



**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
DOĞRUSAL DENKLEMLER KONUSUNDAKİ
BİLİŞSEL MATEMATİKSEL MODELLEME
SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

İlay Zeynep KELEŞ

Yüksek Lisans Tezi

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

2024

(Her hakkı saklıdır.)

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞRUSAL DENKLEMLER
KONUSUNDAKİ BİLİŞSEL MATEMATİKSEL MODELLEME SÜREÇLERİNİN
İNCELENMESİ**

(Examining the Cognitive Mathematical Modelling Processes of Eighth Grade Students in the
Topic of Linear Equations.)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İlay Zeynep KELEŞ

Danışman: Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

Erzurum
Şubat, 2024

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

İlay Zeynep KELEŞ tarafından hazırlanan “Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Doğrusal Denklemler Konusundaki Bilişsel Matematiksel Modelleme Süreçlerinin İncelenmesi” başlıklı çalışması 09 / 02 / 2024 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı: Prof. Dr. Alper Çiltaş

Atatürk Üniversitesi

Aslı ıslak imzalıdır

Danışman: Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

Atatürk Üniversitesi

Aslı ıslak imzalıdır

Jüri Üyesi: Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK

Bayburt Üniversitesi

Aslı ıslak imzalıdır

Bu tezin Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım.

.... / / 202.

Aslı ıslak imzalıdır

Prof. Dr. Adnan KÜÇÜKOĞLU

Enstitü Müdürü

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Doğrusal Denklemler Konusundaki Bilişsel Matematiksel Modelleme Süreçlerinin İncelenmesi” başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

09/ 02 / 2024

Aslı ıslak imzalıdır

İlay Zeynep KELEŞ

☐ Tezle ilgili patent başvurusu yapılması / patent alma sürecinin devam etmesi sebebiyle Enstitü Yönetim Kurulunun / ... / tarih ve sayılı kararı ile teze erişim 2 (iki) yıl süreyle engellenmiştir.

☐ Enstitü Yönetim Kurulunun / ... / tarih ve sayılı kararı ile teze erişim 6 (altı) ay süreyle engellenmiştir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın hazırlanmasında bana değerli bilgileri ile ışık tutan, zamanını ve emeğini benden esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Abdullah KAPLAN'a, beni bilgileriyle aydınlatan Prof. Dr. Alper ÇİLTAS'a ve Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK'e teşekkürlerimi sunuyorum.

Araştırma sürecimde yardımlarını esirgemeyen okul idarecilerine, arkadaşlarıma ve öğrencilerime teşekkür ederim.

Hayat boyu destekçim anneme, babama, kardeşime ve bu süreçte her zaman yanımda olan eşime ve oğluma teşekkür ederim.

İlay Zeynep KELEŞ

ÖZ

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN DOĞRUSAL DENKLEMLER KONUSUNDAKİ BİLİŞSEL MATEMATİKSEL MODELLEME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

İlay Zeynep KELEŞ

Şubat 2024, 170 Sayfa

Amaç: Sekizinci sınıf öğrencilerine yönelik hazırlanan doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme etkinlikleriyle öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinde hangi düzeyde olduklarını ve etkinlikler ilerledikçe bu düzeylerde herhangi bir değişim olup olmadığını tespit etmek, çözüm sürecinde yaşadıkları zorlukları açığa çıkarmak amaçlanmıştır.

Yöntem: Bu çalışmada öğrenci gruplarının her birinin doğrusal denklemlere ait matematiksel modelleme etkinliklerindeki bilişsel yeterlikleri ayrı ayrı incelenmiştir; bu yeterliklerde hangi düzeylerde oldukları, yeterlik düzeylerindeki değişimi, bu yeterlikleri gerçekleştirirken yaşadıkları zorlukları bütüncül bir yaklaşımla analiz edilmiştir. Bu nedenle bu çalışmada nitel araştırma türlerinden durum çalışmasının bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim öğretim yılında Doğu Anadolu Bölgesi'nde bir devlet okulunda öğrenim gören amaçlı örneklem yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile seçilmiş 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Öğrenciler üçer kişilik üç gruba ayrılmış, etkinlikler uygulanmış, bu etkinliklerden elde edilen veriler Borromeo-Ferri'nin (2006) bilişsel döngüsünde yer alan yeterliklere göre betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiş, Tekin-Dede ve Bukova-Güzel'in (2018) modelleme yeterliklerini değerlendirme rubriği ile değerlendirilmiştir.

Bulgular: Tüm grupların ilk etkinlik haricinde problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma basamağında başarılı oldukları belirlenmiştir. Yorumlama basamağında genelde eksik yorumlama yapılsa da bu basamağı gerçekleştirdikleri görülmektedir. Etkinliklerde en başarısız oldukları basamak doğrulama basamağıdır. Özellikle öğrenciler sonuçlarının gerçek hayata uygunluğunu kontrol etmemişlerdir. Bu yeterliklerde yaşanan zorluklar matematikselleştirme basamağında sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama, matematiksel olarak çalışma basamağında ise denklem kurarken cebir ve denklem çözerken aritmetik bilgi eksikliğidir.

Sonuçlar: Tüm gruplar problemi anlama yeterliğini Düzey 4 ya da 5, sadeleştirme basamağını Düzey 4'te tamamlamışlardır. Sadeleştirme basamağı en başarılı oldukları düzeydir. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında her etkinliğe göre değişse de diğer iki basamak gibi Düzey 4 ya da 5'te bulunarak başarılı olmuşlardır. Bu basamaklarda ilk etkinlikten sonra daha başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 2'den Düzey 4 ya da 5'e çıkmışlardır. Fakat bu basamakta genelde eksik yorumlama yaptıkları için Düzey 4'te kalmışlardır. Grupların en başarısız olduğu basamak doğrulama basamağı olmuş genelde Düzey 1'de kalmışlardır. Etkinlikler ilerledikçe Düzey 3, az da olsa Düzey 7'ye kadar çıkabilmişlerdir. Bu yeterlikleri gerçekleştirirken denklem kurma ve çözmede zorluklar yaşamışlardır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Modelleme, Bilişsel Modelleme Döngüsü, Doğrusal denklemler, 8.sınıf öğrencileri

ABSTRACT

MASTER'S THESIS

EXAMINATION OF COGNITIVE MATHEMATICAL MODELING PROCESSES OF EIGHTH GRADE STUDENTS IN LINEAR EQUATIONS

İlay Zeynep KELEŞ

February 2024, 170 Pages

Purpose: The aim of this study is to determine the level of eighth grade students' mathematical modeling competencies through mathematical modeling activities related to linear equations and to identify whether there is any change in these levels as the activities progress, and to reveal the difficulties they experience in the solution process.

Method: In this study, the cognitive competencies of student groups in mathematical modeling activities related to linear equations were separately examined, the levels of these competencies, the change in competency levels, and the difficulties they experienced while performing these competencies were analyzed with a holistic approach. Therefore, in this research, the holistic multiple case design of the qualitative research types was used as the case study. The study group of the research consists of 8th grade students selected by purposive sampling method from a state school in the Eastern Anatolia Region in the 2022-2023 academic year. Students were divided into three groups of three, activities were applied, the data obtained from these activities were analyzed using descriptive analysis method according to the competencies in Borromeo-Ferri's (2006) cognitive cycle, and evaluated with the assessment rubric of Tekin-Dede and Bukova-Güzel (2018).

Findings: All groups have been found to be successful in understanding, simplifying, mathematizing, and working mathematically through the stages except for the initial activity. Although there is generally incomplete interpretation at the interpretation stage, it is observed that they perform this stage. The stage where they are least successful in activities is the verification stage. Especially, students have not checked the suitability of their results for real life. The difficulties encountered in these competencies are the inability to write a verbal expression mathematically in the mathematization stage, and the lack of algebraic and arithmetic knowledge when forming equations and solving equations in the mathematical working stage.

Results: All groups completed the problem understanding competency at Level 4 or 5, and the simplification step at Level 4. The simplification step is the most successful level. Although the mathematization and mathematical working steps vary according to each activity, they have been successful at Level 4 or 5 like the other two steps. They achieved more successful results in these steps after the first activity. In the interpretation step, they have increased from Level 2 to Level 4 or 5. However, they remained at Level 4 mainly because of incomplete interpretation in this step. The most unsuccessful step for groups is the verification step, and they generally remained at Level 1. As the activities progressed, they were able to reach Level 3, and to some extent Level 7. They experienced difficulties in forming and solving equations while performing these competencies.

