoklu temsillere ilişkin bilgiler paylaşıldı. Daha sonra matematik öğretme bilgisine ilişkin analiz çerçevesine ilişkin bilgi verildi.

Çoklu temsil analiz çerçevesi ile ilgili olarak herbir etkinlik süresi içerisinde öğretmenin hangi temsil sistemini kullandığı belirlenmiştir. Aynı etkinlik içerisinde aynı temsil birden çok kullanıldı ise ayrı ayrı olarak sayıldı. Temsil sisteminin belirlenmesinde aşağıdaki tanımlar kullanıldı. Temel temsiller olarak sözel temsil, diyagram, grafik, sıralı ikililer ve cebirsel temsil sistemleri ifade edildi. Ayrıca bu temsillerin ikili, üçlü ve dörtlü ilişkili şekilde kullanılması da mümkündür. İlk kodlama sürecinde 288 kod belirlenmiştir. Araştırmacı tek olduğundan dolayı kodlama güvenilirliğinde zaman aşımı tekniği tercih edilmiştir. Bunun için ilk kodlamadan bir ay sonra tekrar kodlama yapılmıştır. İkinci aşamada 272 kod elde edilmiştir. Kodlama güvenilirliğini sağlamak için başka bir uzmandan daha kodlama yapması istendi. Kodlama güvenilirliği için eşitlik-1'deki hesaplama yapılmıştır ve güvenilirlik %100 olarak belirlenmiştir. Temsil sistemi kodlamaları Tablo 6'da açıklanmıştır.

Tablo 6. *Ders Video Kayıtları Çoklu Temsil Kod Tanım Tablosu*

Çoklu Temsiller	Tanım	Örnek
Sözel Temsil	Öğretmenlerin tanım ve kuralları ifade ettikleri durumlar sözel temsil olarak belirlendi.	EK-10 Örnek-1
Diyagram	Öğretmenlerin küme gösterimini kullandıkları durumlar diyagram temsil sistemi olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-2
Grafik	Öğretmenlerin sadece grafiğe dayalı bir çözümleri grafik temsil sistemi olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-3
Sıralı İkili	(x,y) sıralı ikililerin kullanıldığı durumlar bu şekilde kodlandı.	Ek-10 Örnek-4
Cebirsel	Öğretmenlerin cebirsel çözüm yöntemlerini kullandıkları durumları ifade etmek için kullanıldı.	Ek-10 Örnek-5
Cebirsel-Diyagram	Cebirsel gösterim ile diyagram temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-diyagram olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-6

Tablo 6. (devamı)

Cebirsel-Grafik	Cebirsel gösterim ile grafik temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-grafik olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-7
Cebirsel-Sıralı İkili	Cebirsel gösterim ile sıralı ikililer temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-sıralı ikililer olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-8
Grafik-Sıralı İkili	Grafik gösterim ile sıralı ikililer temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar grafik-sıralı ikililer olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-9
Sözel-Diyagram	Sözel gösterim ile diyagram temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar sözel-diyagram olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-10
Sözel-Grafik	Sözel gösterim ile grafik temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar sözel-grafik olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-11
Cebirsel-Grafik-Sıralı İkili	Cebirsel gösterim ile grafik ve sıralı ikililer temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-grafik-sıralı ikililer olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek 12
Cebirsel-Diyagram-Grafik	Cebirsel gösterim ile diyagram ve grafik temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-diyagram-grafik olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek 13
Cebirsel-Diyagram-Sıralı İkili- Sözel	Cebirsel gösterim ile diyagram, Sıralı ikililer ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel-Diyagram- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-14
Cebirsel-Grafik-Sıralı İkili- Sözel	Cebirsel gösterim ile grafik, sıralı ikililer ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel-Grafik- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-15
Cebirsel-Sıralı İkili- Sözel	Cebirsel gösterim ile sıralı ikililer ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-16
Sıralı İkili-Diyagram- Sözel	Sıralı ikililer ile diyagram ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlandı.	Ek-10 Örnek-17

Sınıf içi video kayıtları ayrıca öğretmenlerin matematik öğretme bilgilerindeki değişim ve gelişimleri belirlemek için analiz edildi. Analizde aşağıdaki süreç takip edildi:

- 1- Video kayıtlarının analizinde video süresi sınıf içi yapılan etkinliklere göre bölümlere ayrılmıştı. Matematik öğretme bilgisi düzeyini belirlemek için de bu bölümlere göre değerlendirildi.
- 2- Her bölüm için;
 - a. Öğretmenin matematik bilgisi
 - b. Öğretmenin yaklaşımı (kavramsal öğretim-doğrudan öğretim)
 - c. Öğretmenin öğrencilerin kavram yanılgılarına müdahale şekli

d. Öğretmenin çoklu temsil kullanımı

e. Öğretmenin çoklu temsilleri ilişkilendirme düzeyini belirlemek için “değerlendirme rubriği” oluşturuldu.

3- Bu rubrik kullanılarak her bir bölüm ayrı ayrı olarak puanlandı.

4- Etkinlik sayılarına dikkat edilerek her öğretmenin her dersi için ortalama puan belirlendi.

5- Öğretmenlerin gelişimlerini belirlemek için ilk ve son ders rubrik puanları karşılaştırmalı olarak verildi.

Kodlama güvenilirliği artırmanın yollarından birisi de kullanılan kodların tanımının yapılması ve örnek durumlar ile desteklenmesidir (Hruschka vd., 2004). Bir anlamda görüşmelerin analizindeki gibi doğrudan alıntılarının sunulmasıdır. Matematik öğretme bilgisi değerlendirme rubriği tanımları Tablo 7’de verildi. Kodlama güvenilirliği için bir uzmana kod tanım tablosu vererek bağımsız şekilde kodlama yapması istendi. 150 kodlamada benzerlik gösterirken 2 kodda farklılaşma gözlemlenmiştir. Musa Öğretmenin B Şubesindeki dersinde değerlendirme yapılan bir etkinliği bir kodlamacı tarafından “orta” olarak kodlarken diğer kodlamacı ise “yeterli” olarak kodlamıştır. Ders içeriği ve video tekrar incelenerek “yeterli” düzeyde olduğuna karar verilmiştir. Diğer bir durum ise Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersi ile ilgili olmuştur. Değerlendirilmesi yapılan bir etkinliği bir kodlayıcı tarafından “yeterli” olarak kodlarken diğer kodlayıcı ise “çok iyi” olarak değerlendirmiştir. Notlar ve ders videosu tekrar izlenerek “çok iyi” olarak değerlendirilmiştir. Kodlama güvenilirliği ise % 98,7 olarak hesaplanmıştır. Her bir rubrik düzeyi (Yetersiz, Orta, Yeterli ve Çok iyi) için sınıf içi örnekler ekte verildi.

Tablo 7. Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriği

Puan (1): Yetersiz	Puan (2): Orta	Puan (3): Yeterli	Puan (4): Çok iyi
-Öğretmenin matematik bilgisinde yanlışlar vardı	-Öğretmenin matematik bilgisi yeterliydi	-Öğretmenin matematik bilgisi yeterliydi	-Öğretmenin matematik bilgisi yeterliydi
-Doğrudan öğretim yaklaşımı kullandı	-Doğrudan öğretim yaklaşımı kullandı	-Kavramsal öğretim yaklaşımı kullandı	-Kavramsal öğretim yaklaşımı kullandı
-Kavram yanlışlığına dikkat etmedi	-Kavram yanlışlığına müdahale etmedi.	-Kavram yanlışlığında sadece açıklama yaptı.	-Kavram yanlışlığını giderecek uygulamalar yaptı.
-Uygun çoklu temsil kullanmadı.	-Uygun çoklu temsil kullandı.	-Birden çok çoklu temsil kullandı.	-Birden çok çoklu temsil kullandı.
-Çoklu temsilleri ilişkilendirmedi.	-Çoklu temsilleri ilişkilendirmedi.	-Çoklu temsilleri ilişkilendirmedi	-Çoklu temsilleri ilişkilendirdi.
Örnek Ek-11	Örnek Ek-11	Örnek Ek-11	Örnek Ek-11

Öğrenci görüşlerinin analizi.

Öğrencilerin görüşlerine ilişkin oluşturulan formdaki her bir soruya verilen cevaplar ayrı ayrı kodlanmıştır. Daha sonra sorular bağlamında değerlendirilmiştir. İlk aşamada 679 kod belirlenmiştir. Kodlama güvenilirliğini sağlamak için bir ay sonra kodlar tekrar yapılmış ve gözden geçirilmiştir. Bu aşamada ise 653 kod elde edilmiştir. Kodlama güvenilirliği sağlamak için bir uzmana bağımsız olarak kodlama yaptırıldı. Kodlama sayısı değişmez iken kodlamaların isimlendirilmesinin ve bazı kodların birleştirilmesi gerektiğine karar verildi. Bu bağlamda daha önce 68 adet kod ismi belirlenirken birleştirmeden ve sonradan isimlendirmeden sonra 52 kod ismi elde edilmiştir. Kodlama güvenilirliği %76,5 olarak hesaplanmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2011)'e göre kodlama güvenilirliğinin %70 ve üzeri çıkması yeterlidir. Kod tanımları ve örnekler Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8. Öğrenci Görüşleri 1-9. Soruya İlişkin Kod Tanım Tablosu

Kodlar	Tanım/Örnek Cümleler
1.soru	Ders imecesi uygulamasını daha önceki derslerinizle karşılaştırmısınız?
Akıcı	"Derslerimiz daha düzenli ve daha akıcı şekilde geçiyor"
Anlaşılır	"Daha önceki derslerimize göre dersler artık ... daha anlaşılır hale geldiğini düşünüyorum"
Daha verimli	"Konu daha anlaşılır şekilde anlatıldığı için ders daha verimli geçti"
Değişiklik olmadı	"Göze batan bir değişiklik olmadı"
Eğlenceli	"Derslerimiz daha eğlenceli geçiyor"
2.soru	Size göre ders imecesi uygulamasının olumlu yönleri nelerdir?
Anlaşılır	"Konular daha anlaşılır"
Daha akıcı	"Daha akıcı"
Etkili	"Derslerin anlatımı daha etkili"
Eğlenceli	"Daha eğlenceli geçiyor"
Günlük hayat	"Konuyu günlük hayattan örnekler vererek daha kalıcı olmasını sağladığını gördüm."
Hatırlatıcı	"Daha hatırlatıcı"
Katılım	"Derse daha çok katılıyoruz"
Somut örnekler	"Konuyla ilgili daha somut örnekler veriliyor"
Sorular giderildi	"Bu uygulamalar ile kafamızdaki sorular giderildi"
3.soru	Size göre ders imecesi uygulamasının olumsuz yönleri nelerdir?
Dersin kaynaması	"Bazı öğrenciler uygulamadan kaynaklı dersi sabote ediyor"
Konu dışı konuşmalar	"Konu dışı söylemler çok fazla kafam karıştırıyor"
Olumsuz yön yok	"Olumsuz yönü yok"
Zaman alması	"Biraz uzun zaman götürüyor"
Örnekleri ilişkilendiremem	"Bazı örnekleri soru ile bağdaştıramadım"
4.soru	Ders imecesi uygulaması öğrenme ve kavrama düzeyinizi nasıl etkiledi?
Değişiklik olmadı	"Öğrenmem bu uygulama ile değişmedi"

Tablo 8. (devamı)

kavrama düzeyi olumlu	“Kavramaya başladım”
kısmi düzelme	“Kısmi olarak düzeldiğini düşünüyorum”
Öğrenme olumlu	“Bu uygulama öğrenme ve kavramamı daha artırdı”
5.soru	Ders imecesi uygulaması başarı düzeyinizi nasıl etkiledi?
Başarım arttı	“Daha iyi öğrendiğimiz için başarılarımızda arttı”
Başarım etkilenmedi	“Başarı düzeyim fazla etkilenmedi”
Başarım olumlu etkilendi	“Başarı düzeyimde etkisi olduğunu düşünmüyorum”
6.soru	Ders imecesi uygulaması Matematik derslerine yaklaşımınızı nasıl etkiledi?
İlgi değişmedi	“Matematik dersine ilgimi değiştirmedim”
İlgim arttı	“Derse ilgimi canlandırdığını düşünebilirim”
İlgi çekici	“İlgimi çektiğini söyleyebilirim”
Sevmeye başladım	“Matematik dersini artık daha çok seviyorum”
Tutum olumlu oldu	“Derse yaklaşımım arttı”
7.soru	Ders imecesi öğretmeninizin sınıf içi uygulamalarını nasıl etkiledi?
Akıcı	“Öğretmenimiz dersi daha akıcı anlatıyor”
Daha anlaşılır	“Öğretmen daha anlaşılır şekilde anlatıyor”
Daha detaylı	“Öğretmenimiz konuyu daha ayrıntılı anlatıyor”
Değişiklik olmadı	“Pek değişiklik olmadı”
İyi anlattı	“Öğretmenimiz konuyu daha iyi anlattı”
Makul örnekler	“Öğretmenimiz daha makul örnekler vererek anlamamızı sağlıyor”
Uzun sürdü	“Dersi öğretmenimiz biraz uzun anlatmaya başladı”
Öğretmen daha etkin	“Öğretmenimiz daha etkin rol oynadı”
8.soru	Fonksiyon konusunu özümlediğinizi düşünüyor musunuz?
İyi anladım	“Evet konuyu iyi anladım”
İyi özümledim	“Evet özümledim”
Kısmi özümseme	“Evet kısmi olsa da özümledim”
9.soru	Bir kavramı öğrenirken, yakın çevrenizden örnekler verilmesini nasıl buluyorsunuz? Sebepleriyle açıklar mısınız?
Daha iyi anlarım	“Konuyu daha iyi anlarım”
Daha iyi hatırlarım	“Kafamda daha iyi hatırlarım”
Hayatla iç içe	“... dersin hayatla iç içe olması ...”
İyi olarak algılama	“iyi buluyorum”
Kolay ilişki kurma	“konuyla ilişki kurmak daha kolay oluyor”
Net anlaşılır örnekler olmalı	“... örnekler net ve anlaşılır olmalı...”
Somut örnekler	“... gündelik örnekler ile pekiştirilmeli...”
Yakın hissetme	“... konuyu yakın hissetmem konuyu anlamamı kolaylaştırıyor”
Örnekleri ilişkilendiremedim	“bazı örnekleri kavram ile bağdaştıramadım”
Öğrenmem kolaylaştı	“Bu uygulamam öğrenmemi kolaylaştırıyor”

Araştırmacının Rolü

Bu araştırmada araştırmacı, ders imecesi sürecinde katılımcılara ders imecesi hakkında seminer verip, uygun çalışma ortamı sağlamıştır. Katılımcıların fikirlerini rahatlıkla ifade edebilmesi için yorum yapmaktan ve yönlendirmekten kaçınan, toplantı ve uygulamalarda ortamı gözleyen, alan notları tutan, ortak plan oluşturma ve yansıma toplantılarında görüş belirtmiş olup öğretmenlere müdahale etmeyen bir tutum sergilemiştir. Yansıma ve planlama toplantılarında bir moderatör görevi görmüş, öğretmenlerin birbirleriyle tartışmalarını ve bu tartışmaların yönetilmesini sağlamıştır. Ayrıca araştırmacı, ders imecesi sürecinde katılımcılar arasındaki iletişimi sağlama, katılımcıların ihtiyacı olan malzemeleri(tahta kalemi, tahta

silgisi, mürekkep gibi) temin etme, araştırma derslerini videoya kaydedip birer kopyasını katılımcılara dağıtma görevi üstlenmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın türüne bakılmaksızın, geçerlik ve güvenirlik, araştırmanın araştırma bağlamında yararlılığı ve araştırma bulgularının uygunluğu için iki temel konudur. Bu çalışma nitel bir araştırma olarak tasarlandığından, araştırmacı okuyuculara prosedürlerin titizlikle takip edildiğini ve ilgili bulguların anlamlı olduğunu göstermek için yeterli ayrıntı sağlamalıdır (Firestone, 1987). Nitel araştırmada, çalışmanın iç geçerliği, dış geçerliği, güvenirliği ve tarafsızlığı güvenirlik açısından çerçevelendirilmiştir (Merriam ve Tisdell, 2015). Birçok bilim insanı geçerlik ve güvenilirliğin nitel araştırma paradigmasının altında yatan felsefi varsayımlara uygun bir şekilde ele alınması gerektiği fikrini ileri sürmüştür. Bu bağlamda, Lincoln ve Guba (1986) iç geçerlik, dış geçerlik, güvenirlik ve tarafsızlık için daha uygun terimler olarak inandırıcılık, aktarılabilirlik, güvenilebilirlik ve onaylanabilirlik kavramlarını önermişlerdir.

İç geçerlik veya inandırıcılık, bulguların gerçekliğe uyumu ile ilgili en temel kriterlerden biridir. İnandırıcılığı artırmak için pek çok yöntem önerilmektedir. Bunlar uzun süreli etkileşim, katılımcı teyidi ve uzman incelemesidir (Holloway ve Wheeler, 1996). Araştırmacının çalışmanın yürütüldüğü okulda görev yapıyor olması çalışma grubunu oluşturan öğretmenler ile uzun süreli bir etkileşimde olması bunu sağlamaktadır. Ayrıca katılımcılardan elde edilen verilerin incelemesi sırasında katılımcılara gönderilmiş ve teyitleri alınmıştır. Veri analiz kısmında da belirtildiği gibi verileri analiz aşamalarında uzman görüşlerinin alınması inandırıcılığı artıran bir etmendir.

Dış geçerlik veya aktarılabilirlik, bir çalışmanın bulgularının genelleştirilebilirliğinin mümkün olduğu durumlarla ilgilidir. Nitel araştırmada, araştırmanın değerinin, çalışmanın yürütüldüğü belirli koşullar “bağlamında geliştirilen özel tanım ve temalar” içinde yer aldığını belirtmek önemlidir (Creswell, 2007). Başkale (2016)’ya göre aktarılabilirliğin sağlanması için amaçlı örneklem seçimi, dahil etme/dışlama kriterleri belli olması, çalışma ortamının ayrıntılı tanıtımı, katılımcıların ayrıntılı tanıtımı gereklidir. Çalışmanın sağlıklı olarak yürütülmesi için örneklem seçiminde fonksiyon konusunun işlendiği 10. Sınıflarda derse giren öğretmenler seçilmiştir. Okulda görev yapan diğer matematik öğretmenleri çalışma dışında bırakılmıştır. Katılımcılar ve çalışma ortamı ile hakkındaki detaylı bilgiler ilgili kısımlarda sunulmuştur.

Güvenilirlik veya güvenilebilirlik, araştırmaların ve bulguların tam olarak kopyalanmasını ifade eder. Bu alışma için araştırmacılar araştırmanın güvenilirliğini güçlendirmek için Gibbs (2007) tarafından önerilen aşağıdaki prosedürleri izlemişlerdir;

Yazılı kaydın video kayıtlarıyla doğru şekilde eşleştiğinden emin olmak için görüşme transkriptleri birkaç kez kontrol edildi. Veri analizinin arkasındaki ayrıntılı teorik çerçeve (hem ders imcesi hem de çoklu temsil) ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Orijinal kaynaklardan çıkarılan kodlar olarak analiz boyunca kodların anlamında herhangi bir sapma olmadığını garanti etmek için türetilmiş kodları toplanan bilgilerle sürekli olarak karşılaştırmıştır. Çalışmada kodlamalar belirli bir süre sonra tekrar edilmiştir. Ayrıca son aşamada başka bir uzman tarafından kodlama yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Farklı veri kaynağı kullanılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Doğrulanabilirlik veya tarafsızlık, araştırma bulgularının araştırmacıların tercihlerinden daha çok katılımcıların deneyimlerinin ve bilgilerinin sonuçları olduğunu ifade etmektedir. Doğrulanabilirliği güçlendirmek için Lincoln ve Guba (1986) tarafından önerilmiş olan veri analiz süreci ve yapılan işlemler adım adım açıklanmıştır. Ayrıca Başkale (2016)'ya göre birbirlerini destekleyen çeşitli veri kaynaklarının kullanılması da dorulanabilirliği artırmaktadır. Araştırmada öğreimen görüşleri, diğer meslektaşlarının izlenimleri, öğrencilerin düşüncelerinin alınması ve video kayıtlarının incelenerek uzman görüşlerinin alınması birbirlerini destekleyen veri kaynağı olmaktadır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular

Bu kısımda analiz sonucunda elde edilen bulgular araştırma soruları çerçevesinde sunulmuştur. Öncelikle çoklu temsillerinile fonksiyon kavramını öğretme bilgilerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Daha sonra öğretmenlerin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerinin gelişimlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Üçüncü kısımda öğrencilerin çoklu temsillerle fonksiyon öğretimine dair görüşlerine ilişkin bulgular paylaşılmıştır. Daha sonra öğretmenlerin kendi meslektaşlarının ders imecesi sürecindeki ders gözlemlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Son kısımda ise öğretmenlerin uygulama öncesi ve sonrası görüşleri paylaşılmıştır.

Çoklu Temsiller ile Fonksiyon Kavramını Öğretme Bilgilerine İlişkin Bulgular

Birinci araştırma sorusu olan “Matematik öğretmenlerinin çoklu temsiller ile fonksiyon kavramını öğretme bilgileri hangi düzeydedir?” sorusuna cevap bulmak için öğretmenlerin derslerinin videoları kullandıkları temsil sistemleri açısından analiz edilmiştir. Her bir öğretmenin farklı şubelerde yapmış oldukları derslerin analizlerine ilişkin bulgulara yer verilmiştir .Daha sonra farklı zamanlarda yapmış oldukları derslerdeki kullandıkları temsil sistemlerinin karşılaştırılması yapılmıştır. En son kısımda ise her üç öğretmenin kullanmış oldukları temsil sistemlerinin karşılaştırılmasına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

Aysel Öğretmenin Video Analiz Bulguları

Tablo 9. Aysel Öğretmenin A1 ve A2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller

Süre Başlangıç	Süre Bitiş	Etkinlik	Kullanılan çoklu temsiller*
00:00	03:00	tanım	sözel
			sözel-diyagram
03:00	08:26	örnek	sözel-diyagram
			sıralı ikililer
			sıralı ikili-sözel-diyagram
08:26	11:34	kural açıklama	sözel
			grafik
11:34	14:21	soru çözümü	grafik
			sözel
14:21	16:03	soru çözümü	grafik
			sözel

Tablo 9. (devamı)

16:03	20:16	soru çözümü	cebirsel sözel
20:16	24:19	soru çözümü	sözel-diyagram sıralı ikililer sıralı ikili-sözel-diyagram cebirsel
24:19	29:05	soru çözümü	cebirsel diyagram
29:05	31:50	soru çözümü	cebirsel diyagram
31:50	35:00	soru çözümü	cebirsel
35:00	42:56	soru çözümü	cebirsel
A2 Ders			
00:00	03:50	soru çözümü	cebirsel
03:50	07:50	soru çözümü	cebirsel
07:50	09:15	soru çözümü	cebirsel
09:15	09:50	soru çözümü	cebirsel
09:50	10:55	soru çözümü	cebirsel
10:55	14:53	soru çözümü	cebirsel
14:53	15:51	soru çözümü	sözel
15:51	17:55	soru çözümü	cebirsel
17:55	18:43	soru çözümü	sözel
18:43	22:26	soru çözümü	cebirsel
22:26	27:42	soru çözümü	cebirsel
27:42	30:03	soru çözümü	cebirsel
30:03	33:04	soru çözümü	cebirsel
33:04	35:29	soru çözümü	cebirsel
35:29	41:41	soru çözümü	cebirsel

*Herhangi bir zaman aralığında aynı temsil 1’den fazla kullanılma durumunda bir kez yazılmıştır.

Tablo 9’a göre Aysel öğretmenin A1 ve A2 dersleri değerlendirildiğinde çoklu temsillerin tek olarak kullanıldığı (sözel ve cebirsel) ya da ikili, üçlü temsillerin birlikte kullandığı etkinlikler bulunmaktadır. Aysel öğretmen etkinliklerde sözel ve cebirsel temsilleri sıralı ikililer ve diyagram temsillerine göre daha fazla kullanmıştır. Ders etkinlikleri açısından bakıldığında Aysel öğretmenin Tanım-Örnek- Kural- Soru şeklinde geleneksel bir yaklaşım tercih etmiştir. Soru çözümlerinde sorunun türüne göre uygun çoklu temsil sistemi kullanmıştır.

Anekdote-1

Aysel Öğretmen: Şimdi şey var neydi birinci küme x 'i $f(x)$ 'e dönüştürüyorduk. Fonksiyon kuralım buydu. Napmış x 'i alıp f altında neye dönüştürcez? $2x+1$ 'lere dönüştürecek. Bu sefer aralık olarak tanım kümesi vermiş, bu aralığı almış burada nasıl dönüşür onu bulmamız lazım. Hocamın dediği üzere Nursena'yı alıyorduk attık içeriye Nursena'nın 2 katını+1 bulmuştuk ya. Bu seferde x 'im ne ile ne arasında tanım kümesinde -2 ile 3 aralığında burada köşeli parantez olduğu için eşitlikleri koyduk aklınızda bulunsun. Şimdi ben bunu ne yapmak istiyorum f altında 2 katının 3 fazlasına dönüştürücem, bu da bana neyi verecek bu tarafta isim olarak görüntü kümesinin verecek napıcaz önce iki katını al diyor sana sonra 3 eklicez. Bu eşitsizliği 2 ile genişletirsek noldu $-4 \leq (-)2x \leq 6$ daha sonra her tarafa 3 ekle demiş $-4+3 \leq (-)2x+3 \leq (-)6+3$ burası $-1 \leq f(x) \leq 9$ arasında köşeli parantez yapıyorsunuz. Bu sefer de -2 ile 3 aralığını yaz 2 katının 3 fazlasını al diyor sana.

Handwritten mathematical derivation on a green chalkboard:

1. $f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$

2. $x \xrightarrow{f} 2x+3$

3. $-2 \leq x \leq 3$ (tanım kümesi)

4. $-4 \leq 2x \leq 6$

5. $-4+3 \leq 2x+3 \leq 6+3$

6. $-1 \leq f(x) \leq 9$

7. $f([-2, 3]) = [-1, 9]$ (görüntü kümesi)

Şekil 11. Aysel öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdote-1).

Anekdote-2

Aysel Öğretmen: Göremeyen var mı? Görüyorsunuz değil mi? Şimdi fonksiyon olarak verilmiş sıralı ikililer olarak yazmış tanım ve görüntü kümesi değer kümesi değil değer kümesi daha geniş bir küme hani şu vardı ya görüntü kümesinde açıkta eleman kalabilir mi? Yani sen pazartesi doğdun, sen Salı, sen

Çarşamba doğdun, sen gene pazartesi doğdun yani pazar günü doğan yok aramızda Pazar açıkta kaldı yani değer kümesi biraz daha geniş bir küme yer alır ben burada değer kümesi için ikinci elemanlar görüntü kümesinde ya ben değer kümesi sonsuz elemana sahip diyebilirim yani çok geniş bir kavram oluyor değer kümesi. Bizden istenen ifade görüntü kümesi

Nedim Öğretmen: Şöylede diyebiliriz, haftanın günleri ama bu sınıfı düşünün bu sınıftakilerin herkesin ya Pazar ya diyelim ki şu sınıfta hiç pazar günü doğmayan öğrenci olmuş olsun.

Aysel Öğretmen: Pazar açıkta kaldı. O yüzden size sorularda genelde şu şekilde olur tanım ve görüntü kümesini bulun diye, değer kümesi istenmez çünkü değer kümesi hani önceden kümelerden hatırlayın evrensel küme işlemi yapılabilen en geniş kümeydi ya değer kümesi de öyle işlem yapılan en geniş küme o zaman daha spesifik olun görüntü kümesini sorar. Her zaman tanım ve görüntü kümesi olarak gelir sorular. Şimdi tanım kümesi dediğim birinci elemanlardı sıralı ikililerdi. A kümesi tanım olsun, $f(a)$ da görüntü olsun hatta buraya B değer diyeyim ben. O halde benim fonksiyonum A'dan B'ye gitcek f olarak, tanım kümesinin elemanları a var b var, c var ve d, bu ifadeler yani sıralı ikililerden birinci tanım kümesinin elemanları ikinci bileşen görüntü kümesinin elemanları olacak. A ne ile eşleşti 2 ile, B 1 ile, c 3 ile, d de 5 ile şimdi buraya B(küme) yazdım ama şu ifade görüntülerden oluşan buraya biz $f(a)$ görüntü kümesi demiştik. Ben bu b kümesine değer kümesini soruyor dediniz ya şuraya (b kümesine) 7,8,9 yazsam bu ifade fonksiyon belirtir mi?

Öğrenciler: evet

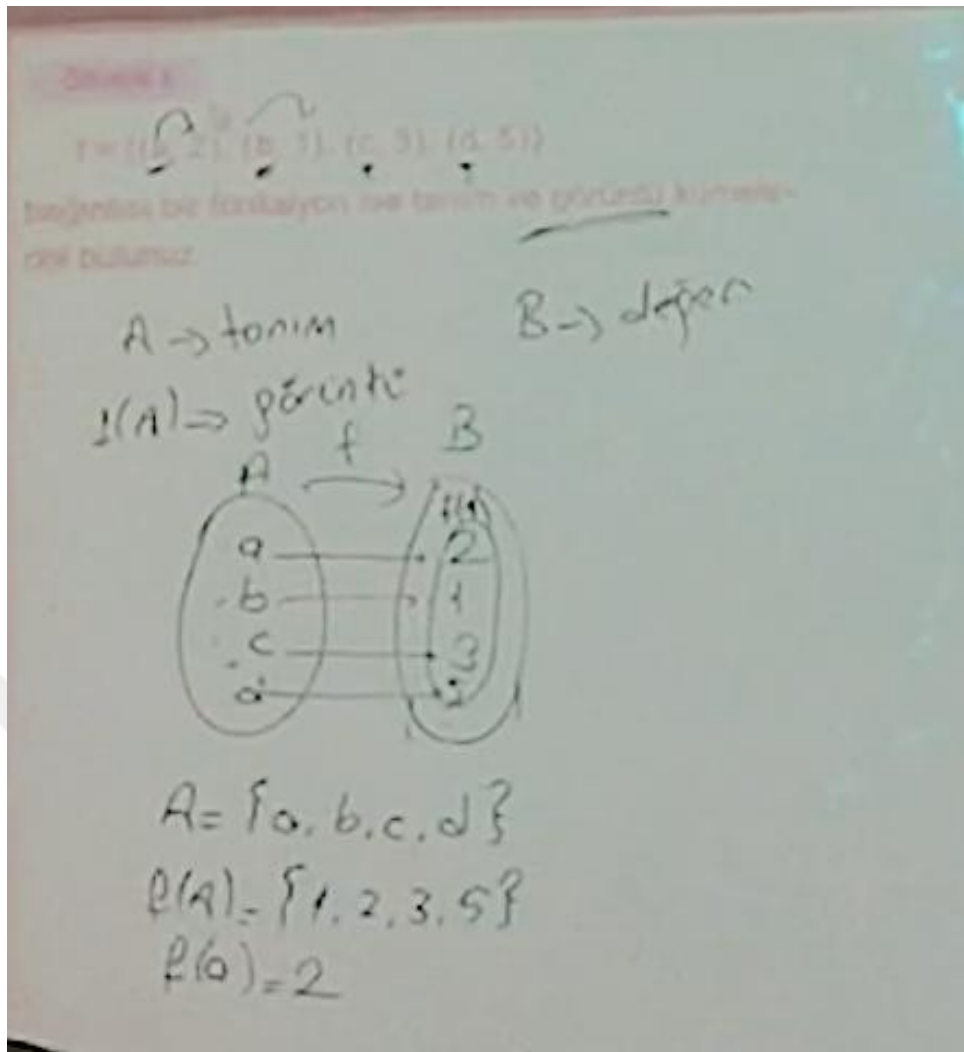
Aysel Öğretmen: Açıkta elemanım yok bir eleman sadece biriyle eşleşmiş peki burada (B kümesinde) açıkta kalanların sıkıntısı var mı? Yok o yüzden size soruda değer kümesini istememesinin sebebi budur. Aklınızda bulunsun. O zaman A kümesi a,b,c ve d $f(a)$ kümesi görüntü kümesi 1,2,3,5

Nedim Öğretmen: Aynı zaman da $f(a) = 2$ diyebilir miyiz?

Aysel Öğretmen: kurallı olarak da gösterebiliriz. $f(b)=1, f(c)=3, f(d)=5$

Nedim Öğretmen: noktayı fonksiyon şeklinde göstermiş.

Aysel Öğretmen: anlaşılmayan yer var mı?



Şekil 12. Aysel öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-2).

Anekdöt-1’de sorunun çözümünde Aysel Öğretmen cebirsel temsil kullanırken anekdöt-2’de ise sözel-diyagram, sıralı ikililer ve sıralı ikili-sözel-diyagram temsil sistemleri kullanmıştır. Her iki örnekten de anlaşılacağı üzere Aysel öğretmenin sorunun çözümü için uygun temsil sistemi seçtiği söylenebilir.

Tablo 10. Aysel Öğretmenin B1 ve B2 Derlerinde Kullandığı Çoklu Temsiller

Süre Başlangıç	Süre Bitiş	Etkinlik	Kullanılan çoklu temsiller
00:00	05:21	tanımlar	sözel sözel-diyagram diyagram
05:21	06:21	açıklama	sıralı ikililer sıralı ikililer-sözel-cebirsel
06:21	07:16	soru çözümü	sıralı ikililer
07:16	08:50	soru çözümü	grafik sözel-grafik

Tablo 10. (devamı)

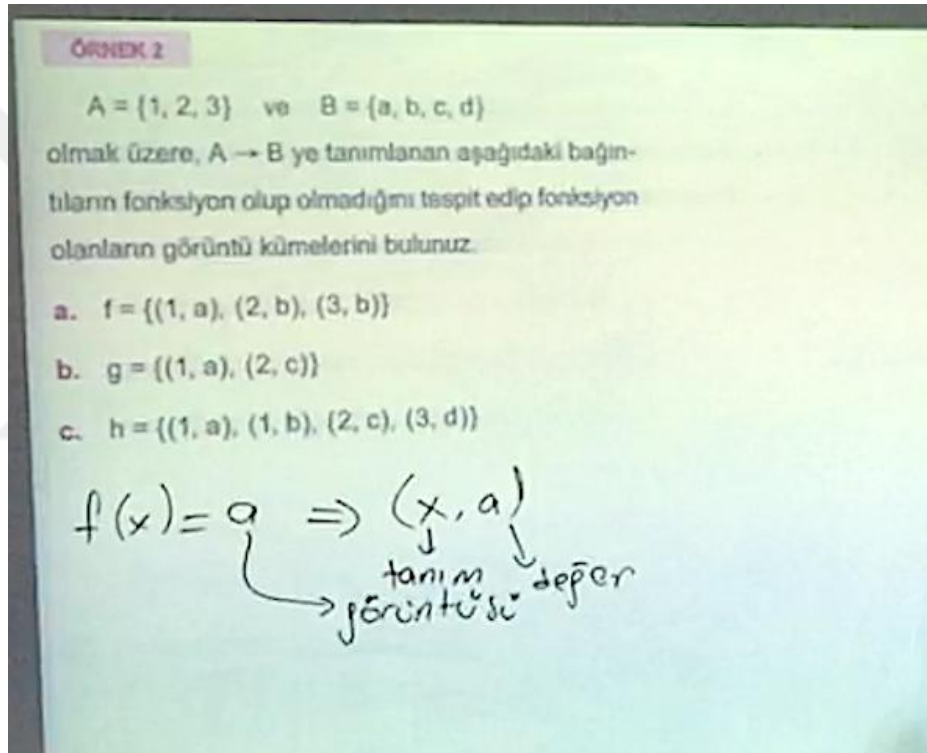
08:50	10:40	soru çözümü	sözel-grafik grafik
10:40	11:13	soru çözümü	grafik
11:13	12:10	soru çözümü	grafik
12:10	12:51	soru çözümü	sözel
12:51	13:43	soru çözümü	sözel
13:43	17:00	soru çözümü	sözel cebirsel sıralı ikililer-sözel-diyagram-cebirsel
17:00	19:00	soru çözümü	sıralı ikililer-sözel-diyagram sözel
19:00	20:15	soru çözümü	cebirsel
20:15	21:25	soru çözümü	cebirsel sıralı ikililer
21:25	22:53	soru çözümü	cebirsel
22:53	26:04:00	soru çözümü	cebirsel
26:04:00	29:38:00	soru çözümü	cebirsel
29:38:00	36:26:00	soru çözümü	cebirsel
36:26:00	42:22:00	soru çözümü	cebirsel
B2			
00:00	01:54	soru çözümü	cebirsel
01:54	08:13	soru çözümü	cebirsel sözel
08:13	11:48	soru çözümü	cebirsel
11:48	15:16	soru çözümü	cebirsel sözel
15:16	18:22	soru çözümü	cebirsel
18:22	20:40	soru çözümü	cebirsel
20:40	23:31	soru çözümü	cebirsel
23:31	30:46	soru çözümü	cebirsel
30:46	32:24		sözel

*Herhangi bir zaman aralığında aynı temsil 1'den fazla kullanılma durumunda bir kez yazılmıştır.

Tablo 10'a göre Aysel Öğretmenin B1(Aysel Öğretmenin B şubesindeki ilk dersi) ve B2 (Aysel Öğretmenin B şubesindeki ikinci dersi) dersleri değerlendirildiğinde çoklu temsillerin tek olarak kullanıldığı (sözel, cebirsel) temsilleri daha çok tercih ettiği görülmektedir. Aysel Öğretmen sınıf içerisinde yapmış olduğu etkinlik türlerine göre temsil sistemini seçmiştir. İkili ve üçlü temsil sistemlerinde soru çözümünde tercih edilecek farklı yollar ile farklı temsil sistemleri birleştirilmiştir.