Keywords: Mathematical Modeling, Cognitive Modeling Cycle, Linear Equations, Eighth Grade Students

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY TUTANAĞI.....	i
ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI.....	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZ.....	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLolar DİZİNİ.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ	xiii
BİRİNCİ BÖLÜM.....	1
Giriş	1
Problem Durumu.....	1
Problem Cümlesi.....	3
Alt Problemler.....	3
Araştırmanın Amacı	4
Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi	4
Araştırmanın Sınırlılıkları	5
Varsayımlar	5
Terim ve Tanımlar.....	6
İKİNCİ BÖLÜM	7
Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar.....	7
Model ve Modelleme	7
Matematiksel Model ve Modelleme.....	7
Matematiksel Modelleme Perspektifleri	7
Matematiksel Modelleme Süreci.....	8
Bilişsel Modelleme Perspektifi	10
Borromeo-Ferri'ye Göre Bilişsel Modelleme Süreci	11
Matematiksel Modelleme Problemleri (Etkinlikleri)	12
Matematiksel Modelleme Yeterlikleri ve Matematiksel Modelleme Becerileri.....	13
Kuramsal Çerçeve ile İlgili Araştırmalar	14

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM.....	18
Yöntem	18
Araştırma Deseni.....	18
Çalışma Grubu	18
Veri Toplama Araçları	20
Gözlem Notları.....	20
Görüşme	21
Ses Kayıtlarının Yazılı Dökümü	21
Matematiksel Modelleme Problemleri (Etkinlikleri)	22
Öğrenci Çözüm Kağıtları	23
Süreç.....	25
Isındırma (Alıştırma) Etkinliklerinin Uygulanması	25
Asıl Uygulama Süreci	27
Araştırmacı Rolü	28
Verilerin Analizi.....	28
Geçerlik ve Güvenirlik.....	29
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	32
Bulgular	32
Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular.....	32
Etkinlik-1’den Elde Edilen Bulgular.....	32
Etkinlik-2’den Elde Edilen Bulgular.....	46
Etkinlik-3’ten Elde Edilen Bulgular.....	58
Etkinlik-4’ten Elde Edilen Bulgular.....	71
Etkinlik-5’ten Elde Edilen Bulgular.....	90
Etkinlik-6’dan Elde Edilen Bulgular.....	106
İkinci Alt Probleme Ait Bulgular	120
Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular	134
BEŞİNCİ BÖLÜM	137
Tartışma ve Sonuç	137
Birinci Alt Probleme İlişkin Tartışma ve Yorumlar	137
İkinci Alt Probleme İlişkin Tartışma ve Yorumlar	140
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Tartışma ve Yorumlar	141
Öneriler.....	144
Eğitimcilere Yönelik Öneriler.....	144
Araştırmacılara Yönelik Öneriler.....	144

KAYNAKÇA	146
EKLER	151
EK-1. Araştırma İzni	151
EK-2. Modelleme Becerilerini Değerlendirme Rubriği.....	152
ÖZ GEÇMİŞ.....	154



TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. <i>Farklı Modelleme Yaklaşımlarına Göre Matematiksel Modelleme Özellikleri</i> (Bukova-Güzel vd., 2021).....	13
Tablo 2. <i>Çalışmaya Katılan Öğrencilere Ait Bilgiler</i>	20
Tablo 3. <i>Gruplar ve Grup Katılımcılarının Matematik Dersindeki Akademik Durumları</i>	20
Tablo 4. <i>Araştırmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Etkinlikleri</i>	23
Tablo 5. <i>Doğrusal Denklemler Modelleme Etkinliklerinin Uygulama Zamanı ve Süresi</i>	27
Tablo 6. <i>Öğrencilerin Karşılaştığı Zorluklar ve Bilişsel Süreçlerle İlişkisi</i>	121

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Modelleme Sürecinin Yapısı (Müller & Wittmann, 1984)	8
Şekil 2. Matematiksel Modelleme (Berry & Houston, 1995).....	9
Şekil 3. Modelleme Süreci (Doerr, 1997)	9
Şekil 4. Matematiksel Modelleme Sürecinin Akış Diyagramı (Voskoglou, 2006)	10
Şekil 5. Matematiksel Modelleme Süreci (Stilman & Diğerleri, 2007)	10
Şekil 6. Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006)	12
Şekil 7. “Ayak İzi Problemi” Adlı Etkinliğin Çözüm Süreciyle İlgili Alınan Araştırmacı Notu	21
Şekil 8. Şah- Mat Grubunun “Antik Çağ Kalıntıları” Etkinliğine Ait Çözüm Kağıtları.....	24
Şekil 9. Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Yapıldığı Derslerdeki Sınıf Oturma Düzeni	27
Şekil 10. Şah-Mat Grubunun Özel Yemdeki Protein ve Lif Miktarını Bulması	35
Şekil 11. Şah-Mat Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Kurduğu Denklemleri Doğru Çözümü.....	36
Şekil 12. Şah-Mat Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Fiyatlarının Toplamını Hesaplaması	37
Şekil 13. Şah-Mat Grubunun Çiftlik Sahibine Yazdığı Mektup	38
Şekil 14. Kamikaze Grubunun Özel Yemdeki Protein ve Lif Miktarını Bulması	39
Şekil 15. Kamikaze Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Fiyatlarının Toplamını Hesaplaması	40
Şekil 16. Kamikaze Grubunun Çiftlik Sahibine Yazdığı Mektup	41
Şekil 17. 1 Pink 2 Blue Grubunun Özel Yemdeki Protein ve Lif Miktarını Bulması	42
Şekil 18. 1 Pink 2 Blue Grubunun Birinci Seçenek İçin Kurduğu Denklemi Ortak Çözümü ..	43
Şekil 19. 1 Pink 2 Blue Grubunun İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Miktarlarını Bulması.....	44
Şekil 20. 1 Pink 2 Blue Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Fiyatlarının Toplamını Bulması.....	44
Şekil 21. 1 Pink 2 Blue Grubunun Çiftlik Sahibine Yazdığı Mektup.....	45
Şekil 22. Şah- Mat Grubunun Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi	49
Şekil 23. Şah-Mat Grubuna Göre Sınıf Arkadaşlarının Konumları	50
Şekil 24. Kamikaze Grubunun Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi	51

Şekil 25. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi</i>	53
Şekil 26. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun İki Farklı Orijine Göre Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi ve Arkadaşlarının Konumunu Belirlemesi</i>	54
Şekil 27. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 2'yi Tahtada Sunumu.....</i>	55
Şekil 28. <i>Kamikaze grubundan K2'nin Bir Sınıf ve Koordinat Sistemi Çizimi.....</i>	56
Şekil 29. <i>Şah-Mat Grubunun Pazu Kemiği ile Boy Uzunluğu Arasındaki İlişkiden Yararlanarak Denklemi Kurması.....</i>	62
Şekil 30. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 3'e ait 2,3 ve 4. Soruları Çözümü.....</i>	62
Şekil 31. <i>Kamikaze Grubunun Uygun Kemiği Bulması Hakkındaki Açıklaması</i>	64
Şekil 32. <i>Kamikaze Grubunun Kurduğu Denklemdaki Hatalarını Düzeltmesi.....</i>	65
Şekil 33. <i>Kamikaze Grubunun Denkleme Ait Grafik Çizimi ve 3.Soruda İstenen Dört İskeletin Boylarını Bulması</i>	65
Şekil 34. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 3'e Ait 4.Soruya Yorumu</i>	67
Şekil 35. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'ait 1.ve 2. Soruları Çözümü.....</i>	68
Şekil 36. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'e Ait 3.Soruyu Çözümü</i>	69
Şekil 37. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'e Ait 4.Soruya Yorumu</i>	70
Şekil 38. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1.Soruyu Çözümü.....</i>	74
Şekil 39. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1.Sorunun Grafiklerini Çizimi</i>	74
Şekil 40. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2.Soruyu Çözümü.....</i>	75
Şekil 41. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2.Sorunun Grafiklerini Çizimi</i>	75
Şekil 42. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 3.Soruyu Çözümü.....</i>	76
Şekil 43. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 4.Soruyu Çözümü.....</i>	77
Şekil 44. <i>Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 5.Soruyu Çözümü.....</i>	77
Şekil 45. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1. Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi.....</i>	79
Şekil 46. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2. Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi.....</i>	80
Şekil 47. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 3.Soruyu Çözümü.....</i>	81
Şekil 48. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 4. Soruyu Çözümü.....</i>	82
Şekil 49. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 5.Soruyu Çözümü.....</i>	82
Şekil 50. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1.Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi</i>	84
Şekil 51. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2.Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi</i>	86
Şekil 52. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 3.Soruyu Çözümü.....</i>	86
Şekil 53. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 4.Soruyu Çözümü.....</i>	87
Şekil 54. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 5.Soruyu Çözümü.....</i>	88
Şekil 55. <i>Şah-Mat Grubunun Bir Ayağın Eni ve Boyunu Toplayarak Numarasını Bulma Çalışması.....</i>	93

Şekil 56. <i>Şah-Mat Grubunun Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Üzerinde Çalışması</i>	94
Şekil 57. <i>Şah-Mat grubunun Etkinlik 5'e ait oluşturduğu afiş</i>	95
Şekil 58. <i>Kamikaze Grubunun Kadınlar İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Çalışması</i>	98
Şekil 59. <i>Kamikaze Grubunun Erkekler İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Çalışması</i>	98
Şekil 60. <i>Kamikaze Grubunun Etkinlik 5'e Ait Afiş Çalışması</i>	99
Şekil 61. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Erkekler İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğu Bulmak İçin Kurduğu Denklemler Üzerinde Çalışması</i>	102
Şekil 62. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Kadınlar İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Üzerinde Çalışması</i>	103
Şekil 63. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 5'e Ait Afiş Çalışması</i>	104
Şekil 64. <i>Kamikaze Grubundan K2'nin Etkinlik 5'i Tahtada Çözümü</i>	105
Şekil 65. <i>1 Pink 2 Blue Grubundan B1'in Etkinlik 5'e Ait Denklemin Grafiğini Örnek Çizimi</i>	105
Şekil 66. <i>Şah-Mat Grubunun Zemin ve 1.Kat Arasındaki Merdivenin Eğimini Bularak Yorumlaması</i>	109
Şekil 67. <i>Rampadaki Küçük Asfalt Çıkıntısı</i>	109
Şekil 68. <i>Şah-Mat Grubunun Bahçe ve Zemin Kat Arasındaki Merdivenin Dikey ve Yatay Uzunluğunu Ölçmesi</i>	110
Şekil 69. <i>Şah-Mat Grubunun Bahçedeki Rampanın Eğimini Hesaplaması ve Yorumlaması</i>	111
Şekil 70. <i>Şah-Mat Grubunun Anaokuluna Ait Rampanın Eğimini Hesaplaması</i>	111
Şekil 71. <i>Şah-Mat Grubunun İlkokula Ait Rampanın Dikey ve Yatay Uzunluğunu Ölçme Çalışması</i>	112
Şekil 72. <i>Kamikaze Grubunun Zemin ve 1. Kat Arasındaki Merdivenin Basamaklarının Dikey ve Yatay Uzunluklarını Ölçme Çalışması</i>	114
Şekil 73. <i>Kamikaze Grubunun Zemin ve 1.Kat Arasındaki Merdivenin Eğimini Hesaplaması</i>	115
Şekil 74. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Bahçe ve Zemin Arasındaki Rampanın Eğimini Hesaplaması ve Eğim Hakkındaki Yorumu</i>	118
Şekil 75. <i>Tüm Grupların, Ortaokula Ait Bahçe ve Zemin Kat Arasındaki Rampanın Eğimini Hesaplama Çalışmaları</i>	119
Şekil 76. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'e Ait Pazu Kemiği ile Boy Uzunluğu Arasındaki İlişkinin Denklemini Bulma Çalışması</i>	129

Şekil 77. <i>Şah-Mat Grubunun 1.Seçenek İçin Kurduğu Denklemi Çözerken Ş2'nin Yaptığı</i>	
<i>Hatalar</i>	131
Şekil 78. <i>1 Pink 2 Blue Grubunun Birinci Seçenek İçin Kurduğu Denklemın Çözümünde</i>	
<i>Yaptığı Hatalar</i>	132



KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

LGS	: Liselere Geçiş Sistemi
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimler Araştırması)



BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, problem cümlesi, alt problemleri, amacı, önemi ve gerekçesi, sayıtları (varsayımlar), sınırlılıkları, tanımları ve kısaltmalarına yer verilmiştir.

Problem Durumu

Yaşamımızın her alanında bulunması, hayatı anlamlandırmak için kullanılması ve günlük hayatla ilişkili olmasına rağmen öğrencilerimiz matematiğe karşı negatif tutuma sahiptir. Bunun nedenleri; okullarımızın matematiği öğrenmeye karşı motive etmede başarısız olması, kavramsal öğrenmenin sınıflarda bir türlü gerçekleşmemesi ve okul matematik bilgisinin günlük hayatla ilişkilendirilmeden verilmesidir (Çepni vd., 2019; Bukova-Güzel vd., 2016).

Geleneksel yöntemler ile problem çözmenin öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirmede yetersiz kalması sebebiyle öğrencilerin gerçek hayatta kullanabilecekleri matematiksel bilgi ve matematiksel düşünme becerisine sahip olabilmelerini sağlamak için matematik eğitiminde değişikliklere gidilmiştir (Kertil, 2008). Çünkü günümüzde bireylerin ihtiyaç duyacakları problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, iletişim kurma gibi temel matematiksel beceriler geleneksel yöntemlerle geliştirilemez (MEB, 2005).

Ortaöğretim matematik eğitiminde problem çözen, öğrendiklerini farklı disiplinlerde kullanan, modelleme yapan, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendiren, genelleme yapan ve analitik düşünen insanlara ihtiyaç duyulmakta bunun için öğrencilere matematiksel ilişkileri keşfedebildiği, matematiksel kavramları farklı kavramlarla ilişkilendirebildiği, matematiksel becerileri oluşturduğu ve geliştirdiği ortamlar sunulmalı bunun yanında matematiksel akıl yürütmenin gelişiminde kullanılan matematiksel modelleme etkinlikleri aracılığıyla modelleme yapabilmelerini sağlayacak öğrenme ortamı tercih edilmelidir (MEB, 2013; Bukova-Güzel vd., 2021).

Matematiksel modelleme günlük yaşam ile matematik arasında bağ kurar ve günlük yaşam problemlerini matematik kullanarak çözmeyi sağlar (Çoksöyler, 2020). Matematiksel modelleme ile ilgili araştırmalara baktığımızda matematiksel modelleme etkinliklerinin, günümüz dünyasının gereksinimlerini karşılayan yapılar olduğu anlaşılmaktadır (Bakırcı, 2016). Bu nedenle matematiksel modelleme gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerde öğretimin

temel bileşenlerinden biri haline gelmiştir (Bukova-Güzel vd., 2021). Danimarka’da 1988’den bu yana programın üç önemli ögesinden biri, Almanya’da matematik öğretimi için altı zorunlu yeterlikten biridir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009).

Matematiksel modelleme; öğrencilerin dünyayı anlamalarını ve toplumsal gelişmelere ve değişmelere dahil olmalarını sağlamaktadır, matematiği öğrenciler için daha anlamlı hale getirmektedir, problem çözmeye teşvik etmektedir; öğrencilerin iş yaşamlarında modelleme yapabilen, verileri sayısallaştırabilen, düzenleyebilen, oluşturabilen, açıklayabilen, tahmin edebilen ve sunabilen bireyler olarak yetiştirmektedir, disiplinler arası yaklaşımlarla matematiğin diğer disiplinlerle işbirliği içinde kullanımını ve matematik öğretmenlerinin de diğer disiplinlerdeki öğretmenlerle işbirliği içinde olmalarını sağlamaktadır (Bukova-Güzel vd., 2021).

Türkiye’de de 2005 yılından itibaren Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nda matematiksel modellemenin yer aldığı görülmektedir. 2012 yılından itibaren ise seçmeli bir ders olarak matematik uygulamaları dersi modelleme uygulamalarının gerçekleştiği bir ders olarak müfredatta yer almıştır. Bu gelişmelerin kaçınılmaz bir sonucu olarak LGS’de öğrencinin okuduğunu anlama, yorumlama, sonuç çıkarma, problem çözme, analiz yapma, eleştirel düşünme, bilimsel süreç becerileri ve benzeri becerilerini ölçecek (MEB, 2018) nitelikte problemler sorulmaya başlanmıştır. Fakat eski eğitim öğretim alışkanlığı olan işlemsel öğrenme devam etmekte ve bilgilerin günlük hayatla bağlantısı kurulamamaktadır (Çepni vd., 2019). Bunun bir sonucu olarak öğrencilerin derste öğrendikleri bilgileri günlük hayatta kullanabilme becerilerini ölçen LGS’de öğrencilerin ham puan ortalaması en düşük olan dersin matematik olduğu gösterilebilmektedir (MEB, 2018). Matematik alanındaki başarısızlık sadece LGS’de değil uluslararası sınavlar olan PISA ve TIMSS sınavlarında da görülmektedir.

Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) Türkiye’nin 2018 yılında matematik alanındaki sıralamasını 79 ülke arasından 454 puanla 42. olarak açıklamıştır (Zihar, 2018). 2018 yılında PISA uygulaması zorunlu eğitimini tamamlamamış öğrencilerin müfredattaki bilgileri hatırlama düzeylerini değil günlük hayattaki olaylarla ne kadar ilişkilendirebildiğini ölçmektedir (Çepni vd., 2019). 81 ülkenin ve ekonominin katıldığı PISA 2022 raporunda ise Türkiye 453 puanla 39. Sırada yer almıştır. PISA 2022 uygulaması sonuçlarına bakıldığında Türkiye’nin ortalama puanında anlamlı bir değişim olmamıştır (MEB, 2024). Bu sonuç matematik alanında ilerleme kaydedilmediğini göstermektedir. Bu başarısızlıktan çıkarılacak sonuçlardan biri: Öğrencilerimiz konuyu bilmekte ve işlemsel düzeyde olan soruları çözmekte fakat bilgiyi kullanma, yorumlama ve analiz etme konusunda büyük sorun yaşamaktadır (Zihar, 2018). Bunun önüne geçilebilmesi için derslerde

matematiksel modellemeye yer verilmeli, matematik dersi soyut ve hayattan kopuk değil günlük hayatla ilişkilendirilerek işlenen bir ders olarak öğretilmelidir.

Matematik alanındaki başarsızlık matematiğin cebir öğrenme alanında da kendini göstermektedir. 7. sınıf öğrencileriyle yapılan bir çalışmada 26 soruluk cebir testi yapılmış ve doğru cevap ortalaması 2,1 çıkmış olup bu oldukça düşük bir ortalamadır. (Ersoy & Erbaş, 1998; Akt., Argün & Dede, 2003). Başka bir çalışmada ise cebir öğrenme alanında denklem kurma ve çözmedeki başarsızlığı, bunların sebepleri araştırılmış; öğrencilerin cebir öğrenmede zorlandıklarını ve bu zorlukların giderilmesi gerektiğini ifade edilmiştir (Ersoy & Erbaş 2002; Akt., Argün & Dede, 2003). 8. sınıfta cebir öğrenme alanına geniş yer verilmektedir. Bu seviyede cebirsel ifadeler ve zdeşlikler, doğrusal denklemler ve eşitsizlikler konuları işlenmektedir. Doğrusal denklemler konusunda iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin incelenmesi ve denklem çözümleri yer almaktadır (MEB, 2018). Cebir kavramı ile ilgili kazanımlar, günlük hayat ile ilişkili olması nedeniyle matematiksel modelleme yöntemi cebir öğrenme alanı için önemli bir yöntemdir (Cinislioğlu, 2017).

Problem Cümlesi

8. sınıf öğrencileri sekizinci sınıf öğrencilerine yönelik hazırlanan doğrusal denklemler ile ilgili matematiksel modelleme etkinliklerini çözerken Borromeo-Ferri'nin (2006) döngüsünde yer alan bilişsel yeterliklerde hangi düzeylerde bulunmaktadır?