Anekdot-3

Aysel Öğretmen: Biz her zaman Venn şeması ile göstermeyeceğiz fonksiyonları sıralı ikililer şeklinde de göstermemiz gerekiyor. Bunları gösterirken şu şekilde birinci; sıralı ikilileri biliyorsunuz birinci eleman tanım kümesinin elemanları şuraya yazarsam mesela f kümesinde $f(x)=a$ olarak gösterdiğimizde bunu sıralı ikili gösteriş şekli (x,a) $[x]$ bu tanım kümesinin elemanı; $[a]$ burası değer kümesinin elemanı. Aynı zamanda burada a 'ya görüntüsü deniliyor. Şimdi bakıyorum tanım kümesi neler? $\{1,2,3\}$. f fonksiyonu için yani 1,2 ve 3'ün eşleşmesi lazım ve yalnızca bir defa eşleşmesi lazım. 1 eşleşmiş mi?



Şekil 13. Aysel öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-3).

Anekdot-4

Aysel Öğretmen: Şimdi bakıyorum tanım kümesi neler? $\{1,2,3\}$. f fonksiyonu için yani 1,2 ve 3'ün eşleşmesi lazım ve yalnızca bir defa eşleşmesi lazım. 1 eşleşmiş mi?

Öğrenciler: evet

Aysel Öğretmen: 2 eşleşmiş mi?

Öğrenciler: evet

Aysel Öğretmen: 3 eşleşmiş mi?

Öğrenciler: evet

Aysel Öğretmen: *O zaman f dediğim ifade fonksiyon oldu.*

Anekdot-3 ve anekdot-4 video çözümlemesinde de görüleceği gibi Aysel Öğretmen sadece sıralı ikililer temsilini kullanmamış aynı zamanda sıralı ikililer-sözel-cebirselsel üçlü temsil gösterimlerini de birleştirmiştir. Aysel öğretmen temsiller arası ilişkilendirme yapmaktadır.

Tablo 11. *Aysel Öğretmenin Kullandığı Çoklu Temsillerin Karşılaştırılması*

Temsiller*	A1	A2	B1	B2	Toplam
Cebirselsel	13	21	16	14	64
Diyagram	2	0	3	0	5
Grafik	8	0	5	0	13
Sözel	8	2	7	4	21
Sıralı ikililer	2	0	4	0	6
Cebirselsel-Diyagram	1	0	1	0	2
Cebirselsel-Grafik	0	0	0	0	0
Grafik-Sıralı ikili	0	0	0	0	0
Sözel-Diyagram	7	0	2	0	9
Sözel-Grafik	0	0	3	0	3
Cebirselsel-Sıralı ikili	0	0	0	0	0
Cebirselsel- Grafik- Sıralı İkili	0	0	0	0	0
Cebirselsel-Diyagram-Grafik	0	0	0	0	0
Cebirselsel-Sıralı ikili-Sözel	0	0	1	0	1
Sıralı ikili-Diyagram-Sözel	3	0	1	0	4
Cebirselsel-Diyagram-Sıralı ikili-Sözel	0	0	1	0	1
Cebirselsel-Grafik-Sıralı ikili-Sözel	0	0	0	0	0
Toplam	44	23	44	18	129

* Çoklu temsil listesi her üç öğretmen tarafından en az 1 kez kullanılan temsillerden oluşturulmuştur.

Aysel öğretmenin derslerinde tercih ettiği temsil sistemlerinin dağılımı incelendiğinde tekli temsil sistemlerinden en fazla cebirselsel temsil tercih edilirken en az ise diyagram temsili tercih edilmiştir. İkili temsillerde ise en fazla sözel-diyagram tercih edilirken en az ise cebirselsel-diyagram temsil sistemi tercih edilmiştir. Üçlü temsillerden ise en fazla sıralı ikili-diyagram-sözel temsil tercih edilirken dördlülerden ise sadece cebirselsel-diyagram-sıralı ikili-

sözel bir kez kullanılmıştır. Yapılan derslere göre karşılaştırma yapıldığında A1 (Aysel öğretmenin A şubesindeki ilk dersi) ve B1 (Aysel Öğretmenin B şubesindeki ilk dersi) derslerinde temsiller daha yoğun kullanılırken A2 (Aysel Öğretmenin A şubesindeki ikinci dersi) ve B2 (Aysel Öğretmenin B şubesindeki ikinci dersi) derslerinde daha az kullanılmıştır. A1 ve B1 dersleri daha çok konunun giriş kısmı olduğu için öğretmen daha fazla temsil sistemi kullanmıştır. Buna karşın ise A2 ve B2 derslerinde ise öğretmen sadece tekli temsiller kullanmıştır. A1 dersinde kullanılan temsilleri %25'inde ve B1 dersinde ise %20 oranında temsiller arası ilişkilendirme yapılmıştır. Aysel Öğretmenin A2 ve B2 konuya ilişkin pekiştirici örnekler çözmüş olması tekli temsilleri seçmiş olmasında etkili olmuş olabilir. Aysel Öğretmenin çoklu temsilleri kullanımına ilişkin diğer bir nokta ise A1 şubesinde sadece sıralı ikili-diyagram-sözel çoklu temsili kullanırken B1 dersinde ise bunu çeşitlendirmiş cebirsel-sıralı ikili-sözel ve cebirsel-diyagram-sıralı ikili-sözel çoklu temsillerini de kullanmıştır.

Nedim öğretmen video analiz bulguları.

Tablo 12. *Nedim Öğretmenin A1 ve A2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller*

Süre Başlangıç	Süre Bitiş	Etkinlik	Kullanılan çoklu temsiller
00:00	02:20	hatırlatma	cebirsel gösterim diyagram sözel temsil
02:20	08:15	kural açıklama	cebirsel grafik diyagram grafik-sıralı ikili cebirsel gösterim grafik cebirsel-sıralı ikili-sözel
08:15	11:13	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili sözel temsil
11:13	15:25	kural açıklama	grafik
15:25	19:32	soru çözümü	cebirsel gösterim cebirsel-grafik
19:32	22:08	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
22:08	22:52	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
22:52	23:50	soru çözümü	cebirsel gösterim
23:50	24:30	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
24:30	26:13	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
26:13	30:08	soru çözümü	sıralı ikili-sözel-cebirsel
30:08	35:08	soru çözümü	sıralı ikili-sözel-cebirsel
35:08	37:00	soru çözümü	cebirsel-grafik

Tablo 12. (devamı)

37:00	41:04	soru çözümü	cebirsel gösterim cebirsel-grafik cebirsel-grafik-sıralı ikili
41:04	42:48	soru çözümü	grafik
42:48	49:34	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili cebirsel-grafik-sıralı ikili
49:34	53:48	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
A2			
00:00	03:19	kural açıklama	cebirsel gösterim grafik
03:19	06:30	soru çözümü	cebirsel gösterim
06:30	11:30	soru çözümü	grafik-cebirsel cebirsel-grafik-sıralı ikili
11:30	14:36	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
14:36	16:45	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
16:45	19:03	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
19:03	25:05	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
25:05	32:06	soru çözümü	cebirsel gösterim cebirsel-grafik-sıralı ikili
32:06	36:03	soru çözümü	cebirsel- sıralı ikili
36:03	39:40	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
39:40	47:52	soru çözümü	sıralı ikili grafik-sıralı ikili cebirsel gösterim cebirsel-grafik-sıralı ikili
47:52	56:46	soru çözümü	grafik- sıralı ikili cebirsel gösterim cebirsel-grafik-sıralı ikili cebirsel-grafik
56:46	1:05:10	soru çözümü	cebirsel-grafik cebirsel-grafik-sıralı ikili cebirsel-grafik

*Herhangi bir zaman aralığında aynı temsil 1’den fazla kullanılma durumunda bir kez yazılmıştır.

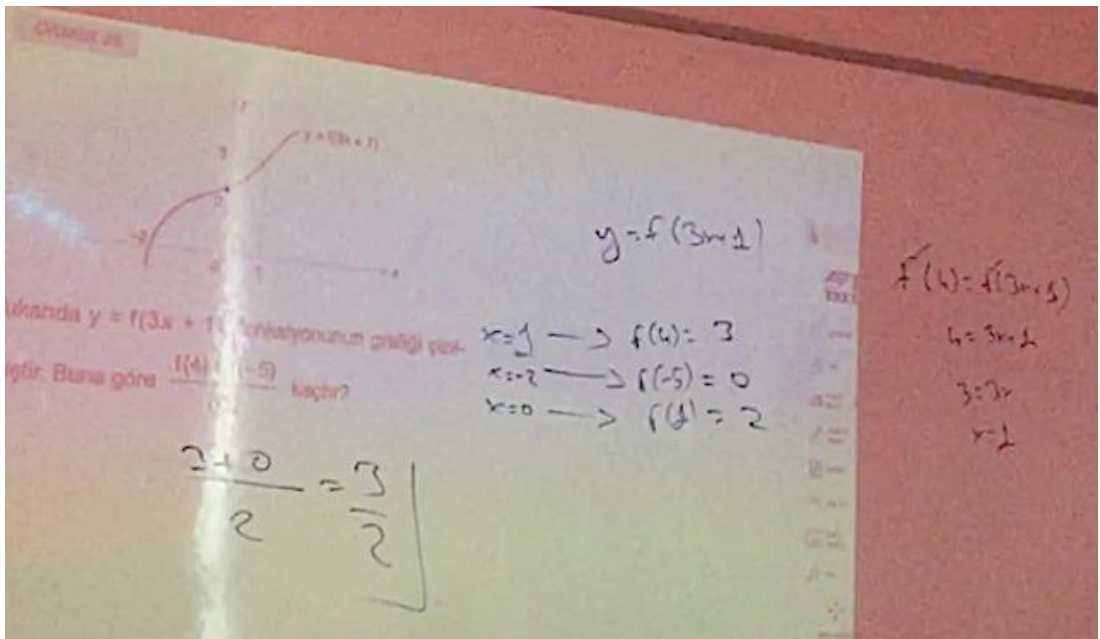
Nedim Öğretmenin A1 ve A2 dersleri değerlendirildiğinde çoklu temsillerin tek olarak kullanıldığı (sözel, cebirsel, grafik, sıralı ikili, diyagram) ya da ikili, üçlü temsillerin birlikte kullandığı etkinlikler bulunmaktadır. Sınıf içi süreçlerde çözülen problemlerin durumuna göre ikili temsil sistemleri kullanılmıştır.

Anekdot-5

Nedim Öğretmen: Diğer soruya bakalım şimdi bu soruda $f(x)$ vermemiş ki $f(3x+1)$ vermiş. Şimdi verilen fonksiyonun ne türde abi? $y=f(3x+1)$ mi? Hatırlıyor musun? Biz fonksiyonda biraz önce örnekte verdik x 'e ne aldysak karşı tarafa da onu yazmalıydık. Ben şimdi kimi arıyorum? $f(4)$ 'ü arıyorum, $f(-5)$ 'i arıyorum bir de $f(1)$ 'i mi arıyorum. Şimdi dikkatle dinleyin. Ben $f(4)$ 'ü arıyorum ya kabul edelim ki $f(4) = f(3x+1)$ ben bu fonksiyonun grafiğini bildiğim için bu fonksiyon üzerinde çalışmam gerekiyor. Eğer bu grafik bana verilmemiş olsaydı hangi fonksiyon üzerinde çalışacağım bilemezdim. Burada noktalar belli görüntüsü var. Var olan tanım elemanların görüntüsü var. Grafik üzerinde yorumlayacağız biraz sonra. Peki ben burada f 'leri yok edersem o zaman $4=3x+1$ mi? 1 'i bu tarafa şutladım $3x=3$ x buradan 1 geldi. O zaman bu fonksiyon için ben hangi noktaya bakacağım? $x=1$. Hızlı olalım, o zaman burayı -5 'e eşitledim 1 'i karşı tarafa attım -6 . 3 'e böldüm -2 . Bu fonksiyon içinde -2 noktasına bakacağım. Bu fonksiyon için ne yazacağım?

Öğrenci: 0

Nedim Öğretmen: Güzel. Noktaları nasıl belirledik anladık mı? Şu yöntemi de unutmayın x 'i orada çekebilirsiniz. Peki şimdi $x=1$ noktasına bakıyorum. 1 nerede? 1 'in görüntüsü ne? 3 . Fark ettiniz mi $x=1$ yazdığımız da $f(4)$ 'ü elde ediyoruz. O zaman 1 için 3 'e gitmiş. Peki -2 için nerede? x ekseninde ise doğmamıştır yani doğum tarihi yoktur. Sıfırdır. Sıfır için kime gitmiştir? Kalemi kaldır burada ne olacak? 2 . Var olan bilgileri burada yerine yazalım. $3-0/2$ cevabımızın $3/2$ olduğunu bulur ve soruyu bitiririz.



Şekil 14. Nedim öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-5).

Nedim Öğretmen: *Okumayı anladık mı, grafik okumayı? Peki grafik şöyle olsaydı.*

Öğrenciler: *fonksiyon olmaz.*

Nedim Öğretmen: *Çok güzel. Dersin ki hocam 0 hem 2'ye gitmiş hem -3'e gitmiş. Hatta şunu da yorumlayabilirsin y eksenine paraleller çizersen 2 farklı görüntü olur, fonksiyon belirtmez. Tamam mı, bunlara dikkat edin.*

Musa Öğretmen: *Çember bir fonksiyon mu?*

Öğrenciler: *hayır değil.*

Nedim Öğretmen: *Dur ona da geleceğiz. O da benim özel sorum.*

Anekdot-6

Nedim Öğretmen: *Dilara bu sefer grafik yok nokta var.*

Öğrenci: *hocam (3,2) demiş ya (x,y)*

Nedim Öğretmen: *zaten x_1, y_1 ve x_2, y_2*

Öğrenci: *x'in katsayısına bakacaktık.*

Nedim Öğretmen: *burada x'in katsayısını bulabilir miyiz?*

Öğrenci: *$\frac{1}{2}$ mi?*

Nedim Öğretmen: *var mı başka $\frac{1}{2}$ bulan? 3 gibi mi geliyor? O senin dediğin fonksiyon verilmiş ise hızlı bir şekilde bulabilirdik. Bu sefer noktalar verilmiş. Değişim hızını buraya tekrardan yazıyorum. $y_2 - y_1 / x_2 - x_1$. Hani bir eğri üzerinde doğrusal demiştik ya. Atıyorum şöyle olsun herhangi iki nokta arasındaki değişim aynıdır. Belli bir oranda artıyor zaten. Ki o yüzden biz doğrusal diyoruz.*

Öğrenci: *$\frac{1}{2}$*

Nedim Öğretmen: *$\frac{1}{2}$ mi? Ne yaptık? A noktasını vermiş. $A(3,2)$ $x_1=3$ ve $y_1=2$. B noktası nedir abi? $B(1,1)$ burası $x_2=1$ ve $y_2=1$. Değişim hızı ya da*

$$eğimi = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

y_2 'yi kaç vermiş bana? 1. y_1 kaç? 2

$$\frac{1 - 2}{1 - 3} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

O zaman burada şunu diyebilir miyim? Şu doğrusal fonksiyon için verilen soruda $y=1/2.x+n$ diyebilir miyim? Hani dedik ya değişim eğim demektir x 'in önündeki katsayı. Bu $1/2$ oranında artacak ama bunu(n) bulamıyorum. O da nasıl olur aslında yerine yazarak da bulabilirsin. x yerine 2 yazarsın y 'yi de 3'e eşitlersin n 'yi de bulabilirsin. Anladın mı ne demek istediği mi?

Öğrenci: anlamadım hocam?

Nedim Öğretmen: $f(x)= 1/2.x+n$ demiştim değil mi? N 'i burada nasıl bulabilirim? Herhangi bir denklem için yaz. $(1,1)$ demiş ya da şurada x için 3 dersin bu da 2 dersin öbür tarafa atarsın

Problem 40
A(3, 2) ve B(1, 1) noktalarından geçen doğrunun
değişim hızı (eğim) kaçtır?

A(3, 2)
↓ ↓
 x_1 y_1

B(1, 1)
↓ ↓
 x_2 y_2

D. H = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{3 - 1} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2} \cdot x + n \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot x + n$

Değişim Hızı:
 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Şekil 15. Nedim öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-6).

Nedim Öğretmenin sınıf içi uygulamalarına ilişkin olarak anekdot-5 ve anekdot-6 incelendiğinden birincide Nedim öğretmen cebirsel-grafik temsil sistemi tercih ederken ikinci örnekte ise cebirsel sıralı çoklu temsili kullanmıştır. Nedim Öğretmen soru çözümünde uygun olan temsil sistemini tercih etmektedir.

Tablo 13. Nedim Öğretmenin B1 ve B2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller

B1			
Süre Başlangıç	Süre Bitiş	Etkinlik	Kullanılan çoklu temsiller
00:00	03:36	kural hatırlatma	grafik
03:36	04:51	soru çözümü	cebirsel gösterim
04:51	07:03	hatırlatma	cebirsel gösterim
07:03	07:37	hatırlatma	diyagram
07:37	15:41	soru çözümü	cebirsel gösterim
			cebirsel gösterim
			cebirsel-sıralı ikili- sözel
			cebirsel-sıralı ikili
			cebirsel-grafik-sıralı ikili
15:41	18:55	soru çözümü	grafik- sıralı ikili
18:55	25:35	soru çözümü	cebirsel-grafik
			cebirsel-grafik-sıralı ikili
25:35	27:00	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
27:00	28:03	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
B2			
00:00	00:47	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
00:47	01:15	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
01:15	03:47	açıklama	cebirsel-grafik-sıralı ikili
03:47	06:21	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
06:21	13:26	soru çözümü	cebirsel-sıralı ikili
			cebirsel gösterim
13:26	16:05	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
16:04	18:16	soru çözümü	grafik
18:16	23:08	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
23:08	31:36	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
31:36	33:32	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
33:32	35:47	soru çözümü	grafik-sıralı ikili

*Herhangi bir zaman aralığında aynı temsil 1'den fazla kullanılma durumunda bir kez yazılmıştır.

Nedim Öğretmenin B1 ve B2 dersleri incelendiğinde çoklu temsillerin tek olarak kullanıldığı (cebirsel, grafik, diyagram) ya da ikili, üçlü temsillerin birlikte kullandığı etkinlikler bulunmaktadır. Sorunun çözüm stratejisi yanında öğretmenin yaklaşımı ile ikili ya da üçlü temsil sistemleri birbirleriyle ilinti olarak kullanılmıştır.

Anekdot-7

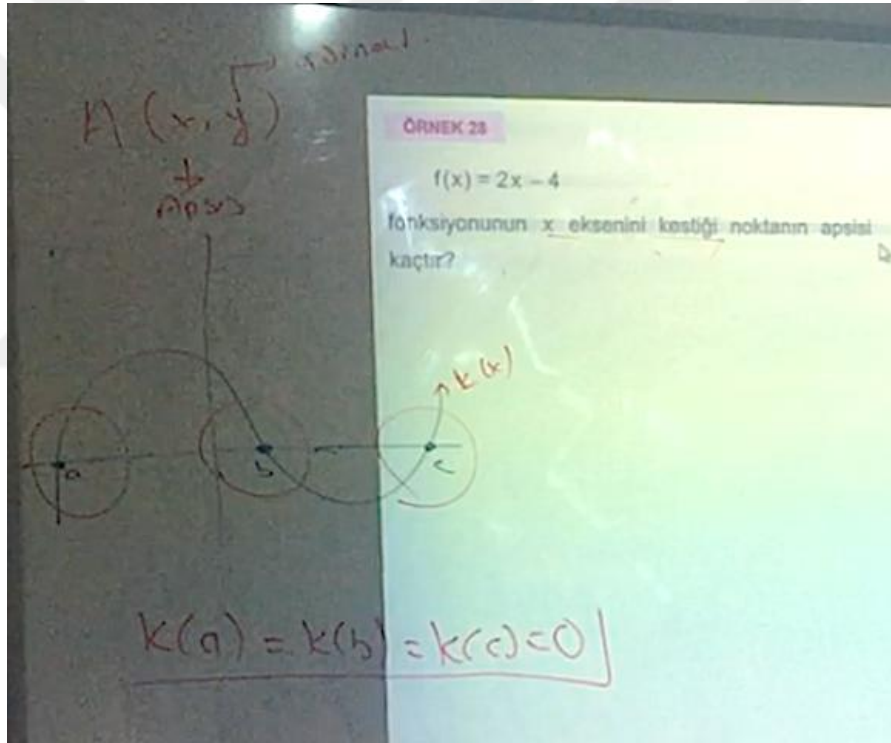
Nedim Öğretmen: *Şimdi şu fonksiyonu inceleyelim fonksiyonun x eksenini kestiği noktanın apsisi demiş. Apsis neydi bu arada, bir daha belirtiyorum. $[a(x,y)$ noktasını yazıyor x noktasının altına apsis; y noktasının altına ordinat yazıyor.] o zaman bu fonksiyonun x eksenini kestiği nokta dediği an $f(x)=0$ diyeceksiniz. Bunu 0'a eşitlediğimde x buradan 2 gelir. Nokta hem apsis hem ordinat şeklinde yazın dediğimde ne yapardınız, A noktası (2,0) derdiniz.*

Öğrenci: *sıfıra eşitledik değil mi yukarıyı?*

Nedim Öğretmen: x eksenini kestiği nokta demek, bu fonksiyona baksana bir. Bu fonksiyonun atıyorum $k(x)$ fonksiyonu olsun, bunun x eksenini kestiği noktalar hangisi bu mu abi(göstererek) ya a 'dır ya b 'dir ya da c 'dir. Demek ki bu fonksiyonda $k(a)=k(b)=k(c)=0$

Öğrenci: diyorsunuz ya; ya a 'dır ya b 'dir ya c 'dir ama üçüdür diyemez miyiz?

Nedim Öğretmen: Üçü de sıfırı sağlıyorsa bana a mı lazım, b mi lazım, c mi. Niye buna bu kadar takıldınız anlamadım. x eksenini kestiği nokta x 'e sıfırdır. A noktası x 'e sıfırdır demek x için görüntüsü sıfırdır. Elemanları nedir a 'dır, b 'dir, c 'dir. Hatta buna 3. Dereceden denklem diyeceğiz. 3.dereceden denklemin üç farklı kökü olur, ona daha şimdi girmeyelim.



Şekil 16. Nedim öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-7).

Anekdöt-8

Nedim Öğretmen: Şu fonksiyonu bir inceleyelim bu sefer size fonksiyonun grafiğini vermiş bunu bir inceleyin demiş size nasıl yaparız sizce bunu şimdi başta şuna dikkat edin bu $f(x)$ 'in grafiği mi doğru mu bazen şöyle yapabiliyor $2x+1$ şeklinde yazabilir bak düşmeyin, hangi fonksiyonsa ona göre tanımlı burada $f(x)$ ama $f(2x+1)$ olabilirdi, $f(2x+1)$ olsaydı mesela $f(1)$ 'i sormuş olsaydı x değerinde kime bakacaktım sıfıra, sıfır yazdığımda $f(1)$ oluyor

o zaman 0'daki değeri atıyorum 2 mi 2 derdim. Dikkat edin. Fonksiyonumuza tekrar geliyoruz $f(-4)$ nerde abi.

Nedim Öğretmen: x eksenini peki buradaki değer nedir x için , x için sıfırdır. Buna bir tanımlayalım abi. Şimdi şöyle düşünün x nedir abi kişidir; y nedir doğum tarihleridir. Bu adam burada doğmamış dikkat et x ekseninin üzerindeyse çocuk var anne karnında varlığını kabul ediyorum ama doğmamış hangi gün olduğunu bilmiyorum sıfır mutlak başlangıç noktasıdır. Verilen bir noktanın $A(x,y)$ diyecekler ya biz buna özel isim veriyoruz arkadaşlar x 'e apsis y 'ye ordinat diyeceğiz. x değerim için görüntüm noluyo, gittiği yer noluyo(y 'yi göstererek) bunu soruyor size. O zaman -4 noktasını ben iki nokta şeklinde yazarsam x noktası kaç -4 y kaç 0 , gördünüz mü bunu yazmaya alışın, çocuk var ama doğmamış doğum tarihi belli değil ama burda sıfırıncı kişi kimdir 2 demek ki burası x için 0 y için 2 . Dikkat şu noktaya geldim 2 nerdedir 4 demi 2 demi

Öğrenci: 2 dedir hocam x ile aynı şeyde olduğu için]

Nedim Öğretmen: Gençler içi boş olması demek şimdi ben size fonksiyon tanımlayacağım ona benzeyecek misal $1/x-2$ sayı/ 0 neydi limit alınır mı bunun böyle bir şey mümkün mü?

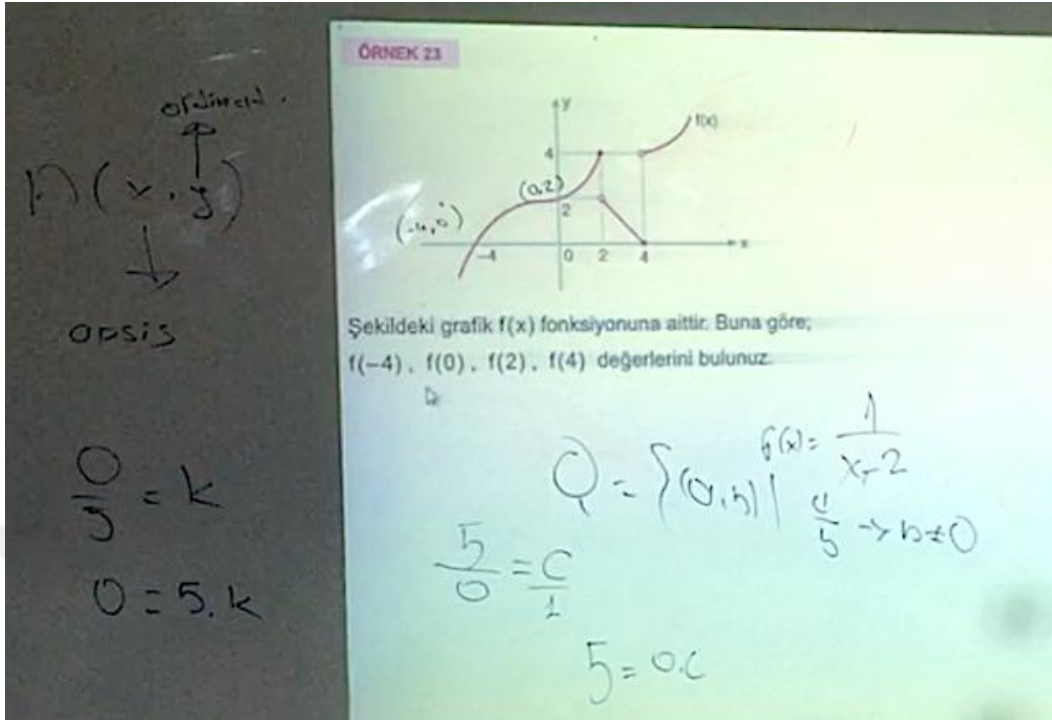
[öğrenciler gülüyor]

Nedim Öğretmen: şuan da limit yok sadece şunu diyorum $5/0$ 'a bölüldüğünde nasıl bir sayı elde edersin

Öğrenci: Hiçbir sayı elde edemem

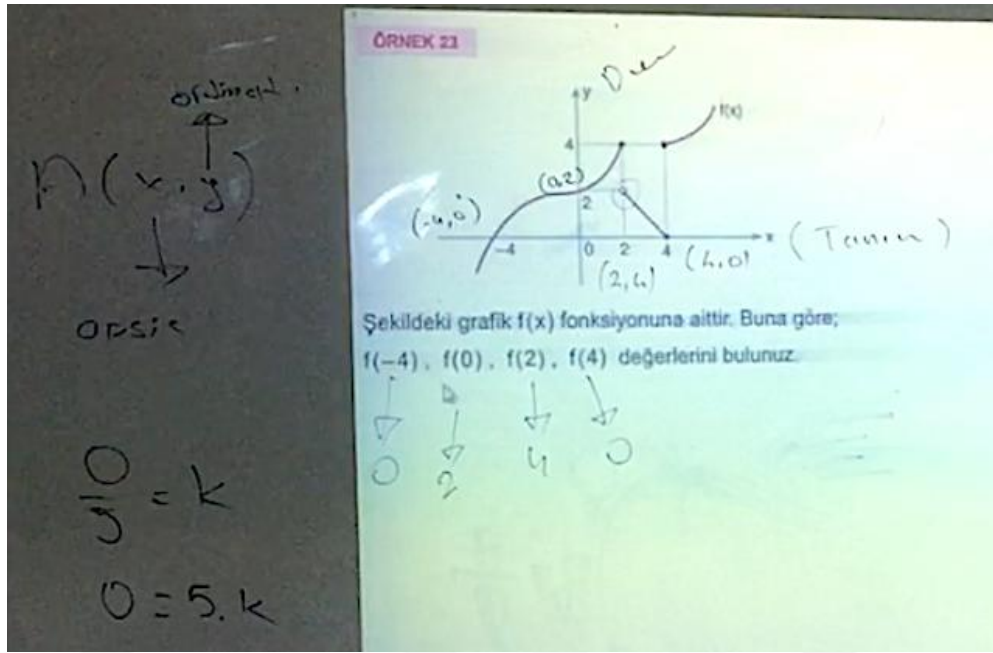
Nedim Öğretmen: Mesela burda bir c sayısı kabul edelim burada(c 'nin altında) gizli bir 1 var mı var içler dışlar çarpımı yaptığımızda $5=0*c$ c 'ye hangi değeri vereceksin ki 5 'i elde edebilirsin böyle bir şey mümkün mü? Tanımsız 5 sıfıra eşit midir. Dediği mi anladınız mı?, kabul edelim ki burada bir sayı olsun içler dışlar çarpımı yaptım c gibi bir sayı bulunamıyor bundan dolayı sayı/sıfır tanımsızdır, rasyonel ifadelerde diyorduk ya paydayı tanımsız değerlerde almayacağız. $0/5$ içler dışlardan sıfıra eşit oluyor. Dilara diyor ki hocam $0/5$ olursa ben yine kabul edeyim yine bir sayı olsun içler dışlar çarpımı yaptım sıfıra eşitledim $5*k=0$ $2a$ eşit oldu mu k 'ya hangi değeri vermeliyim; $0/sayı$ sıfırdır ama sayı/ 0 tanımsızdır. Biz rasyonel ifadeleri tanımlarken diyorduk ya

(a,b) sıralı ikililerden oluşur a/b şeklinde olacak ve b sıfırdan farklı olması gerekiyor demiştim.



Şekil 17. Nedim öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-8 a).

Nedim Öğretmen: *Onun için sence Cuma bu fonksiyonu tanımsız yapan değer kaçtır? 2 noktası o zaman bu 2 noktasının içi boş olacak aslında bu grafik biraz bunu anımsatıyor. Yani 2 noktasında bir tanımsızlık var onun için içini boş yapmışlar. Şu nokta(2 noktası) benim için kritiktir. İlerleyen konular da limitte buna değiniceğiz. Adam diyor ki tamam 2 noktasında tanımsız ama burada doğrudan bir fonksiyon var zaten limit demek o noktadaki değeri değil yaklaşımı nereye gidiyor sağdan ve soldan yaklaşımı beni nereye götürüyor, civarında oyna diyor ben sağdan yaklaşıcam bir şeyler olucak falan o limit konusu ona şu an girme Cuma. Şunu bil 2 noktası bu noktada payda x-2 çarpanı olduğu için bunu tanımsız yaptığından içini boş yapıyor peki bu bana yeterli mi parçalı bir fonksiyon ona da değinicez ilerleyen konularda. 2 noktası kime gitmiş 4'de tanımlı 2 noktası ne diyeceğiz x 2 için görüntüsü 4'e gitmiş. 4 noktası sizce nedir aynen şurda olduğu gibi(-4 noktası) 0'a gider, peki burası içi dolu olmaz çünkü aynı kişi 0'da hem burda olmaz. Değerleri atadık mı atadık şimdi bakıyorum bana f(-4)'ü sormuş, f(-4) için değerim kaç gitmiş sıfıra; f(0)'a kaç gitmiş 2'ye ;f(2) noktası kaç gitmiş 4'e;f(4) noktası 0'a gitmiş. X'e tanım kümesi y'ye değer kümesi diyoruz. x apsis dedik y'ye ordinat dedik bu terimleri bilmemiz gerekiyor.*



Şekil 18. Nedim öğretmenin B şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-8 b).

Anekdöt-7’de cebirsel-grafik-sıralı ikili üçlü temsil sistemi kullanılırken anekdöt-8’de ise cebirsel-grafik-sıralı ikili ve cebirsel-sıralı ikili kullanılmıştır. Birinci örnekte Öğretmen dersi anlatırken her üç temsil sistemi arasında bağlantı kurmuştur. İkinci örnekte ise cebirsel-sıralı ikili arasında bağlantı kurulurken ayrıca da cebirsel gösterim kullanılmıştır.

Tablo 14. Nedim Öğretmen Kullandığı Çoklu Temsillerin Karşılaştırılması

Temsiller*	A1	A2	B1	B2	Toplam
Cebirsel	5	5	4	1	15
Diyagram	2	0	2	0	4
Grafik	3	1	1	1	6
Sözel	2	0	0	0	2
Sıralı ikililer	0	1	0	0	1
Cebirsel-Diyagram	0	0	0	0	0
Cebirsel-Grafik	4	4	1	0	9
Cebirsel-Sıralı ikili	0	1	1	1	3
Grafik-Sıralı ikili	5	2	3	4	14
Sözel-Diyagram	0	0	0	0	0
Sözel-Grafik	0	1	0	0	1
Cebirsel- Grafik- Sıralı İkili	5	10	2	5	22
Cebirsel-Diyagram-Grafik	0	0	0	0	0
Cebirsel-Sıralı ikili-Sözel	3	0	1	0	4
Sıralı ikili-Diyagram-Sözel	0	0	0	0	0
Cebirsel-Grafik-Sıralı ikili-Sözel	0	0	0	0	0
Cebirsel-Diyagram-Sıralı ikili-Sözel	0	0	0	0	0
Toplam	29	25	15	12	81

* Çoklu temsil listesi her üç öğretmen tarafından en az 1 kez kullanılan temsillerden oluşturulmuştur.

Nedim Öğretmenin derslerinde tercih ettikleri temsil sistemlerinin dağılımı incelendiğinde tekli temsil sistemlerinden en fazla cebirsel temsil tercih edilirken en az ise sıralı ikili temsili tercih edilmiştir. İkili temsillerde ise en fazla grafik- sıralı ikili tercih edilirken en az ise sözel-grafik temsil sistemi tercih edilmiştir. Üçlü temsillerden ise en fazla sıralı cebirsel-grafik-sıralı ikililer çoklu temsil tercih edilirken en az ise sadece cebirsel- -sıralı ikili-sözel bir kez kullanılmıştır. Yapılan derslerin karşılaştırmaları yapıldığında A1 ve A2 derslerinde temsiller daha yoğun kullanılırken B1 ve B2 derslerinde daha az kullanılmıştır. İki ve daha fazla temsilin ilişkilendirilme oranları incelendiğinde A1 (%58), A2(%72), B1(%53) ve B2(%83) olmuştur. Nedim öğretmenin çözmüş olduğu örnekler incelendiğinde birden çok temsil sistemi kullanılması gerekmektedir. Bununla birlikte dersler ilerledikçe Nedim öğretmen temsiller arası bağlantıyı daha fazla kurmuştur.

Musa Öğretmen Video Analiz Bulguları

Tablo 15. *Musa Öğretmenin A1 ve A2 Derslerinde Kullandığı Çoklu Temsiller*

Süre Başlangıç	Süre Bitiş	Etkinlik	Kullanılan çoklu temsiller
00:00	01:23	tanım	sözel temsil
01:23	03:25	soru çözümü	diyagram
03:25	07:27	tanım	cebirsel gösterim
			sözel temsil
			cebirsel-grafik
			diyagram
07:27	09:36	soru çözümü	cebirsel gösterim
09:36	11:20	soru çözümü	cebirsel gösterim
11:20	13:20	soru çözümü	cebirsel gösterim
13:20	14:10	tanım	sözel
14:10	16:50	soru çözümü	cebirsel gösterim
16:50	21:50	tanım	sözel
			cebirsel-grafik-sıralı ikili
21:50	26:08	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
26:08	31:40	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
31:40	33:50	tanım	sözel
			diyagram
			cebirsel gösterim
33:50	37:15	soru çözümü	cebirsel gösterim
			cebirsel-grafik-sıralı ikili
37:15	43:55	soru çözümü	cebirsel gösterim
43:55	46:00	soru çözümü	cebirsel gösterim
46:00	47:08	soru çözümü	sözel
			grafik
47:08	47:20	soru çözümü	grafik
47:20	50:04	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
		A2	
00:00	02:50	soru çözümü	grafik
			grafik
02:50	05:12	tanım	sözel temsil
			diyagram
05:12	07:00	soru çözümü	cebirsel-diyagram
07:00	14:03	soru çözümü	cebirsel-diyagram
14:03	18:30	soru çözümü	cebirsel-diyagram-grafik
18:30	22:40	soru çözümü	cebirsel-grafik
22:40	23:25	soru çözümü	grafik

Tablo 15. (devamı)

23:25	24:05	soru çözümü	grafik
24:05	24:55	tanım	sözel temsil
24:55	26:25	soru çözümü	cebirsal gösterim
26:25	29:07	soru çözümü	cebirsal gösterim
29:07	39:50	soru çözümü	cebirsal gösterim
39:50	44:15	soru çözümü	cebirsal gösterim
44:15	50:45	soru çözümü	cebirsal-grafik
50:45	54:15	soru çözümü	cebirsal-grafik
54:15	61:57	soru çözümü	cebirsal-grafik
61:57	62:30	soru çözümü	cebirsal gösterim

*Herhangi bir zaman aralığında aynı temsil 1'den fazla kullanılma durumunda bir kez yazılmıştır.

Musa Öğretmenin A1 ve A2 dersleri değerlendirildiğinde çoklu temsillerin tek olarak kullanıldığı (sözel, cebirsal, grafik, diyagram) ya da ikili, üçlü temsillerin birlikte kullandığı etkinlikler bulunmaktadır. Bütün temsiller kullanılırken sıralı ikili temsil hiç kullanılmamıştır. Tekli temsil kullanımında cebirsal gösterim daha çok tercih edilmiştir. İkili temsil sistemlerinden cebirsal-grafik ve cebirsal-diyagram temsiller kullanılmıştır.