Alt Problemler

Bu araştırma, araştırma problemine ait üç alt probleme cevap aramaktadır. Bu problemler;

- 1) 8. sınıf ğrencilerinin 8. sınıf doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme etkinliklerini çözerken ortaya koydukları bilişsel modelleme yeterliklerinde ulaştıkları düzeyler nelerdir?
- 2) 8. sınıf ğrencilerinin 8. sınıf doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme etkinliklerini çözerken yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların sebepleri nelerdir?
- 3) 8. sınıf öğrencileri 8. sınıf doğrusal denklemlere ait matematiksel modelleme problemlerini çözerken bilişsel yeterliklerinde ulaştıkları düzeylerde nasıl bir değişim göstermiştir?

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada 8.sınıf matematik öğretim programında yer alan doğrusal denklemler konusunun altı kazanımıyla ilgili hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin ulaştıkları bilişsel yeterliklerin ve bunların düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bilişsel modelleme yeterlikleri olarak Borromeo-Ferri'nin (2006) döngüsünde yer alan problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamakları belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda 8.sınıf öğrencilerinin, matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm süreçleri incelenecektir. Etkinliklerin çözümünde matematiksel modelleme yeterliklerinin düzeylerini belirlemek için Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2018) modelleme yeterlikleri değerlendirme rubriği kullanılmıştır. Aydın-Güç'e (2015) göre modelleme sürecinde öğrencilerin yetersiz kaldığı bilişsel modelleme basamaklarında alt yeterliklerin hangisi olduğunu, hangilerinde eksiklerinin olduğunu bilmek gerekmektedir ve matematiksel modelleme düzeylerinin belirlenmesi önemlidir (Erdem, 2021).

Araştırmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerine yönelik hazırlanan doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme etkinlikleriyle öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinde hangi düzeyde olduklarını ve etkinlikler ilerledikçe bu düzeylerde herhangi bir değişim olup olmadığını tespit etmek, çözüm sürecindeki yaşadıkları zorlukları açığa çıkarmaktır.

Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Matematiksel modelleme süreci ile ilgili alan yazından modelleme problemleri kullanılarak ya da öğretim programında yer alan birçok konuya ait modelleme problemleri ile ilgili çalışmalar yapılmıştır. Fakat doğrusal denklemler konusu ile ilgili çalışmalara baktığımızda nicel bir araştırma yapılmasına rağmen nitel bir araştırma yapılmamıştır.

Doğrusal denklemler konusu öğrenciler açısından soyut ve anlaması zor bir konudur. Bu nedenle bu çalışma doğrusal denklem konusu ile ilgili hazırlanan etkinlikler ile öğrencilerin ulaştıkları matematiksel modelleme basamaklarının araştırılması, model oluşturma sürecinde karşılaştıkları zorlukların belirlenmesi açısından önemlidir.

Bu çalışmada hem matematiksel modelleme süreci hem de doğrusal denklemler konusunda yaşanan zorluklar derinlemesine incelenmiş olacaktır. Böylece ileride matematiksel modelleme çalışması yapan araştırmacılara ve ortaokul matematik öğretmenlerine bir kaynak olacaktır. Doğrusal denklemler konusu ortaöğretimde işlenecek olan fonksiyonlar konusunun

temeli olduğu için fonksiyon konusundaki başarısızlığın nedenlerini görmek açısından lise matematik öğretmenlerine de yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki bilişsel süreçlerini yani ortaya çıkan bilişsel imgelerini ve yapılarını ortaya çıkarması beklenmektedir. Ortaya çıkan bu yapılar matematiksel modelleme problemlerinin daha etkili nasıl kullanılacağı hakkında araştırmacılara ve matematik öğretmenlerine bilgi verecektir (Bukova-Güzel vd., 2021).

Araştırmanın,  ğrencilerin bilişsel süreçlerine katkı sağlaması ve öğrencilerin cebir alt öğrenme alanına ait doğrusal denklemler konusu ile ilgili matematiksel modelleme problemlerinin özelliklerine göre hangi bilişsel basamağa kadar ilerleyebildiklerini göstermesi ayrıca cebir kavramı ile ilgili kazanımların günlük hayat ile ilişkisinin önemli olması açısından (Cinislioğlu, 2017) cebir öğrenme alanında modellemeye yönelik çalışmalar yapan araştırmacılara yardımcı olması beklenmektedir.

Bu alışma bilişsel modelleme perspektifine örnek bir çalışma oluşturması bakımından literatüre katkı sağlayacaktır.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma;

1.2022-2023 eğitim  ğretim yılı, 8.sınıf öğrencileri ve cebir öğrenme alanı doğrusal denklemler konusu ile sınırlıdır.

2. Veri toplama araçları; doğrusal denklemler konusuna ait modelleme etkinlikleri ,  ğrenci çözüm kağıtları, ses kayıtları ve bunların yazılı halleri, görüşmeler, araştırmacının tuttuğu gözlem notları ile sınırlıdır.

Varsayımlar

Grup halinde yapılan bu araştırmada gruplardaki her öğrencinin aktif katılacağı, kendi bilgi, beceri ve düşüncelerini yansıtacakları ve sürecin iş birliği halinde yürütüleceği ayrıca araştırmacının çalışma sırasında öğrencilere yeteri kadar rehberlik edeceği varsayılmıştır.

Öğrencilerin etkinliklerde iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi ifade eden grafikleri çizerken birimler arasında ölçü birimi kullanmasalar da grafiklerini doğru çizdikleri varsayılmıştır.

Terim ve Tanımlar

Bilişsel Modelleme: Bireylerin bilişsel davranışlarını anlamak ve açıklamak için derinlemesine araştırma yapan bir yöntemdir.

Durumun Zihinsel Temsili: Öğrencinin modelleme problemini okuduğunda zihninde canlanan yapılardır (Borromeo-Ferri, 2018).

Model: Bir süreç sonunda oluşturulmuş üründür (Kertil, 2008).

Modelleme: Bir problem durumunun modelini oluşturma sürecidir (Kertil, 2008).

Matematiksel modelleme: Gerçek hayat ile matematiksel hayat arasında kurulan bağlantıdır (Borromeo-Ferri, 2018).

Matematiksel modelleme etkinliği: Çözümünde matematiksel bilgi ve kavramların kullanıldığı açık uçlu gerçek yaşam problemleridir (Berry, 2002).

İKİNCİ BÖLÜM

Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar

Model ve Modelleme

Model ve modelleme arasındaki ilişki ürün ve süreç arasındaki ilişki gibidir (Bakırcı, 2016). Model, bir durumun bir sonucu olarak ortaya çıkan ürün, araç veya materyal, modelleme sürecinin fiziksel, sembolik veya soyut bir sunumudur (İnan, 2018). Modelleme ise bir durumun fiziksel, sembolik ya da soyut modelini oluşturma sürecidir (Bukova-Güzel vd., 2021).

Matematiksel Model ve Modelleme

Matematiksel model; günlük yaşamdaki bir problem durumunu açık ve anlaşılır bir şekilde göstermek için zihinde kurularak oluşturulan değişken, grafik, tablo, şema gibi matematiksel formlardır (Blum & Niss, 1991).

Matematiksel modelleme; modelleme kavramının alt kavramlarından biri olup matematiksel sembollerin, kavramların, becerilerin kullanıldığı ve gerçek yaşam ile matematiğin ilişkilendirildiği bir süreçtir (Bukova-Güzel vd.,2021).

Matematiksel modelleme, matematiksel olmayan gerçek bir hayat durumunun matematiksel hale getirilmesi (matematiksel model) daha sonra matematiksel işlemler yaparak bir sonuca ulaşılması, son olarak elde edilen sonucun tekrar gerçek bir hayat durumuna çevrilmesidir (Çoksöyler, 2020).

Matematiksel Modelleme Perspektifleri

Matematiksel modelleme perspektifleri eğitim araştırmalarında matematiksel modelleme kavramının kuramsal bir temele oturtulmasını sağlar ve aşağıdaki gibi sınıflandırılır (Bukova-Güzel vd., 2021).

Gerçekçi/Uygulamalı Modelleme: Gerçek yaşam problemlerine karşı deneyim sahibi olan bireyler yetiştirilmesi ve bu problemlerin üstesinden gelmek için modelleme yeterliklerinin geliştirilmesini önemser.

Bağlamsal Modelleme: Matematiksel kavramların günlük yaşam ile ilişkisinden yararlanıp öğrencilerin kavramsal öğrenmesini amaçlar.

Eğitimsel Modelleme: Matematiksel modelleme ile uygun öğrenme ortamlarının ve süreçlerinin oluşturulması, geliştirilmesi ve kavramların tanıtılması, geliştirilmesini amaçlar.

Sosyo-Eleştirel Modelleme: Gerçek yaşam durumundaki kurallar ve kabullere ilişkin öğrencilerin eleştirel ve yansıtıcı söylemlerinin ortaya çıkarıldığı çalışmaları benimser.

Epistemolojik/Teorik Modelleme: Matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde matematiksel kavramların ortaya çıkarılmasını önemser.

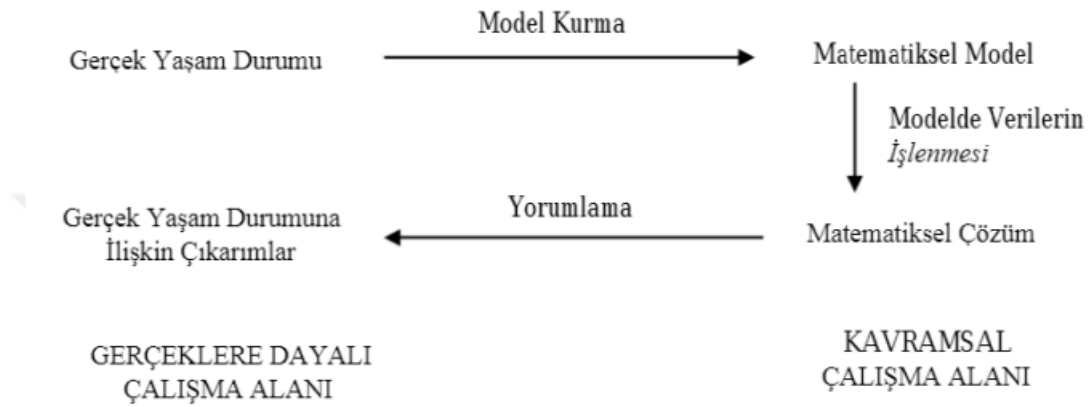
Bilişsel Modelleme: Modelleme sürecindeki bilişsel süreçleri inceler bunun sonucunda ortaya çıkan bilişsel imgeleri ve yapıları odağına alır.

Bilişsel modelleme süreci, öğrencilerin bilişsel süreçlerini inceler böylece öğretmenlerin öğrencilerinin hangi bilişsel süreçte zorlandıklarını anlayarak çözümler üretmesine imkân sağlar (Çoksöyler & Bozkurt, 2021).

Matematiksel Modelleme Süreci

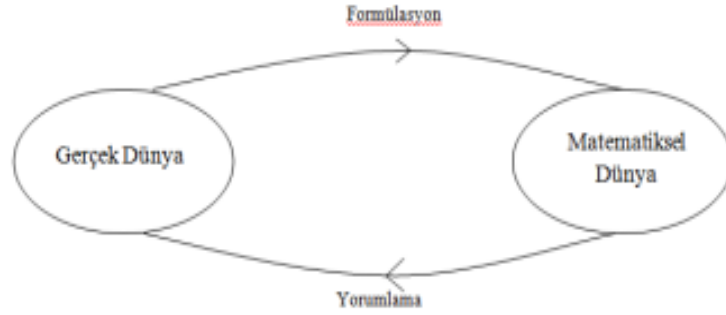
Müller ve Wittmann (1984) modelleme sürecini; model kurma, modeldeki verileri işleme, yorumlama şeklinde basamaklarla göstermiştir. Basamaklardan, bileşenlerden ve aralarındaki döngüsellikten bahsettikleri için sonraki çalışmalara örnek bir süreç çalışması olmuştur (Akt., Bukova-Güzel vd., 2021).

Şekil 1. Modelleme Sürecinin Yapısı (Müller & Wittmann, 1984)



Berry ve Houston'a (1995) göre, matematiksel modelleme gerçek yaşam problemlerini çözmek için kullanılan bir süreçtir. Öncelikle matematiksel model; denklem, grafik, eşitsizlik ve varsayımlarla oluşturulur daha sonra denklemlerle çözüm yapılır. Son olarak modelin gerçek yaşama uyumluluğu test edilir ve sonuçlar yorumlanır.

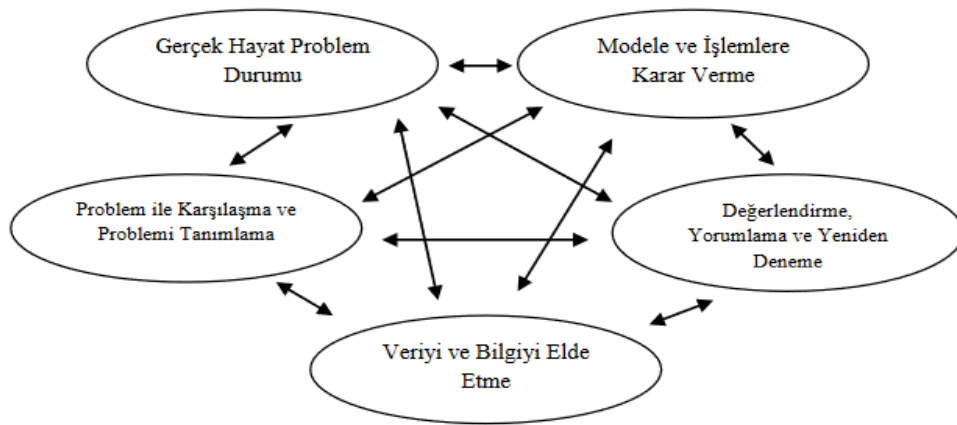
Şekil 2. Matematiksel Modelleme (Berry & Houston, 1995)



Berry ve Davies (1996) modelleme sürecinin yedi temel basamaktan oluştuğunu söylemektedir. Bu basamaklar: Gerçek hayat probleminin belirlenmesi, durumu açıklayan matematiksel model geliştirilmesi, problemin matematiksel çözülmesi, çözümün yorumlanması, doğru olup olmadığının değerlendirilmesi, çözümlerin doğruluğu hakkında şüphe duyuluyorsa modelin yenilenmesi, doğruluğu gerçek yaşam durumuyla birlikte ele alındığında bir sorun çıkmıyorsa çözümün raporlaştırılmasıdır. 1 ve 7. basamak aslında süreç değil bir durumdur. Diğer basamaklar süreci ifade ettikleri için temel basamak olarak ele alınmıştır (Akt., Hıdıroğlu & Bukova-Güzel, 2013).

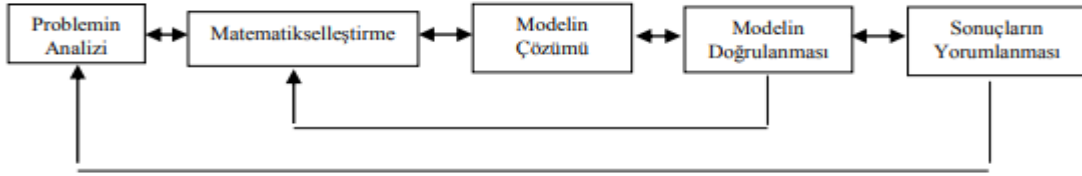
Doerr (1997) matematiksel modelleme sürecinde basamaklar arasında döngüsellik olduğunu, basamakların belli bir sırada ilerlemediğini ve bu basamakların birbiriyle sıkı bir ilişki içinde olduğunu söylemektedir (Akt., Bukova-Güzel vd., 2021).

Şekil 3. Modelleme Süreci (Doerr, 1997)



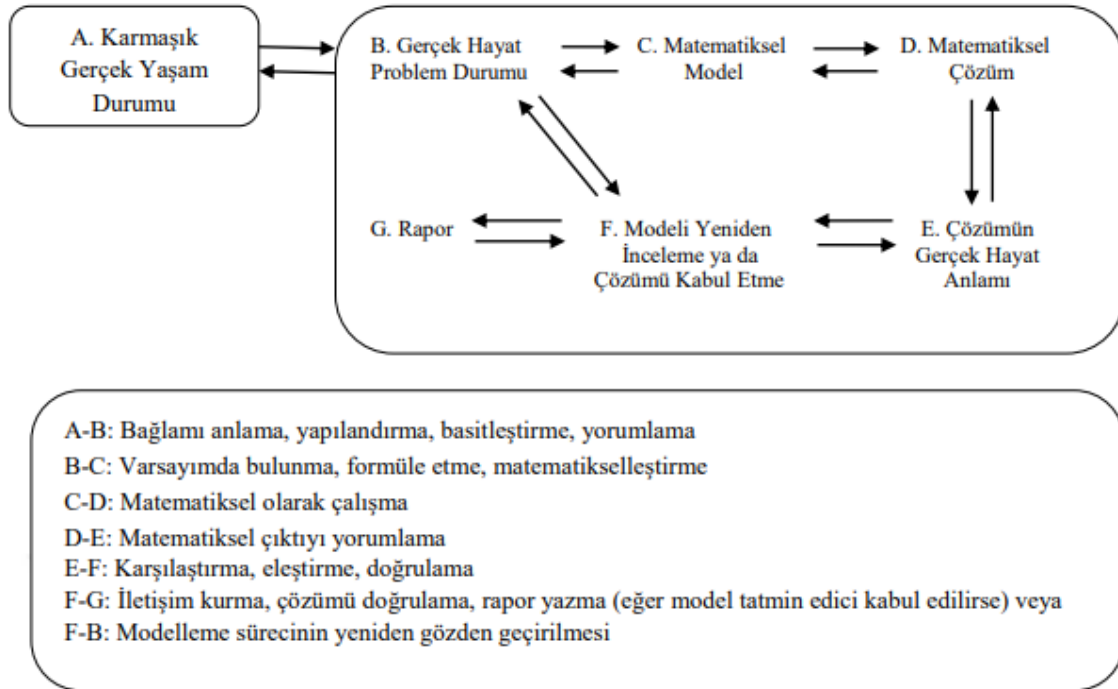
Bir diğer süreç çalışmasında Voskoglou (2006), basamaklar arasında geçişler olduğunu ifade etmektedir. Sürece bakıldığında problem anlamlandırılır, matematiksel formüle edilir, matematiksel işlemlerle çözülür, gerçek yaşam durumlarıyla karşılaştırılarak doğrulanır ya da yeni modeller üretilir.

Şekil 4. Matematiksel Modelleme Sürecinin Akış Diyagramı (Voskoglou, 2006)



Stilman ve diğerleri (2007) yedi farklı aşama ve bu aşamalar arasında gerçekleşen geçişlerden oluşan bir modelleme döngüsü oluşturmuşlardır. Bu model, modelleme döngüsünün yönünü belirten okların yanı sıra bunlara ters yönde olan oklardan oluşur ve birbirine ters yönde olan oklar, modelleme sürecinde düşünmenin doğrusal ve tek yönlü olmadığını hem ileriye hem geriye bakılabildiği için üst bilişsel aktivitenin varlığını da göstermektedir (Akt., Özdemir & Şahal, 2021).