Anekdot-9

Musa Öğretmen: *Evet fonksiyonu örten midir? Evet fonksiyonumuz tam sayılarda tam sayılara gidecekmiş. $f(x)=2x-1$ fonksiyonu örten midir?*

Nedim Öğretmen: *Venn şeması ile gösterebiliriz değil mi hocam?*

Musa Öğretmen: *evet.*

Araştırmacı: *Tam sayılardan tam sayılara birkaç tane gösterebiliriz.*

Nedim Öğretmen: *deneyelim. Tam sayılardan değerler verelim x 'e bakalım tamsayı. Demek ki o zaman değer kümesinde tam sayı olmayan bir değer bulduğumuz zaman ne olacak? Örten olmayacak. O zaman $x=1$ için mesela $f(1)=1$. $X=2$ için $f(2)=3$. 0 verebilir miyiz? $x=0$ için nereye gidiyor? -1. -1'de tam sayı mı? tam sayı. Peki tam sayı olmayan bir şey çıkabilir mi? tam sayı verip tam sayı olmayan bir şey bulmamız lazım. O şekilde varsa örten değil. $X=3$ için tam sayı çıkıyor mu? Şöyle bir çizelim bakalım. Hepsini çizmeyeceğiz. Mesela buradan $\{0,1,2,3\}$ e kadar. Sonra $\{-1,1,3,5\}$. Sanki bunları bulduk şu an. Şimdi şurada boşta eleman var mı yok mu? Peki şurada fonksiyonun gitmediği bir eleman var mı yok mu? Ona karar verirse soru bitmiştir.*

Öğrenci: *örtendir.*

Musa Öğretmen: *Mesela burada negatif veya pozitif sayılar çıkabiliyor değil mi? diğer taraftan. Mesela 100 verelim 199. Diğer tarafa gidiyor değil*

mi? o zaman sonuç hep ne çıkıyor? Tam sayı çıkıyor. Mesela şuralar değişik olsaydı.

Öğrenci: reel sayı olsaydı örten olmayabilirdi?

Musa Öğretmen: değil mi? eğer reel sayı verseydi olmazdı. Ama şu an hangi değeri verirsek verelim nereye gidecek? Bir tam sayıya çıkacak. Sonuç bir tam sayı çıkacak.

Nedim öğretmen: sıfırı veren bir değer var mı hocam?

Musa Öğretmen: $\frac{1}{2}$ yazarsak 0'a gider.

Nedim öğretmen: $\frac{1}{2}$ elemanı mı tam sayının?

Öğrenci: hayır. Tam sayı olamaz.

Musa öğretmen: o zaman boşta eleman kalır. O zaman örten olmaz.

Nedim öğretmen: örten değil mi?

Öğrenci: örten

Nedim öğretmen: neden Melike?

Öğrenci: çünkü boşta eleman kalıyor mu?

Nedim öğretmen: görüntülerde sıfır var. Sıfırı götürecek eleman var mı?

Musa Öğretmen: yani görüntümüzü sıfıra eşitleyelim.

Nedim öğretmen: görüntü kümemi sıfıra eşitleyecek olan var mı?

Musa Öğretmen: bakalım. $2x=1$ $x=1/2$. Burada sıfır olduğu zaman burada $\frac{1}{2}$ olacakmış. $\frac{1}{2}$ rasyonel bir sayı değil mi? ama benim tanım kümem tam sayı olacakmış.

Nedim öğretmen: bir de hocam ne yazarsanız yazınız sağ taraf hep ne çıkıyor tek sayı çıkıyor değil mi?

Musa Öğretmen: evet.

Nedim öğretmen: e çift sayılar nerede? Çift sayılar hep boşta kaldı değil mi?

Musa Öğretmen: çift sayıların herhangi bir değeri yok.

Nedim öğretmen: çift sayılarında görüntüsü olması lazım.

Musa Öğretmen: *çift sayıların görüntüsü olmaya hakkı yok mu? Var. Ama fonksiyon gereği yok.*

Nedim öğretmen: *bir şey çizebilir miyim? Tam sayılardan tam sayılara ya arkadaşlar. Bunun taşıyan kural $2x-1$ mi? yani buradaki elemanın $2x-1$ olup öbür tarafa gidiyor. Mesela tam sayılarımız nelerdir? -sonsuzdan +sonsuzaya diyorsunuz ya gençler. 1,2,3 sonsuzaya kadar gidiyor ya. Burada da aynı şekilde var mı -3,-2,-1,0,1,2,3 sonsuzaya kadar gidiyor ya. Şimdi az önce ne yazmıştık. 0 yazmıştık nereye gitti? -1'e mi? 1 yazdık 1'e. 2 yazdık 3'e. Peki bu adamların günahı ne? Bak çiftlere hiç gitmiyor.*

Öğrenci: *fonksiyonumuzun kuralına uymuyor diğer sayılar.*

Nedim öğretmen: *yani bu tarafta boşta eleman kalıyor. Ve dikkat ederseniz ki buraya ne yazarsanız yazın sonuç hep ne çıkıyor tek sayılar. -1'e gitmiş, 1'e gitmiş, 3'e gitmiş falan. Bak şuraya baksanıza hep tek sayılar peki burada çift sayılar boşta elemanım kalmadı mı?*

Musa öğretmen: *çift değer verelim hocam. Mesela 4 olabilmesi için $5/2$ olması gerekiyor tam sayı değil. Görüntüde 4 olması gerekiyor. Hayır şöyle diyorum $2x-1=4$. Görüntüsü 4 olup da tanım kümesinde var mı sayı? Yok. 4 yazdığım da $5/2$ oluyor.*

Öğretmen: *yani rasyonel sayı çıkıyor.*

Nedim öğretmen: *bundan dolayı bu fonksiyon örten değil. Örten değilse nedir?*

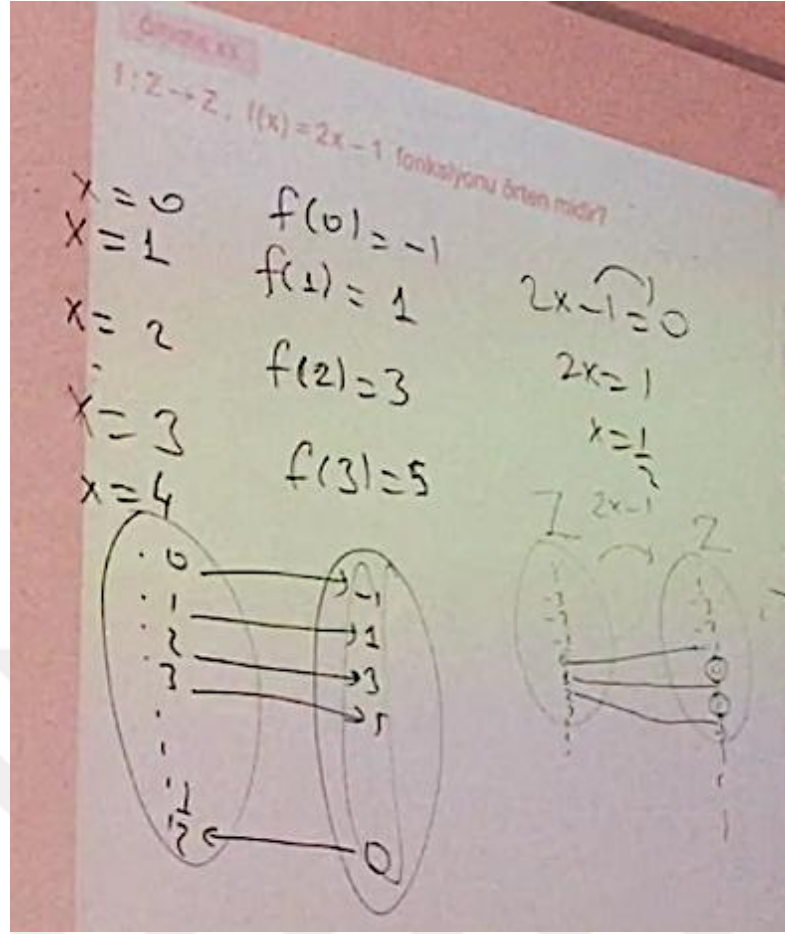
Öğrenciler: *içine.*

Nedim öğretmen: *tek bir eleman dahi bulsanız yeterli olacak.*

Nedim öğretmen: *peki bire bir midir fonksiyon?*

Öğrenci: *evet.*

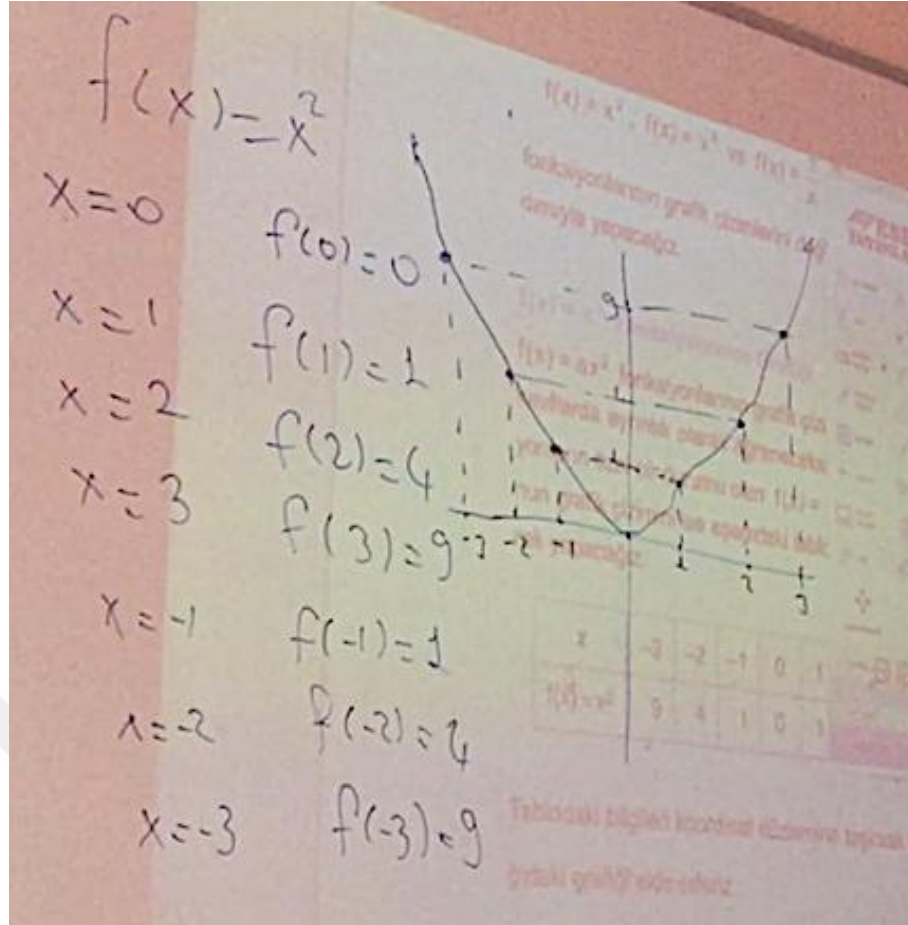
Musa Öğretmen: *hepsi farklı elemanlara gitmiş. Evet bu fonksiyon örten midir?*



Şekil 19. Musa öğretmenin a şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-9).

Anekdöt- 10

Musa Öğretmen: $f(x) = x^n$ şeklinde olan fonksiyonların grafikleri, bakalım nasıl yapıyormuşuz. Neymiş mesela $f(x) = x^n$ şeklinde gösteriyoruz burada ne yapacağız n 'e değerler vereceğiz. Onların görüntülerini bulacağız, ona göre grafik üzerinde göstereceğiz. O zaman 1,2 tanesini gösterelim. Mesela hangisini yapalım? Evet mesela x^2 'yi yapmaya çalışalım. $F(x) = x^2$ ne yapacağız değerler vereceğiz. Mesela $x=0$ için $f(0)=0$. Burada x kendisinin karesine götürüyor değil mi? O zaman $x=1$ 1'in karesi 1'e gidecek. $x=2$ için 2'nin karesine gidecek 4. $x=3$ için bakalım bir de $f(3)=9$ 'a gidecek. Bir de bakalım eksili değerlerde nereye gidiyor. $x=-1$ için nereye gidiyor? 1'e gidiyor. Şimdi grafiğimizi çizmeye çalışalım. Şimdi $x=0$ olduğunda fonksiyonumuz 0'da yani buradan geçecek. Sonra $x=1$ için $x=1$ olduğunda 1'den geçecek. Sonra 2 için 4'den geçecek. Sonra 3 için 9'dan geçecekmiş. Tamam. -1 için. Tamam -2 için $(-2)^2 = 4$. o zaman $x=-3$ için ne olacak? 9. O zaman -2 için 4'den sonra -3 için 9'dan geçecek. Sonra ne yapacağız? Birleştiriyoruz. Demek ki bu şekilde sonra noktaları birleştiriyoruz grafiğimiz ortaya çıkıyor. Anlatabildim mi?



Şekil 20. Musa öğretmenin a şubesindeki dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdor-10).

Anekdor-9’da cebirsel-diyagram ikili temsil sistemi kullanılırken anekdot-10 cebirsel-grafik-sıralı ikili üçlü temsil ve bağımsız olarak sözel temsil kullanılmıştır. Öğretmen Anekdor-9’u anlatırken her iki temsil sistemi arasında bağlantı kurmuştur.

Tablo 16. Musa Öğretmenin B1 Dersinde Kullandığı Çoklu Temsiller

Süre Başlangıç	Süre Bitiş	Etkinlik	Kullanılan çoklu temsiller
00:00	03:40	soru çözümü	sözel cebirsel gösterim
03:40	06:20	soru çözümü	cebirsel-grafik
06:20	09:05	soru çözümü	cebirsel-grafik
09:05	10:00	tanım	cebirsel-grafik-sıralı ikili-sözel
10:00	12:40	soru çözümü	cebirsel-grafik
12:40	14:25	tanım	cebirsel-sıralı ikili
14:25	16:20	soru çözümü	cebirsel-sıralı ikili
16:20	19:40	soru çözümü	cebirsel-sıralı ikili
19:40	23:10	soru çözümü	cebirsel-grafik
23:10	25:50	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
25:50	28:50	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
28:50	31:40	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili
31:40	34:00	soru çözümü	grafik-sıralı ikili
34:00	37:50	soru çözümü	cebirsel-grafik-sıralı ikili

*Herhangi bir zaman aralığında aynı temsil 1’den fazla kullanılma durumunda bir kez yazılmıştır.

Musa Öğretmenin B1 dersi incelendiğinde çoklu temsillerin tek olarak kullanıldığı (sözel ve cebirsel) ya da ikili, üçlü ve dörtlü temsillerin birlikte kullandığı etkinlikler bulunmaktadır. İkili temsil sistemlerinden cebirsel-grafik, cebirsel-sıralı ikili ve grafik-sıralı ikili temsiller kullanılmıştır.

Anekdot-11

Musa Öğretmen: Evet şimdi bize tablo vermiş değişim hızını soruyor... yani şöyle çizeyim o zaman 1'de 120 sonra 2'de 240. Evet buna göre değişim hızı mesela şu nokta (1,120) noktası değil mi? Şu nokta (2,240) noktası, ve (3,360). Bize iki nokta yetiyordu aslında. Hangisini kullanmak isterseniz. İster şu ikisini, ister bu ikisini fark etmez. Mesela birincisi (1,120) noktası diğeri mesela (2,240) ne yapıyorduk? Y'leri birbirinden $240-120/2-1$ buradan da ne yaptı? 120. Aslında dikkat edin 120 120 artmıyor mu? Aslında direkt de 120 değişim hızı diyebilirdik. Aslında değişim hızı ne? Ne oranda artıyor.

Musa öğretmenin B1 dersine ilişkin anekdotta cebirsel-grafik-sıralı ikililer temsil sisteminde her üç temsil sistemi arasında bağlantı kurmuştur.

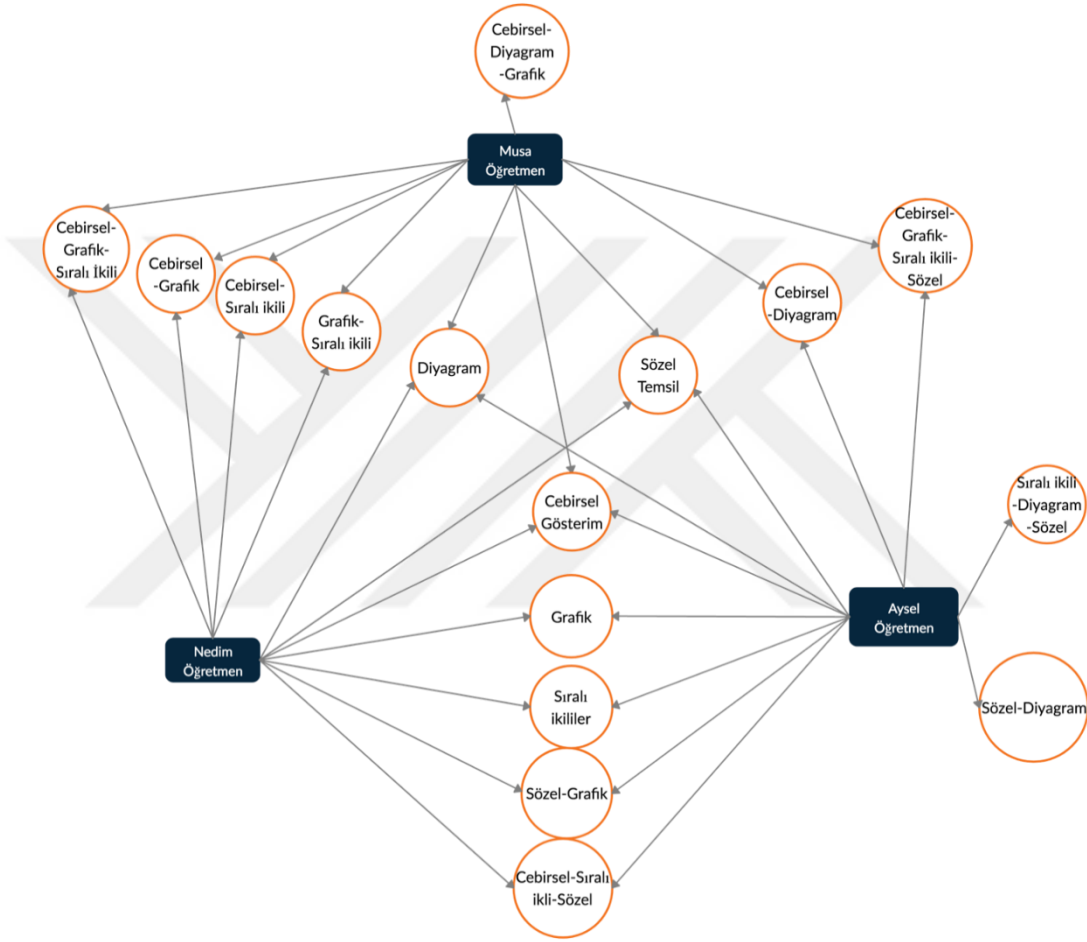
Tablo 17. Musa Öğretmenin A ve B Şubelerinde Kullandığı Çoklu Temsillerin Karşılaştırılması

Temsiller*	A1	A2	B1	Toplam
Cebirsel	10	5	1	16
Diyagram	3	1	0	4
Grafik	2	4	0	6
Sözel	6	2	1	9
Sıralı ikililer	0	0	0	0
Cebirsel-Diyagram	0	2	0	2
Cebirsel-Grafik	1	4	5	10
Cebirsel-Sıralı ikili	0	0	3	3
Grafik-Sıralı ikili	0	0	1	1
Sözel-Diyagram	0	0	0	0
Sözel-Grafik	0	0	0	0
Cebirsel- Grafik- Sıralı İkili	5	0	4	9
Cebirsel-Diyagram-Grafik	0	1	0	1
Cebirsel-Sıralı ikili-Sözel	0	0	0	0
Sıralı ikili-Diyagram-Sözel	0	0	0	0
Cebirsel-Grafik-Sıralı ikili-Sözel	0	0	1	1
Cebirsel-Diyagram-Sıralı ikili-Sözel	0	0	0	0
Toplam	27	19	16	62

* Çoklu temsil listesi her üç öğretmen tarafından en az 1 kez kullanılan temsillerden oluşturulmuştur.

Musa Öğretmenin derslerinde tercih ettiği temsil sistemlerinin dağılımı incelendiğinde tekli temsil sistemlerinden en fazla cebirsel temsil tercih edilirken en az ise diyagram temsili

tercih edilmiştir. İkili temsillerde ise en fazla cebirsel-grafik tercih edilirken en az ise grafik-sıralı ikili temsil sistemi tercih edilmiştir. Üçlü temsillerden ise en fazla sıralı cebirsel-grafik-sıralı ikililer çoklu temsil tercih edilirken en az ise sadece cebirsel-diyagram-grafik bir kez kullanılmıştır. Ayrıca dörtlülerden cebirsel-grafik-sıralı ikili-sözel çoklu temsil kullanılmıştır. En yoğun temsil sistemi A1 dersinde kullanılırken A2 ve B1 derslerinde giderek kullanım azalmıştır. Fakat temsiller arasındaki ilişkilendirme A1(%22), A2(%37) ve B1(%75) olarak hesaplanmıştır. İlişkilendirme oranı ise giderek artmaktadır.



Şekil 21. Öğretmenlerin kullandıkları temsil sistemlerinin karşılaştırılması.

Öğretmenlerin kullanmış oldukları temsil sistemlerinin karşılaştırılmasında tekli temsil olan diyagram, sözel ve cebirsel gösterim her üç öğretmen tarafından da kullanılırken grafik ve sıralı ikililer temsil sistemleri ise Nedim ve Aysel Öğretmen tarafından kullanılmıştır. İkili temsil sistemlerinden cebirsel-grafik, cebirsel-sıralı ikili, grafik-sıralı ikili Nedim ve Musa Öğretmenler tarafından kullanılmıştır. Sözel-grafik ise Aysel ve Nedim öğretmen tarafından kullanılırken cebirsel-diyagram ise Aysel ve Musa Öğretmen tarafından kullanılmıştır. Sözel-diyagram ise sadece Aysel Öğretmen tarafından kullanılmıştır. Üçlü temsil sistemleri düşünüldüğünde cebirsel-grafik-sıralı ikili Nedim ve Musa Öğretmen tarafından, cebirsel-sıralı ikili-sözel Nedim ve Aysel Öğretmen tarafından kullanılmıştır. Cebirsel-diyagram-

grafik Musa Öğretmen tarafından kullanılırken sıralı ikili-diyagram-sözel ise sadece Aysel Öğretmen tarafından kullanılmıştır. Dörtlü temsil sistemi olan cebirsel-grafik-sıralı ikili-sözel temsil sistemi ise Aysel ve Musa Öğretmen tarafından kullanılmıştır. Genel olarak düşünüldüğünde ağırlıklı olarak tekli, ikili ve üçlü temsil sistemleri kullanmışlardır fakat temsillerin ilişkilendirilmesi konusunda yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

Öğretmenlerin Çoklu Temsiller ile Fonksiyonu Öğretme Bilgilerinin Gelişimine İlişkin Bulgular

Bu kısımda ikinci araştırma sorusu olan “Matematik öğretmenlerin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgileri gelişimleri nasıldır?” soruna cevap olarak video analizine dayalı bulgular paylaşılmıştır. Her bir öğretmenin gelişimleri ayrı ayrı verilmiştir. Öncelikle öğretmenlerin her etkinlik ya da faaliyetleri verilerin analizi kısmında açıklanan rubrik’e göre değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmeler birleştirilerek öğretmen fonksiyonu öğretme konusunda gelişimleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Aysel Öğretmenin Fonksiyonu Öğretme Bilgilerine İlişkin Gelişimi

Tablo 18. Aysel Öğretmenin Fonksiyon Öğretimine İlişkin Gelişim Tablosu

	A. I Ders		A II. Ders		B I. Ders		B II. Ders	
Düzye	N	%	N	%	N	%	N	%
Yetersiz (1)	0	0	0	0	0	0	0	0
Orta (2)	0	0	1	6,67	0	0	0	0
Yeterli (3)	10	90,91	7	46,67	7	38,89	4	44,44
Çok iyi (4)	1	9,09	7	46,67	11	61,11	5	55,56
Toplam	11		15		18		9	
Ortalama	3,09		3,4		3,61		3,56	

Anekdot-12

Aysel Öğretmen: *Biz normalde fonksiyonları şimdiye kadar belirli kümelerimiz var isimler var. Aliler, Ahmetler, Ayşeler bunların doğdukları günler var diye gösterdik demi. Şimdi biraz daha pratik hale getirelim, daha matematikselleştirelim, belli bir kural çerçevesinde olsun bu eşleşme. Şimdi verilen f fonksiyonu dediğim gibi belli bir kural çevresinde gerçekleşirse bu ifadeye fonksiyonun kuralı diyeceğiz. Sana diyor ki eşleşmeyi kendi kafana göre yapamazsın. Senin eşleşme yapman için şu kuralı sağlaman lazım, kuralın ne buradaki x ifadesi değişkenimdir o değişkeni çocukların doğum günlerini nasıl değiştirebiliriz, nasıl doğduklarını belirtir. Nasıl oluyor doğum günü tarihleri kendilerinin karelerinin bir fazlası kadar yap diyor, eşleş diyor. O*

zaman burada girdi ve çıktılarımız var. Girdi bir ifade tanım kümesinin elemanlarıdır. Bunlar tanım kümesinden. Çıktı değer kümesinden hatta görüntü de. Ne yapmak lazım mesela $f(2)$ yi almış ilk başta, $f(2)$ yi içeri attım. Fonksiyon kuralım şuydu ya sen burada içeriye ne yazarsan dışarıya da onu yaz diyor bu ifade sen bunu x olarak attın yani bir işleme tabi tutuyorsun nasıl bir işlem bu $x^2 + 1$ li bir işlem, bu işleme tabi tut ve bir görüntü oluşsun. $2^2 + 1$ 'den = 5

Nedim Öğretmen: Bu şeye de benziyor para atıyoruz para ödüyörüz[otomat makinesi örneğini veriyor]

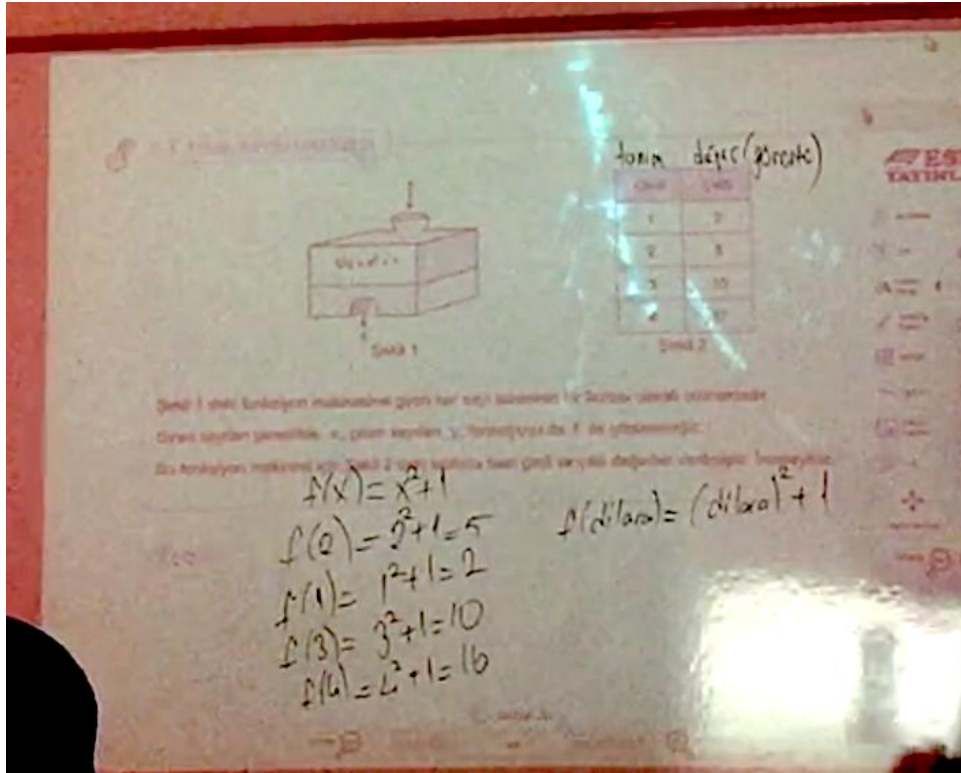
Aysel Öğretmen: günlük hayatta tramvay kullananlar bilir şu işte abur cubur makinesi var parayı atarsın düğmeye basarsın o sana onu gönderir mesela orda tamamen fonksiyon kuralı geçerli olan bir işlem. $f(1)$ i yapalım nolur 1'in karesi +1 'den 2, $f(3)$ var 3^2+1 'den 10, ve $f(4)$ var 4^2+1 'den 17

Nedim Öğretmen: hocam $f(\text{Dilara})$ ne olur acaba? O x yerine Dilara yazar mısınız?

Aysel Öğretmen: tamam

Öğrenciler: Dilara'nın karesi +1

Aysel Öğretmen: ne yazarsak onun karesi +1 burası tamam mıdır? Var mı sıkıntı?



Şekil 22. Aysel öğretmenin dersine ekran görüntüleri (Anekdote-12).

Aysel Öğretmenin matematik bilgisine ilişkin olarak; bu örnekte Aysel Öğretmen fonksiyonlar tanımını kuralıyla birlikte vermiştir. Bağımsız değişkeni girdi, bağımlı değişkeni de çıktı olarak isimlendirmekle beraber tanım kümesi ve değer kümesinin tanımlarını örneklerle açıklamıştır. Öğretmenlerin ders ortak planında planladıkları gibi bir anlatımla dersini işlemiştir. Bu örnekte Aysel öğretmen hem tanım ve değer kümeleri belirtirken hem de kuralları anlatırken sözel temsil kullanmıştır. Daha sonra ise $f(2)=2^2+1$ şeklinde her bir tanım kümesi elemanının değerlerini hesaplamıştır. Bu süreçte ise cebirsel temsil sistemlerini kullanmıştır. Aysel öğretmenin konunun giriş aşamasında olduğu düşünüldüğünde bu süreçte sıralı ikililer ve diyagram gibi temsil sistemlerini de kullanarak ilişkilendirme yapması beklenirdi. Kullanılan temsilleri doğru kullanmış fakat ilişkilendirme yapmamıştır. Aysel öğretmen bu örnekte daha önce vermiş olduğu örnekler ile ilişkilendirmesi ve öğrencinin ismini kullanarak somutlaştırması bir anlamda kavramsal öğretim yaklaşımı kullanmakta olduğunu göstermektedir. Bu örnek genel olarak MÖBDR göre değerlendirildiğinde Aysel öğretmenin yeterli düzeyde olduğu söylenebilir.

Anekdot-13

Aysel Öğretmen: *Göremeyen var mı? Görüyorsunuz değil mi? Şimdi fonksiyon olarak verilmiş sıralı ikililer olarak yazmış tanım ve görüntü kümesi değer kümesi değil değer kümesi daha geniş bir küme hani şu vardı ya görüntü kümesinde açıkta eleman kalabilir mi? Yani sen pazartesi doğdun, sen Salı, sen Çarşamba doğdun, sen gene pazartesi doğdun yani Pazar günü doğan yok aramızda Pazar açıkta kaldı yani değer kümesi biraz daha geniş bir küme yer alır ben burada değer kümesi için ikinci elemanlar görüntü kümesinde ya ben değer kümesi sonsuz elemana sahip diyebilirim yani çok geniş bir kavram oluyor değer kümesi. Bizden istenen ifade görüntü kümesi*

Nedim Öğretmen: *Şöylede diyebiliriz, haftanın günleri ama bu sınıfta düşünün bu sınıftakilerin herkesin ya Pazar ya diyelim ki şu sınıfta hiç Pazar günü doğmayan öğrenci olmuş olsun.*

Aysel Öğretmen: *Pazar açıkta kaldı. O yüzden size sorularda genelde şu şekilde olur tanım ve görüntü kümesini bulun diye, değer kümesi istenmez çünkü değer kümesi hani önceden kümelerden hatırlayın evrensel küme işlemi yapılabilen en geniş kümeydi ya değer kümesi de öyle işlem yapılan en geniş küme o zaman daha spesifik olun görüntü kümesini sorar. Her zaman tanım ve görüntü kümesi olarak gelir sorular. Şimdi tanım kümesi dediğim birinci elemanlardı sıralı ikililerdi. A kümesi tanım olsun, $f(a)$ da görüntü olsun hatta*

buraya B değeri diyeyim ben. O halde benim fonksiyonum A 'dan B 'ye gidecek f olarak, tanım kümesinin elemanları a var b var, c var ve d , bu ifadeler yani sıralı ikililerden birinci tanım kümesinin elemanları ikinci bileşen görüntü kümesinin elemanları olacak. a ne ile eşleşti 2 ile, b 1 ile, c 3 ile, d de 5 ile şimdi buraya B (küme) yazdım ama şu ifade görüntülerden oluşan buraya biz $f(a)$ görüntü kümesi demiştik. Ben bu B kümesine değeri kümesini soruyor dediniz ya şuraya(B kümesine) $7, 8, 9$ yazsam bu ifade fonksiyon belirtir mi?

Öğrenciler: Evet

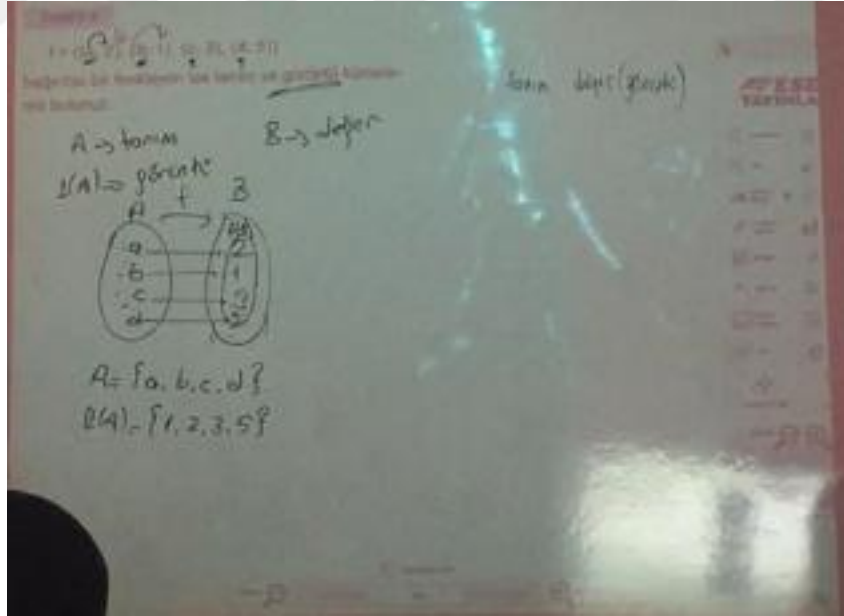
Aysel Öğretmen: Açıkta elemanım yok bir eleman sadece biriyle eşleşmiş peki burada (B kümesinde) açıkta kalanların sıkıntısı var mı? Yok o yüzden size soruda değeri kümesini istememesinin sebebi budur. Aklınızda bulunsun. O zaman a kümesi a, b, c ve d $f(a)$ kümesi görüntü kümesi $1, 2, 3, 5$

Nedim Öğretmen: Aynı zaman da $f(a) = 2$ diyebilir miyiz?

Aysel Öğretmen: kurallı olarak da gösterebiliriz. $f(b) = 1, f(c) = 3, f(d) = 5$

Nedim Öğretmen: noktayı fonksiyon şeklinde göstermiş.

Aysel Öğretmen: anlaşılmayan yer var mı?



Şekil 23. Aysel öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-13).

Aysel öğretmenin matematiği öğretme bilgisine ilişkin olarak; bu örnekte Aysel Öğretmen bir bağıntının fonksiyon olması için gerekli şartların neler olduğunu belirtmiştir. Ayrıca tanım kümesi, değeri kümesi ve görüntü kümesi tanımlarını örneklerle açıklamıştır. Aysel öğretmenin değeri ve görüntü kümesine ilişkin karşılaşılabilecek bir kavram yanılgısına müdahale etmek için doğum günü örneğini kullanmıştır. Öğrencilerin zihninde oluşabilecek

sorulara ve yanlış anlamalara müdahale etmeye çalışmıştır. Aysel öğretmenin kullandığı temsiller incelendiğinde öncelikle sözel-diyagram çoklu temsil sistemini kullanmıştır. Aysel öğretmen hem venn şeması ile ilişkilendirmiş hem her bir kümenin tanım ve görüntü-değer kümesi arasında ilişki kurmuştur. Daha sonra ise sıralı ikili ifadelerini de ilişkilendirerek sıralı ikili-diyagram-sözel temsil sistemi kullanmış oldu. Son kısımda ise “ $f(b)=1, f(c)=3, f(d)=5$ ” ifadeleri ile cebirsel temsil sistemini kullanmıştır. Dersin işleniş dikkate alındığında Aysel öğretmenin bu etkinlik sürecinde kavram öğretim yaklaşımı kullandığı söylenebilir. Bu etkinlik süreci Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriğine göre değerlendirildiğinde Aysel öğretmenin “çok iyi” düzeyde olduğu söylenebilir.

Aysel Öğretmen ilk dersinde toplam 11 etkinlik yaptığı bunlardan üçü yeterli düzeyde iken biri çok iyi düzeydedir. İkinci dersinde yapmış olduğu 15 etkinlikten biri orta düzeyde iken yedişer tanesi iyi ve çok iyi düzeyde olmuştur. Üçüncü dersinde ise yapmış olduğu 18 etkinlikten yedisi iyi düzeyde iken 11 tanesi ise çok iyi düzeyde olmuştur. Son dersinde yapmış olduğu dokuz etkinlikten dördü iyi düzeyde iken beşi de çok iyi düzeyde olmuştur. Aysel Öğretmenin gelişimi takip edildiğinde oransal olarak çok iyi düzeydeki etkinliklerin oranında artış olmuştur. İlk ve son dersler karşılaştırıldığında çok iyi düzeydeki etkinliklerin oranı %9,9’dan %55,56 oranına çıkmıştır.