Şekil 5. Matematiksel Modelleme Süreci (Stilman & Diğerleri, 2007)



Bilişsel Modelleme Perspektifi

Blum ve Leiß (2005) diğer matematiksel modelleme süreçlerinden farklı olarak durum modeli basamağına odaklanmıştır (Zihar, 2018). Bu döngünün en önemli basamağı olan durum modeli basamağında birey gerçek durumu okuyup anlar ve bu süreçte bir durum modeli oluşturur daha sonra durum modelini basitleştirerek gerçek modele, gerçek modeli de matematiksel modele çevirir; bu modeli denklem, grafik gibi kavram ve araçlarla çözer, matematiksel sonuç bulur ve gerçek yaşamdaki uygulamasına dönüştürerek yorumlar ve süreç

tamamlanır. Sonuçların doğruluklarının kontrolü ve matematiksel sonucun gerçek dünyaya uygulanabilirliği önemlidir.

Borromeo-Ferri'nin (2006) matematiksel modelleme sürecini açıklayan çalışmasında ortaya çıkardığı döngü Blum ve Leiß'in (2005) modelleme döngüsüyle benzerlik göstermektedir sadece durum modeli yerine durumun zihinsel gösterimi ifadesini kullanmıştır (Hıdıroğlu & Bukova-Güzel, 2013). Modelleme döngüsünü bilişsel bir bakış ile yeniden yapılandırmış ve “Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü” olarak adlandırmıştır (Bukova-Güzel vd., 2021)

Borromeo-Ferri'nin (2006) bilişsel döngüsünde gerçek yaşam durumları öğrenciler tarafından anlamlandırılır ve burada zihinsel gösterimler ortaya çıkar, bu zihinsel gösterimlerden gerçek modele geçilirken gerçek durum sadeleştirilir. Burada öğrenci çözüm için gerekli olanları yapılandırarak çözüm aşamasına hazırlık yapar, öğrencinin bu sözlü yapıları matematikselleştirme basamağı ile matematiksel modele dönüşür ve bu modellerin çözümü yapılarak matematiksel sonuç ortaya çıkar. Yorumlama basamağında matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlara ulaşılır, doğrulama basamağında oluşturulan modellerin gerçek yaşam bağlamında ve kendi içinde doğrulaması yapılır.

Blum ve Borromeo-Ferri (2009) modelleme döngüsünü, matematik ve matematiğin dışındaki gerçek dünya arasında gerçek bir durumdan yola çıkan ve bu durumun modellenmesi, sonuçların yorumlanması, değerlendirilmesi ve açıklanması ile biten bir döngü olarak ifade etmişlerdir (Akt., Çelikkol, 2016).

Borromeo-Ferri'ye Göre Bilişsel Modelleme Süreci

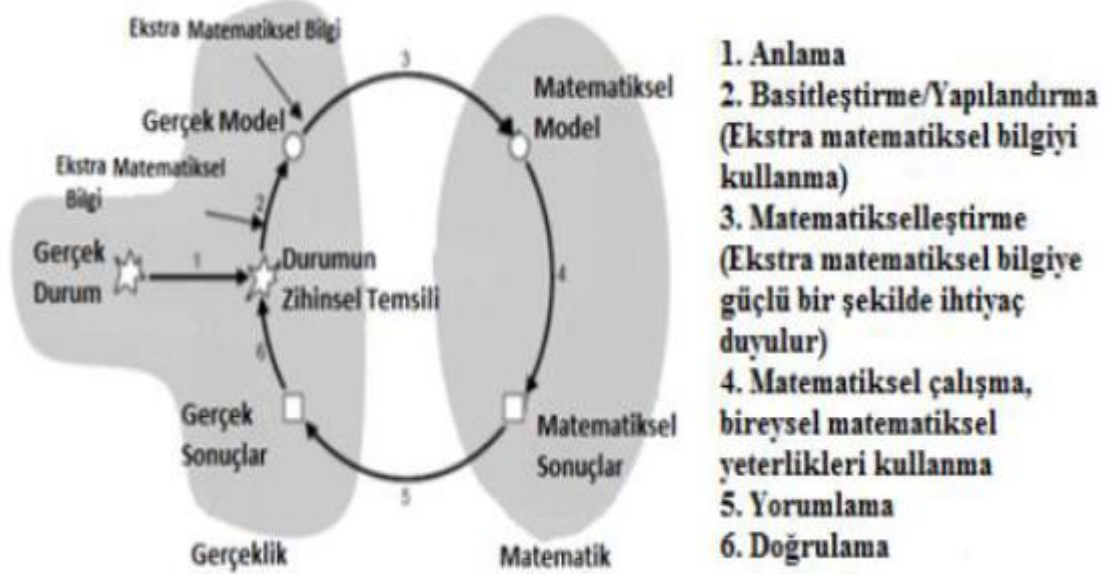
Bilişsel perspektifle modelleme sürecinde öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı, yaşanan zorlukların modelleme döngüsünün hangi aşamasından kaynaklandığı analiz edilmektedir (Borromeo-Ferri, 2018). Borromeo-Ferri (2006) karmaşık modelleme problemlerini okuyan öğrencilerin zihinlerinde oluşan tabloyu açığa çıkarmak isteyen bilişsel modelleme yaklaşımı için durum modeli yerine durumun zihinsel gösterimi terimini kullanmıştır (Çoksöyler, 2020).

- Bilişsel modelleme döngüsünde gerçekleşen adımlar şu şekildedir (Borromeo-Ferri, 2018):
 - Gerçek Durum, problemin resim ve metinlerle gösterilmesidir.
 - Durumun Zihinsel Temsili, problem durumuna ilişkin bireyin zihninde oluşan yapıdır. Bu temsil bireyin deneyimlerinden ve problemde yapılacaklardan anladıklarından oluşur.

- Gerçek Model, gerçek durum hakkında varsayımlarda bulunmak ve durumu basitleştirmek, sadeleştirmektir.
- Ekstra Matematik Bilgisi, problemde verilmeyen ve bireyin kullanması gerekli olan ekstra bilgidir.
- Matematiksel Model, matematiksel bilginin kullanılmasıyla elde edilen modeldir. Çözüm sürecinde birden fazla matematiksel model olabilir.
- Matematiksel Sonuç, matematiksel modele göre problemi çözerek sonucun elde edilmesidir.
- Gerçek Sonuç, bireyin çözümlerini gerçek sonuçlara göre sorgulaması ve doğrulamasıdır.

Bu esnada oluşacak bilişsel davranışlar ise; problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama, doğrulamadır (Borromeo-Ferri, 2006).

Şekil 6. Bilişsel Modelleme Perspektifine Göre Modelleme Döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006)



Araştırmanın amacı; modelleme sürecinin bilişsel anlamda daha detaylı ele alınması olduğu için, teorik çerçevesini Borromeo-Ferri'nin (2006) tasarlamış olduğu matematiksel modelleme döngüsü oluşturmaktadır.

Matematiksel Modelleme Problemleri (Etkinlikleri)

Modelleme etkinliği alan yazında ve günlük konuşma dilinde modelleme problemleri, modelleme görevi ve modelleme aktivitesi olarak adlandırılır (Bukova-Güzel vd., 2021).

Modelleme etkinliği açık uçlu gerçek yaşam problemlerini çözerken matematiksel kural ve formüllerin kullanıldığı etkinliklerdir (Berry, 2002).

Matematiksel modelleme tanımına baktığımızda amaç gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirmek ve bir özöme ulaşmaktır fakat modelleme etkinlikleri sadece bu amacı gerçekleştirmekten ibaret değildir. Tablo 1’e bakıldığında farklı modelleme yaklaşımlarına göre modelleme etkinliklerinin amaçları değişmektedir (Bukova-Güzel vd., 2021).

Tablo 1. *Farklı Modelleme Yaklaşımlarına Göre Matematiksel Modelleme Özellikleri (Bukova-Güzel vd., 2021)*

Gerçekçi (Uygulamalı) Matematiksel Modelleme Yaklaşımı: Etkinlikler oldukça açık uçlu olup öğrencileri yönlendirecek değişkenlerle sınırlandırılmamıştır. Problem özücü bireyler yetiştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu nedenle yapılandırılmış gerçek yaşam senaryolarından uzaktır. Lise ve lisans düzeyindeki bireyler için daha uygundur.

Epistemolojik (Teorik) Modelleme Yaklaşımı: Matematiğin keşfi ile alakalı olup matematiğin tarih boyunca karşılaşılan problemlerin çözerken keşfedildiği düşüncesine sahiptir. Bu yaklaşıma göre etkinlikler lise ve üzeri öğrenciler için uygundur ve öğrencilerin matematiksel kavramları, süreçleri, ilişkileri keşfetmelerine fırsat sunar.

Sosyo-Kritik (Eleştirel) Modelleme Yaklaşımı: Etkinlikler toplumsal kararları sorgulatan gerçek yaşam durumlarını içeren ve matematiksel yollarla bu kararların değerlendirilmesine fırsat veren açık uçlu yapıdadır.

Bağlamsal Modelleme Yaklaşımı: Matematiksel modelleme etkinlikleri model ve modelleme kavramlarını kapsadığı için modelleme oluşturma etkinlikleri (MOE) olarak ifade edilir.

MOE’nin bölümleri tanıtıcı makale, hazırlık soruları, veriler, problem durumudur.