Nedim Öğretmenin Fonksiyonu Öğretme Bilgilerine İlişkin Gelişimi

Tablo 19. Nedim Öğretmenin Fonksiyon Öğretimine İlişkin Gelişim Tablosu

	A. I Ders		A II. Ders		B I. Ders		B II. Ders	
Düzye	N	%	N	%	N	%	N	%
Yetersiz (1)	0	0	0	0	0	0	0	0
Orta (2)	2	11,76	0	0	2	22,22	1	9,09
Yeterli (3)	14	82,35	6	46,15	3	33,33	4	36,36
Çok iyi (4)	1	5,88	7	53,85	4	44,44	6	54,55
Toplam	17		13		9		11	
Ortalama	2,94		3,54		3,22		3,18	

Anekdot-14

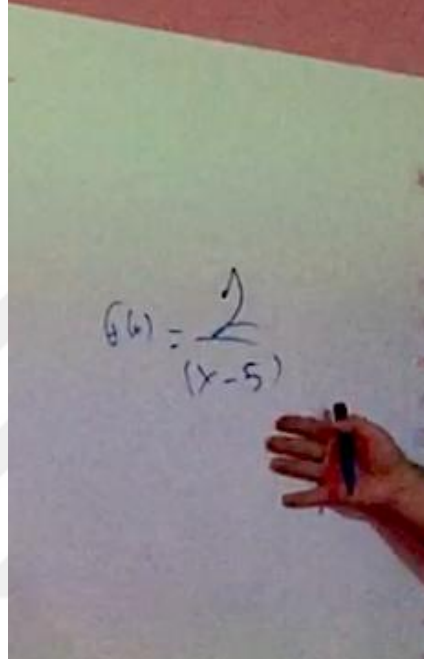
Nedim Öğretmen: *Şimdi ucu açık yani dahil olmayan noktalara geldik. Hani biraz önce sen dedin ya ucu açık falan. Dilara bu fonksiyon $x=5$ için nedir ($2/x-5$ fonksiyonu)?*

Öğrenci: *5 için 1/0*

Nedim Öğretmen: *1/0 tanımlı mı?*

Dilara: hayır

Nedim Öğretmen: *O zaman 5 için tanımsız diyeceksin. Ve görüntüsü içine 5 dahil değil diyeceksin. Yani ondan ucu açık olacak. Yani buraya 5 yazdığın zaman sıkıntı olur. Buna ilerleyen konularda limitte biz buna yaklaşacağız, sağdan ve soldan yaklaşım yani buna en yakın değer kaç olur diye. Şimdi bunu düşünmeyin sadece içi boş dediğinde sadece o fonksiyonu tanımsız yapan bir noktadır.*


$$f(x) = \frac{2}{(x-5)}$$

Şekil 24. Nedim öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-14).

Nedim öğretmenin matematiği öğretme bilgisine ilişkin olarak; bu örnekte Nedim Öğretmen bir fonksiyonu tanımsız yapan tanım kümesindeki elemana değinmiş ve tanım kümesini oluştururken bu noktaya dikkat edilmesi gerektiğini belirtmiştir.

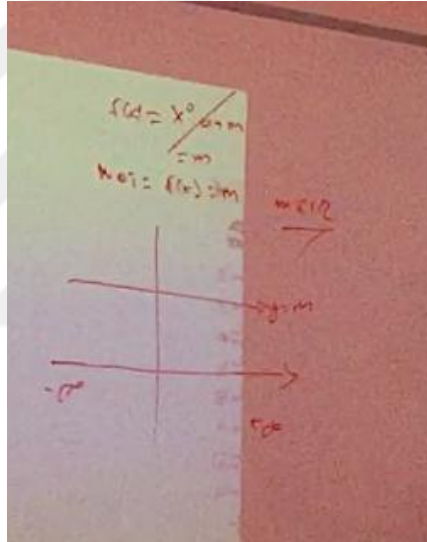
Nedim öğretmen bu süreçte sadece cebirsel çoklu temsili kullanmıştır. Nedim Öğretmenin “*Hani biraz önce sen dedin ya ucu açık falan*” ifadesinden de anlaşılacağı gibi öğrenci bir zorluk yaşamaktadır. Nedim öğretmenin “*O zaman 5 için tanımsız diyeceksin. Ve görüntüsü içine 5 dahil değil diyeceksin.*” ifadesinden de anlaşılacağı gibi doğrudan öğretim yaklaşımı tercih etmiştir. Bu süreçte Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriğine göre değerlendirildiğinde Nedim öğretmenin “orta” düzeyde olduğu söylenebilir.

Anekdot-15

Nedim Öğretmen: *Şimdi grafik çizimine geldik. Şimdi bir önceki derste verilen grafik vardı grafiği yorumluyorduk. Şimdi bu sefer fonksiyonu vermiş grafiğini kendimiz bulalım abi.*

Öğrenci: *sabit değil mi?*

Nedim Öğretmen: *bu mu sabit? Sabit olabilmesi için. Şurada harflerden hatırlatayım. Sabit fonksiyon $f(x)=m$ şeklinde m eleman reel sayılar olmak zorunda. Burada x 'e bağlı bir terim var mı? Görüyor musun? Ya zaten x 'i sen burada ne kadar değiştirirsen değiştir, -sonsuzdan +sonsuz bu grafiğim ne olacak? $y=m$. Yani x 'e bağlı olmayacak. İster negatif ver; ister pozitif ver; sıfır ver hiç fark etmez tek değeri tutuyor. Ahmet, Ayşe, Fatma hepsi 27 yaşında. Böyle bir örneklemim var, böyle bir sınıfım var. Yani değişen insanlar benim yaşımı değiştirmiyor. O sınıfın yaşını değiştirmiyor. Onun için bu tür kavramda, söyledim ya sabit fonksiyonda x 'e 1 dedik ya hayır, x üzeri sıfır olacak $f(x)=x^0+m$ buradan a gidecek sadece m kalacak. x 'e bağlı olmayanlar zaten sabit fonksiyonda anlatacağız.*



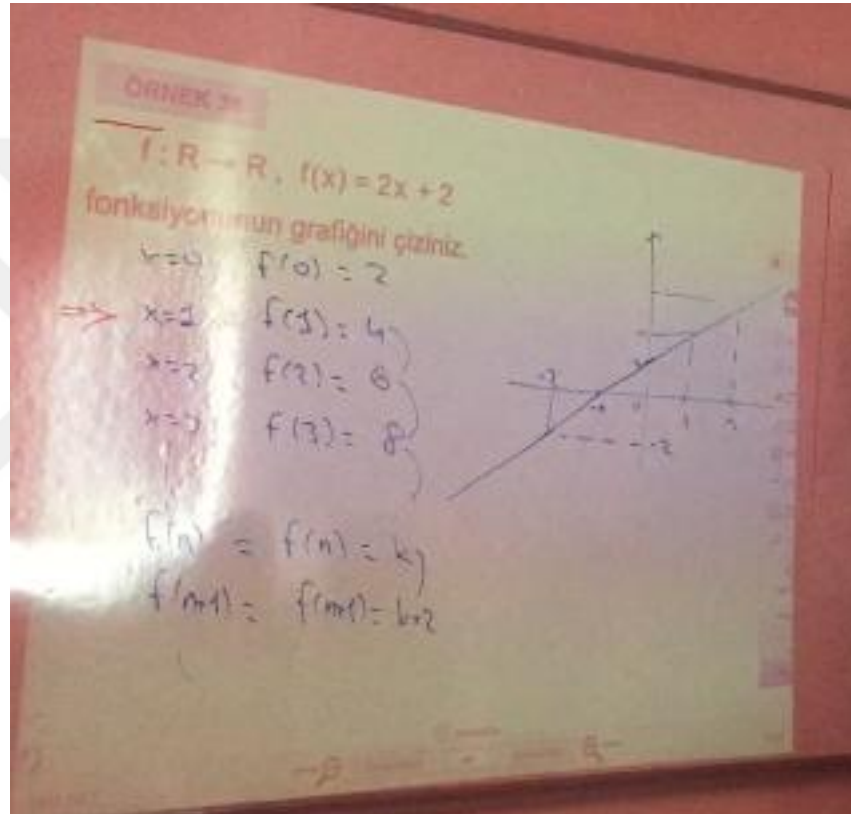
Şekil 25. Nedim öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-15 a).

Bu fonksiyonun grafiğini çizin demiş. $y=x^2$ kare mi? Mesela x 'e hangi değeri verdin. Olmadı, tutmadı şaka. Şimdi x yerine bir yazdım

Öğrenci: *bunda zaten aynı oranda yükselme yok mu?*

Nedim Öğretmen: *Zaten doğrusalın mantığı oydu dedim ya. Grafiğini çizdim falan. Yani sabit oranda artacak. x yerine 1 yazdım $f(1)$ ne oldu abi 4; x yerine 2 yazdım $f(2)=6$; x yerine 3 yazdım $f(3)=8$. Dikkat edin f yerine n yazsam hani burada belli işlemlere tabi tutuldu atıyorum k çıktı. $f(n+1)$ bir sonraki terim ne olacak? $k+2$. İki iki artıyor. Demek ki bu hep iki iki artıyor. Anlaştık? O yüzden biz buna doğrusal fonksiyon diyeceğiz. Şimdi verilen fonksiyonu burada bir çizelim. Burası x burası y hatta biz buna ne diyorduk görüntü kümesi; burası tanım kümem. Aynen x 'e apsis; y 'ye ordinat. Şimdi $x=1$*

için 4'e; 2 için 6'ya; 3 için 8'e. Şöyle bir şey mi olacak? Sıfır için kaç olacak, onu yazmayı unuttuk? Sizi denedim. Burada sıfırı da belirtelim. Sıfır için kaç oluyor? $f(0)=2$. O zaman hemen belirtiyoruz. 0 için 2; 1 için 4; 2 için 6. Şöyle bir şey olacak. Sonsuza kadar uzayacak. Öbür tarafı da çizelim. Eksi değerler için ne olacak bu? Mesela -1 yazdığımızda kaç oluyor? -1 için tam burası kök oldu. X eksenini kestiği nokta oluyor? -2 için kaç oluyor? -2 oluyor. Şunu da şöyle uzattım. -2 için de -2 oluyor sonuçta şöyle bir grafiğim oluyor. Fark ettiniz mi bir doğru oluyor? Ve artış oranı sabittir. Bu yüzden biz buna doğrusal fonksiyon diyeceğiz. Var mı sıkıntısı olan?



Şekil 26. Nedim öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdor-15 b).

Nedim Öğretmenin matematiği öğretme bilgisine ilişkin olarak; bu örnekte Nedim Öğretmen doğrusal ve sabit fonksiyonu örneklerle açıklamaya çalışmıştır. Ayrıca bu fonksiyonların grafiklerini çizerek bir fonksiyondaki değişim oranına (eğim) değinmiştir. Nedim öğretmen öğrencinin “sabit değil mi?” ifadesinden sonra öğrencinin bir kavram yanılışına sahip olduğunu anlamış ve sadece “değildir” cevabı yerine neden sabit fonksiyon olmadığını izah edecek uygulama yapmıştır. Bu uygulamayı yaparken hem cebirsel hem de grafiksel temsil sistemini ilişkilendirerek kullanmıştır. Sorunun çözümünde de cebirsel-grafik-sıralı ikililer temsil sistemleri ilişkilendirilerek kullanılmıştır. Bu süreç Nedim Öğretmen kavramsal öğretim yaklaşımı kullanmıştır. Bu süreçte Matematik Öğretme Bilgisi

Değerlendirme Rubriğine göre değerlendirildiğinde Nedim öğretmenin “çok iyi” düzeyde olduğu söylenebilir.

Nedim Öğretmen ilk dersinde toplam 17 etkinlik yaptığı bunlardan ikisi orta düzeyde, 14’ü yeterli düzeyde iken biri çok iyi düzeydedir. İkinci dersinde yapmış olduğu 13 etkinlikten altısı iyi düzeyde iken yedisi de çok iyi düzeyde olmuştur. Üçüncü dersinde ise yapmış olduğu 9 etkinlikten ikisi orta düzeyde iken üçü iyi düzeyde ve dördü ise çok iyi düzeyde olmuştur. Son dersinde yapmış olduğu 11 etkinlikten biri orta düzeyde iken, dördü iyi düzeyde iken ve altısı da çok iyi düzeyde olmuştur. Nedim Öğretmenin gelişimi takip edildiğinde oransal olarak çok iyi düzeydeki etkinliklerin oranında artış olmuştur. İlk ve son dersler karşılaştırıldığında çok iyi düzeydeki etkinliklerin oranı %5,88’den %54,55 oranına çıkmıştır.

Musa öğretmenin fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin gelişimi.

Tablo 20. Musa Öğretmenin Fonksiyon Öğretim Gelişim Tablosu

	A. I Ders		A II. Ders		B I. Ders	
Düzye	N	%	N	%	N	%
Yetersiz (1)	2	11,11	1	5,88	0	0
Orta (2)	6	33,33	4	23,53	3	21,43
Yeterli (3)	8	44,44	8	47,06	6	42,86
Çok iyi (4)	2	11,11	4	23,53	5	35,71
Toplam	18		17		14	
Ortalama	2,56		2,88		3,14	

Anekdot-16

Musa Öğretmen: *Evet fonksiyonu bire bir midir diyor. x^3-x fonksiyonu bire bir midir?*

Öğrenci: *bire birdir.*

Nedim Öğretmen: *nasıl?*

Öğrenci: *değerler verdim.*

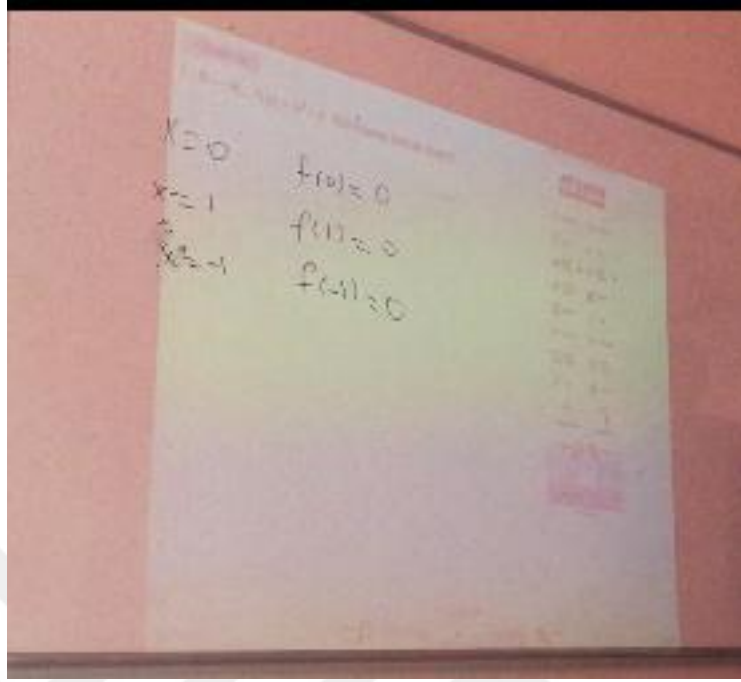
Nedim Öğretmen: *mesela?*

Öğrenci: *1 verdim 0. 2 verdim 7. 3 verdim 24*

Musa Öğretmen: *$x=0$ için fonksiyonum nereye gidiyor? $0'a$. $X=1$ için yine $0'a$ gitmiş.*

Nedim Öğretmen: -1 yazarsak hocam.

Musa Öğretmen: -1 yazalım $f(-1)=0$. 3 sayı da 0'a gitmiş.



Şekil 27. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-16 a).

Nedim Öğretmen: *peki nasıl anlayacağız bire bir olduğunu?*

Musa Öğretmen: *Evet Nursena bire bir mi? 3'ü de sıfıra gitmiş. Yani üçünün de görüntüleri aynı. Ne demiştik biz görüntülerinin farklı olması gerekiyor değil mi? üçünün de görüntüleri aynı. O zaman ne imiş? Fonksiyonumuz bire bir değil.*

Nedim Öğretmen: *Nursena 1 yazmıştı olmuştu, 2 yazmıştı olmuştu, 3 yazmış olmuştu denedi 3 tanesini bire bir dedi. Ne olacak şimdi? Nursena da haklı. X yerine 0 yazacağını 1 yazacağını nereden bilecek? Burada doğal olarak 1'e , 2, 3 yazdın farklı da çıktı. Ne güzel bire bir, ya tutarsa meselesi.*

Aysel Öğretmen: *biri 5 verdi 6 verdi o da farklı çıktı.*

Musa Öğretmen: *napalım o zaman bir a yazalım bir de b yazalım. Evet bir a yazalım. Evet Nursena a yazdık? $[a^3-a]$ b de yazdık. $[b^3-b]$ ne demiştik $f(a)=f(b)$ ise $a=b$ demiştik değil mi? eşitleyelim bakalım $a=b$ miymiş?*

$$a^3-a=b^3-b.$$

Evet Nursena bunlar eşit olmak zorunda mı? bak bakalım. a'ya farklı b'ye farklı sayı verdiğinde eşitlik sağlanır mı? ya da çarpanlarına ayıralım. Gönderelim bunu bu tarafa; a'yı da bu tarafa gönderelim.

$$(a-b) \cdot (a^2+ab+b^2) = a-b.$$

Ne yapalım her tarafı $a-b$ 'ye bölelim mi?

Nedim Öğretmen: bölebilir miyiz?

Musa Öğretmen: Evet bölebilir miyiz?

Nedim Öğretmen: $a=b$ ise bölemezsiniz değil mi? çünkü $a=b$ ise her tarafı 0'a bölebilir misiniz?

Musa Öğretmen: değil mi a b 'ye eşit olduğu durumda 0 olur o zaman bölemeyiz. Ama a b 'den farklı ise bölebiliriz. a b 'den farklı olsun bölelim hadi. a^2+ab+b^2 ne oldu? 1 oldu. a b 'den farklı olduğu zaman.

Nedim Öğretmen: $a=b$ olması lazımdı ama farklı oldu.

Musa Öğretmen: değil mi? hiçbir şekilde şey olmadı. O zaman a b 'den farklı mıdır? Biz $a=b$ çıkmasını istiyorduk ama $a=b$ çıkacaksa bunlar sadeleşemez. Ama biz sadeleşmesini istiyoruz. O zaman ne? Bire bir değil. Yani şu şekilde şu sağlandığı için bizim için ne olmalıydı? $a=b$ olmalıydı. Ama burada ne oldu? Sadeleşebiliyor. O zaman a b 'ye eşit değil. Yani çarpanlara ayıracaksın eğer sadeleşebiliyorsa demek ki a b 'ye eşit değil. Eşit olsaydı sadeleşemez.

Nedim Öğretmen: Nursena bak 0'a eşitlemiş ya. demiş ki 0 için sadece bir değer mi var? Bir değer olsa bire bir ama sıfıra eşitlemiş bakmış ki 3 tane değer çıkmış değil mi? o yüzden bire bir değil.

Musa Öğretmen: Yani görüntü olarak sıfırı 3 değer almış.

Örnek 34
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - x$ fonksiyonu bire bir midir?

$$f(a) = a^3 - a$$

$$f(b) = b^3 - b$$

$$f(a) = f(b) \Rightarrow \boxed{a = b}$$

$$a^3 - a = b^3 - b \Rightarrow$$

$$a^3 - b^3 = a - b$$

$$(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) = a - b$$

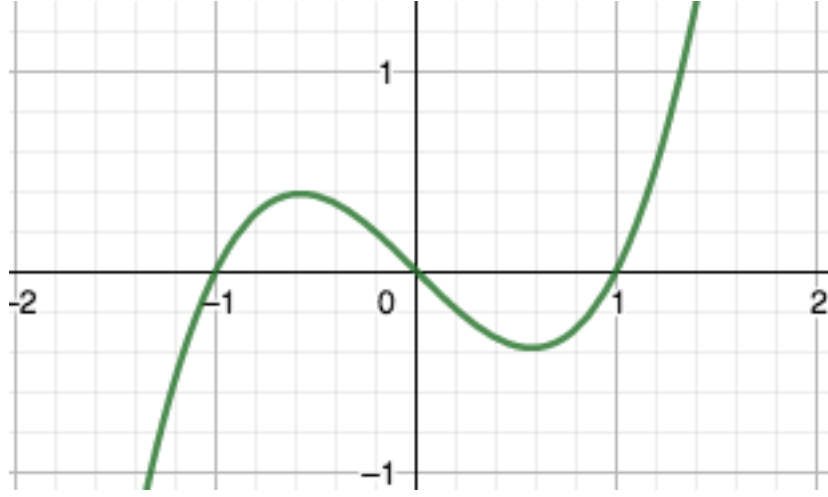
$$\frac{a - b}{a - b} \cdot (a^2 + ab + b^2) = \frac{a - b}{a - b}$$

$$\boxed{a \neq b} \quad a^2 + ab + b^2 = 1$$

$$a =$$

Şekil 28. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdot-16 b).

Musa öğretmenin matematiği öğretme bilgisine ilişkin olarak; bu örnekte Musa öğretmen birebir fonksiyonun ne olduğunu örneklerle anlatmıştır. Bu fonksiyonun birebir olmadığını fonksiyonu 0 (sıfır) yapan noktaların birkaç tane olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir. Sonra bu fonksiyonun birebir olup olmadığını birebir olma kuralıyla anlatmıştır. Musa öğretmen öğrencinin “*bire birdir.*” ifadesine müdahale etmediği için diğer öğretmen tarafından açıklama yapılmaya çalışılmıştır. Sınıfta sorunun cevabı verilmiş olsa bile neden 0,1, ve -1 değerleri verilerek kontrol edildi buna ilişkin bir açıklama yapılmamıştır. Sorunun çözümünde sadece cebirsel gösterim yapılmıştır. $x^3 - x$ grafiği çizdirilerek birden çok noktada y eksenini kestiği ifade edilebilirdi.



Şekil 29. x^3-x fonksiyonun grafiği.

Yani grafik ile gösterim yapılarak öğrencinin daha iyi kavraması sağlanabilirdi. Bu süreçte Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriğine göre değerlendirildiğinde Musa öğretmenin “yetersiz” düzeyde olduğu söylenebilir.

Anekdot-17

Musa Öğretmen: *Diğer örneğe geçelim. Evet demiş ki fonksiyon sabit fonksiyon olduğuna göre. Sabit fonksiyonu tanımladık mı? tanımlamadık. O zaman önce tanımlayıp öyle geçelim. Evet sabit fonksiyon*

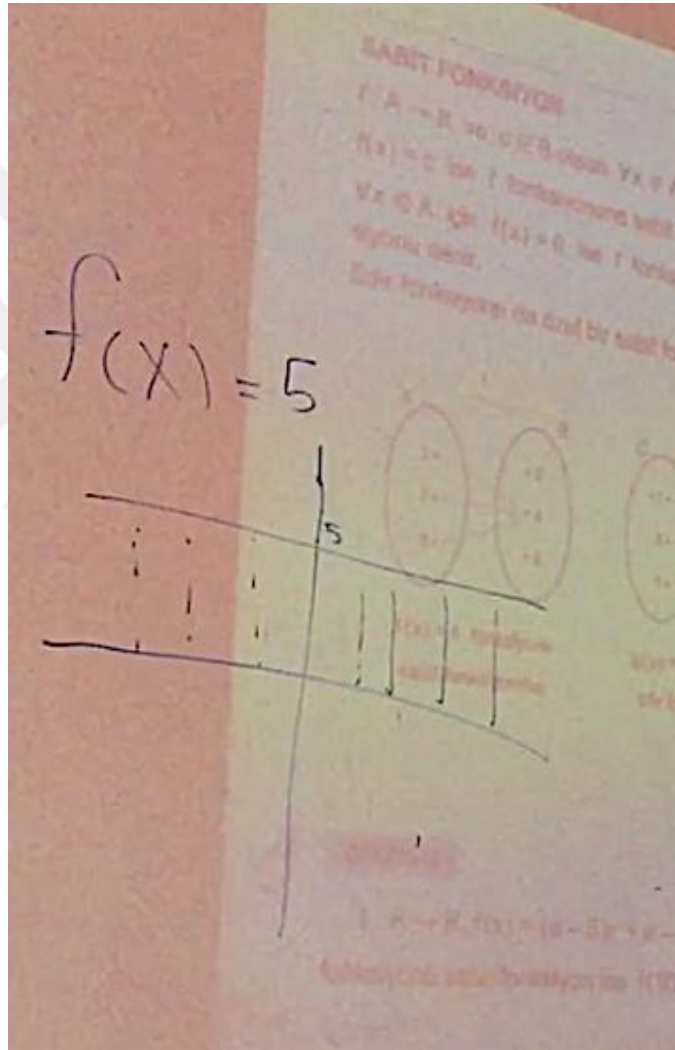
Öğrenci: *biraz daha büyütebilir miyiz hocam?*

Musa Öğretmen: *önce okuyalım. Demiş ki f A 'dan B 'ye fonksiyon c elemanıdır b olsun yani görüntü kümesinin elemanı olsun. Tamam. Her x eleman a için $f(x)=c$. c burada ney? Sabit bir sayı 1,2,3,4,5 gibi. O zaman demek ki fonksiyonumuz sabit bir sayıya gidecek her zaman. O zaman burada ne diyor? Sabit bir sayıya gidiyor, bu fonksiyona sabit fonksiyon diyoruz. Yani sabit bir sayıya gidiyorsa sabit fonksiyon. Şöyle düşünelim mi? Mesela $f(x)=ne$ olsun, mesela 5 olsun. O zaman şimdi 1 yazsam nereye gidecek? 5'e gidecek. 4 yazsam?*

Öğrenci: 5'e

Musa Öğretmen: *Nursena yazsam? Yine 5'e gidecek, hiçbir şekilde değişmeyecek. Daima hep aynı sayıya gidecek. O zaman şöyle düşünersek sanki bir önceki derste görmüştük, şurası 5 olsun. O zaman demek ki x tanım kümesindeki hangi elemanı alırsak nere gidecek? Daima 5'e gidecek. Eksili taraf içinde aynı hangi sayıyı alırsak nere gidecek? 5'e gidecek. O zaman şöyle diyebilir miyiz? Sabit fonksiyonda x 'li bir terim yok. Deriz x 'li bir terim*

olmayacak yani. Birimde vardı değil mi x 'li terim? Ama sabit fonksiyonda x 'li bir terim yok. Bir de sıfır fonksiyonunu vermiş. Mesela x elemanı A için $f(x)=0$ 'sa yani her hâlükârda içerisi ne olursa olsun neye gidecek? 0'a gidecek. Ona da sıfır fonksiyonu diyoruz. Evet örneğine bakalım. Evet aynı zamanda sıfır fonksiyonu ne? 0 bir rakam olduğu için sabit fonksiyondur öyle de diyebiliriz. Burada da aynı şekilde 1 nereye gitmiş? 4'e ; 2 nereye gitmiş? 4'e; 3? 4'e. Hepsi aynı sayıya gitmiş o zaman ne diyoruz buna? Sabit fonksiyon. Burada da -1 0'a; 0 yine 0'a; 1 yine 0'a. Hepsi sıfıra gittiği için ne diyoruz buna? Sıfır fonksiyon.



Şekil 30. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-17).

Musa Öğretmenin matematiği öğretme bilgisine ilişkin olarak; Bu örnekte Musa öğretmen sabit fonksiyonun ne olduğunu grafik üzerinde açıklamaya çalışmıştır. Sabit fonksiyonun bağımsız değişkene bağlı olmadığını bütün x değerleri için aynı sonucu verdiğini ifade etmiştir. Musa öğretmenin kullandığı çoklu temsiller incelendiğinde öncelikle sabit fonksiyonun tanımını verdiğinde sadece sözel temsil kullanmıştır. Sonra cebirsel temsil

kullanmış daha sonra bu ifadenin grafikte gösterimini yapmıştır. Musa öğretmen her üç temsili ilişkilendirmese de cebirsel ve grafiksel gösterim arasında bir ilişki kurmuştur. Bu ilişkilendirmeler ile bir anlamda kavramsal öğrenme yaklaşımı uyguladığı söylenebilir. Bu süreçte Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriğine göre değerlendirildiğinde Musa öğretmenin “yeterli” düzeyde olduğu söylenebilir.

Anekdot-18

Musa Öğretmen: *Bu sefer ne vermiş reel sayılardan reel sayılara bütün sayıları alabiliyoruz yani. Evet $x=0$ için nereye gidiyor? $f(0)=2$ 'ye gidiyor. $x=1$ için $f(1)=6$. Bir tane daha yazalım.*

Öğrenci: *hep çift sayılara gidiyor tek sayılar boşta kalıyor.*

Nedim Öğretmen: *tek sayılar boşta mı kalıyor? Özge x yerine $\frac{1}{4}$ yazar mısın? Tek sayıları mı verdi? Biz tam sayı yazdığımızdan dolayı...*

Musa Öğretmen: *reelden reele. Evet görüntülerin hepsi farklı elemanlara gidiyor. Şöyle bakalım. Şimdi acaba burada boşta eleman var mı? yok mu? Reel sayılarda.*

Nedim Öğretmen: *şimdilik var görünüyor.*

Musa Öğretmen: *Değil mi bu arada bir sürü mesela reel olarak bir sürü sayı var. Milyonlarca sayı var mesela. Rasyonel olarak milyonlarca sayı var. Burada görüntüsü olmayan. Mesela şöyle düşünün 2 ile 3 arasında bir sürü reel sayı var. O zaman diyebilir miyiz görüntü kümesinde boşta eleman kalıyor?*

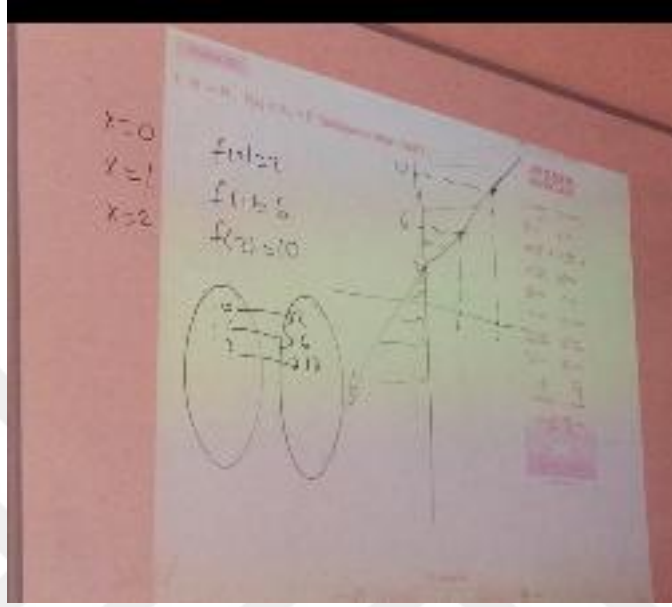
Öğrenciler: *Evet*

Musa Öğretmen: *Değil mi verdiğimiz her sayı farklı bir sayıya gidiyor. Görüntü kümesinde boşta eleman kalıyor mu? Şu anda kalıyor mu? Birazdan kalmayacak.*

Musa Öğretmen: *Şimdi grafiğini çizelim. Mesela sıfır koyduğumuzda nereden geçecek? Şuradan 2'den geçecek. Sonra 1 yazdığımız zaman 6'dan geçecek. Sonra 2 yazdığımız zaman 10'dan geçecek. Reel sayı dediği için alt kısımda var. Şöyle gidiyor. Evet şimdi görüntü kümemiz neresi? Y eksenini değil mi görüntü kümesi? Şöyle baktığınız zaman bu grafik uzuyor gidiyor hepsini yazmadık. O zaman burada her eleman karşıdaki bir elemanla eşlenmiş mi?*

eşlenmiş. Görüntü kümesinde boşta eleman kalmış mı? bak her biri bir sayıyla eşlenmiş. Kalmamış hepsi bir elemana gitmiş. Boşta eleman kalmıyorsa

Musa Öğretmen: Şu arada rasyonel sayıları yazdığınızda her birinin görüntüsü var. Yani hiçbir zaman boşta eleman kalmıyor. O zaman diyoruz ki fonksiyonumuz örtendir.



Şekil 31. Musa öğretmenin dersine ilişkin ekran görüntüleri (Anekdöt-18).

Musa Öğretmenin matematiği öğretme bilgisine ilişkin olarak; bu örnekte Musa Öğretmen örten ve içine fonksiyonları açıklamıştır. Tanım kümesinde açıkta eleman kalıp kalmadığını Venn şeması ve grafik çizerek anlatmaya çalışmıştır. Musa öğretmenin kullanmış olduğu çoklu temsiller incelendiğinde öncelikle cebirsel gösterimi kullanmıştır. Daha sonra bunları diyagram temsil ile ilişkilendirmiştir. Son aşamada ise grafik temsil ile de ilişkilendirme yapmıştır. Musa öğretmen farklı temsiller kullanmış aynı zamanda bunlar arasında ilişkide kurmuştur. Genel yaklaşım olarak kavramsal öğretimi tercih etmiştir. Bu süreçte Matematik Öğretme Bilgisi Değerlendirme Rubriğine göre değerlendirildiğinde Musa öğretmenin “çok iyi” düzeyde olduğu söylenebilir.

Musa öğretmenin ilk dersinde yaptığı 18 etkinlikten ikisi yetersiz düzeyde ve altısı orta düzeyde, sekizi yeterli düzeyde iken ikisi çok iyi düzeydedir. İkinci dersinde yapmış olduğu 17 etkinlikten biri yetersiz düzeyde, dördü orta düzeyde iken, sekizi iyi düzeyde ve dördü de çok iyi düzeyde olmuştur. Üçüncü dersinde ise yapmış olduğu 14 etkinlikten üçü orta düzeyde iken, altısı iyi düzeyde ve beşi ise çok iyi düzeyde olmuştur. Musa öğretmenin gelişimi takip edildiğinde oransal olarak çok iyi düzeydeki etkinliklerin oranında artış olmuştur. İlk ve son dersler karşılaştırıldığında çok iyi düzeydeki etkinliklerin oranı %11,11’den %34,71 oranına çıkmıştır. Yetersiz ve orta düzeydeki etkinlik oranlarında da düşme meydana gelmiştir.

Öğrenci Görüşlerine İlişkin Bulgular

1. Üçüncü araştırma sorusu olan “Lise öğrencilerin, matematik öğretmenlerinin çoklu temsillerle fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin görüşleri nedir?” için “Öğrenci Yazılı Görüş Alma Formu” kullanılmıştır. Öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar kodlanmıştır. Bu kısımda bulgular, formdaki soru sırasına göre verilmiştir.

Tablo 21. *Ders İmeci Uygulamasının Daha Önceki Dersler ile Karşılaştırılması*

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>Daha Verimli</i>	5	5	4	4	6	6	30
<i>Değişiklik Olmadı</i>	2	2	3	4	3	3	17
<i>Akıcı</i>	0	4	1	1	2	2	10
<i>Anlaşılır</i>	2	1	2	0	2	1	8
<i>Eğlenceli</i>	2	1	1	0	0	2	6
Total	11	13	11	9	13	14	71

Öğrenciler uygulanan dersin daha önceki dersler ile karşılaştırılmasında Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersine ilişkin olarak 2 defa *değişiklik olmadı* ifadesi kullanırken *daha verimli* 5, *Anlaşılır* 2 ve *Eğlenceli* 2 defa kullanılmıştır. B Şubesindeki derse için ise 2 defa *değişiklik olmadı* ifadesi kullanırken *Daha Verimli* 5, *Akıcı* 4 *Anlaşılır* ve *Eğlenceli* birer kez kullanılmıştır. Öğrenciler genel olarak Aysel Öğretmenin ders imecesi uygulamasına ilişkin olarak diğer derslere kıyasla daha olumlu kodlar kullanmışlardır. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersine ilişkin olarak 3 defa *Değişiklik Olmadı* kullanırken *Daha Verimli* 4, *Anlaşılır* 2 defa ve birer kez ise *Akıcı* ve *Eğlenceli* kodları kullanılmıştır. B Şubesindeki derse ilişkin ise 4 kez *Değişiklik Olmadı* kullanırken 4 defa *Daha Verimli* ve 1 kez de *Akıcı* kodu kullanılmıştır. Öğrenciler olumsuzluklar belirtse de çoğunluk olarak olumlu düşüncelere sahip olmuşlardır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersine ilişkin olarak ise 3 kez *Değişiklik Olmadı* kullanırken ikişer kez *Anlaşılır*, *Akıcı* ve 6 kez ise *Daha Verimli* kodu kullanılmıştır. B Şubesindeki derse için ise 3 kez *Değişiklik Olmadı* kullanırken 6 defa *Daha Verimli*, 2 defa *Eğlenceli* ve *Akıcı* ve 1 kez ise *Anlaşılır* kodları kullanılmıştır. Öğrenciler genel olarak Nedim Öğretmenin ders imecesi uygulamasına ilişkin olarak diğer derslere kıyasla daha olumlu kodlar kullanmışlardır.

Öğrencilerin Görüşlerinden Örnek ifadeler

Konu daha anlaşılır şekilde anlatıldığı için ders daha verimli geçti.

Derslerimizde fazla bir değişiklik olmadı

Daha önceki derslere göre daha verimli şekilde geçti.

Tablo 22. Ders İmecesı Uygulamasının Olumlu Yönleri

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Anlaşılır	6	7	5	6	8	7	39
Katılım	3	8	1	3	1	3	19
Etkili	1	3	6	2	5	1	18
Eğlenceli	1	1	1	1	1	1	6
Günlük Hayat	3	0	0	0	1	1	5
Daha Akıcı	0	1	0	0	0	1	2
Hatırlatıcı	2	0	0	0	0	0	2
Somut Örnekler	1	0	0	1	0	0	2
Sorular Giderildi	0	0	0	0	1	1	2
Toplam	17	20	13	13	17	15	95

Öğrencilerin ders imecesi uygulamasına ilişkin olumlu düşünceleri incelendiğinde Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersi için *Anlaşılır* ve *Günlük Hayat* ile ilişkili olması ön plana çıkarken B Şubesindeki dersi için ise *Anlaşılır* ve *Katılım* kodları ön plana çıkmaktadır. Musa Öğretmenin A Şubesinde dersine ilişkin olarak ise *Anlaşılır* ve *Etkili* kodları ön planda iken B Şubesinde ise *Anlaşılır* ve *Katılım* kodları ön plana çıkmaktadır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersi için *Anlaşılır* ve *Etkili* ön plana çıkarken B Şubesindeki dersi için ise *Anlaşılır* ve *Katılım* kodları ön plana çıkmaktadır. Genel değerlendirmelere bakıldığında derslerin *Anlaşılır*, *Katılım*, *Etkili* ve *Eğlenceli* olması ön plana çıkmaktadır.