Tanıtıcı makalede öğrencilerin ilgisini çekebilecek ve bağlama yönelik tartışma ortamı yaratacak okuma metni, hazırlık sorularında bu okuma metni ile ilgili sorular bulunur. Veriler bölümünde verileri temsil eden tablo, diyagram, harita gibi araçlar kullanılır, problem durumunda öğrencilerin karmaşık problemi matematiksel olarak çözmeleri istenir.

Eğitimsel Modelleme Yaklaşımı: Literatürde bulunan matematiksel modelleme etkinliklerinin çoğu bu yaklaşımda yer alır (Aztekin & Taşpınar şener, 2015). Çünkü bu yaklaşımda sınıf ortamında matematik modellemeyi öğretmek ve matematik öğretiminde kullanmak gibi amaçlar vardır.

Bilişsel modelleme yaklaşımı: Bir öğrencinin matematiksel modelleme probleminde ulaşabildiği bilişsel faaliyetleri ve takıldığı bilişsel engelleri belirlemeye çalışır.

Bağlamsal, eğitimsel, bilişsel modelleme yaklaşımları modellemenin eğitimsel kısmının ağır bastığı yaklaşımlardır. Eğitimsel modelleme yaklaşımı kapsamında Maas (2007a) matematiksel modelleme etkinliklerinin özelliklerini; “karmaşık yapıda, açık uçlu, gerçekçi ve otantik, modelleme sürecine uygun olma” şeklinde ifade eder (Bukova-Güzel vd., 2021, s. 58).

Matematiksel Modelleme Yeterlikleri ve Matematiksel Modelleme Becerileri

Matematiksel modelleme yeterlikleri, modelleme sürecini yürütebilmek için hem bilgi ve beceriye sahip olma hem de istekli olma durumu iken matematiksel modelleme becerileri,

modelleme sürecinde verilen gerçek yaşam durumunu anlayabilme, basitleştirebilme, model kurabilme, modelde matematiksel işlemler yapabilme gibi becerilerdir (Kaiser, 2007, Akt., Duran, 2022). Aslında yeterlikler, becerileri kapsar durumdadır.

Borromeo-Ferri (2006) problem çözümü için bireyin gerçekleştirmiş olduğu zihinsel aktivitelerin, matematiksel işlem yapmanın çok ötesinde olduğunu söylemiş ve modelleme yeterliklerinin başarılı bir şekilde sonuçlandırılabilmesi için gerekli olan bilişsel becerilere sahip olması gerektiğini söylemiştir (Duran, 2022).

Bireylerin modelleme basamaklarında ilerleyebilmesi için bilişsel becerilere sahip olması gerekmektedir bu nedenle modelleme basamaklarına paralel olarak bilişsel yeterliklerden bahsedilir (Bukova-Güzel vd., 2021). Modelleme yeterliklerini hepsini kapsayan bilişsel modelleme yeterliklerini Borromeo-Ferri (2006) çalışmasında problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama şeklinde sıralamıştır.

Kuramsal Çerçeve ile İlgili Araştırmalar

Burada çalışmaya ışık tutan literatür taraması yapılmıştır. Modelleme problemleri aracılığıyla öğrencilerin modelleme süreçlerini inceleyen ve modelleme sürecinin öğrenci başarısına nasıl bir etkisi olduğunu araştıran çalışmalar incelenmiştir.

English ve Watters (2004) altı ay boyunca Fasulye problemi ve Uçak problemi isimli iki matematiksel modelleme problemi üzerinde çalışan üçüncü sınıf öğrencilerinin matematiksel bilgileri ve akıl yürütme süreçlerini keşfetmeye çalışmışlardır. Başarısız öğrenciler dahil olmak üzere katılan tüm öğrencilerin matematiksel problem çözmede ilerleme kaydettikleri, matematik konusunda özgüvenlerinin ve tutumlarının arttığı belirtilmişlerdir. Çıkan sonuç, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini geleneksel problem çözme sürecine göre daha fazla geliştirdiği ve öğrencilerin matematik dersindeki düşük performanslarının temel yetenek eksikliğinden ziyade kaliteli bir öğrenme deneyimi yaşamamalarıdır. Ayrıca öğrencilerin erken yaşta modelleme ile karşılaşmaları gerektiğini ve özellikle ilköğretim ortamını vurgulamaktadırlar.

Kant (2011) 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçlerini incelemiş ve bu süreçte yaşadıkları zorlukları ele almıştır. Bu çalışmada 50 öğrenciyle grup çalışması şeklinde altı haftalık bir ön çalışma gerçekleştirilmiştir. Ölçüt örnekleme yoluyla üçer kişilik iki odak grup oluşturulmuştur. Bu iki grupla model oluşturma etkinliklerinden Voleybol Problemi üzerinde çalışılmış ve öğrencilerin çalışma süreçleri kayıt altına alınmıştır. Çalışmanın bulgularında matematiksel modelleme sürecine göre öğrencilerin basamaklar arasındaki geçişlerde güçlük

yaşadığını belirtilmiştir. Yaşanılan güçlükler; problemi anlama ve nitel bileşenleri nicelleştirme, değişkenleri birbiri ile ilişkilendirme, ana değişkeni belirleme, varsayımlarda bulunma ve bu varsayımlar doğrultusunda uygun modeli oluşturma, gerçek hayatla matematik arasında ilişki kurma, modelin geçerliğini sağlama ve alternatif modeller oluşturma ile var olan modeli geliştirme noktasında görülmüştür.

Bakırcı (2016) yaptığı çalışmada matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin PISA matematik başarı düzeylerine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmayı karma araştırma yöntemiyle yapmıştır. Araştırmanın nicel kısmı yarı deneysel bir çalışmadır. Araştırma, problem durumunun araştırılması için “ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen”e göre düzenlemiştir. Ön test ve son test PISA sorularından oluşan PISA Matematik başarı Testidir. Örneklem 7. sınıf 2 şubeden oluşan 44 öğrencidir. 1. şube deney grubu, 2. şube kontrol grubudur. Deney grubuna matematiksel modelleme etkinlikleri yapılmış, kontrol grubuna ders kitabındaki etkinlikler uygulanmıştır. Nitel çalışmada ise deney grubuyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Veriler, SPSS 15.0 istatistik paket programı kullanılarak analiz edilmiş, sonuçların yorumlanmasında .05 anlamlılık düzeyi kabul edilmiştir. Hem deney hem de kontrol grubunda başarı düzeylerinde anlamlı bir artış olmuştur fakat deney grubunun başarısının kontrol grubuna göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Nitel verilerin analizi sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması sürecinde öğrencilerin ve öğretmenin karşılaştığı zorluklar tespit edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca yapılan görüşmelerde öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerine ilişkin görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

Cinislioğlu (2017) yaptığı çalışmada ortaokul üçüncü sınıf öğrencileri üzerinde doğrusal denklemler konusunun matematiksel modelleme yöntemiyle öğretimin öğrenci başarısına etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışma nicel bir çalışmadır ve yarı-deneysel modellerden ön test-son test eşitlenmemiş kontrol gruplu model kullanmıştır. Araştırmanın örneklemini deney grubu ve kontrol grubunda yirmişer öğrenci olmak üzere 40 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı araştırmacı tarafından geliştirilen Doğrusal Denklemler Bilgi Testidir. Veri analizinde SPSS 16.0 for Windows programı kullanılmıştır. Araştırma sonucunda deney grubunda başarı arttığı görülmüş ve araştırma sonucunda matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısını arttırdığı belirtilmiştir.

İnan (2018) yaptığı çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma 6 öğrenci ile yapılmıştır ve alan yazından üç matematiksel modelleme probleminden (Hava Durumu Problemi, Çim Bıçme Problemi, Araba Problemi) oluşmaktadır. Veri toplama araçları; yazılı belge (öğrenci çözüm kağıtları), ses kaydı

dokümanları, odak grup görüşmeleri ve gözlemdir. Verilerin analizi için alan yazında bulunan modelleme döngülerinden yararlanarak kodlar belirlenmiş daha sonra Doerr (1997) tarafından açıklanan döngüden yararlanılarak kategorilere göre içerik analizi yapılmıştır. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin iş birliği içinde çalıştığını, gerçek yaşam durumlarına dayalı varsayımlarda bulunabildiklerini, verileri yorumlayabildiklerini ve farklı matematiksel fikirler ortaya koyduklarını göstermiştir. Fakat bu fikirleri açıklamadıklarını, gerekçelendirmediklerini, değerlendirmeye almadıklarını göstermiştir. Çalışma; bunun sebebi olarak öğrencilerin geleneksel problem çözme sürecine alışkın oldukları için hızlı bir şekilde çözüme ulaşma eğiliminde olmalarını vermektedir. Öğrencilerin kendilerini ifade edememe, görüşlerini savunamama, öğretmenin ya da akademik olarak başarılı öğrencinin fikrinin doğru olduğu düşüncesine sahip olmasını da bu geleneksel öğretimin çıktısı olarak ifade etmektedir.

Zihar (2018) matematiksel modelleme yöntemiyle ilgili bir eylem araştırması yapmıştır. 8. sınıf öğrencileri ile yapılan bu çalışma üslû ifadeler konusunun öğrenilmesinde ve derse olan ilgileri üzerinde matematiksel modelleme yönteminin etkisinin araştırılması amaçlanmıştır. Çalışma grubu 25 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşup veri toplama araçları; üslû ifadeler bilgi testi, öğrenci görüşme formu, araştırmacı günlüğüdür. Öğrencilerin ders hakkındaki düşünceleri içerik analizine göre belirlenmiş, nötr ve olumsuz durumlar olmakla birlikte çoğunluğunun düşüncelerinde olumlu yönde değişim yaşandığı görülmüştür. Üslû ifadeler bilgi testi ile ön test, son test ve kalıcılık testinin sonuçları SPSS 22.0 paket programıyla analiz edilmiş ve matematiksel modelleme etkinlikleri sonrası akademik başarının arttığı görülmüştür.