Öğrencilerin Görüşlerinden örnek ifadeler

Konuları daha iyi anlıyoruz, bu kısmı olumlu etkiliyor.

Dersleri daha iyi anlamamızı sağlayan bir uygulama.

Dersler daha esterele, daha iyi anlıyoruz.

Tablo 23. İmece Uygulamasının Olumsuz Yönleri

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>Olumsuz Yön Yok</i>	4	5	6	3	5	4	27
<i>Zaman Alması</i>	3	2	3	2	3	3	16
<i>Konu Dışı Konuşmalar</i>	1	1	1	3	2	4	12
<i>Örnekleri İlişkilendirememe</i>	1	1	1	1	0	1	5
<i>Dersin Kaynaması</i>	1	1	0	0	0	0	2
Toplam	10	10	11	9	10	12	62

İmece uygulamasının olumsuz yönüne ilişkin olarak Olumsuz Yön Yok kodu en fazla frekansa sahiptir. Bununla birlikte Aysel Öğretmenin A ve B Şubesindeki derslerde *Zaman Alması* kodu ön plana çıkmaktadır. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersi *Zaman Alması* ön plana çıkarken B Şubesinde *Konu Dışı Konuşmalar* ön plana çıkmıştır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde yine *Zaman Alması* ön planda iken B Şubesinde ise *Konu Dışı Konuşmalar* daha ön plana çıkmaktadır. Genel olarak düşünüldüğünde ise *Zaman Alması* ve *Konu Dışı Konuşmalar* olumsuzluk olarak en çok ifade edilmiştir.

Konu daha kısa anlatılabilecekken uzun süre gidiyor.

----- ders ımece uygulamasının olumsuz yonleri nelerdir?

Konu dışındaki söylemlere fazla gırlendiğım.
Olumsuz yonlerinin olusunu değermiyorum.

Tablo 24. *Ders İmece Uygulamasının Öğrenme ve Kavramaya Etkisi*

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>Öğrenme Olumlu</i>	8	8	9	6	9	6	46
<i>Kavrama Düzeyi Olumlu</i>	2	5	9	4	7	6	33
<i>Değişiklik Olmadı</i>	0	1	1	1	0	2	5
<i>Kısmi Düzeltme</i>	0	1	0	1	1	1	4
Toplam	10	15	19	12	17	15	88

Ders imece uygulamasının öğrenme ve kavramaya etkisine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersinde *Öğrenme Olumlu* ve *Kavrama Düzeyi Olumlu* kodları bulunurken B Şubesinde bunlara ek olarak birer defa *Değişiklik Olmadı* ve *Kısmi Düzeltme* kodları da ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersinde ağırlıklı olarak *Öğrenme Olumlu* ve *Kavrama Düzeyi Olumlu* kodları ile birlikte bir defa *Değişiklik Olmadı* kodu kullanılırken B Şubesinde ise bunlara ek olarak bir kez *Kısmi Düzeltme* kodu ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde ise ağırlıklı olarak *Öğrenme Olumlu* ve *Kavrama Düzeyi Olumlu* kodları ile birlikte bir defa *Kısmi Düzeltme* kodu kullanırken B Şubesinde ise bunlara ek olarak iki defa *Değişiklik Olmadı* kodu ifade edilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde Öğrenme ve Kavrama düzeylerinin olumlu etkilendiğine ilişkin kodların önplana çıktığı söylenebilir.

Konuları daha iyi öğreniyorum bu uygulamaya öğrenme ve kavrama düzeyimi arttırdı.

Öğrenme ve kavramamda büyük farkta değişiklik olmadı.

Bu uygulamaya öğrenme ve kavramamı daha arttırdı.

Tablo 25. Ders İmece Uygulamasının Başarı Düzeyini Etkilemesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>Başarım Etkilenmedi</i>	2	3	3	3	1	4	16
<i>Başarım Olumlu Etkilendi</i>	8	7	7	5	9	6	42
Toplam	10	10	10	8	10	10	58

Ders imece uygulamasının başarı düzeyini etkilemesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersinde 2 defa *Başarım Etkilenmedi* kodu kullanırken olumlu kodlardan toplam 8 defa *Başarım Olumlu Etkilendi* kodu kullanılmıştır. B Şubesinde ise 3 defa *Başarım Etkilenmedi* kodu kullanırken olumlu kodlardan toplam 7 defa *Başarım Olumlu Etkilendi* kodu kullanılmıştır. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersinde ise 3 defa *Başarım Etkilenmedi* kodu kullanırken olumlu kodlardan toplam 7 defa *Başarım Olumlu Etkilendi* kodu kullanılmıştır. B Şubesinde ise 3 defa *Başarım Etkilenmedi* kodu kullanırken olumlu kodlardan toplam 5 defa *Başarım Olumlu Etkilendi* kodu kullanılmıştır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde ise 1 defa *Başarım Etkilenmedi* kodu kullanırken olumlu kodlardan toplam 9 defa *Başarım Olumlu Etkilendi* kodu kullanılmıştır. B Şubesinde ise 4 defa *Başarım Etkilenmedi* kodu kullanırken olumlu kodlardan toplam 6 *Başarım Olumlu Etkilendi* kodu kullanılmıştır. Genel olarak değerlendirildiğinde öğrencilerin çoğu olumlu kod olan *Başarım Olumlu Etkilendi* kodları ile eşleşen ifadeler kullanmışlardır.

Öğrenci Görüşlerinden Örnekler

Konuyla daha anlaşılır şekilde öğretilişim başarı düzeyim olumlu etkilendi.

Başarımda değişme olmadı.

Daha iyi öğrenişim için başarı düzeyim de arttı.

Tablo 26. Ders İmece Uygulamasının Matematik Dersine Yaklaşımı Etkilemesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>İlgim Arttı</i>	4	9	7	6	5	6	37
<i>İlgi Değişmedi</i>	3	0	2	1	3	3	12
<i>Tutum Olumlu Oldu</i>	2	1	1	1	2	1	8
<i>Sevmeye Başladım</i>	1	0	1	0	0	0	2
<i>İlçekici</i>	0	0	0	2	0	1	3
Toplam	10	10	11	10	10	11	62

Ders imece uygulamasının Matematik dersine yaklaşımı etkilemesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersinde 3 defa *İlgi Değişmedi* kodu kullanırken 4 defa *İlgim Arttı*, 2 defa *Tutum Olumlu Oldu* ve 1 defa *Sevmeye Başladım* kodu kullanılmıştır. B Şubesinde ise 9 defa *İlgim Arttı* ve 1 defa ise *Tutum Olumlu Oldu* kodu kullanılmıştır. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersinde 2 defa *İlgi Değişmedi* kodu kullanırken 7 defa *İlgim Arttı*, 1 defa *Tutum Olumlu Oldu* ve 1 defa *Sevmeye Başladım* kodu kullanılmıştır. B Şubesindeki dersinde ise 1 defa *İlgi Değişmedi* kodu kullanırken 6 defa *İlgim Arttı*, birer defa *Tutum Olumlu Oldu*, *İlgi çekici* ve *Eğlenceli* kodu kullanılmıştır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde 3 defa *İlgi Değişmedi* kodu kullanırken 5 defa *İlgim Arttı*, 2 defa *Tutum Olumlu Oldu* kodu kullanılmıştır. B Şubesindeki dersinde ise 3 defa *İlgi Değişmedi* kodu kullanırken 6 defa *İlgim Arttı*, birer defa *Tutum Olumlu Oldu* ve *İlgi çekici* kodu kullanılmıştır. Genel olarak değerlendirildiğinde ise derse karşı ilgilerinin arttığı ve tutumlarını olumlu olduğu söylenebilir.

Öğrenci ifadelerinden örnekler

Matematik dersini somut örnekler ile ilişkili olduğunu
öğrenen oldu etiledi,

Derse ilginin biraz arttığını söyleyebilirim.

Matematik dersine ilgimi değiştirmedii.

Tablo 27. Ders İmece Uygulamasının Öğretmenin Sınıf İçi Uygulamasını Etkilemesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
İyi Anlattı	3	3	5	3	5	3	22
Daha Anlaşılır	2	4	2	3	1	2	14
Akıcı	0	3	0	1	2	3	9
Öğretmen Daha Etkin	3	0	2	0	1	0	6
Daha Detaylı	2	0	1	0	1	0	4
Değişiklik Olmadı	0	1	0	1	0	0	2
Makul Örnekler	0	0	0	1	0	1	2
Uzun Sürdü	1	0	0	0	0	1	2
Toplam	11	11	10	9	10	10	61

Ders imece uygulamasının öğretmenin sınıf içi uygulamalarını etkilemesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersinde *Öğretmen Daha Etkin*, *İyi Anlattı* ve *Daha Anlaşılır* kodları ön plana çıkmaktadır. B Şubesindeki derste ise *Daha Anlaşılır*, *İyi Anlattı* ve *Akıcı* kodları ön plana çıkmıştır. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersinde *İyi Anlattı*, *Öğretmen Daha Etkin* ve *Daha Anlaşılır* kodları ön plana çıkmaktadır. B Şubesindeki derste ise *Daha Anlaşılır* ve *İyi Anlattı* kodları ön plana çıkmıştır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde *İyi Anlattı* ve *Akıcı* kodları ön plana çıkmaktadır. B Şubesindeki derste ise *Daha Akıcı*, *İyi Anlattı* ve *Daha Anlaşılır* kodları ön plana çıkmıştır. Genel olarak değerlendirildiğinde ise öğrenciler öğretmenlerin iyi ve anlaşılır anlattıklarını düşünmektedirler.

Öğretmen daha etkin rol oynadı.

Pek değişiklik olmadı.

Öğretmenimiz derisi daha akıcı anlatıyor.

Tablo 28. Fonksiyon Konusunun Özümseilmesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
İyi Özümsemedim	10	8	7	4	8	5	42
Kısmi Özümseme	0	1	2	3	2	3	11
İyi Anladım	0	1	2	1	0	2	6
Toplam	10	10	11	8	10	10	59

Ders ımece uygulamasının fonksiyon konusunun özümsemesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesi öğrencilerin tamamı *İyi Özümsemedim* kodunu kullanmıştır. B Şubesinde ise 8 defa *İyi Özümsemedim* ve birer defa da *Kısmi Özümseme* ve *İyi Anladım* kodları kullanılmıştır. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersinde 7 defa *İyi Özümsemedim* ve ikişer defa da *Kısmi Özümseme* ve *İyi Anladım* kodları kullanılmıştır. B Şubesinde ise 4 defa *İyi Özümsemedim* ve 3 defa da *Kısmi Özümseme* ve 1 defa da *İyi Anladım* kodları kullanılmıştır. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde 8 defa *İyi Özümsemedim* ve 2 defa da *Kısmi Özümseme* kodu kullanılmıştır. B Şubesinde ise 5 defa *İyi Özümsemedim* ve 3 defa da *Kısmi Özümseme* ve 2 defa da *İyi Anladım* kodları kullanılmıştır. Genel olarak değerlendirildiğinde ise öğrenciler fonksiyonlar konusunu özümsemediklerini ifade etmişlerdir.

Evet, fonksiyon konusunu özümsemedim.

Kısmen özümsemedim.

Evet, konuyu daha iyi anladığım için özümsemedim

Tablo 29. Bir Kavramı Öğrenirken Yakın Çevreden Örnek Verilmesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>Daha iyi anlarım</i>	5	3	2	4	5	1	20
<i>Dersi iyi olarak algılama</i>	0	8	6	5	2	5	26
<i>Daha iyi hatırlarım</i>	1	2	3	2	4	2	14
<i>Öğrenmem kolaylaştı</i>	1	3	0	1	2	4	11
<i>Net anlaşılır örnekler</i>	0	1	1	2	4	0	8
<i>Hayatla iç içe</i>	0	0	1	0	1	2	4
<i>Yakın hissetme</i>	0	0	0	1	1	1	3
<i>Somut örnekler</i>	1	0	1	0	0	1	3
<i>Kolay ilişki kurma</i>	2	0	0	0	0	0	2
<i>Örnekleri ilişkilendiremedim</i>	1	1	2	0	1	3	8
Toplam	11	18	16	15	20	19	99

Ders imece uygulamasının kavram öğrenirken çevreden örnek verilmesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesinde *Daha İyi Anlarım* ve *Kolay İlişki Kurma* kodları ön plana çıkarken B Şubesinde ise *İyi Olarak Algılama*, *Daha İyi Anlarım* ve *Öğrenmem Kolaylaştı* kodları ön plana çıkmaktadır. Musa Öğretmenin A Şubesinde *Dersi İyi Olarak Algılama* ve *Daha İyi Hatırlama* kodları ön plana çıkarken B Şubesinde ise *Dersi İyi Olarak Algılama* ve *Daha İyi Anlarım* kodları ön plana çıkmaktadır. Nedim Öğretmenin A Şubesinde *Daha İyi Anlarım*, *Net Anlaşılır Örnekler* ve *Daha İyi Hatırlama* kodları ön plana çıkarken B Şubesinde ise *Dersi İyi Olarak Algılama* ve *Öğrenmem Kolaylaştı* ve *Örnekleri İlişkilendiremedim* kodları ön plana çıkmaktadır. Genel olarak değerlendirildiğinde öğrenciler yakın çevreden örnek verilmesi konusunda olumlu bir düşünceye sahiplerdir.

Örnekler ile kavramlar arasındaki ilişkiyi güzel bulursan bu öğrenmeni kolaylaştırır.
Güzel buluyorum fakat örneklerin uygun ve hatırlanıcı olması lazım.
Mantıklı buluyorum ancak öğrenirken örneklerin bana yakın olması öğrenmeni kolaylaştırır.

Öğretmenlerin Ders Gözlemlerine İlişkin Bulgular

Dördüncü araştırma sorusu olan “Matematik öğretmenleri, meslektaşlarının çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerini nasıl değerlendirmektedirler?” sorusuna cevap için öğretmenlerin kendi meslektaşlarının derslerini değerlendirmesi istenmiştir. Bulgular ders gözlem formundaki sorular çerçevesinde düzenlenmiştir.

Tablo 30. Etkili Giriş Yapılmasına İlişkin Düşünceler

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Hayır	0	2	4	2	0	3	11
Evet etkili oldu	3	0	0	2	2	1	8
Kısmen etkili giriş oldu	1	2	0	0	2	0	5
Toplam	4	4	4	4	4	4	24

Derse etkili giriş yapılmasına ilişkin düşünceler incelendiğinde Aysel Öğretmenin A şubesindeki dersine ilişkin olarak 3 defa etkili giriş olduğu ve 1 kez de kısmen etkili giriş olduğu ifade edilirken B Şubesindeki dersine ilişkin olarak ise 2 defa olmadığı ve 2 defa ise kısmen etkili bir giriş yapıldığı ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersine ilişkin olarak 4 defa etkili olmadığı ifade edilirken B Şubesine ilişkin dersinde ise 2 defa etkili olmadığı ve 2 defa ise etkili olduğu ifade edilmiştir. Nedim öğretmenin A Şubesindeki dersinde ise 2 defa etkili giriş olduğu ifade edilirken 2 defa da kısmen etkili olduğu ifade edilmiştir. B Şubesindeki dersine ilişkin olarak ise 3 defa etkili olmadığı ifade edilirken 1 defa etkili olduğu ifade edilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde öğretmenlerin etkili bir giriş yapmadıkları düşünülmektedir.

1- Dersin sunumunu yapan öğretmenin etkili bir giriş yapıldığını düşünüyor musunuz?

Doğru tarihlerle ilgili hesaplama yapılmaması etkileyici bir giriş oldu. Öğretmenler tarafından okunuldu.

Hayır. Doğrudan tanım verilmesi pek etkili olmadı.

2- Dersin sunumunu yapan öğretmenin etkili bir giriş yapıldığını düşünüyor musunuz?

Evet, öncelikli bilgiler hatırlatıldı. Güncel örnekler sunuldu.

Tablo 31. Fonksiyon Konusuyla İlgili Önbilgilerin Sorulması

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Evet	2	2	1	0	4	4	13
Kısmen	0	2	1	4	0	0	7
Hayır	2	0	2	0	0	0	4
Toplam	4	4	4	4	4	4	24

Fonksiyon konusunda ön bilgilerin sorulmasına ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde 2 defa sorulduğu ve 2 defa sorulmadığı ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 2 defa sorulduğu ve 2 defa ise kısmen sorulduğu ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde 1 defa sorulduğu, 1 defa kısmen ve 2 defa sorulmadığı ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 4 defa kısmen sorulduğu ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin ise hem A ve B Şubelerinde 4 defa ön bilgilerin sorulduğu ifade edilmiştir. Genel

olarak değerlendirildiğinde öğretmenler fonksiyon konusunda öğrencilerin ön bilgilerini sormuşlardır.

öğrencinin ön bilgisini sorguluyor mu?
Evet, Anne - bebek ilişkilerinden ve reklamlar dersi ile öğrencilerin hem ilişkisi vardı hem de ön bilgileri hatırlatıldı.

Konuyla ilgili bilgiler genellikle öğretmen tarafından anlatıldı.

Bağıntı ve fonksiyon konularına değindi. Koordinat elemanları ile ilişki kuruldu.

Tablo 32. Fonksiyon Konusunun Günlük Yaşamdaki Kullanımına İlişkin Örneklerin Verilmesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Hayır	2	0	4	4	1	3	14
Kısmen	1	2	0	0	3	1	7
Evet	1	2	0	0	0	0	3
Toplam	4	4	4	4	4	4	24

Fonksiyon konusunun günlük yaşamdaki kullanımı ile ilgili örneklerin verilmesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde 2 defa verilmediği, 1 defa kısmen ve 1 defa da örneklerin verildiği ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 2 defa verildiği ve 2 defa ise kısmen verildiği ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin hem A ve hem de B Şubesindeki derslerinde 4 defa verilmediği ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki dersinde ise 1 defa örnek verilmediği ve 3 defa kısmen verildiği ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 3 defa verilmediği ve 1 defa kısmen verildiği ifade edilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde öğretmenler fonksiyon konusunun günlük hayatta kullanımına ilişkin örnekler vermemişlerdir.

yeterince örnek veriyor mu?

Kısmen. Örneklerle ilişkilendirmeye çalışıldı ama hepsine örnek verilemedi.

3- Dersin sunumunu yapan öğretmen fonksiyonlar ile ilgili günlük yaşamdaki kullanıma yönelik yeterince örnek veriyor mu?

Hayır

yeterince örnek veriyor mu?

Kısmen, günlük hayattaki kullanımdan çok, örneklerin anlatılması için ilişkilendirme yapıldı

Tablo 33. Dersin Giriş Kısımına İlişkin Olumlu ve Olumsuzluklar

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
<i>Tanım ve önemli noktaların vurgulanması</i>	0	0	0	4	2	1	7
<i>Önceki bilgilerin hatırlatılması</i>	0	0	0	0	3	3	6
<i>Örneklerin sıralaması</i>	0	0	3	1	0	1	5
<i>Kuralların vurgulanması</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Tahta kullanımı</i>	0	0	0	2	0	0	2
<i>Öğrenci görüşlerinin dikkate alınması</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Öğrenciler ile ilgili örneklerin verilmesi</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Öğrencilerin derse ilgisi</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Öğrencilerin dikkatini toplama çalışması</i>	1	0	0	0	0	1	2
<i>Öğrencinin soru çözmesi</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Öğrencilere çözüm için vakit verilmesi</i>	0	0	0	0	2	0	2
<i>Güncel konular ile ilişkilendirme</i>	1	0	0	0	0	0	1
<i>Konuya giriş</i>	1	0	0	0	0	0	1
<i>Soruların aşama aşama çözülmesi</i>	0	0	0	1	0	0	1
<i>Konuyu pekiştirici örnekler</i>	0	0	1	0	0	0	1
<i>Öğrencilere beyin fırtınası yaptırılması</i>	1	0	0	0	0	0	1
Olumlu	4	7	4	7	5	4	31
<i>Teknik sorunlar</i>	0	0	2	0	2	1	5
<i>Öğrencilere fazla soru sorulmaması</i>	2	2	0	0	0	0	4
<i>Günlük hayatla ilişkilendirme azdı</i>	1	0	0	2	0	0	3
<i>Klasik tanım ile başlaması</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Dikkat çekilmemesi</i>	0	0	0	2	0	0	2
<i>İleriki konular ile ilgili bilgi verilmesi</i>	0	0	0	0	0	2	2
<i>İlgi çekici değildi</i>	0	0	0	2	0	0	2
<i>Öğrencilerin dikkatlerinin çekilmemesi</i>	0	0	2	0	0	0	2
<i>Öğrencilerin uygulama yapamaması</i>	0	0	0	0	0	1	1
Olumsuz	3	4	4	5	2	4	22
Toplam	14	25	16	26	16	18	115

Dersin giriş kısmı ile ilgili olumlu ve olumsuz görüşlerin değerlendirilmesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde olumlu olarak *Öğrencilerin dikkatini toplama çalışması*, *Güncel konular ile ilişkilendirme*, *Konuya giriş* ve *Öğrencilere beyin fırtınası yaptırılması* kodları ifade edilirken olumsuz olarak *Öğrencilere fazla soru sorulmaması* ve *Günlük hayatla ilişkilendirme azdı* kodları ifade edilmiştir. B Şubesindeki dersinde ise olumlu olarak *Kuralların vurgulanması*, *Öğrenci görüşlerinin dikkate alınması*, *Öğrenciler ile ilgili örneklerin verilmesi*, *Öğrencilerin derse ilgisi* ve *Öğrencinin soru çözmesi* kodları ifade edilirken olumsuz olarak ise *Öğrencilere fazla soru sorulmaması* ve *Klasik tanım ile başlaması* kodları ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde olumlu olarak *Örneklerin sıralaması* ve *Konuyu pekiştirici örnekler* kodları ifade edilirken olumsuz olarak *Teknik sorunlar* ve *öğrencilerin dikkatlerinin çekilmemesi* kodları

ifade edilmiştir. B Şubesindeki dersinde ise olumlu olarak *Tanım ve önemli noktaların vurgulanması, Örneklerin sıralaması, Tahta kullanımı ve Soruların aşama aşama çözülmesi* kodları ifade edilirken olumsuz olarak ise *Günlük hayatla ilişkilendirme azdı, Dikkat çekilmemesi ve İlgi çekici değildi* kodları ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde olumlu olarak *Tanım ve önemli noktaların vurgulanması, Önceki bilgilerin hatırlatılması ve Öğrencilere çözüm için vakit verilmesi* kodları ifade edilirken olumsuz olarak *Teknik sorunlar* kodu ifade edilmiştir. B Şubesindeki dersinde ise olumlu olarak *Tanım ve önemli noktaların vurgulanması, Önceki bilgilerin hatırlatılması, Örneklerin sıralaması ve Öğrencilerin dikkatini toplama çalışması* kodları ifade edilirken olumsuz olarak ise *Teknik sorunlar, İleriki konular ile ilgili bilgi verilmesi ve Öğrencilerin uygulama yapamaması* kodları ifade edilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde olumlu yönlerde *Tanım ve önemli noktaların vurgulanması, Önceki bilgilerin hatırlatılması ve Örneklerin sıralaması* kodları ön plana çıkarken olumsuz yönde ise *Teknik sorunlar, Öğrencilere fazla soru sorulmaması ve Günlük hayatla ilişkilendirme azdı* kodları ön plana çıkmaktadır.

mısınız?

Genel konular ile ilişkilendirilmesi iyiydi ama fonksiyonların kullanımına ilişkin örneklerin de verilmesi daha iyi olurdu.

Örneklerin sıralaması iyiydi.

Teknik sorunların yaşanması olumsuzluktu.

Olumlu

- 1- Önceki bilgilerin kontrol edilmesi
- 2- Önceki konulara vurgu yapılması.

Olumsuz

- 1- Teknik sorunlar yaşandı.

Tablo 34. Öğrencilerin Aktif Şekilde Derste Tutulması

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Evet	2	4	0	1	4	4	15
Kısmen	2	0	3	3	0	0	8
Hayır	0	0	1	0	0	0	1
Toplam	4	4	4	4	4	4	24

Öğrencilerin aktif şekilde derste tutulmasına ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde 2 defa evet ve 2 defa da kısmen yapıldığı ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 4 defa yapıldığı ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde 3 defa kısmen ve 1 defa da yapılmadığı ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 1 defa yapıldığı ve 3 defa kısmen yapıldığı ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin ise her iki şubedeki derslerinde de öğrencilerin aktif tutulduğu ifade edilmiştir. Genel olarak ise öğretmenlerin öğrencileri derste aktif tuttuğu söylenebilir.

Öğretmen öğrencileri aktif bir şekilde derste tutuyordu.

Kısmen yapıldı bazı öğrenciler derse katılmadı.

Kısmen - öğrencilerin seviyeleri farklı olduğu için tam olarak sağlanamadı

Tablo 35. Konunun Anlaşıp Anlaşılmadığına Dair Öğrencilerden Geri Dönütler Alınması

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Evet	4	4	2	4	4	4	22
Kısmen	0	0	2	0	0	0	2
Total	4	4	4	4	4	4	24

Konunun anlaşılıp anlaşılmadığına dair öğrencilerden geri dönüt alınmasına ilişkin olarak Aysel Öğretmenin hem A ve hem de B şubelerindeki derslerinde geridönüt alındığı ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde 2 defa evet ve 2 defa da kısmen geri dönüt alındığı ifade edilirken B Şubesindeki derslerinde ise 4 defa geri dönüt alındığı ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin ise her iki şubedeki derslerinde de geri dönüt alındığı ifade edilmiştir. Genel olarak ise öğretmenlerin öğrencilerden geri dönüt aldıkları ifade edilmiştir.

2- Ders sunumunu yapan öğretmen konunun anlaşılıp anlaşılmadığına dair öğrencilerden geri dönütler alıyor mu?

Evet. Anlaşılıp anlaşılmadığını soruyor.

2- Ders sunumunu yapan öğretmen konunun anlaşılıp anlaşılmadığına dair öğrencilerden geri dönütler alıyor mu?

Her örnek sonrası öğrencilerden geri dönüt almadı

2- Ders sunumunu yapan öğretmen konunun anlaşılıp anlaşılmadığına dair öğrencilerden geri dönütler alıyor mu?

Evet.

Tablo 36. Yeterince Örnek Verilmesi

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Yeterli	4	4	4	4	4	4	24
Toplam	4	4	4	4	4	4	24

Yeterince örneklerin verilmesine ilişkin olarak bütün öğretmenlerin derslerinde yeterli düzeyde örnek verdikleri ifade edilmiştir.

Evet örnekler yeterliydi.
Evet
Evet verildi.

Tablo 37. Öğrencilerin Ne Kadar Anladığıyla İlgili Oran

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
100%	2	0	0	0	0	0	2
90%	0	4	0	0	0	0	4
85%	0	0	0	0	0	2	2
80%	2	0	0	2	4	2	10
75%	0	0	1	1	0	0	2
70%	0	0	1	1	0	0	2
60%	0	0	2	0	0	0	2
Toplam	4	4	4	4	4	4	24

Öğrencilerin hangi düzeyde konuyu anladıklarına ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki dersleri %100 ve %80 olarak değerlendirilirken B Şubesindeki dersleri ise %90 olarak değerlendirilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki dersleri %75, %70 ve %60

olarak değerlendirilirken B Şubesindeki dersleri ise %80, %75 ve %70 olarak değerlendirilmiştir. Nedim öğretmenin A Şubesindeki dersleri %80 olarak değerlendirilirken B Şubesindeki dersleri ise %85 ve %80 olarak değerlendirilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde frekans olarak %80 oranında değerlendirildiği ifade edilmiştir. En düşük oran ise %60'tır.

Oran 80 civarı.
 Dersler yüzde 70 civarındadır.
 Kaç civarında olur?
 Genel olarak %80 civarında, bazı öğretmenler %60 civarında.

Tablo 38. Dersin Gelişme ve Sonuç Kısımındaki Olumlu ve Olumsuz Durumlar

Kodlar	Aysel Öğretmen		Musa Öğretmen		Nedim Öğretmen		Toplam
	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	A Şube	B Şube	
Öğrencilere soru çözme için süre verilmesi	1	0	2	4	0	0	7
Önemli noktaların vurgulanması	1	2	0	4	0	0	7
Farklı çözüm yollarının sunulması	0	0	0	0	4	2	6
Öğrencilerin fikirlerinin alınması	0	0	0	0	4	2	6
Öğrencilerin tahtada soru çözmesi	2	2	0	2	0	0	6
Tahta kullanımı	0	0	4	0	0	0	4
Çözülen soruların sıralaması	1	0	2	0	0	1	4
Örneklerin dikkat çekici olması	0	2	0	0	0	1	3
Öğrencilerin derse katılımı	1	2	0	0	0	0	3
Bol örnek çözülmesi	1	0	0	0	0	1	2
Konunun anlaşılır verilmesi	0	2	0	0	0	0	2
Soruların adım adım çözülmesi	2	0	0	0	0	0	2
Etkili iletişim	0	2	0	0	0	0	2
Beyin fırtınasının yapılması	1	0	0	0	0	0	1
Günlük hayattan örneklerin verilmesi	1	0	0	0	0	0	1
Sorular ile dikkatlerinin çekilmesi	1	0	0	0	0	0	1
Olumlu Görüşler	5	8	4	4	4	6	31
Günlük hayatla ilişkilendirmenin azlığı	0	0	0	4	4	2	10
Soru çözümünde hata yapılması	1	0	4	0	0	0	5
Öğrenci uygulamalarının az olması	1	0	0	0	0	2	3

Tablo 38. (devamı)

<i>Teknik sorunlar</i>	0	0	2	0	0	0	2
<i>Yaşanan olumsuzluğa öğretmenin müdahale etmemesi</i>	0	2	0	0	0	0	2
<i>Sonunda genel özeti yapılmaması</i>	1	0	0	0	0	0	1
<i>Soruları sadece belirli öğrencilerin cevaplaması</i>	1	0	0	0	0	0	1
Olumsuz Görüşler	3	2	4	4	4	4	21
Toplam	24	24	22	22	20	21	133

Dersin gelişme ve sonuç bölümleriyle ilgili olumlu ve olumsuz görüşlerin değerlendirilmesine ilişkin olarak Aysel Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde olumlu olarak *Öğrencilerin tahtada soru çözmesi ve Soruların adım adım çözülmesi* kodları ön plana çıkarken olumsuz olarak *Soru çözümünde hata yapılması ve Sonunda genel özeti yapılmaması* kodları ön plana çıkmıştır. B Şubesindeki dersinde ise olumlu olarak *Önemli noktaların vurgulanması, Öğrencilerin tahtada soru çözmesi, Örneklerin dikkat çekici olması, Konunun anlaşılır verilmesi ve Etkili iletişim* kodları ifade edilirken olumsuz olarak ise sadece *Yaşanan olumsuzluğa öğretmenin müdahale etmemesi* kodu ifade edilmiştir. Musa Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde olumlu olarak *Tahta kullanımı, Öğrencilere soru çözme için süre verilmesi ve Çözülen soruların sıralaması* kodları ifade edilirken olumsuz olarak *Soru çözümünde hata yapılması ve Teknik sorunlar* kodları ifade edilmiştir. B Şubesindeki dersinde ise olumlu olarak *Öğrencilere soru çözme için süre verilmesi, Önemli noktaların vurgulanması ve Öğrencilerin tahtada soru çözmesi* kodları ifade edilirken olumsuz olarak ise *Günlük hayatla ilişkilendirmenin azlığı* kodu ifade edilmiştir. Nedim Öğretmenin A Şubesindeki derslerinde olumlu *Farklı çözüm yollarının sunulması ve Öğrencilerin fikirlerinin alınması* kodları ifade edilirken olumsuz olarak *Günlük hayatla ilişkilendirmenin azlığı* kodu ifade edilmiştir. B Şubesindeki dersinde ise olumlu olarak *Farklı çözüm yollarının sunulması ve Öğrencilerin fikirlerinin alınması* ön plana çıkarken olumsuz olarak *Günlük hayatla ilişkilendirmenin azlığı ve Öğrenci uygulamalarının az olması* kodları ifade edilmiştir. Genel olarak değerlendirildiğinde olumlu yönlerde *Öğrencilere soru çözme için süre verilmesi, Önemli noktaların vurgulanması, Farklı çözüm yollarının sunulması, Öğrencilerin fikirlerinin alınması ve Öğrencilerin tahtada soru çözmesi* kodları ön plana çıkarken olumsuz yönde ise *Günlük hayatla ilişkilendirmenin azlığı ve Soru çözümünde hata yapılması* kodları ön plana çıkmaktadır. Genel olarak olumlu kodlar olumsuz kodlara göre daha fazladır.

Olumlu yönler

- 1- Gözlenen soruların sıralaması iyiydi.
- 2- Günlük hayattan örneklerin verilmesi
- 3- Soru çözme adımlarının gösterilmesi

Olumsuz yönler

- 1- Öğrencilerin uygulamaların az olması
- 2- Sorulara sadece bazı öğrencilerin cevap vermesi

^{misiniz?}

Olumlu kısımlar

- + Soruların sıralaması
- + Tahta kullanımı

- Soru çözününde sıkıntı yaşanıyor

Olumlu Öğrencilerin fikirleri alındı ve farklı çalışma yolları anlatıldı.

Olumsuz: Genelde yapılabileceklerin az olması.

Öğretmenlerin Ders İmecesı Uygulamaları ile İlgili Görüşlerine İlgili Bulgular

Beşinci araştırma sorusu olan "Matematik öğretmenlerin çoklu temsiller ile fonksiyonu öğretme bilgilerine ilişkin ders imecesi uygulama öncesi ve sonrası görüşleri nelerdir?" sorusuna cevap için öğretmenler ile hem uygulama öncesi hem de uygulama sonrası olmak üzere iki defa yazılı görüş alınmıştır. Uygulama öncesi genel olarak uygulama ve hazırlıkla ilgili düşünceleri sorulmuştur. Uygulama sonrasında ise süreçte karşılaştıkları sorunlar ve ders imecesine ilişkin genel düşünceleri sorulmuştur. Her iki görüşme soruları farklı durumları incelediği için ayrı ayrı verilmiştir.

Uygulama öncesi öğretmen görüşleri.

Bu bölümde öğretmenlerin uygulama öncesi görüşmede sorulara verdikleri cevaplar bağlamında değerlendirilmiştir.

Matematik dersine hazırlanırken tercih edilen kaynaklara ilişkin olarak Aysel öğretmen “*Milli Eğitim kitapları, güncel kaynaklar ve internette konuyla ilgili bilgileri*” kullandığını ifade etmiştir. Musa öğretmen ise “*ders kitapları ve videoları*” kullandığını ifade etmiştir. Nedim öğretmen ise “*Bilgi ve anlatım hatalarının olmadığı, değerlendirme soru tür ve sayılarının yeterli olduğu, konuların somut olarak işlendiği kitaplardan yararlanırım*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenlerin daha çok kitap kaynaklarını tercih ettikleri görülmektedir.

Derse hazırlık yaparken meslektaşlarının düşüncelerini alma konusunda ise Aysel öğretmen “*Tecrübeli öğretmenlerden fikir alırım*” demiştir. Musa öğretmen ise “*Evet, alırım*” derken Nedim öğretmen de “*Evet alırım*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler kendi meslektaşlarından fikir almaktadır.

Dersten önce yazılı bir plan hazırlama konusunda ise Aysel öğretmen “*Kısa bir planım her zaman olur*” ifadesini kullanırken Musa ve Nedim öğretmen “*Evet hazırlarım*” ifadelerini kullanmıştır. Öğretmenler ders öncesi yazılı bir plan hazırladıklarını ifade etmişlerdir.

Dersin giriş aşamasında öğrencilerin dikkatini çekmek için ne yaptıkları konusunda Aysel öğretmen “*Sınıftan sınıfa dikkat çekmek değişir. O günkü duruma göre günlük olaylar bile dikkat çekebilir*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Günlük hayattan konuşmalarla başlarım derse, sorular sorarım, nasıl olduklarını öğrenirim*” ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise “*Güler yüzle samimi bir ses tonuyla konuşarak*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenlerin genel anlamda dikkat çekme sürecine ilişkin bir faaliyette bulundukları söylenebilir.

Derste kullanılan materyal ve bunun hedef davranışlara katkısı konusunda ise Aysel Öğretmen “*Matematik dersinde materyal oldukça az kullanırım*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Projeksiyon, kitap*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*cetvel, pergel*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler materyal kullanımı ve katkısı konusunda yeterli bir bakış açısına sahip olmadıkları söylenebilir.

Öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olup olmadıklarını fark etme ve gerekli önlem alma konusunda ise Aysel Öğretmen “*Basit sorulara verdiği yanlış cevaplardan anlarım. Daha pekiştirici örnekler veririm*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*sorular sorarak, yanlış cevaplar aldığımda anlarım*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*Bakışlarıyla*

fark ederim, bunun için tekrar en baştan daha detaylı bir şekilde anlatıp, kavram yanlışlığının giderilmesini sağlarım” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenlerin kavram yanlışlığı konusunda en temel yaklaşımlara sahip oldukları ve çözüm stratejileri konusunda ise yeterli bir bilgiye sahip olmadıkları söylenebilir.

Dersin gelişme kısmında öğrencileri aktif tutmak için yapılacaklar konusunda ise Aysel öğretmen *“soru-cevap yöntemini kullanırım”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“Onları tahtaya kaldırıyorum, soru sorarım”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“ilgilerini toplayarak video izletebiliriz”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmeler öğrenciler aktif tutmak için kullanılabilecek etkinlik, grup çalışması gibi yeni yöntem ve teknikler konusunda yeterli pedagojik alan bilgisine sahip olmadıkları söylenebilir.

Derslerinin etkililiğini değerlendirme konusunda ise Aysel öğretmen *“Genelde verimli ders işlemeye gayret gösteririm”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen bu soruyu cevapsız bırakmıştır. Nedim öğretmen ise *“etkili olduğunu düşünüyorum”* ifadesini kullanmıştır. Aysel ve Nedim öğretmenlerin derslerine ilişkin öz algılarının olumlu olduğu söylenebilir.

Fonksiyon konusunun çoklu temsil yoluyla anlatımı ile ilgili yapılan hazırlıklara ilişkin ise Aysel öğretmen *“Sözel, görsel ve matematiksel zeka türlerine göre hazırlık yaptım”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“Günlük hayattan örnekler araştırdım”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“yaşadığımız hayatla nasıl ilişkilendirmemiz gerektiği ile ilgili tek tek fonksiyon ve çeşitlerini değerlendiririm”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler çoklu temsili nasıl kullanacaklarından çok dersi çeşitlendirme konusunda hazırlık yaptıkları söylenebilir. Çoklu temsillerin ilişkilendirilmesine ilişkin bir hazırlık yapmadıkları da söylenebilir.

Onuncu olarak fonksiyon konusunun çoklu temsil yoluyla anlatmanın öğrencide ne gibi katkısı olacağına ilişkin ise Aysel Öğretmen *“Her zekaya hitap etmeye çalıştığından geri dönüt oranı artacaktır”* ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen *“Günlük hayatla matematiği bağdaştırabileceğini düşünüyorum. Öğrencinin “bunlar günlük hayatta ne işimize yarayacak” diye sorduğu soruya karşılık olduğunu düşünüyorum”* ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise *“öğrencide daha kalıcı ve etkili olmasını sağlar”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmen çoklu temsiller ile anlatılan dersin öğrenme düzeyini olumlu etkileyeceğini düşündükleri söylenebilir.

Genel olarak değerlendirdiğimizde öğretmenlerin ders öncesi bir hazırlık yaptıkları, meslektaşları ile fikir alışverişinde bulundukları görülmektedir. Ders öğretim stratejilerine ilişkin bir takım çözüm önerileri ve uygulama önerileri bulunmaktadır.

Uygulama sonrası öğretmen görüşleri.

Uygulama sonrası öğretmenlere ders imecesi uygulamasına ilişkin sorular sorulmuştur. Bu kısımda öğretmenlerin görüşleri sorular bağlamında değerlendirilmiştir. Bulgular alıntılamalara dayanmaktadır.

Ders imecesi uygulamasının mesleki gelişim sürecini etkilemesi konusunda Aysel Öğretmen “*Daha geniş bir perspektiften bakmamı sağladı*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Derslere daha farklı bakış açısıyla bakmama yardımcı oldu*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*Farklı bakış açısıyla dersleri anlatmamı sağladı*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler bakış açılarının değiştiğini vurgulamışlardır.

Ders imecesi sürecinde zorlanılan noktalar, sıkıntılar ve sebepleri konusunda Aysel Öğretmen “*Bir zorlanma olmadı*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Uygulamada bir zorlanma yaşamadım*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*Yok*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler ders imecesi uygulamasında zorlanmadıklarını ifade etmişlerdir.

Ders imecesi uygulamasında rutin sınıf içi uygulamalara göre farklılığı konusunda Aysel Öğretmen “*öğrenciler daha aktif hale geldi*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*öğrencilerin derse katılımları daha fazla oldu*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*öğrencilerin dikkatini daha çok çektiğini fark ettim*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenlerden ikisi öğrencilerin derse katılımlarının arttığını ifade ederken birisi de dikkat çekici olduğuna ilişkin ifadeler kullanmıştır.

Sınıf içi gözlem sırasında zorluk yaşama konusunda Aysel Öğretmen “*Herhangi bir zorluk yaşamadım*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Gözlem sırasında bir zorluk yaşamadım.*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*yaşamadım*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler gözlem sırasında zorluk yaşamadıkları konusunda hem fikir olmuşlardır.

Ders imecesi uygulamasının ders kazanımlarına ulaşma ve dersin verimliliği açısından etkileri konusunda Aysel Öğretmen “*Farklı görüşlerin birleşmesiyle daha çeşitli ve doğru bir öğretim modeli sağlanabilir*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Öğrenciler belirlenen kazanımlara daha kolay ulaştı ve ders daha verimli geçti*” ifadesini kullanmıştır. Nedim Öğretmen ise “*öğrencilerin bakış açısının değiştiğini düşünüyorum*” ifadesini kullanmıştır. Bir öğretmen öğretmenler işbirliğinin katkı sağladığını ifade ederken diğer iki öğretmen öğrencilerin kazanımlarına ilişkin ifade kullanmışlardır.

Ders imecesi süreci dersi planlama ve uygulamasına etkisi konusunda Aysel Öğretmen “*Ders planlama ve uygulama kısmında planlarken çoklu temsil kullanılacağı için zaman konusuna dikkat ettim*” ifadesini kullanmıştır. Musa Öğretmen “*Ders planlarken öğrencilerin*

dikkatini nasıl çekerim diye düşündüm. Uygulamada olumlu etkiledi” ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“olumlu etkiledi”* ifadesini kullanmıştır. Bir öğretmen zaman konusuna dikkat ettiği ve bir öğretmen ise öğrencilerin dikkatini çekmeye odaklandığını ifade etmiştir. Genel düşünceleri ise uygulamalarının olumlu etkilendiğini ifade etmişlerdir.

Ders imecesi süreci pedagojik bilgilerine katkısı konusunda Aysel öğretmen *“Gelişimime katkısı oldu”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“Mesleki gelişimime katkısı olduğunu düşünüyorum”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“olumlu etkiledi”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler pedagojik bilgilerinin geliştiğini düşünmektedirler.

Ders imecesi süreci pedagojik alan bilgilerine katkısı konusunda Aysel öğretmen *“Farklı yollar farklı zeka türlerine ulaşım yeterliliğine katkısı oldu”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“Farklı öğrencilere nasıl matematik öğreteceğim konusunda etkili oldu”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“olumlu etkiledi”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini düşünmektedirler.

Ders imecesinin okullarda uygulanabilirliği konusunda Aysel öğretmen *“iyi bir alt yapı çalışması ile başarı oranı artabilir”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“Öğretmenler bilgi sahibi olurlarsa bence çalışma başarılı olur”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“okullarda uygulanabilirlik bakımından ek ders gerektiğini düşünüyorum”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler ders imecesinin uygulanması için altyapı, öğretmen yeterliliği ve ek zaman şartlarının sağlanması gerektiğini düşünmektedirler.

Ders imece sürecinin öğrencilerin konuyu kavramalarına etkisi konusunda Aysel öğretmen *“olumlu”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“olumlu etkiledi”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“Daha iyi kavramlarını sağladı, olumlu etkilendi”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler ders imecesi uygulamalarının öğrencilerin konuyu kavramalarına olumlu etkisi olduğu konusunda hem fikirdirler.

Ders imecesi sürecinin daha verimli hale getirilmesi konusunda Aysel öğretmen *“zaman ve materyal gelişim”* ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen *“öğretmenler arası daha fazla iş birliği yapabiliriz”* ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise *“Günlük hayattan daha fazla örnekler verilmeli, yaşayarak öğrenme modeli kullanılmalıdır”* ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler ders imecesi uygulamasının daha iyi olması için öğretmenler arası iş birliğin artması, uygun materyallerin geliştirilmesi, konunun hayatla ilişkilendirilmesi ve ek zaman sağlanması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Ders imecesi sürecine ilişkin ek düşünceleri sorulduğunda Aysel ve Nedim öğretmen bir düşünce beyan etmezken Musa öğretmen *“Ders kaynakları da bu bakış açısına göre*

tekrar düzenlenmelidir” ifadesini kullanmıştır. Öğretmen kaynakların düzenlenmesi gerektiğini ifade etmişlerdir.

Bir kavramın birden çok temsiller aktarmanın öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu olumlu yönde etkisi konusunda Aysel öğretmen “*Evet*” ifadesini kullanmıştır. Musa öğretmen “*Evet öğrencilerin tutumunu olumlu etkiledi*” ifadesini kullanmıştır. Nedim öğretmen ise “*Evet düşünüyorum*” ifadesini kullanmıştır. Öğretmenler çoklu temsil kullanımının öğrencilerin tutumunu olumlu etkilediğini düşünmektedirler.

Genel olarak değerlendirdiğimizde öğretmenler, ders imcesi uygulamalarının kendilerini mesleki olarak geliştirdiğini, pedagojik bilgilerinin, pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini ve uygulamada zorlanmadıklarını belirterek uygulamayı yapabildiklerini ifade etmişlerdir. Sınıf içi yansımaları konusunda ders imece uygulamasında öğrencilerin aktif olduğunu, dersin daha verimli olduğunu ve öğrencilerin konuyu kavradıklarını da ifade etmişlerdir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada belirlenen amaç lise matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramını çoklu temsil ile öğretme bilgilerini ders imecesi çalışmalarıyla geliştirmek ve bu süreçte öğretmenlerin gelişim düzeylerini belirlemektir. Çalışmada elde edilen sonuçlar araştırma soruları çerçevesinde literatür ile ilişkilendirilerek verilmiştir.

Fonksiyon kavramının öğretime ve öğrencilerin nasıl kavradıklarına ilişkin bir çok çalışma yürütülmüştür (Baştürk, 2010; Bayazit & Aksoy, 2013; Kalchman & Koedinger, 2005). Fonksiyon kavramının matematik öğretiminde önemli olduğu ve çoklu temsil sistemlerinin kullanılmasının öğrencilerin öğrenmelerine olumlu katkı sağlayacağı ifade edilmiştir (Akkoç, 2006).

Bu çalışmada öğretmenlerin fonksiyon öğretiminde çoklu temsilleri kullanımı incelendiğinde ağırlıklı olarak tekli, ikili ve üçlü temsil sistemleri kullanmışlardır. En fazla tercih edilen temsil sistemi cebirsel gösterim olmuştur. Öğretmenler temsil sistemlerini kullanmışlar fakat temsil sistemlerinin ilişkilendirilmesi konusunda yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir.

Çoklu temsillerin yeterli olarak kullanılmamasının temel sebebi öğretmenlerin çoklu temsil sisteminin nasıl kullanacağına ilişkin deneyimlerinin olmaması ve süreç içerisinde kendi meslektaşları ile görüşmeler yürütmüş olmalarına rağmen diğer meslektaşlarının da bu konuda ciddi deneyimlerinin olmamasıdır. Ders içi gözlemlerde öğretmenler soru türüne yada konunun içeriğine uygun olarak akıllarına ilk gelen temsilleri kullanmışlardır. Öğretmenler temsillerin ilişkilendirilmesi için özel bir gayret gösterilmemiştir. Yapılan çalışmalarda var olan ders kitaplarında fonksiyon konusunda daha çok cebirsel temsil sisteminin kullanıldığı araştırmacılar tarafından ifade edilmiştir (Baştürk, 2007). Bu çalışmada benzer bir sonuç elde edilmiş cebirsel temsil öğretmenler tarafından en çok tercih edilen çoklu temsil olmuştur.

Çoklu temsiller üzerine yapılan çalışmalar, temsiller arasındaki geçişlerle temsiller arası bağların kuvvetlendiğini ve dolayısıyla fonksiyonların kavramsal olarak öğrenilmesine önemli katkılarda bulunduğu ifade edilmektedir (Brenner vd. 1997; Confrey, 1994; Kaput, 1992; Keller & Hirsch, 1998; Leinhardt vd, 1990; Özgün-Koca, 2004). Farklı temsillerin kullanılması sayesinde, bir temsildeki eksiklikler, başka bir temsil aracılığıyla giderilebilmektedir ve bu durum kavramın tüm yönleriyle öğrenilmesini büyük ölçüde

desteklemektedir (Ainsworth & Van Labeke, 2004; Kaput, 1989; Prain & Tytler, 2012). Bunun yanında birçok çalışmada temsiller arası bağlantının kurulmasının önemi üzerinde durulmaktadır (Ainsworth, Bibby, & Wood, 2002; Özmantar, Akkoç, Bingölbali, Demir & Ergene, 2010). Bu çalışmada öğretmenlerin iki veya üç farklı temsil şeklini bir arada kullanıldığı görülmektedir. Mümkün olduğunca çeşitli temsillerle kavramların ifade edilmesi ve temsiller arası bağlantı kurulması kavramın daha derinlemesine öğrenilmesine katkı sağlayacaktır.

Yapılan çalışmalar, öğrencilerin sadece fonksiyonların cebirsel temsilinde başarılı olmaları, diğer temsillerde ve temsiller arası geçişlerdeki yetersizlikleri, araştırmaya katılan öğrencilerin mevcut fonksiyon öğretiminin kavramsal öğrenme adına oldukça sınırlı olduğunu göstermektedir (Baştürk, 2010). Bu çalışmada da, sınıf içi gözlemlerde fonksiyonun tek bir temsili yerine çoklu temsiller kullanıldığından öğrencilerin kavramsal olarak daha iyi öğrendiği gözlenmiştir. Can (2014) tarafından yapılan çalışmada da çoklu temsillerin kullanıldığı deney grubunun sınav başarıları daha yüksek olmuştur. Ainsworth, Bibby, ve Wood (1997) da çoklu temsil kullanılarak yapılan öğretimle öğrencilerin öğrenme çıktılarına başarılı olarak ulaştıklarını ifade etmişlerdir..

Çoklu temsil kullanımının derse/konuya olan ilgiyi ve motivasyonu artırmakta olduğuna ilişkin çalışmalar bulunmaktadır (Chen & Fu, 2003; Prain ve Waldrup, 2010; Wu & Puntambekar, 2012). Çetin ve Aydın (2020) tarafından yapılan meta analiz çalışması sonuçlarına göre derslerde çoklu temsillerin kullanılması öğrencilerin kavramalarını artırmaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin çoğunluğu derse karşı tutumlarının olumlu etkilendiğini belirtmişlerdir. Öğrenciler çoklu temsillerle fonksiyon konusunu öğrenirken derse karşı motivasyonlarının daha yüksek ve dersle daha ilgili olduklarını ifade etmişlerdir.

Bayazit ve Aksoy (2013) tarafından yapılan çalışmada fonksiyon konusunun öğretiminde günlük hayat ile ilişkilendirmelerin yapılması için anne-çocuk ilişkisi analogilerinden faydalanılmasının etkili olacağı ifade edilmiştir. Sınıf içi video analizlerinde ve sınıf içi gözlem formlarında anne-çocuk ve doğum günü gibi analogilerin kullanıldığı ve bunun da diğer öğretmenler tarafından olumlu olarak algılandığı belirlenmiştir.

İkinci tartışma konusu ise ders imecesi uygulamasına ilişkin bulgulara yöneliktir. Bu bağlamda temel olarak üç veri kaynağı bulunmaktadır. Birinci olarak öğretmenlerin gözlemleri, öğrencilerin görüşleri ve öğretmenlerin yazılı görüşleridir. Dolaylı veri kaynağı ise sınıf içi videoların analizleridir.

Belirtmek gerekir ki ders imecesi uygulamalarına ilişkin araştırmalar daha çok nasıl uygulandığı üzerine yapılan çalışmalara odaklanmaktadır. Öğrencilere etkisi konusunda

alışmalara daha az rastlanmaktadır (Meyer, 2005). Bu alışma öğrencilerin görüşlerine ilişkin veriler de sunmaktadır.

Öğrenci boyutundan bakıldığında öğrenciler ders sürecini sevdiklerini ilgilerinin arttığını ifade etmişlerdir. Ayrıca dersin daha anlaşılır ve daha verimli olduğu da ifade edilmiştir. Birçok ğrenci tarafından derse karşın tutumlarının olumlu etkilendiğı beyan edilmiştir. Bunun yanında öğrenciler ders imcesinde çoğunlukla öğrenme, kavrama düzeylerinin ve başarılarının arttığını ifade etmişlerdir. Öğretmen mülakatlarında da öğretmenler öğrencilerin kavrama düzeylerinin olumlu etkilendiğini ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Meyer (2005) tarafından yapılan çalışmada da ders imcesi uygulanan sınıflarda öğrencilerin matematik anlayışlarının arttığı ifade edilmiştir. Bilge ve Dede (2020) tarafından yapılan çalışmada matematik öğretmenleri ders imcesi uygulamasının öğrencilerin kavram ve konuları daha iyi anlaması ve anlamadığı noktaların belirlenmesini kolaylaştırması konusunda etkili olduğunu ifade etmişlerdir. Güner ve Akyüz (2017) ise benzer sonuçlara ğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada ulaşmışlardır. Diğer bir çalışmada ise ders imcesi sonucunda öğrencilerin öğrenmelerinin arttığı ifade edilmiştir (Matoba, Shibata, & Sarkar Arani, 2007).

Öğretmenlerin ders gözlemlerine göre öğrenciler derse aktif bir şekilde katılmıştır. Meyer (2005) tarafından yapılan çalışmada da öğretmenler öğrencilerin derse katılımlarının arttığı konusunda hem fikir olmuşlardır.

Ayrıca ğretmen gözlemlerine göre dersteeki örnek çözüm sıralamalarının çok iyi olduğu, farklı çözüm yollarının vurgulandığı ve derse ilişkin olumlu geribildirimlerin daha fazla olduğu belirlenmiştir. Bu durumun bir anlamda ders planlarının doğıru bir şekilde işlendiğinin göstergesi olabilir.

Video analiz sonuçlarına göre de öğretmenlerin fonksiyonu öğretme bilgilerinin geliştiğı belirlenmiştir. Öğretmenlerin görüşlerine göre de ders imcesi öğretmenler arası işbirliğine katkı sağlamakta ve pedagojik bilgilerinin ve pedagojik alan bilgileri gelişmekte olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca ders imcesi uygulamasının zor olmadığını ve bakış açılarının değıştini belirtmişlerdir. Ders imcesi çalışmalarındaki işbirlikli öğrenme ortamının ğretmen adaylarının kendi mesleki gelişimleri ile ilgili algılarında olumlu değışikliklere yol açtığı belirtilmektedir (Burroughs & Luebeck, 2010; Hiebert, Morris, & Glass, 2003; Kieran, Krainer, & Shaughnessy, 2012; Matoba vd., 2007; Sibbald, 2009). Bununla birlikte Meyer (2005) tarafından yapılan çalışmada öğretmenlerin ğretim uygulamalarına olan inançlarının üç alanda (ğretim stratejilerine kendini yansıtmaya, problem

çözme etkinliklerine katılma ve iş birliği içinde çalışan öğrenciler) olumlu yönde etkili olduğunu göstermiştir.

Çalışma öncesi öğretmen mülakatlarında öğretmenler yeni teknikler öğrenme ve kendilerini geliştirmek istediklerini belirtmişlerdir. Almanya da matematik öğretmenleri ile yürütülen ders imecesi uygulamasına öğretmenler kendilerini geliştirmek istediklerini özellikle öğrencileri daha aktif hale getirmek için yeni teknikler uygulamak istediklerini belirtmişlerdir (Verhoef, Tall, Coenders, & van Smaalen, 2013). Bilge ve Dede (2020) tarafından yapılan çalışmada da öğretmenler ders imecesi uygulamasının öğretmenler arası işbirliğini sağladığını belirtmektedirler. Öğretmenler arası yapılacak olan işbirlikleri de öğretmenlerin kendi gelişimlerine katkı sağlayacaktır.

Ders imecesi ile ilgili dünya çapındaki uygulamaların incelendiği bir araştırmada, bu modelin okullar ve öğretmenler tarafından yeterince anlaşılmamasının uygulama sürecini zorlaştırdığı genel bir sorun olarak belirlenmiştir (Xu & Pedder, 2014). Bu çalışmada ise öğretmenler ders imecesi uygulamasında zorlanmadıklarını ifade etmişlerdir. Bu bir anlamda öğretmenlerin öz-yeterliliklerinin geliştiğini gösterebilir. Sibbald (2009) tarafından da ders imecesinin öğretmenlerin öz-yeterliliklerini olumlu etkilediği ifade edilmiştir.

ABD’de matematik öğretmenleri ile yürütülen ders imecesi uygulaması sonucunda öğretmenler problem çözmede çoklu gösterimlerin daha fazla kullanıldığı ve zengin ve destekleyici bir işbirlikli öğrenme ortamı sağlandığı ifade edilmiştir (Lewis, Fischman, Riggs, & Wasserman, 2013). Aynı çalışma sonuçlarında ayrıca öğretmenlerin, kavramsal çalışmaları formüllerin ezbere uygulamasından ayırmada, öğrenci düşüncesini ortaya koymada ve öğrencilerin matematik hakkındaki fikirlerini analiz etmede daha ustalaştığı vurgulanmıştır.

Bu çalışmada öğretmenler pedagojik bilgilerinin ve pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini, öğretmenler arası işbirliğinin arttığını, öğrencilerin kazanımlarına kolay ulaştığını ve uygulamalarının olumlu etkilendiğini ifade etmişlerdir. Pierce ve Stacey (2009) tarafından yapılan çalışmada matematik öğretmenlerinin çoklu temsil kullanımı ders imecesi ile desteklenmiş ve bu uygulamanın öğretmenlerin mesleki gelişimine olumlu katkılar sağladığı görülmüştür. Benzer şekilde, Yoshida (1999) ders imecesi çalışmalarının hem dersi sunan öğretmenin hem de gözlemci öğretmenlerin mesleki gelişimine olumlu katkıda bulunduğunu ifade etmiştir. Genel olarak değerlendirdiğimizde çalışma verileri öğretmenlerin çoklu temsilleri fonksiyon öğretiminde kullanımı ve bunun ders imecesi uygulamaları ile desteklenmesini mesleki gelişim açısından çok faydalı bulduklarını ortaya koymuştur. Öğretmenlerin ders imecesi çalışmaları içerisinde, fonksiyonu öğretme bilgilerindeki gelişim açısından, ilerleme kaydettikleri görülmüştür.

Öneriler

Araştırmacılar için öneriler.

Bu konuda araştırma yapmayı düşünen araştırmacılar için aşağıdaki öneriler yapılmıştır.

- 1- Çalışma üç öğretmen ile yapılmıştır. Daha fazla sayıda öğretmen grupları ile 3 kişilik gruplar halinde benzer çalışmalar yapılarak elde edilen sonuçların karşılaştırılması yapılabilir ve genellenebilirliği artırılabilir.
- 2- Katılımcı öğretmenlerin seçiminde farklı mesleki gelişim yaklaşımlarını deneyimlemiş olanlar seçilerek diğer yaklaşımlar ile karşılaştırma yapılabilir.
- 3- Öğrencilerin öğrenme düzeyleri ölçülerek çalışma öncesi ve sonrası karşılaştırmalar yapılabilir.
- 4- Çalışma özel okulda gerçekleştirilmiştir. Araştırma ortamı ve okul kültürü araştırma sürecini etkileyen faktörler olduğundan dolayı aynı konu aynı sınıf düzeyinde devlet okulunda çalışan öğretmenlerle yapılabilir.

Uygulayıcılar için öneriler.

Öğretmenlerin deneyimlerinden hareketle ders imecesini ve çoklu temsilleri uygulamak isteyenler için aşağıda verilen öneriler yapılabilir.

- 1- Ders imecesi sonrası çoklu temsillerin kullanılmasında öğrencilerin daha iyi öğrendiklerini beyan etmeleri, matematik öğretiminde özellikle fonksiyonların öğretilmesinde çoklu temsillerin kullanılması önerilir.
- 2- Ders imecesi uygulamasının öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağladığı düşünüldüğünde öğretmenlere daha yaygın ve daha etkili kullanımı konusunda bilgilendirmelerin yapılması faydalı olacaktır.
- 3- Ders sonrası uygulama yapan öğretmenlere daha etkili geri bildirim sağlamak için uygun formlar ile sistematik bir geri bildirim verilebilir.
- 4- Ders imecesi uygulamasının sağlıklı olarak yürütülmesi için toplantı, ders değerlendirmeleri ve ders hazırlık çalışmaları için okul yöneticilerinin öğretmenlere ortak çalışma zamanı ve mekanı ayarlaması önemlidir.
- 5- Katılımcı öğretmenlerin dönem içi yoğunlukları düşünüldüğünde ders imecesi uygulaması konusunda uzlaşılan çalışma takvimi eğitim-öğretim sürecinin başında ilan edilerek çalışmalar daha verimli hale getirilebilir.
- 6- Matematik öğretimi konusunda uzman bilgisine başvurulması için çalışmanın planlaması aşamasında esnek çalışma saati ayarlanması yapılabilir.

7- Elde edilen sonuçlar raporlaştırılarak diğer öğretmenlerin faydalanması sağlanabilir.



KAYNAKÇA

- Abazaoğlu, İ. (2014). Dünyada öğretmen yetiştirme programları ve öğretmenlere yönelik mesleki gelişim uygulamaları. *Electronic Turkish Studies*, 9(5), 1–49.
- Abazaoğlu, İ., Yıldırım, O. & Yıldızhan, Y. (2014). Türkiye'nin öğretmen profili. *Electronic Turkish Studies*, 9(2), 1-20.
- Adadan, E. (2006). *Promoting high school students' conceptual understandings of the particulate nature of matter through multiple presentations*. Unpublished doctoral dissertation, The Ohio State University, Ohio.
- Adadan, E. (2013). Using multiple presentation to promote grade 11 students' scientific understanding of the particle theory of matter. *Research in Science Education*, 43(3), 1079–1105
- Adu-Gyamfi, K. (2000). *External multiple presentations in mathematics teaching*. Unpublished MSc thesis, North Carolina State University, North Carolina
- Ainsworth, S., Bibby, P., & Wood, D. (1997). Information technology and multiple representations: New opportunities – new problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105.
- Ainsworth, S., Bibby, P., & Wood, D. (1997). *Evaluating principles for multiple presentational learning environments*. Paper presented at the 7th European Conference for Research on Learning and Instruction, Athens, Greece
- Ainsworth, S., Bibby, P., & Wood, D. (2002). Examining the Effects of Different Multiple Representational Systems in Learning Primary Mathematics. *Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 25-61. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS1101_2
- Ainsworth, S., & Van Labeke, N. (2004). Multiple forms of dynamic representation. *Learning and Instruction*, 14(3), 241-255.
- Akbaba-Dağ, S. (2014). *Mikroöğretim ders imcesi modeli ile sınıf öğretmeni adaylarının kesir öğretim bilgilerinin geliştirilmesine yönelik bir uygulama*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dumlupınar Üniversitesi, Kütahya.
- Akkoç, H. (2006). Concept images evoked by multiple representations of functions. *Hacettepe University Journal of Education*, 30, 1-10.
- Alvine, A., Judson, T.W., Schein, M. & Yoshida, T. (2007). What graduate students (and the rest of us) can learn from lesson study. *College Teaching*, 55(3), 109–113.
- Anfara Jr, V.A, Lenski, S.J & Caskey, M.M. (2009). Using the lesson study approach to plan for student learning. *Middle School Journal*, 40(3), 50-57
- Assessment and Teaching of 21st-century Skills. (2012). What are 21st-century skills? Melbourne, Australia
- Ataman, O. & Adıgüzel, A. (2019). Türkiye ve Avustralya öğretmen yetiştirme sistemleri ve akreditasyon modellerinin karşılaştırılması: *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 12(2), 678-700.
- Back, J. & Joubert, M. (2011). *Lesson study as a process for Professional development: working with teachers to effect significant changes in practice*. Proceedings of 7th

Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Rzeszow, Poland, February, 2559-2568.

- Baki, A. (2006). *Matematik öğretimi*. Trabzon: Derya.
- Baki, A., Erkan, İ. & Demir, E. (2012). *Ders planı etkililiğinin lesson study ile geliştirilmesi: Bir aksiyon araştırması*. X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde.
- Baki, M. (2012). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: Bir ders imecesi (lessonstudy) çalışması*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Baki, M. & Arslan, S. (2015). Ders imecesinin sınıf öğretmeni adaylarının matematik dersini planlama bilgilerine etkisinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(2), 209–229.
- Ball, D. L. (1988). Unlearning to teach mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 8(1), 40-48.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2000a). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 83–104.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2000b). Making believe: The collective construction of public mathematical knowledge in the elementary classroom. In D.C. Phillips (Ed.), *Yearbook of the National Society for the Study of Education, Constructivism in Education*(pp. 193-224). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, 3-14.
- Ball, D. L. & McDiarmid, W. (1990). Handbook for research on teacher education. In W. R. Houston (Ed.), *The subject-matter preparation of teachers*. New York, NY: Macmillan.
- Ball, D.L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator, Fall*, 14-46.
- Ball, D.L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*, (pp. 433-456). New York: Macmillan.
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ballard, J. W. (2000). *Student use of multiple representations in mathematical problem solving*, Unpublished doctoral dissertation, Montana State University. Montana
- Barber, K. (2016). *Developing mathematical-task knowledge through lesson study*. Unpublished Doctoral Dissertation, Syracuse University, New York.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), 23–28.
- Baştürk, S. (2007). *Fonksiyon Kavramının Öğretiminin 9. Sınıf Ders Kitapları Bağlamında İncelenmesi*. Sakarya Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Dergisi, 9, 270-283.

- Baştürk, S. (2010). *Students' Mathematical Performance in Using Different Representations of Function Concept. Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 465-482.
- Bayazit, İ. & Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697-723.
- Bayazit, İ. & Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramı: Epistemolojisi, algı türleri ve zihinsel gelişimi. *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 29(1), 1-9.
- Bayram-Jacobs, D. (2012). *Japonya'da fen ve fizik öğretmenlerinin mesleki gelişimi ve mesleki gelişimde Japon yaklaşımı: Ders araştırması. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 45(2), 33-54.
- Berberoğlu, G., Çelebi, O., Özdemir, E., Uysal, E., & Yayan, B. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen çalışmasında Türk öğrencilerin başarı düzeylerini etkileyen etmenler. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 2(3), 3-14.
- Bilge, O. & Dede, Y. (2020). Mathematics Teachers' Opinions on Lesson Study. *Gazi Journal of Education Sciences*, 6(1), 1-22. <https://doi.org/10.30855/gjes.2020.06.01.001>
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (2007). *Qualitative Research for Education. An Introduction To Theories and Models*. Needham Heights. MA: Allyn & Bacon.
- Boran, E. & Tarım, K. (2016) Ortaokul matematik öğretmenlerinin ders imcesi hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 259-273.
- Boudett KP, Steele JL (2007) Data wise in action: stories of schools using data to improve teaching and learning. Harvard University Press, Cambridge, MA
- Boyer CB (1985/1698) A history of mathematics. Princeton University Press, Princeton
- Bozkurt, E. (2015). *Ders araştırması modeli bağlamında ortaokul matematik öğretmenlerinin öğretim faaliyetlerine yönelik grup temelli öz-düzenlemelerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Brenner, M. E., Brar, T., Duran, R., Mayer, R. E., Moseley, B., Smith, B. R., & Webb, D. (1995). *The Role of Multiple Representations in Learning Algebra*. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (17th, Columbus, OH, October 20, 1995).
- Brodie, K. (2011). *Teacher learning in Professional learning communities*. In: Venkat H, Essien A (eds) Proceedings of the 17th national congress of the association for mathematics education of South Africa (AMESA). AMESA, Johannesburg, pp 25-36
- Brodie, K. (2014). *Professional learning communities in mathematics education*. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 501-505). Dordrecht, Netherlands: Springer. DOI: 10.1007/978-94-007-4978-8_149.
- Brophy, J.E. (1983) Research on the self-fulfilling prophecy and teacher expectations. *J EducPsychol* 75(5):631-661
- Brosnan, A. (2014). Introducing lesson study in promoting a new mathematics curriculum in Irish post primary schools, *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 3(3), 236-251.
- Buldu, M. (2014). Öğretmen yeterlik düzeyi değerlendirmesi ve mesleki gelişim eğitimleri planlanması üzerine bir öneri. *Milli Eğitim Dergisi*, 204, 114-134.
- Burroughs, E. A., & Luebeck, J. L. (2010). Pre-service Teachers in Mathematics Lesson Study. *The Mathematics Enthusiast*, 7(2), 11.

- Bütün, M. (2012). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının uygulanan zenginleştirilmiş program sürecinde matematiği öğretme bilgilerinin gelişimi*, Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Bütün, M. (2015). Öğretmenlik uygulaması dersinde ders imecesi modelinin değerlendirilmesi: Sorunlar ve çözüm önerileri. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(2), 136–167.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Erkan Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2013). Bilimsel araştırma yöntemleri. İçinde *PEGEMA*. <https://doi.org/10.14527/9789944919289>
- Can, C. (2014). *Fonksiyonlar Konusunun Çoklu Temsiller İle Öğretiminin Öğrenci Başarısına Etkisinin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Carlson, M., Oehrtman, M. (2005). *Research sampler: 9. Key aspects of knowing and learning the concept of function*. Mathematical Association of America. http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_9.html
- Cerbin, W.ve Kopp, B. (2006). Lesson study as a model for building pedagogical knowledge and improving teaching. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 18(3), 250–257.
- Chassels, C. ve Melville, W. (2009). Collaborative, reflective and iterative japanese lesson study in an initial teacher education program: Benefits and challenges. *Canadian Journal of Education*. 32(4), 734–763.
- Chen, G. & Fu, X. (2003). Effects of multimodal information on learning performance and judgment of learning. *Journal of Educational Computing Research*, 29(3), 349-362.
- Clark, CM. & Peterson, PL. (1986). *Teachers' thought processes*. In: Wittrock MC (ed) Handbook of research on teaching. Macmillan, New York, pp 255–296
- Clarke, DJ. & Hollingsworth, H. (2000). Seeing is understanding: examining the merits of video and narrative cases. *Journal of Staff Development* 21(4):40–43
- Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(1), 2–33.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches (2nd.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Sage publications.
- Cuoco, A. (2001). *The roles of representation in school mathematics* (2001 Yearbook). Reston: NCTM.
- Curry, M. (2008). Critical friends groups: the possibilities and limitations embedded in teacher Professional communities aimed at instructional improvement and school reform. *Teach Coll Rec* 110(4):733–774.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Celepler Matbaacılık. Trabzon
- Çetin, H., & Aydın, S. (2020). The Effect of Multiple Representation Based Instruction on Mathematical Achievement: A Meta-Analysis. *International Journal of Educational Research Review*, 5(1), 26–36. <https://doi.org/10.24331/ijere.647531>
- Darling-Hammond, L., & McLaughlin, M. V. (1995). Policies that support Professional development in an era of reform. *Phi Delta Kappan*, 76(8), 597-604.

- De Jong, T., Ainsworth, S., Dobson, M., van der Hulst, A., Levonen, J., & Reimann, P. (1998). Acquiring knowledge in science and math: The use of multiple presentations in technology-based learning environments. In M. W. van Someren et al. (Eds.), *Learning with multiple presentations* (pp. 9–40). Amsterdam: Pergamon
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 10(1), 111–149.
- Doig, B. & Groves, S. (2011). Japanese lesson study: Teacher Professional development through communities of inquiry. *Mathematics Teacher Education and Development*, 13(1), 77–93.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide For Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann
- Dubinsky, E., Harel, G. (1992b) The nature of the process conception of function. In: Dubinsky E, Harel G (eds) *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*, vol 25, MAA notes. Mathematical Association of America, Washington, DC, pp 85–106
- Dubinsky, E., Harel, G. (eds) (1992a) *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*, vol 25, MAA notes. Mathematical Association of America, Washington, DC
- Duval, R. (1999). *Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning*. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-26). Columbus, OH: ERIC Clearing house for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Düşünsel, C.M. (2019). *Sınıf öğretmenlerinin matematik dersinde çoklu temsilleri kullanma ile ilgili görüşlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale.
- Dweck, C.S. (2000). *Self theories: their role in motivation, personality and development*. Psychology Press, Philadelphia
- Earl, L. & Katz, S. (2006). *How networked learning communities work*. Centre for strategic education, seminar series paper no 155
- Elia, I., Gagatsis, A. & Demetriou, A. (2007). The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*, 17, 658–672.
- Eraslan, A. (2008). Japanese lesson study: Can it work in Turkey. *Education and Science*, 33(149), 62-67.
- Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307.
- Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content-knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *J Res Math Educ* 24(2):94–116
- Even, R. (1998). Factors Involved in Linking Representations of Functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105-121.
- Fenstermacher, G. D. (1994). The knower and the known: The nature of knowledge in research on teaching. *Review of Research in Education*, 20, 3-56.

- Ferguson, R. F. (1991). Paying for public education: New evidence on how and why Money matters. *Harvard Journal on Legislation*, 28, 465-498.
- Fernandez, C. (2002). Learning from Japanese approaches to Professional development: The case of lesson study. *Journal of Teacher Education*, 53, 393-405.
- Fernandez, C. & Yoshida, M. (2004). Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah
- Firestone, W. A. (1987). The Rhetoric of Quantitative and Qualitative Research. *Educational Researcher*, 16(7), 16-21. <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED292816.pdf>
- Ganser, T. (2002). The new teacher mentors: Four trends that are changing the look of mentoring programs for new teachers. *American School Board Journal*, 189(12), 25-27.
- Gibbs, G. R. (2007). *Analyzing qualitative data* (Vol. 6). London: Sage.
- Goldenberg, P., Lewis, P. & O'Keefe, J. (1992). Dynamic representation and the development of a process understanding of function. In: Dubinsky E, Harel G (eds) The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy, vol 25, MAA notes. Mathematical Association of America, Washington, DC, pp 235-260
- Goldin, G. (1998). *Observing mathematical problem solving through task based interviews*. A. Teppo. (Ed.), *Qualitative Research Methods in Mathematics Education* (pp. 40-62). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 137-165.
- Goldin, G. A., & Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1-4.
- Gözel, E. (2016). *Ders imcesi çalışmalarıyla sınıf öğretmenlerinin problem çözmeye dayalı matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Gözel, E. & Erdem, A.R. (2016) Japon öğretmen eğitiminde bir model: Ders imcesi. *OPUS – Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 6(11), 521-538.
- Grossman, P. L., Wilson, S. M., & Shulman, L. S. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. In M.C. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher*, (pp. 23-36). Oxford, New York :Pergamon Press.
- Guo, Z. (2016). *The cultivation of 4c's in China – critical thinking, communication, collaboration and creativity*. *DEStech Transactions on Social Science, Education and Human Science*, (emass).
- Guskey, T. R. (1986). Staff development and the process of teacher change. *Educational Researcher*, 15(5), 5-12.
- Güner, P. & Akyüz, D. (2017). Ders İmcesi (Lesson Study) Mesleki Gelişim Modeli: Öğretmen Adaylarının Fark Etme Becerilerinin İncelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(2), 428-452.
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8.sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Gürten, E. & Demirel, Ö. (2010). *Avrupa Birliği ve Türkiye'deki öğretmen yeterliklerin karşılaştırmalı incelenmesi*. Proceedings of International Conference on Teacher Training Policies and Problems II, 396-401.

- Hannula, M. (2004). *Affect in mathematical thinking and learning*. TurunYliopisto, Turku
- Harle, C.B. (2008). *The lesson study Professional development process: Exploring the learning experiences of elementary and middle school teachers*. Unpublished Doctoral Dissertation, TheUniversity of Texas at Austin.
- Hart, L., Alston, A. & Murata, A. (2009). Lesson study working group <http://www.pmena.org/2009/proceedings/workinggroup90521replacement.pdf> sayfasından elde edilmiştir.
- Hart, L.C., Alston, A.& Murata, A. (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education*. Springer, New York
- Heath, C., Hindmarsh, J., & Luff, P. (2010). *Video in Qualitative Research: Analysing Social Interaction in Everyday Life*. SAGE Publications, Inc. <https://doi.org/10.4135/9781526435385>
- Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. In D. Grouws (Editör), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (65-97). New York: Macmillan Publishing Company.
- Hiebert, J., Morris, A. K., & Glass, B. (2003). Learning To Learn To Teach: An “Experiment” Model For Teaching And Teacher Preparation In Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 201–222.
- Hill H, Ball D, Schilling S (2008) Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualising and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. *J Res Math Educ* 39(4),372–400
- Holloway, I., & Wheeler, S. (1996). *Qualitative Research for Nurses*, Blackwell Science Ltd.
- Hoong, L. Y., Kin, H. W. & Pien, C. L. (2015). Concrete-pictorial-abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1–19.
- Horn, I.S. (2005). Learning on thejob: a situated account of teacher learning in high school mathematics departments. *Cognit Instr* 23(2),207–236
- Hruschka, D. J., Schwartz, D., St.john, D. C., Picone-Decaro, E., Jenkins, R. A., & Carey, J. W. (2004). Reliability in Coding Open-Ended Data: Lessons Learned from HIV Behavioral Research. *Field Methods*, 16(3), 307–331. <https://doi.org/10.1177/1525822X04266540>
- Inagaki, T. (1995). *A historical research on teaching theory in Meiji-Era (in Japanese)*. Hyuuron-Sya, Tokyo
- Inoue, N. (2010). Zen and the art of neriage: facilitating consensus building in mathematic sinquiry lesson sthrough lesson study. *J Math TeachEduc* 14(1),5–23
- Isoda, M., Stephens, M., Ohara, Y. & Miyakawa, T. (2007). *Japanese lesson study in mathematics: Its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific Publishing, Co.
- İlğan, A. (2013). Öğretmenler için etkili mesleki gelişim faaliyetleri. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, Özel Sayı, 41–56.
- İncikabı, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: Ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(1), 66-81.
- İpek, A.S. & Baran, D. (2011). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli temsillerle ilgili düşünceleri*. 5th International Computer & Instructional Technologies Symposium, 22-24 September 2011, Fırat University, ELAZIĞ- TURKEY

- Jackson, D. & Temperley, J. (2008). From Professional learning communityt one worked learning community. In: Stoll L, Louis KS (eds) Professional learning communities: divergence, depth and dilemmas. Open University Pressand McGraw Hill Education, Maidenhead, pp 45–62
- Janvier, C. (1987). *Conceptions and representations: The circle as an example*. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics* (pp. 147- 159). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates
- Jaworski, B. (2008). *Building and sustaining enquiry communities in mathematics teaching development: teachers and didacticians in collaboration*. In: Krainer K, Wood T (eds) *Participants in mathematics teacher education: individuals, teams, communities and networks*. Sense, Rotterdam, pp 309–330
- Kalchman, M. & Koedinger, K. R. (2005). Teaching and Learning Functions. *How Students Learn: Mathematics in the Classroom* (ss. 351-393).
- Kandemir, E.M. (2019). *Sınıf öğretmenlerinin öğretim becerilerini geliştirmeye yönelik bir uygulama: ders imesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Kaput, J. J. (1989). *Linking representations in the symbol systems of algebra*. In S. Wagner & C. Kieran (Eds). *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167-194). Hillsdale, NJ:LEA
- Kaput, J. J. (1992). *Technology and mathematics education*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Kaput, J. J. (1994). *The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience*. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelman (Eds.), *Didactics in Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 379–397). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Katz ,S., Earl, L. & Ben Jaafar, S. (2009). *Building and connecting learning communities: the power of Networks for school improvement*. Corwin, Thousand Oaks
- Katz, S. & Earl, L. (2010). Learning about networked learning communities. *SchEffSchImprov* 21(1):27–51
- Kaufmann, O. T. (2018). *Teachers' attention to student thinking, mathematical content and teachers' role in a Professional learning community*. In *NordicResearch in Mathematics Education. Papers of NORMA 17. The Eight Nordic Conference on Mathematics Education. Stockholm, May 30-June 2, 2017*. Svenskförning för Matematik Didaktisk For skning-SMDF.
- Kazemi, E. & Hubbard, A. (2008). New directions for the designand study of Professional development. *J Teach Educ* 59(5):428–441
- Keller, B. A. & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology*, 29(1), 1–17.
- Kent, A. M. (2004). Improving teacher quality through Professional development. *Education*, 124(3), 427–435.
- Kieran, C., Krainer, K., & Shaughnessy, J. M. (2012). Linking Research to Practice: Teachers as Key Stakeholders in Mathematics Education Research. M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Ed.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (ss. 361-392). https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_12

- Köğçe, D., Yıldız, C. & Aydın, M. (2017). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel kavram yanlışlarını belirlemeye, gidermeye ve kavram öğretimine ilişkin görüşlerin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(2), 453-478.
- Kösterelioğlu, İ. & Kösterelioğlu, M.A. (2008). Okul temelli mesleki gelişim çalışmalarının okullarda öğrenen örgüt kültürü oluşturmaya katkısı. *Sakarya Üniversitesi Fen Edebiyat Dergisi*, 10(2), 243-255.
- Kükey, H. (2018). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının 5. sınıf kesirler konusunda derse hazırlık süreçlerinin lesson study (Ders İmececi) modeli kapsamında incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.
- Lampert, M., & Ball, D. L. (1998). Teaching, multimedia, and mathematics: Investigations of realpractice. New York: Teachers College Press.
- Leinhardt, G., Orit Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier, (Ed.), *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Levy, F. & Murnane, R. (2005). The new division of labor: How computers are creating the next job market. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Lewis, C. (2000). *Lesson Study: The Core of Japanese Professional Development*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (New Orleans, LA, April 24-28, 2000).
- Lewis, C. (2002). *Lesson study: a handbook of teacher-led instructional change*. Research for Better Schools, Philadelphia
- Lewis, C. (2004). Does lesson study have a future in the United States? Nagoya. *Journal of Education and Human Development*, 1(1), 1-23.
- Lewis, C. (2009). What is the nature of knowledge development in lesson study?. *Educational action research*, 17(1), 95-110.
- Lewis, C. & Tsuchida, I. (1997). Planned educational changed in Japan: The shift to student-centered elementary science. *Journal of Educational Policy*, 12(5), 313-331.
- Lewis, C., Perry R, Hurd, J. (2004). A deeper look at lesson study. *EducLeadersh* 61(5):18-23
- Lewis, C., Perry, R. & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- Lewis, J. M., Fischman, D., Riggs, I., & Wasserman, K. (2013). Teacher Learning in Lesson Study. *The Mathematics Enthusiast*, 10(3).
- Lieberman, A. (1995). Practices that support teacher development: Transforming conceptions of Professional learning. *Phi Delta Kappan*, 76(8), 591-596.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1986). But is it rigorous? Trustworthiness and authenticity in naturalistic evaluation. *New Directions for Program Evaluation*, 1986(30), 73-84. <https://doi.org/10.1002/ev.1427>
- Little, J.W. (1990). The persistence of privacy: autonomy and initiative in teachers' Professional relations. *Teach Coll Rec*. 91(4). 509-536

- Louis, K.S. & Marks, M. (1998). Does Professional community affect the classroom? Teachers' work and student experiences in restructuring schools. *American Journal Education* 106(4):532-575
- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. NY: Routledge.
- Mackey, A., & Gass, S. M. (2013). *Second Language Research In* (C. 53, Sayı 9). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Matoba, M., Shibata, Y., & Sarkar Arani, M. R. (2007). School-university partnerships: A new recipe for creating Professional knowledge in school. *Educational Research for Policy and Practice*, 6(1), 55-65. <https://doi.org/10.1007/s10671-007-9029-7>
- Mayer, R.E. (1985). *Mathematical Ability*. In R. J. Stenberg (Ed.), *Human abilities: An information processing approach* (pp. 127-150). San Francisco: Freeman.
- McDowell, A. V. (2010). *Preservice teachers' use of lessons study in teaching nature of science*. *Middle-Secondary Education and Instructional Technology Dissertations*, The College of Education, Georgia State University, Atlanta, Georgia
- McLaughlin, M.W. & Talbert, J.E. (2008). Building Professional communities in high schools: challenges and promising practices. In: Stoll L, Louis KS (eds) *Professional learning communities: divergence, depth and dilemmas*. Open University Press and McGraw Hill Education, Maiden head, pp 151-165
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. John Wiley & Sons.
- Merseth, K.K. & Lacey, C.A. (1993). Weaving stronger fabric: the pedagogical promise of hypermedia and case methods in teacher education. *Teach Teach Educ* 9(3), 283-299
- Meyer, R. D. (2005). *Lesson study: The effects on teachers and students in urban middle schools*.
- Miles, M. B. (2014). *Qualitative data analysis: a methods sourcebook*. SAGE Publications Inc.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2005). *İlköğretim matematik dersi (6-8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2007). *Okul temelli mesleki gelişim kılavuzu*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2010). *Okul temelli mesleki gelişim kılavuzu*. Ankara: MEB
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2017). *Öğretmenlik mesleği ve genel yeterlilikleri*. Ankara: MEB
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2019). *PISA 2018 Türkiye ön raporu*. Ankara: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1970) A history of mathematics education in the United States and Canada. National Council of Teachers of Mathematics, Reston
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM Publications.

- Nicholas, C.P. (1966). A dilemma in definition. *The American Mathematical Monthly* 73(7), 762–768
- Niss, M. A. (2014). *Professional learning communities in mathematics education*. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 238-241). Dordrecht, Netherlands: Springer. DOI: 10.1007/978-94-007-4978-8_149.
- Nistal, A., Van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J., & Verschaffel, L. (2009). Conceptualizing, investigating and simulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: A critical review. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 41, 627–636.
- Evirgen, O. & Yıldız İkikardeş, N. (2019). 7.sınıf matematik dersinde zorlanılan konulara ilişkin öğrenci görüşlerinin incelenmesi. *BAUN Fen Bil. Enst. Dergisi*, 21(1), 416-435.
- O'Connor, B. L. (2010). *Effect of lesson study on teachers' mathematical understanding*. Unpublished Doctoral Dissertation, Capella University.
- Owens, K. D. & Clements, M. A. (1997). Representations in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 197- 218.
- Öğdem, Z. (2015). *Mesleki öğrenme topluluğu olarak ilköğretim okullarında takım liderliği ve örgüt iklimi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Özdemir-Baki, G. (2017). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiği öğretme bilgilerinin gelişim sürecinin incelenmesi: Ders imecesi modeli*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Özmantar, M. F., Akkoç, H., Bingölbali, E., Demir, S., & Ergene, B. (2010). Pre-Service Mathematics Teachers' Use of Multiple Representations in Technology-Rich Environments. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education* 6(1).
- Öztürk, F. (2019). PISA testi 2018 sonuçları açıklandı: Türkiye yine tüm alanlarda OECD ortalamasının altında. <https://www.bbc.com/turkce/haberler-turkiye-50639723>
- Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Peterson, B. E. (2005). Student teaching in Japan: The lesson. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 61-74.
- Pınar, G. & Didem, A. (2017). Ders imecesi mesleki gelişim modeli: Öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(2), 428-452.
- Pierce, R. & Stacey, K. (2009). *Lesson Study With A Twist: Researching Lesson Design By Studying Classroom Implementation*. In Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education
- Piez, C., M. & Voxman, M., H. (1997). Multiple representations—using different perspectives to form a clearer picture. *Mathematics Teacher*, 90(2), 164-167.
- Prain, V. & Tytler, R. (2012). Learning through constructing representations in science: A framework of representational constructional affordances, *International Journal of Science Education*, 34(17), 2751-2773.
- Prain, V. & Waldrip, B. (2010). Representing Science Literacies: An Introduction. *Research in Science Education*, 40, 1-3.
- Putnam, R., Heaton, R., Prawat, R. & Remillard, J. (1992). Teaching mathematics for understanding: Discussing case studies for fourfifth grade teachers. *The Elementary School Journal*, 93(2), 213-228.

- Runesson, U. Kullberg, A. & Maunula, T. (2011). A learning study of critical features for learning to add and subtract negative numbers. In Ubuz B (ed) Proceedings of the 35th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Ankara, pp 1–111–115
- Saavedra, A. R. & Opfer, V. D. (2012). Learning 21-st century skills requires 21-st century teaching. *Phi Delta Kappan*, 94(2), 8-13.
- Sankey, M., Birch, D., & Gardiner, M. (2010). Engaging students through multimodal learning environments: The journey continues. In C.H. Steel, M.J. Keppell, P. Gerbic & S. Housego (Eds.), Curriculum, technology & transformation for an unknown future. Proceedings ascilite Sydney 2010 (pp.852-863).
- Sarıdaş, G. (2018). Çevrimiçi öğrenme topluluklarının öğretmenlerin mesleki gelişimine etkisine yönelik öğretmen görüşleri. *Çağdaş Yönetim Bilimleri Dergisi*, 5(1), 11-41
- Schubring, G. (1989). *Pure and applied mathematics in divergent institutional settings in Germany: the role and impact of Felix Klein*. In: Rowe DE, McCleary J (eds) *The history of modern mathematics, vol 2, Institutions and applications*. AP, San Diego, pp 171–220
- Schultz, J. & Waters, M. (2000). Why representations? *Mathematics teacher*, 93(6), 448-453
- Schwarz, B., Dreyfus, T., & Bruckheimer, M. (1990). A model of the function concept in a three-fold representation. *Computers and Education*, 14(3), 249-262.
- Seferoğlu, S.S. (2004). Öğretmen yeterlikleri ve mesleki gelişim. *Bilim ve Aklın Aydınlığında Eğitim*, 58, 40–45.
- Sezgin, A.N. (2019). *Çoklu temsillerle öğretimin 7.sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Sfard, A. (1992). *Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification – the case of function*. In: Dubinsky E, Harel G (eds) *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*, vol 25, MAA notes. Mathematical Association of America, Washington, DC, pp 59–84
- Shimizu, Y. (2002). *Lesson study: what, why, and how?* In: Bass H, Usiskin ZP, Burrill G (eds) *Studying classroom teaching as a medium for Professional development: Proceedings of a U.S.-Japan workshop*. National Academy Press, Washington DC, pp 53–57, pp 154–156
- Shimizu, Y. (1999). Aspects of mathematics teacher education in Japan: Focusing on teachers' roles. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2, 107-116.
- Shimizu, Y. (2014). *Lesson study in mathematics education*. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 358-360). Dordrecht, Netherlands: Springer. DOI: 10.1007/978-94-007-4978-8_149.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Sibbald, T. (2009). The Relationship Between Lesson Study and Self-Efficacy. *School Science and Mathematics*, 109(8), 450-460. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2009.tb18292.x>

- Silverman, D. (2001). *Interpreting Qualitative Data: Methods for Analysing Talk, Text and Interaction*. JSTOR.
- Stein, M. K., Silver, E. A., & Smith, M. S. (1998). Mathematics reform and teacher development: A community of practice perspective. In J. G. Greeno & S. V. Goldman (Eds.), *Thinking practices in mathematics and science learning* (pp. 17-52). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M.A. & Silver, E.A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: a case book for Professional development*. Teachers College Press, New York
- Stepanek, J. (2001, Spring). *A new view of Professional development*. Northwest Education Magazine, 2-11.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York, NY: Free Press.
- Stoll, L. Bolam, R. McMahon, A. Wallace, M. & Thomas, S. (2006). Professional learning communities: a review of the literature. *Journal of Educational Change* 7:221–258
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publication
- Sullivan, P. (2014). *Models of in-service mathematics teacher education professional development*. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 455-457). Dordrecht, Netherlands: Springer. DOI: 10.1007/978-94-007-4978-8_149.
- Sullivan, P., Albright, J., Clarke, D.M., Clarke, D.J., Farrell, L., Freebody, P., Gerrard, J. & Michels, D. (2012). Teachers' planning processes: seeking insights from Australian teachers. *Aust Prim Math Classr* 17(3), 4–8
- Sullivan, P., Mousley, J. & Zevenbergen, R. (2006). Developing guide lines for teachers helping student experiencing difficulty in learning mathematics. In: Grootenboer P, Zevenbergen R, Chinnappan M (eds) *Identities, cultures and learning space*. Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. MERGA, Sydney, pp 496–503
- Suzuki, Y. (2012). *Teachers' Professional discourse in a Japanese lesson study*. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(3), 216–231.
- Takahashi, A. & Yoshida, M. (2004). Ideas for establishing lesson-study communities. *Teaching Children Mathematics*, 10(9), 436–443.
- Tall, D. (2003). *Using technology to support an embodied approach to learning concepts in mathematics*. In L.M. Carvalho and L.C. Guimarães (Eds), *História e tecnologia no ensino da matemática* (vol. 1, pp. 1–28). Rio de Janeiro, February 21-3, 2002.
- Taşkaya, S. M. (2012). Nitelikli bir öğretmende bulunması gereken özelliklerin öğretmen adaylarının görüşlerine göre incelenmesi. *Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 33(2), 2012.
- Tolle, P.P. (2010). *Lesson study: Still a work in progress in America*. *Mathematics Teacher*, 104(3), 181-185.
- Tomlinson, H. (1997). *Managing continuing professional development in schools*. London: Paul Chapman Educational Publishing.
- Tonbul, Y. & Altunay, E. (2011). Eğitim fakültelerinin öğretmenlerin mesleki gelişimine katkısı. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 6(3), 2188–2209.

- Tutak, F. (2009). *A study of geometry content knowledge of elementary preservice teachers: The case of quadrilaterals* (Doctoral dissertation). Retrieved from ProQuest Dissertations and Theses. (Accession Order No. AAT 3411606)
- Ungar, O. A. (2016). Professional development processes of excellent teachers and the manifestations of their excellence in work. *Journal of Education and Human Development*, 5(3), 122–136.
- Ural, A. (2006). Fonksiyon öğreniminde kavramsal zorluklar. *Ege Eğitim Dergisi*, 7(2), 75–94.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2011). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (8th Ed.). Boston: Pearson.
- Van der Meij, J., & De Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple presentations in a Dynamic simulation-based learning environment. *Learning and Instruction*, 16(3), 199–212.
- Verhoef, N., Tall, D., Coenders, F., & VanSmaalen, D. (2013). The complexities of a lesson study in a Dutch situation: Mathematics teacher learning. *International Journal of Science and Mathematics Education* 12(4), 859-881 <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9436-6>
- Villegas-Reimers, E. (2003). *Teacher Professional development: An international review of the literature*. Paris: UNESCO.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293–305.
- Wagner, T. (2008). *The global achievement gap: Why even our best schools don't teach the new survival skills our children need — and what we can do about it*. New York, NY: Basic Books.
- Wang-Iverson, P. & Yoshida, M. (2005). *Building our understanding of lesson study*. Philadelphia, PA: Research for Better Schools.
- Warwick, P., Vrikki, M., Vermunt, J.D., Mercer, N., & Halem, N.V. (2016). Connecting observations of student and teacher learning; an examination of dialogic processes in lesson study discussions in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 555-569.
- Watanabe, T. (2002). Learning from Japanese lesson study. *Educational Leadership*, 59(6), 36–39.
- Widjaja, W., Vale, C., Groves, S. & Doig, B. (2017). Teachers' Professional growth through engagement with lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 357–383.
- Wilson, S. M., Shulman, L. S., & Rickert, A. (1987). 150 different ways of knowing: Representations of knowledge in teaching. In J. Calderhead (Ed.), *Exploring teaching thinking* (pp. 104-124). Sussex, UK: Holt, Rinehart and Winston.
- Wolcott, H. F. (1994). *Transforming qualitative data: Description, analysis, and interpretation*. Sage, London
- Woodside, A. G. (2010). *Case study research: Theory, Methods, Practice*. Boston: Emerald Group Publishing Limited.
- Wu, H. K. & Puntambekar, S. (2012). Pedagogical affordances of multiple external representations in scientific processes. *Journal of Science and Educational Technology*, 21, 754–767.

- Xu, H. & Pedder, D. (2014). Lesson Study: An international review of the research. *Lesson Study* (ss. 29-58). NY, Routledge.
- Yamnitzky, G. S. (2011). *Elementary teachers' perspectives on the impact that lesson study participation had on their mathematical content and pedagogical-content knowledge*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Pittsburgh.
- Yazır, F. (2015). *Modelleme temelli yapılan öğretimin 9. Sınıf fonksiyonlar konusunda kavramsal ve işlemsel bilgiye etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi. İstanbul.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, A. (2013). *Ders imcesinin matematik öğretmenlerinin problem çözme ortamlarında öğrencilerinin üstbilişlerini harekete geçirmeye yönelik davranışlarına etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Yorulmaz, A. & Çokçalışkan, H. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüşleri. *Uluslararası Temel Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 8-16.
- Yoshida, M. (1999). *Lesson study: A case study of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development*. Unpublished Doctoral Dissertation, University of Chicago.
- Zaslavsky, O., & Sullivan, P. (eds) (2011). *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics*. New York: Springer.

EKLER

EK-1. Öğretmen Bilgi ve Öz Değerlendirme Formu

Adı ve Soyadı :

Mezun Olduğu Üniversite :

Mezun Olduğu Bölüm :

Mezuniyet Tarihi :

Mesleki Deneyimler :

Görüşme Soruları

- 1- Öğretmenliği severek mi yapıyorsunuz? Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız?
- 2- Sizce bir matematik öğretmenin sahip olması gereken nitelikler ne olmalı ve siz bunların kaçına sahip olduğunuzu düşünüyorsunuz?
- 3- Matematikle ilgili gelişmeleri takip ediyor musunuz varsa yaptığınız ne gibi takipler var?
- 4- Mesleki gelişim yöntemlerinden biri olan Ders İmrecesi modelini daha önce duydunuz mu? Üniversite eğitiminizde buna benzer bir mesleki gelişim modelini duydunuz mu?
- 5- Bir kavramın öğrenilmesi ve öğrenci tarafından anlaşılması zor ise neler yaparsınız?
- 6- Çoklu temsili kullandınız mı? Matematik öğretirken diğer temsiller arası geçişler yapıyor musunuz?
- 7- Bir konuyu anlatırken öğrencilerinize hiç etkinlik yaptırınız mı? Cevabınızı nedeniyle açıklayınız?

EK-2. Öğretmen Bilgi ve Öz Değerlendirme Formu (Son Versiyon)

Adı ve Soyadı :

Mezun Olduğu Üniversite :

Mezun Olduğu Bölüm :

Mezuniyet Tarihi :

Mesleki Deneyimler :

Görüşme Soruları

- 1- Öğretmenliği severek mi yapıyorsunuz? Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız?
- 2- Sizce bir matematik öğretmenin sahip olması gereken nitelikler neler olmalı?
- 3- Matematik ve matematik eğitimi ilgili gelişmeleri takip ediyor musunuz varsa yaptığınız ne gibi takipler var?
- 4- Ders sürecinde öğrencilerinizin bir kavramı öğrenip öğrenmediğine nasıl karar verirsiniz?
- 5- Meslektaşlarınızdan sizin dersinizi dinleyip size öğretim süreci hakkında geribildirim vermelerini ister misiniz?
- 6- Mesleki gelişim yöntemlerinden biri olan Ders İmrecisi modelini hiç duymuş muydunuz? Üniversite eğitiminizde buna benzer bir mesleki gelişim yöntemini duydunuz mu?
- 7- Bir kavramı öğretmek zor ve öğrenci tarafından anlaşılması zor ise neler yaparsınız?
- 8- Bir kavramı öğretirken çoklu temsilden faydalanır mısınız? Matematik öğretirken diğer temsiller arası geçişler yapıyor musunuz?

EK-3. Uygulama Öncesi Öğretmen Görüşme Formu (ilk Versiyon)

- 1- Bu ders uygulaması için ne tür kaynaklardan faydalandınız ?
- 2- Dersin giriş aşamasında öğrencilerin dikkatini çekmek için ne yaparsınız yaparsınız?
- 3- Dersinizde ne tür materyaller kullanırsınız? Bu materyallerin hedef davranışlara ne tür bir katkısı olduğunu düşünürsünüz?
- 4- Öğrencilerinizin kavram yanılgısına sahip olduğunu nasıl fark edersiniz? Bunun için ne tür önlemler alırsınız?
- 5- Dersin gelişme kısmında öğrencilerinizi aktif tutmak için ne yaparsınız?
- 6- Fonksiyon konusunun öğretiminde kavramların çoklu temsiliyle (matematiksel kavramları farklı biçimlerde kavramsallaştırma, ifade etme ve gözlemleme) ilgili güncel örnekler hazırladınız mı?

EK-4. Uygulama Öncesi Öğretmen Görüşme Formu (Son versiyon)

Bu form ders imecesi çalışmasına sürecine başlamadan önce öğretmenlerin ders imecesi hakkındaki soru ve ihtiyaçlarını ortaya çıkarmak, ders imecesi sürecinin öğretmen, öğrenci ve öğretime yansımaları hakkındaki düşüncelerini belirlemek, öğretmenlerin mevcut işbirliği deneyimlerini ortaya çıkarmak, daha iyi bir öğretim süreci için öneri ve düşüncelerini belirlemek için hazırlanmış sorulardan oluşmaktadır.

- 1- Bir matematik dersinize hazırlık aşamasında ne tür kaynaklardan faydalanırsınız ?
- 2- Derse hazırlık yaparken meslektaşlarınızın düşüncelerini alır mısınız?
- 3- Dersten önce yazılı bir plan hazırlar mısınız?
- 4- Dersin giriş aşamasında öğrencilerin dikkatini çekmek için ne yaparsınız?
- 5- Dersinizde ne tür materyaller kullanırsınız? Bu materyallerin hedef davranışlara ne tür bir katkısı olduğunu düşünürsünüz?
- 6- Öğrencilerinizin kavram yanılgısına sahip olduğunu nasıl fark edersiniz? Bunun için ne tür önlemler alırsınız?
- 7- Dersin gelişme kısmında öğrencilerinizi aktif tutmak için ne yaparsınız?
- 8- Derslerinizin etkililiğini nasıl değerlendirirsiniz?
- 9- Fonksiyon konusunun çoklu temsil yoluyla anlatımı ile ilgili ne tür hazırlıklar yaptınız?
- 10- Fonksiyon konusunu çoklu temsil yoluyla anlatmanın öğrencide ne gibi katkısı olacağını düşünüyorsunuz?

EK-5. Uygulama Sonrası Öğretmen Görüşme Formu (İlk Versiyon)

- 1- Ortaklaşa ders planı hazırlamak mesleki gelişim sürecinize ne gibi değişiklikler kattığını düşünüyorsunuz?
- 2- Bu süreçte zorlandığınız sıkıntılar oldu mu? Varsa ne gibi sıkıntılar oldu? Sebepleriyle açıkla mısınız?
- 3- Ders imecesi uygulamasının eski sınıf içi uygulamanızdan ne tür farklılıklar fark ettiniz?
- 4- Sınıf içi gözlem sırasında zorluk yaşadınız mı? Varsa ne tür zorluklardır bunlar?
- 5- Öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit ettiniz mi? Bunun için bir sonraki uygulamanızda ne tür önlemler almayı düşünüyorsunuz?

EK-6. Uygulama Sonrası Öğretmen Görüşme Formu (Son Versiyon)

Ders imecesi pilot çalışmasının tamamlanmasından sonra öğretmenlerin beklenti ve tahminlerinin ne derece değiştiğini belirlemek, uygulama sürecinin öğretmen, öğrenci ve öğretim açısından etkileri hakkındaki görüşlerini belirlemek, süreç boyunca yaşanan olumlu ve olumsuz durumları/yönleri belirlemek için hazırlanmış sorulardan oluşmaktadır.

- 1- Ders imecesi uygulamasının mesleki gelişim sürecinizi nasıl etkilediğini düşünüyorsunuz?
- 2- Ders imecesi sürecinde zorlandığınız noktalar oldu mu? Varsa ne gibi sıkıntılar oldu? Sebepleriyle açıkla mısınız?
- 3- Ders imecesi uygulamasında rutin sınıf içi uygulamanıza göre ne tür farklılıklar fark ettiniz?
- 4- Sınıf içi gözlem sırasında zorluk yaşadınız mı? Varsa ne tür zorluklardır bunlar?
- 5- Ders imecesi uygulamasının ders kazanımlarına ulaşma ve dersin verimliliği açısından ne gibi etkileri olduğunu düşünüyorsunuz?
- 6- Ders imecesi süreci dersi planlama ve dersi uygulamanızı nasıl etkiledi?
- 7- Ders imecesi süreci pedagojik bilginizi (genel olarak öğretim) nasıl etkiledi?
- 8- Ders imecesi süreci pedagojik alan bilginizi (matematik öğretimi) nasıl etkiledi?
- 9- Ders imecesini okullarda uygulanabilirliği açısından nasıl değerlendirirsiniz?
- 10- Ders imecesi süreci öğrencilerin konuları kavrama düzeylerini sizce nasıl etkiledi?
- 11- Ders imecesi sürecinin daha verimli hale getirilmesi için neler önerirsiniz?
- 12- Ders imecesi süreciyle ilgili başka eklemek istediğiniz hususlar varsa lütfen belirtiniz.
- 13- Bir kavramı birden çok temsille aktarmanın öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu olumlu yönde etkilediğini düşünüyor musunuz?

EK-7. Ders Gözlem Formu (İlk Versiyon)

Dersin Giriş aşamasında gözlemlerinizi nelerdir?

Dersin Gelişme aşamasında gözlemlerinizi nelerdir?

Dersin Sonuç aşamasında gözlemlerinizi nelerdir?

Genel Yorumlar

1-Derse etkili bir giriş yapıldığını düşünüyor musunuz?

2-Yeterli materyalin kullanıldığını ve bu materyallerin amacına uygun olduğunu düşünüyor musunuz?

3-Ders için ayrılan süre yeterli oldu mu?

4-Fonksiyonlar konusu çoklu temsille anlatıldı mı?

5-Eksik gördüğünüz bir şeyler hissettiniz mi? Varsa bunlar nelerdir?

EK-8. Ders Gözlem Formu (Son Versiyon)

Sayın öğretmenim bu form hazırlanan ortak ders planının sınıf içinde uygulanması sırasında dersi gözlemlemede rehber olarak kullanılacak kriterleri içermektedir. Bu kriterler açısından ders sırasında gözlemlediğiniz noktaları not ediniz. Bunların dışında önemli gördüğünüz hususlarda da görüş, yorum, eleştiri ve önerilerinizi bu forma ekleyebilirsiniz. Bu formdaki veri ders sonrası değerlendirme toplantılarının verimliliği açısından faydalı olacaktır.

Kriterler: Derse başlangıç ve dikkati sağlama, ilgi çekme ve konuya motivasyon, materyal ve kaynak kullanımı, teknoloji kullanımı, etkinlik yönetimi, sınıf yönetimi, süre kullanımı, öğrenci anlama düzeyi, derse öğrenci katılımı, ders planına uygunluk, planlanan etkinliklerin verimliliği, tahta kullanımı, öğrenciye verilen yönergeler, öğretimsel açıklamalar, öğrenci ile iletişim.

Dersin giriş aşaması

- 1- Dersin sunumunu yapan öğretmenin etkili bir giriş yaptığını düşünüyor musunuz?
- 2- Dersin sunumunu yapan öğretmen fonksiyon konusu ile bağlantılı olabilecek konular arasında öğrencinin ön bilgisini sorguluyor mu?
- 3- Dersin sunumunu yapan öğretmen fonksiyonlar ile ilgili günlük yaşamdaki kullanıma yönelik yeterince örnek veriyor mu?
- 4- Dersin giriş aşamasında yaptığınız gözlemler neticesinde olumlu veya olumsuz tespitleriniz var mı? Açıklar mısınız?

Dersin gelişme ve sonuç aşaması

- 1- Ders sunumunu yapan öğretmen öğrencileri aktif bir şekilde derste tutuyor mu?
- 2- Ders sunumunu yapan öğretmen konunun anlaşılıp anlaşılmadığına dair öğrencilerden geri dönütler alıyor mu?
- 3- Dersin sunumunu yapan öğretmenin yeterince örnek verdiğini düşünüyor musunuz?
- 4- Öğrencilerin ne kadar anladığıyla ilgili bir yorumda bulunmanız istenirse sizce bu yüzde kaç olur?
- 5- Dersin gelişme ve sonuç kısmında olumlu veya olumsuz gördüğünüz kısımları açıklayınız?

EK-9. Ders İmecesı Uygulaması Öğrenci Görüşleri Formu

Değerli öğrencimiz, sınıfınızda uygulanan ders imecesi çalışmaları hakkında aşağıdaki soruları mümkün olduğunca detaylı olarak cevaplamamız beklenmektedir.

- 1- Ders imecesi uygulamasının daha önceki derslerinizle karşılaştırır mısınız?
- 2- Size göre ders imecesi uygulamasının olumlu yönleri nelerdir?
- 3- Size göre ders imecesi uygulamasının olumsuz yönleri nelerdir?
- 4- Ders imecesi uygulaması öğrenme ve kavrama düzeyinizi nasıl etkiledi?
- 5- Ders imecesi uygulaması başarı düzeyinizi nasıl etkiledi?
- 6- Ders imecesi uygulaması matematik derslerine yaklaşımınızı nasıl etkiledi?
- 7- Ders imecesi öğretmeninizin sınıf içi uygulamalarını nasıl etkiledi?
- 8- Fonksiyon konusunu özömsediğinizi düşünöyör musunuz?
- 9- Bir kavramı öğrenirken, yakın çevrenizden örnekler verilmesini nasıl buluyorsunuz? Sebepleriyle açıklar mısınız?

EK-10. Çoklu Temsil Analizlerine İlişkin Örnekler

Örnek-1

Temsil Sistemi: Sözel Temsil

Tanım : Öğretmenlerin tanım ve kuralları ifade ettikleri durumlar sözel temsil olarak belirlenmiştir.

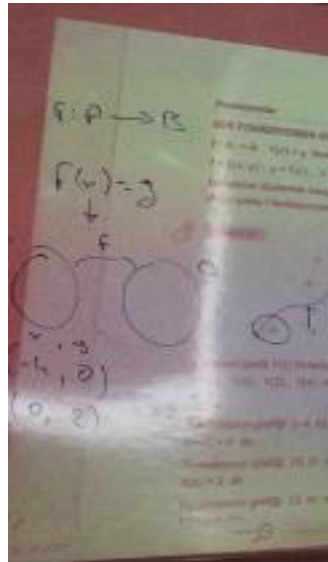
Örnek Durum: “Fonksiyon olabilmesi için 2 tane önemli özellik var birincisi A kümesi yani geldiğim küme tanım kümesi olarak isimlendiriliyor, bu kümedeki her eleman eşleşmek zorunda hiç açıkta eleman kalmayacak.” (A Şube Aysel Öğretmen)

Örnek-2

Temsil Sistemi: Diyagram

Tanım: Öğretmenlerin küme gösterimini kullandıkları durumlar diyagram temsil sistemi olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum: (A Şubesi Nedim Öğretmen) *Bu benim tanımum olacak her zaman geçerli. X 'e verdiğin değerler bu senin tanım kümendir; bu senin neyin olacak? Görüntü ya da değer kümem olacak. O zaman x eleman a kümesi, hani ben burada A 'dan B 'ye elemanlar var ya. A 'dan B 'ye fonksiyonlar tanımlı olsun. O zaman f fonksiyonu A B tanımlı ise; burada aldığım yani tanım kümemdeki eleman hangi kümede olması gerekiyor? A kümesinde. Görüntü nerede olması gerekiyor? B kümesinde. Bu şartı sağladıktan sonra bunu grafik üzerine dökebiliriz.*



Şekil 7. Diyagram temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

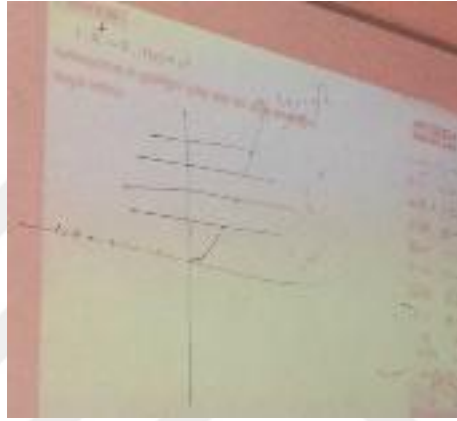
Örnek-3

Temsil Sistemi: Grafik

Tanım: Öğretmenlerin sadece grafiğe dayalı bir çözümleri grafik temsil sistemi olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(A Şube Musa Öğretmen)

“bir de buna bakalım. R^+ dediğine göre tanım kümemiz ney? Pozitif sayılardan oluşuyor değil mi? o zaman demek ki negatif sayıları ne yapacağım? Alamayacağım. O zaman demek ki o taraf yok. O zaman çiziyorum yatay doğruları yine, bir noktada kesti mi? demek ki R^+ diyorsa dikkat edin bire bir oluyor. Diğer şekil bire bir olmuyor. Şimdi yine biraz önce bahsettik. Bu sefer eksili olan taraf diyor.”



Şekil 8. Grafik temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-4

Temsil Sistemi: Sıralı İkililer

Tanım: (x,y) sıralı ikililerin kullanıldığı durumlara bu şekilde kodlanmıştır.

Örnek Durum:(B Şube Aysel Öğretmen)

“Biz her zaman Venn şeması ile göstermeyeceğiz fonksiyonları sıralı ikililer şeklinde de göstermemiz gerekiyor...{1,2,3}. f fonksiyonu için yani 1,2 ve 3'ün eşleşmesi lazım ve yalnızca bir defa eşleşmesi lazım. 1 eşleşmiş mi?”

Örnek-5

Temsil Sistemi: Cebirsel

Tanım: Öğretmenlerin cebirsel çözüm yöntemlerini kullandıkları durumları ifade etmek için kullanılmıştır.

Örnek Durum: (B Şube Nedim Öğretmen)

“Tanım kümesinin elemanı içeri girdi, yerine yazıldı çıkarken de 5 olarak çıktı. Bu ne demek oluyor? $f(x)=x^2+1$ 'den 2'nin görüntüsünü mü istiyor? 2'nin ne ile eşleşmiş olduğunu

bul diyor. Nasıl eşleşsin bu? Karesinin 1 fazlası. O halde $f(2) = 2^2 + 1$ olarak mı gider? Bu da ne oldu? 5.”

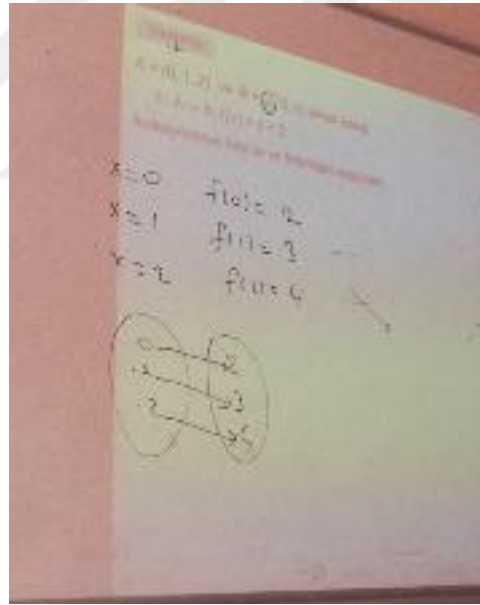
Örnek-6

Temsil Sistemi: Cebirsel-Diyagram

Tanım: Cebirsel gösterim ile diyagram temsi sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-diyagram olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum: (A Şube Musa Öğretmen)

“Evet birebir ve örtenli araştırınız. $X+2$ için birebirliğe bakmış mıydık? $X+2$ fonksiyonu için. Birebirdi zaten bakmıştık. Evet örtenlik için de görüntü kümesinde boşta eleman kalmayacaktı. Diyelim ki burada x 'e 0 verdim mesela kaç gidiyor? $X=0$ için $f(0)=2$. Sonra $x=1$ için 3'e gidiyor. $X=2$ için kaç gidiyor? 4. Şöyle baktığınız zaman, çizelim $\{0,1,2\}$ aynı şekilde $\{2,3,4\}$ çizdik. Görüntü kümemiz zaten B 'den oluşacaktı. $\{2,3,4\}$ boşta eleman kaldı mı? kalmadı. O zaman demek ki fonksiyonumuz örtenmiş. Aynı zamanda neydi? Bire birdi. Boşta eleman yok. Değil mi? hepsinin bir tane görüntüsü var.”



Şekil 9. Cebirsel-diyagram temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-7

Temsil Sistemi: Cebirsel-Grafik

Tanım: Cebirsel gösterim ile grafik temsi sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-grafik olarak kodlanmıştır.

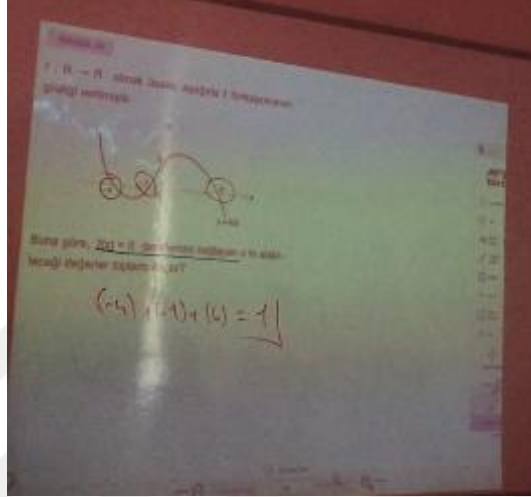
Örnek Durum: (A Şube Nedim Öğretmen)

Farklı bir soru daha. Fonksiyonum nereden nereye tanımlı? Üstteki tanıma bir bakın. Bunlara alışı, bu ne anlama geliyor? Bu R tanım kümem nereye götürmen lazım? Reel

sayılara. Gerçekten bir fonksiyona bakın abi x eksenini bakın bu eksi sonsuza gidiyor, buradan +sonsuzaya gidiyor mu? Peki görüntüler – sonsuza giderken görüntüm + sonsuza gidecek; burada tanım elemanlarım + sonsuza giderken görüntüm – sonsuza yani tüm reel sayıları kapsıyor. Bu o anlama geliyor. Peki grafiği verilmiş buna göre $f(x)=0$ denklemini sağlayan, şimdi $f(x)=0$ demek bir önceki soruda ne diyorduk buna

[öğrenci: x eksenini kestiği noktalar]

çok güzel x eksenini kestiği noktalardır. X eksenini nerede kesmiş? $-4, -1$ bir de 6 'da. Bunların toplamını istemiş, yaz abi $-4-1+6=1$ olur. Zor muymuş? Anlaştık?



Şekil 10. Cebirsel-grafik temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-8

Temsil Sistemi: Cebirsel-Sıralı İkili

Tanım: Cebirsel gösterim ile sıralı ikililer temsi sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-sıralı ikililer olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(A Şube Nedim Öğretmen)

“Öğretmen: var mı başka $\frac{1}{2}$ bulan? 3 gibi mi geliyor? O senin dediğin fonksiyon verilmiş ise hızlı bir şekilde bulabilirdik. Bu sefer noktalar verilmiş. Değişim hızını buraya tekrardan yazıyorum. $Y_2 - y_1 / x_2 - x_1$. Hani bir eğri üzerinde doğrusal demiştik ya. Atıyorum şöyle olsun herhangi iki nokta arasındaki değişim aynıdır. Belli bir oranda artıyor zaten. Ki o yüzden biz doğrusal diyoruz.

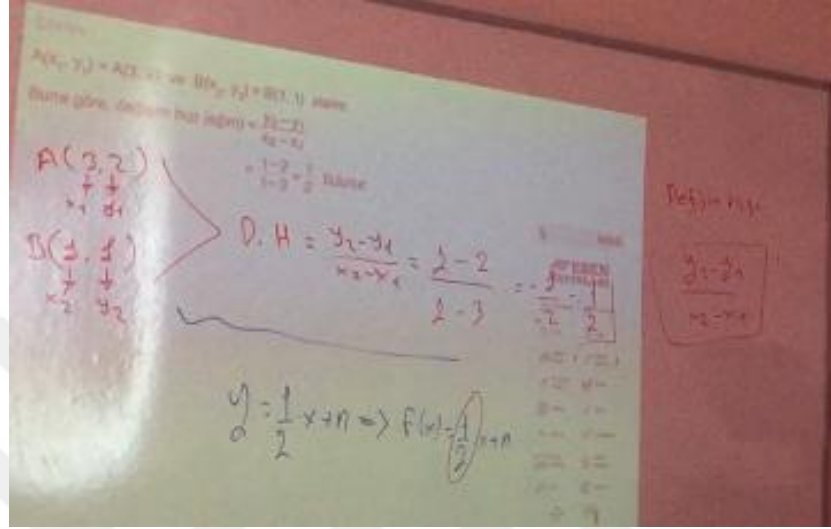
[Öğrenci: $\frac{1}{2}$]

Öğretmen: $\frac{1}{2}$ mi? Ne yaptık? A noktasını vermiş. $A(3,2)$ $x_1=3$ ve $y_1=2$. B noktası nedir abi? $B(1,1)$ burası $x_2=1$ ve $y_2=1$. Değişim hızı ya da eğimi $= y_2 - y_1 / x_2 - x_1$. Y_2 'yi kaç vermiş bana? 1. y_1 kaç? 2 $[1-2/1-3]$ yukarı $-1/-2 = \frac{1}{2}$. O zaman burada şunu diyebilir miyim? Şu doğrusal fonksiyon için verilen soruda $y = \frac{1}{2}x + n$ diyebilir miyim? Hani dedik ya değişim eğim demektir x 'in önündeki katsayı. Bu $\frac{1}{2}$ oranında artacak ama bunu(n) bulamıyorum. O da

nasıl olur aslında yerine yazarak da bulabilirsin. X yerine 2 yazarsın y 'yi de 3'e eşitlersin n 'yi de bulabilirsin. Anladın mı ne demek istediği mi?

[Öğrenci: anlamadım hocam?]

Öğretmen: $f(x) = \frac{1}{2}x + n$ demişim değil mi? n 'i burada nasıl bulabilirim? Herhangi bir denklem için yaz. $(1,1)$ demiş ya da şurada x için 3 dersin bu da 2 dersin öbür tarafa atarsın n 'yi bulabilirsin. Anlaştık? Göstermem gereken asıl nokta şu buradaki $\frac{1}{2}$ eğim diyebilirsiniz."



Şekil 11. Cebirsel-sıralı ikililer temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-9

Temsil Sistemi: Grafik-Sıralı İkili

Tanım: Grafik gösterim ile sıralı ikililer temsi sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar grafik-sıralı ikililer olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(B Şube Nedim Öğretmen)

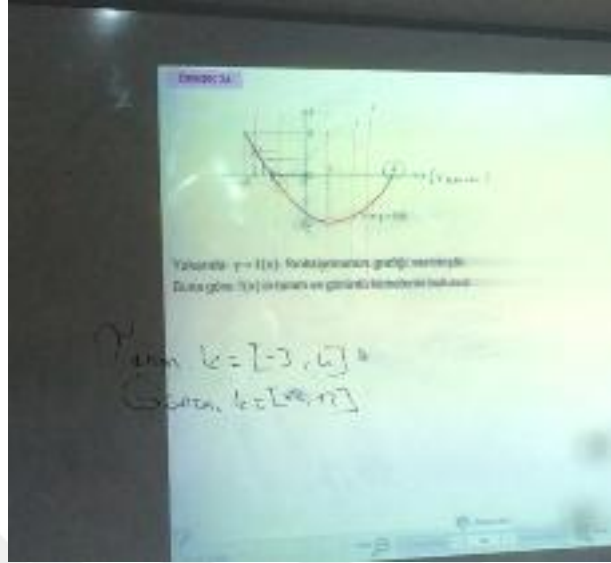
"Peki -3 noktasında fonksiyonum tanımlı mı evet tanımlı ; 4 noktasında tanımlı mı tanımlı içinde bir tanımsızlık yok benim x tanım kümemdeki elemanlar -3'den başlıyor 4'e kadar gidiyor. Ben ne diyeceğim tanım kümem -3 dahil bu arada kapalı aralık 4'e kadar

$([-3,4])$

şimdi burada x ve y eleman reel sayılar demiş olsa -3 ve 4 arasında ne kadar reel sayı var sonsuz tane. Matematiksel konuşucuz felsefe dersinde değiliz. Sonsuz tane reel sayı vardırıma hangi değer doğal sayı mı tam sayı mı bilmiyorum o yüzden -3,4 aralığını belirtmem gerekiyor. Peki görüntüm sizce -3 kime gitmiş 2'ye ; 2 için azalmış azalmış -2'ye kadar gelmiş, -2'den sonra artışa geçmiş tam 4'de geri durmuş. Peki benim görüntü kümem 2 ile -2 aralığında diyebilirmiyim. O zaman görüntü kümesi -2'den +2'ye kadar olur. Bu

yorumlamalara dikkat edin. Peki benim görüntü kümem minimum kaç olur? Minimum -2 maksimum +2. Peki bu bir fonksiyon mu?

Evet bir fonksiyon. Fonksiyon için neydi y eksenine paralel çiz abi hepsi bir noktada kesiyor ve bu da bir fonksiyon belirtir.”



Şekil 12. Grafik-sıralı ikililer temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-10

Temsil Sistemi: Sözel-Diyagram

Tanım: Sözel gösterim ile diyagram temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar sözel-diyagram olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum: (A Şube Aysel Öğretmen)

“Şimdi bana demiş ki örnekte 2 tane kümemiz var bu kümenin elemanları sırasıyla A kümesinde Gizem, Canberk, Aybars ve Ecem B kümesinde de haftanın günleri pazartesi, salı, çarşamba, perşembe, cuma, cumartesi, pazar. Diyoki A kümesindeki elemanlar aynı sınıfta bulunan 4 arkadaşın isimlerini ve B sınıfında uuu ve B kümesindeki elemanlarda haftanın günlerini barındırmaktadır. Şimdi A’dan B’ye bir bağıntı tanımlamış demiş ki doğum günlerini, doğdukları günlerle kişilerin birbiri arasında bir bağıntı oluşturuyor. Bunlarda ne var Gizem ile Canberk pazartesi günü doğmuş o zaman bu ikisini pazartesine eşledim. Aybars Salıya doğdu bu kişiyi salıya eşledim. Ecem çarşamba günü doğdu bu kişiyi çarşambaya eşledim. Bu normal bu şekilde oluşturulan bir fonksiyon oluyo. Açıkta eleman kalmadı ve herkes bir tane elemanla eşleşti. Önemli olan dediğimiz gibi tanım kümesindeki elemanların açıkta kalmaması bu koşul sağlandı mı sağlandı ve herkes sadece bir güne mi eşlendi bir güne eşlendi o zaman bu iki kural sağlandıysa buna fonksiyon diyoruz.”



Şekil 13. Sözel-diyagram temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

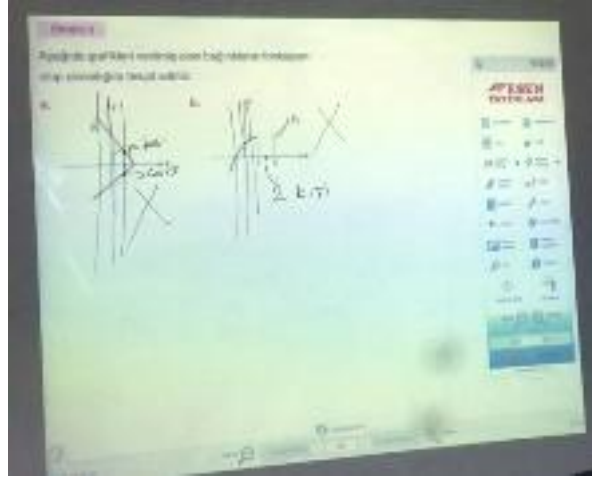
Örnek-11

Temsil Sistemi: Sözel-Grafik

Tanım: Sözel gösterim ile grafik temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar sözel-grafik olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum: (B Şube Aysel Öğretmen)

“Şimdi grafiklere düşey doğruları çiziyorsunuz. Başladım çizmeye 1 tane yeterli ama birden fazla sağlamasını yapın. 1 tane noktada bir de bu noktada kesmiş ne yapmış? İki noktada. Bu ne demek biliyor musunuz? Bu çocuk buradaki kişi hem pazartesi doğmayı başarmış hem de çarşamba doğmayı başarmış. Farz-ı misal. Böyle olunca ne oluyor ifade? Fonksiyon olmuyor. Geldim buraya düşey doğruları çizdiniz evet burada sıkıntı yok”



Şekil 14. Sözel-grafik temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-12

Temsil Sistemi: Cebirsel-Grafik-Sıralı İkili

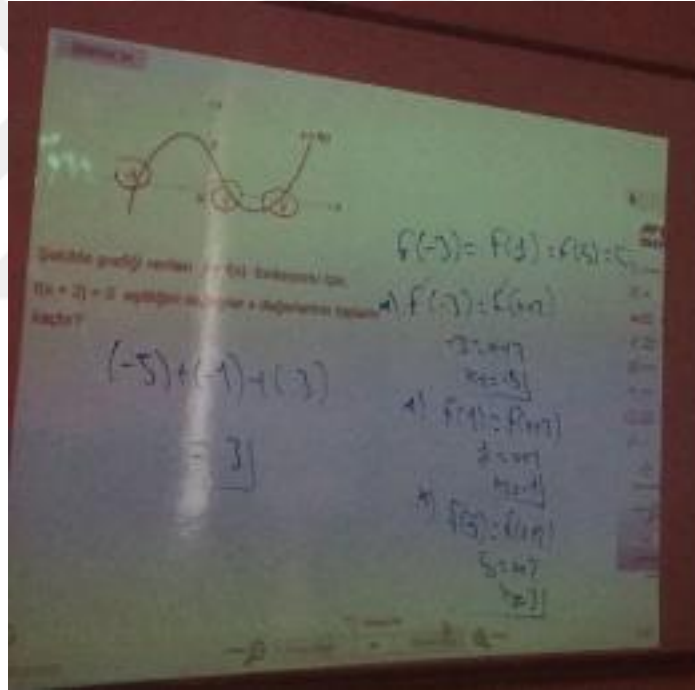
Tanım: Cebirsel gösterim ile grafik ve sıralı ikililer temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-grafik-sıralı ikililer olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum: (A Şube Nedim Öğretmen)

“ $F(-3)=f(1)=f(5)=0$ bana diyor ki bu fonksiyonu da sıfıra eşitle. $(f(x+2))$ fonksiyonunu.) tek tek bulayım. $F(-3)=f(x+2)$ mi oluyor. F ’ler birbirini götürür demiştiniz size. O zaman $-3=x+2$ $x_1 = -5$ oldu. Peki 1 için ne olması gerekiyor? X yerine kaç yazmam gerekiyor? $F(1)=f(x+2)$ mi? Buradan $1=x+2$ $x_2 = -1$ oldu. Son fonksiyonum $f(5)=f(x+2)$ buradan $5=x+2$, $x_3 = 3$ gelir. Anlaştık mı abim? Neyi istiyor benden? Değerlerin toplamı, topla abi o zaman kaç oldu? $-5-1+3 = -3$ gelir. Burada kaç nokta var ise onları tek tek buna eşitlemeniz gerekiyor. Bunun sıfır olan değerlerini istemiş. Peki burası (-3) noktası içi boş olsaydı? -3 ’ü dahil etmezdik değil mi? Burada bir köküm daha olsaydı şurası da 7 olmuş olsaydı, o zaman 7’yi de alacaktık. 7’yi $x+2$ ’ye eşitleyip x değerini bulabilirdik.

[öğrenci: o zaman iki tanesini alacaktık -3 ’ü almayacaktık.]

aynen şu ikisini tek alırdım. Kabul edelim burada bir tane daha olsaydı 4 tane değer için x değerlerini bulacaktık.”



Şekil 15. Cebirsel-garfik-sıralı ikili temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-13

Temsil Sistemi: Cebirsel-Diyagram- Grafik

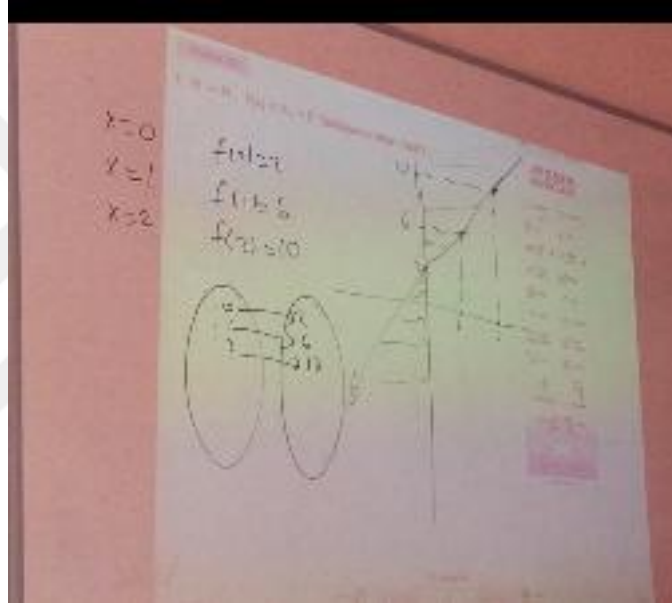
Tanım: Cebirsel gösterim ile diyagram ve grafik temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar cebirsel-diyagram-grafik olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum: (A Şube Musa Öğretmen)

“Mesela sıfır koyduğumuzda nereden geçecek? Şuradan 2’den geçecek. Sonra 1 yazdığımız zaman 6’dan geçecek. Sonra 2 yazdığımız zaman 10’dan geçecek. Reel sayılar dediği için alt kısımda var. Şöyle gidiyor. Evet şimdi görüntü kümemiz neresi? Y eksenini değil mi görüntü kümesi? Şöyle baktığınız zaman bu grafik uzuyor gidiyor hepsini yazmadık. O zaman burada her eleman karşıdaki bir elemanla eşlenmiş mi? eşlenmiş. Görüntü kümesinde boşta eleman kalmış mı? bak herbiri bir sayıyla eşlenmiş. Kalmamış hepsi bir elemana gitmiş. Boşta eleman kalmıyorsa

Araştırmacı: tam sayıları yazdığımızda boşta eleman kalıyor ama reel sayılarda yazabilirsiniz. Onları da yazarsanız mutlaka karşı tarafın görüntüsü...

Öğretmen: şu arada rasyonel sayıları yazdığınızda herbirinin görüntüsü var. Yani hiçbir zaman boşta eleman kalmıyor. O zaman diyoruz ki fonksiyonumuz örtendir.”



Şekil 16. Cebirsel-diyagram-grafik temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

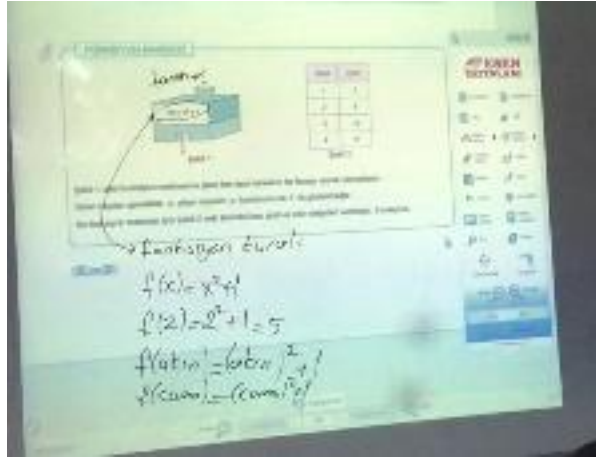
Örnek-12

Temsil Sistemi: Cebirsel-Diyagram- Sıralı İkili- Sözel

Tanım: Cebirsel gösterim ile diyagram, Sıralı ikililer ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel-Diyagram- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(B Şube Aysel Öğretmen)

İçeride bak şu var içeride x yerine ne yazarsam dışarıda x yerine onu yazman lazım tamam mı? Bu ilerleyen örnekler için sizi biraz oltaya düşürebilecek örnekler olacak. Ona dikkat edin. Şimdi şurada şey var mesela girdi olan 3 diyor, eğer ben buraya x yerine 3 yazarsam ne olur?



Şekil 17. Cebirsel-diyagram -sıralı ikililer-sözel temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

[öğrenciler:9] bir ekle [10] o zaman 3'ün eşleştiği eleman 10 oldu. Ve ya 3'ün görüntüsü 10 diyoruz tamam mı? Tanım ve görüntü kümesini bulun demiş.

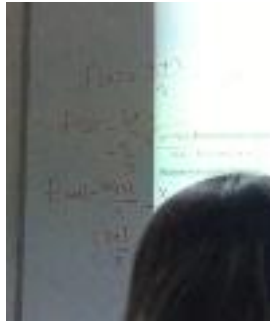
Örnek-15

Temsil Sistemi: Cebirsel-Grafik- Sıralı İkili- Sözel

Tanım: Cebirsel gösterim ile grafik, Sıralı ikililer ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel-Grafik- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(B Şube Musa Öğretmen)

“evet grafiği verilen doğrusal bir fonksiyonun denklemini nasıl yazarız? Evet doğruyu x ekseninde a noktasında; y eksenini de b noktasında kesiyor. O zaman şu nokta $(a,0)$ noktası şurası da $(0,b)$ noktası. Kesen doğrunun denklemi x/x' 'de kestiği nokta yani $a + y/y'$ 'de kestiği nokta = 1 , yani mesela grafiği verdi bize mesela $f(3)$ ne dedi, $f(4)$ nedir dedi, denklemi yazmadan bulamıyoruz mecburen önce denklemi yazıcaz.”



Şekil 18. Cebirsel-grafik -sıralı ikililer-sözel temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

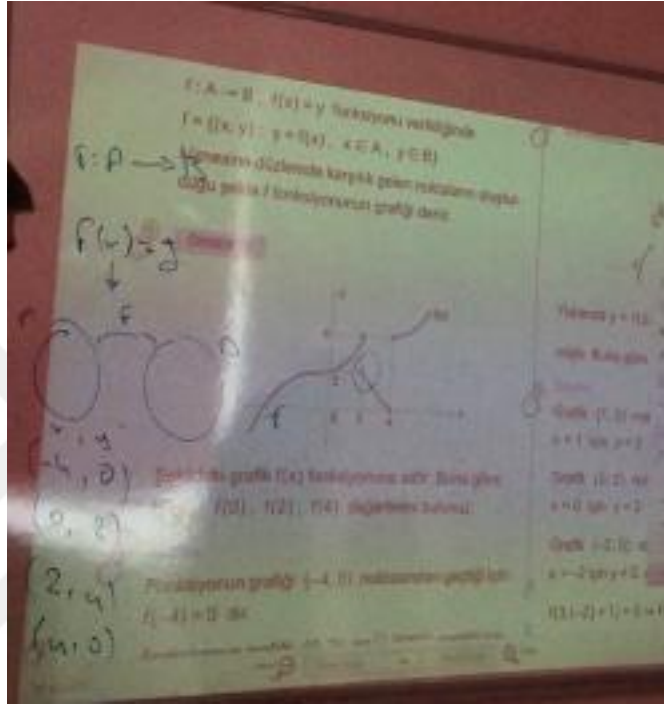
Örnek-16

Temsil Sistemi: Cebirsel- Sıralı İkili- Sözel

Tanım: Cebirsel gösterim ile Sıralı ikililer ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(A Şube Nedim Öğretmen)

O zaman boş olan noktaları es geçiyoruz. Üstünde veya altında eğer varsa bir eğrim o noktada tanımlıdır ve görüntü olur diyeceğiz. O zaman 2 için 4; 4 için 0 diyeceğim. Fonksiyonun tanım kümesi o zaman benim tanım kümem -4,0,2 ve 4'dür. Görüntü kümem 0,2,4 olur. Var mı sorusu olan? Not almak isteyen varsa alsın yoksa geçelim.



Şekil 19. Cebirsel- sıralı ikililer-sözel temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

Örnek-17

Temsil Sistemi: Sıralı İkili- Diyagram- Sözel

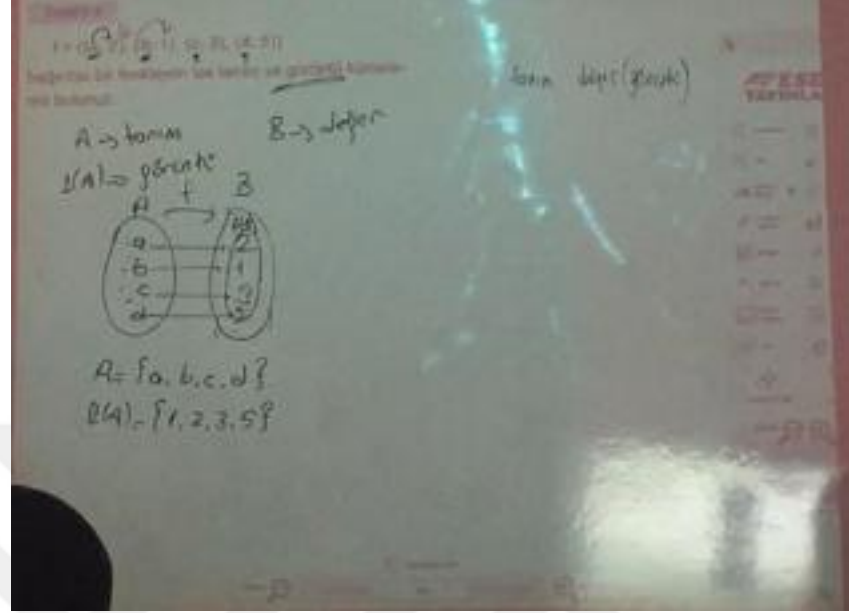
Tanım: Sıralı ikililer ile diyagram ve sözel temsil sisteminin ilişkilendirildiği sınıf içi durumlar Cebirsel- Sıralı İkili- Sözel olarak kodlanmıştır.

Örnek Durum:(A Şube Aysel Öğretmen)

“O halde benim fonksiyonum A'dan B'ye gitcek f olarak tanım kümesinin elemanları a var b var, c var ve d , bu ifadeler yani sıralı ikililerden birinci tanım kümesinin elemanları ikinci bileşen görüntü kümesinin elemanları olucak. A ne ile eşleşti 2 ile, B 1 ile, c 3 ile, d de 5 ile şimdi buraya B (küme) yazdım ama şu ifade görüntülerden oluşan buraya biz $f(a)$ görüntü kümesi demiştik. Ben bu b kümesine değer kümesini soruyo dediniz ya şuraya(b kümesine) 7,8,9 yazsam bu ifade fonksiyon belirtir mi?

[öğrenciler:evet]

açıkta elemanım yok bir eleman sadece biriyle eşleşmiş peki burada(b kümesinde) açıkta kalanların sıkıntısı var mı? Yok o yüzden size soruda değer kümesini istememesinin sebebi budur. Aklınızda bulunsun. O zaman a kümesi a,b,c ve d f(a) kümesi görüntü kümesi 1,2,3,5”



Şekil 20. Sıralı ikililer-diyagram- sözel temsil sistemine uygun sınıf içi görüntü.

EK-11. Matematik Öğretmen Bilgisi Değerlendirme Rubriği Örnekleri

Değerlendirme: Yetersiz

Evet fonksiyonu bire bir midir diyor. X^3-x fonksiyonu bire bir midir?

...

Napalım o zaman bir a yazalım bir de b yazalım. Evet bir a yazalım. Evet Nursena a yazdık? $[a^3-a]$ b de yazdık. $[b^3-b]$ ne demiştik $f(a)=f(b)$ ise $a=b$ demiştik değil mi? eşitleyelim bakalım $a=b$ miymiş? $a^3-a=b^3-b$. Evet Nursena bunlar eşit olmak zorunda mı? bak bakalım. A 'ya farklı b 'ye farklı sayı verdiğinde eşitlik sağlanır mı? ya da çarpanlarına ayıralım. Gönderelim bunu bu tarafa; a 'yı da bu tarafa gönderelim. $(a-b) \cdot (a^2+ab+b^2)=a^3-a-b^3+b$. Ne yapalım her tarafı $a-b$ 'ye bölelim mi?

[Uzman: bölebilir miyiz?]

Öğretmen: evet bölebilir miyiz?

[Uzman: $a=b$ ise bölemezsiniz değil mi? çünkü $a=b$ ise her tarafı 0'a bölebilir misiniz?]

Öğretmen: değil mi a b 'ye eşit olduğu durumda 0 olur o zaman bölemeyiz. Ama a , b 'den farklı ise bölebiliriz. a , b 'den farklı olsun bölelim hadi. a^2+ab+b^2 ne oldu? 1 oldu. a b 'den farklı olduğu zaman.

Sonuç:

“Öğretmenin matematik bilgisinde yanlışlar vardı” [Öğretmen: evet bölebilir miyiz?]

“Doğrudan öğretim yaklaşımı kullandı” []

Kavram yanlışlığına dikkat etmedi[]

Uygun Çoklu temsil kullanmadı.[Sadece cebirsel gösterim kullandı]

Çoklu temsilleri ilişkilendirmedi.

Genel değerlendirme yetersiz olarak kabul edildi.

Değerlendirme: Orta

Şimdi ucu açık yani dahil olmayan noktalara geldik. Hani biraz önce sen dedin ya ucu açık falan. Dilara bu fonksiyon $x=5$ için nedir($2/x-5$ fonksiyonu)?

[Dilara: 5 için $1/0$]

$1/0$ tanımlı mı?

[Dilara: hayır]

o zaman 5 için tanımsız diyeceksin. Ve görüntüsü içine 5 dahil değil diyeceksin. Yani ondan ucu açık olacak. Yani buraya 5 yazdığın zaman sıkıntı olur. Buna ilerleyen konularda limitte biz buna yaklaşıcağız, sağdan ve soldan yaklaşım yani buna en yakın değer kaç olur

diye. Şimdi bunu düşünmeyin sadece içi boş dediğinde sadece o fonksiyonu tanımsız yapan bir noktadır.

Sonuç:

- Öğretmenin matematik bilgisi yeterliydi.
- Doğrudan öğretim yaklaşımı kullandı.
- Kavram yanılgısına müdale etmedi.
- Uygun Çoklu temsil kullandı.[Sadece çebirsel gösterim kullandı]
- Çoklu temsilleri ilişkilendirmedi.

Değerlendirme: İyi

Bir soru daha inceleyelim abi. Cuma ne diyorsun

[Cuma: Hocam tanım kümesi -sonsuz ile +sonsuz; görüntü kümesi de(cevap veremiyor)]

Öğretmen: şimdi tanım kümem dediğim yer neresiydi x eksenini demi bu fonksiyon nereye kadar gidiyor. Burası da sonsuza kadar gidiyor. Burada x eksenini tanım kümem olmuyor mu tüm değeri verebiliyormuyum fonksiyona verebiliyorum burada verebiliyorum peki benim tanım kümem -sonsuzdan + sonsuza yani tüm reel sayılar sağlıyor mu sağlıyor. Benim tanım kümem reel sayılardı sıkıntı yok. Geldim görüntü kümeme görüntü kümem hangi eksenide y ekseniydi. Minimum nereye gelmiş sifıra. Sıfırdan başlamış +sonsuz kadar gidiyor ucu bucağı yok. Benim görüntü kümemde ne olacak 0'dan +sonsuz.

Sonuç:

- Öğretmenin matematik bilgisi yeterliydi.
- Kavramsal öğretim yaklaşımı kullandı.
- Kavram yanılgısı sadece açıklama yaptı.
- Birden çok çoklu temsil kullandı. [Grafik ve Sıralı ikililer kullandı]
- Çoklu temsilleri ilişkilendirmedi. [İlişkilendirme yok]

Değerlendirme: Çok iyi

Öğretmen: Göremeyen var mı? Görüyorsunuz değil mi? Şimdi fonksiyon olarak verilmiş sıralı ikililer olarak yazmış tanım ve görüntü kümesi değer kümesi değil değer kümesi daha geniş bir küme hani şu vardı ya görüntü kümesinde açıkta eleman kalabilir mi? Yani sen pazartesi doğdun, sen salı, sen çarşamba doğdun, sen gene pazartesi doğdun yani pazar günü doğan yok aramızda pazar açıkta kaldı yani değer kümesi biraz daha geniş bir küme yer alır ben burda değer kümesi için ikinci elemanlar görüntü kümesinde ya ben değer kümesi sonsuz elemana sahip diyebilirim yani çok geniş bir kavram oluyo değer kümesi. Bizden istenen ifade görüntü kümesi

[uzman: şöylede diyebiliriz, haftanın günleri ama bu sınıfı düşünün bu sınıftakilerin herkesin ya pazar ya diyelimki şu sınıfta hiç pazar günü doğmayan öğrenci olmuş olsun.]

Pazar açıkta kaldı. O yüzden size sorularda genelde şu şekilde olur tanım ve görüntü kümesini bulun diye, değer kümesi istenmez çünkü değer kümesi hani önceden kümelerden hatırlayın evrensel küme işlemi yapılabilen en geniş kümeydi ya değer kümesi de öyle işlem yapılan en geniş küme o zaman daha spesifik olun görüntü kümesini sorar. Her zaman tanım ve görüntü kümesi olarak gelir sorular. şimdi tanım kümesi dediğim birinci elemanlardı sıralı ikililerdi. A kümesi tanım olsun, $f(a)$ da görüntü olsun hatta buraya B değer diyeyim ben. O halde benim fonksiyonum A'dan B'ye gitcek f olarak tanım kümesinin elemanları a var b var, c var ve d, bu ifadeler yani sıralı ikililerden birinci tanım kümesinin elemanları ikinci bileşen görüntü kümesinin elemanları olacak. A ne ile eşleşt 2 ile, B 1 ile, c 3 ile, d de 5 ile şimdi buraya B(küme) yazdım ama şu ifade görüntülerden oluşan buraya biz $f(a)$ görüntü kümesi demiştik. Ben bu b kümesine değer kümesini soruyo dediniz ya şuraya(b kümesine) 7,8,9 yazsam bu ifade fonksiyon belirtir mi?

[öğrenciler:evet]

açıkta elemanım yok bir eleman sadece biriyle eşleşmiş peki burada(b kümesinde) açıkta kalanların sıkıntısı var mı? Yok o yüzden size soruda değer kümesini istememesinin sebebi budur. Aklınızda bulunsun. O zaman a kümesi a,b,c ve d $f(a)$ kümesi görüntü kümesi 1,2,3,5

Araştırmacı: Aynı zaman da $f(a) = 2$ gösterebilir miyiz?

Öğretmen: kurallı olarak da gösterebiliriz. $F(b)=1, f(c)=3, f(d)= 5$

Sonuç:

-Öğretmenin matematik bilgisi yeterliydi. [Evet]

-Kavramsal öğretim yaklaşımı kullandı.[Genel yaklaşımı yeterliydi.]

-Kavram yanılğı giderecek uygulamalar yaptı.

-Birden çok çoklu temsil kullandı.[Sözel- Diyagram, Sıralı ikililer, Sıralı İkili-Sözel-diyagram]

-Çoklu temsilleri ilişkilendirdi. [Evet]

ÖZ GEÇMİŞ

Mehmet İsa ÇİÇEK; 1981 yılında Mardin’de doğdu. İlk ve ortaöğrenimini Mardin’de tamamladıktan sonra 1999 yılında Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Lisans Programına başladı. Bu programdan 2004 yılında mezun oldu. 2004-2008 yılları arasında özel sektörde matematik öğretmeni olarak çalıştı. 2012-2016 yılları arasında Şırnak Üniversitesi Cizre Meslek Yüksek Okulunda Öğretim Görevlisi olarak çalıştı. 2015 yılında Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora çalışmalarına başladı. Şuan Gaziantep ilinde özel sektörde matematik öğretmeni olarak çalışmaktadır. Evli ve bir çocuk babasıdır.

Email: matematik1934@hotmail.com