Çoksöyler (2020) yaptığı araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerini inceleyerek onların bilişsel süreçte yaşadıkları zorlukları ve gelişimlerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden bir durum araştırmasıdır. Araştırma Eskişehir’de bir devlet okulunda altıncı sınıfta öğrenim gören 23 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak gözlem, görüşme formu, doküman (öğrenci çözüm kağıtları) kullanılmıştır. Çalışma alan yazından alınan üç modelleme problemi (Okulda Zaman Problemi, Obezite Problemi, Elmalı Turta Problemi) ile yapılan ön uygulama ve araştırmacının kendi hazırladığı üç matematiksel modelleme problemi ile yapılan esas uygulama şeklinde yapılmıştır. Verilerin analizi Borromeo-Ferri’nin (2007) bilişsel modelleme döngüsüne göre içerik analizi olarak yapılmıştır. Ön uygulamadan elde edilen sonuçlara göre modelleme problemlerinin yapısı gereği tüm bilgileri barındırmamasından dolayı problemi anlama, sadeleştirme, matematiksel olarak çalışma aşamalarında zorluklar yaşanmış, asıl uygulamada bu aşamalarda gelişme gösterilmiştir. Fakat öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamaklarını ihmal etmeye devam ettikleri, bulunan sonucu sadece işlemsel açıdan kontrol

ettikleri, gerçek hayata uygunluğunu kontrol etmedikleri belirlenmiştir. Buna sebep olarak öğrencilerin deneyimlerinin yeterli olmaması ve modelleme ile ilgili daha uzun süreli çalışmalar gerektiği söylenmiştir. Ayrıca grup çalışması yönteminin bilişsel gelişim sürecine katkı sağladığı gözlenmiştir.

Çelikkol (2016) yaptığı çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme başarılarına matematiksel modelleme etkinliklerinin etkisini ve matematiksel modelleme etkinliklerinde ulaştıkları matematiksel modelleme basamaklarını, gösterdikleri matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırma eylem araştırmasıdır ve karma olarak gerçekleştirilmiştir. Nitel boyutunda araştırmacı günlüğü, gözlem, dokümanlar (araştırmacı günlükleri), yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Nicel boyutunda ön test-son test olarak açık uçlu 10 soruluk başarı testi uygulanmıştır. Ön test ve son test analizinde SPSS programı kullanılmış, nitel kısımda ise Blum ve Borremeo-Ferri (2009) tarafından belirlenen basamaklar kullanılmıştır. Sonuç olarak çalışma yapılan grubun, matematik dersinde matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasıyla birlikte cebirsel sözel problemleri çözme başarısının arttığı ve bunda matematiksel modelleme basamaklarını kullanmalarının etkili olduğu görülmüştür.

Erdem (2021) yaptığı çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. “Çarpanlar ve Katlar” konusunun en küçük ortak kat (EKOK) problemleri ile ilgili beş tane matematiksel modelleme etkinliği kullanılmıştır. Çalışma Zonguldak ilinde bir ortaokulda bulunan 25 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Araştırma bir nitel araştırma olup durum çalışmasıdır. Veri toplama araçları; gözlem, çalışma kağıtları, öğrenci günlükleri ve yarı yapılandırılmış mülakat formudur. Verilerin analizinde Çelikkol’un (2016) belirlediği matematiksel modelleme basamaklarını kullanılarak betimsel analiz yapılmıştır. Sonuç olarak problemi anlamayan öğrencilerin varsayımda da bulunamadıkları ve çözüme ulaşamadıkları bu nedenle problemi anlamamanın önemli bir basamak olduğu, öğrencilerin doğrulama ve yorumlama basamaklarına genelde ulaşamadıkları, açıklama ve raporlaştırma basamaklarını genelde gerçekleştirebildikleri görülmüştür. Bu da matematiksel modelleme basamaklarının her zaman tamamının gerçekleşmediğini ayrıca sırayla da gerçekleşmek zorunda olmadığını göstermektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın deseni, katılımcıları, veri toplama araçları, uygulama süreci, verilerin analizi, geçerlilik ve güvenirliği hakkında bilgiler verilmiştir.

Araştırma Deseni

Bu çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni yürütülmüştür. Durum çalışması, araştırmaya konu olan olay ya da davranışların kendi doğal ortamlarında çoklu veri toplama araçlarıyla detaylı bilgi toplanarak mevcut durumun anlatıldığı çalışmalardır (Creswell, 2013). Bu çalışmada kendi sınıf ortamlarında ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin bilişsel matematiksel modelleme süreçleri incelenmiştir. Araştırmanın amacına yönelik gözlem, görüşme, öğrenci çözüm kağıtları, ses kayıtları yardımıyla öğrencilerin modelleme süreçleri derinlemesine incelenmiştir. Bu nedenle çalışmada durum çalışması deseni tercih edilmiştir.

Bu çalışmada öğrenci gruplarının her birinin doğrusal denklemlere ait matematiksel modelleme etkinliklerindeki bilişsel yeterlikleri ayrı ayrı incelenmiş, bu yeterliklerde hangi düzeylerde oldukları, yeterlik düzeylerindeki değişimi, bu yeterlikleri gerçekleştirirken yaşadıkları zorlukları bütüncül bir yaklaşımla analiz edilmiştir. Bu nedenle bu araştırmada nitel araştırma türlerinden durum çalışmasının bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Bütüncül çoklu durum deseni durumlar kendi başına bütüncül olarak ele alınır daha sonra birbirleriyle karşılaştırılır (Yıldırım & Şimşek, 2008).

Çalışma Grubu

Bu araştırma, 2022-2023 eğitim öğretim yılında Doğu Anadolu Bölgesi'nde bir devlet okulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Bu araştırmada, asıl uygulamada çalışılacak öğrencilerin seçilmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

Amaçlı örneklemede belli bir amaç doğrultusunda belirlenen çalışma grubuyla bir konunun derinlemesine incelenmesi yapılır (Yıldırım & Şimşek, 2016). Ölçüt örnekleme ise araştırmacı tarafından oluşturulan ya da önceden hazırlanmış ölçüt listesi kullanılarak bir dizi ölçüte göre durumların çalışılmasıdır (Yıldırım & Şimşek, 2021). Bu çalışmada ölçütler öğrencilerin matematik uygulamaları dersinde uygulanan modelleme etkinliklerinde diğer

öğrencilere göre katılımlarının daha fazla olması, matematik dersi akademik ortalamalarının yüksek olması, çalışmaya katılma konusunda gönüllü olmalarıdır. Araştırmacının bu ölçütleri kullanmasının sebebi; doğrusal denklemler kazanımlarına ait etkinliklerin çözüm sürecinde, matematik dersinde işlemsel bilgisini kullanabilen denklem kurabilecek ve çözebilecek öğrencilerle çalışırsa veri elde edebileceğini düşünmesidir. Bu nedenle matematik dersinde başarılı ve orta başarılı öğrencilerle çalışılmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin yedinci sınıfa ait matematik dersi not ortalamalarına bakılmıştır. Yedinci sınıf not ortalamaları 90 üzerinde olanlar başarılı, 70 ile 90 arasında olanlar orta düzeyde başarılı olarak kabul edilmiştir. Bu şekilde durum çalışmalarında bir grup içindeki tüm katılımcılara odaklanmak yerine detaylı bilgi toplamak amacıyla araştırmanın amacına yönelik anahtar kişiler seçilebilir (Büyüköztürk vd., 2020). Bu grupların başarılı ve orta başarılı öğrencilerden seçilmesindeki başka amaçlar da öğrenciler derste olduğu gibi bilişsel yeterliklerde de başarılı olup olmayacakları, başarısızlık durumunda başarısızlık nedenleri tespit edilerek günlük yaşam problemleri içeren sınavlarda öğrencilere yol göstermede yardımcı olacağının düşünülmesidir.

Sekizinci sınıflarda bu ölçütleri sağlayan 9 öğrenci tespit edilmiştir. İki grup oluşturulduğunda bir kişinin açıkta kalması sebebiyle bu dokuz öğrenciyle üç kişilik üç grup oluşturulmuştur. Bu çalışmada öğrenciler haftada beş saat matematik ve iki saat de seçmeli matematik uygulamaları olmak üzere toplam yedi saat matematik dersi görmektedir. Öğrenciler düz anlatımla işlenen matematik derslerine aktif katılan öğrencilerdir. Fakat LGS'nin birer provası olan deneme sınavlarında matematik sorularını çözmekte zorlanmaktadır. Çünkü bu sınavın temel amaçlarından biri öğrencilerin okulda edindikleri bilgi ve becerilerini günlük yaşamlarına ne kadar aktarabildiklerini ölçmektir ve matematik derslerinde eğitim öğretim alışkanlığı olan işlemsel öğrenme devam etmekte, bilgilerin günlük hayatla bağlantısı kurulamamaktadır. Matematiksel modellemede de aynı LGS'de olduğu gibi temel amaç matematiği kullanarak günlük hayatta karşılaşılabilecek problem durumunu anlamlandırmak ve matematikselleştirme yaparak bir çözüm sunmaktır (Bukova- Güzel vd., 2021). Öğrenciler matematiksel modellemenin anlatılan bu temel amacını gerçekleştirmede zorlanmakta ve grup çalışması sayesinde bu zorlukların üstesinden gelebilmektedir (Şahin & Erarslan, 2016; Bukova-Güzel vd., 2021). Çünkü bireysel olarak yaşanan zorluklar iş birliği içinde fikirlerin paylaşılmasıyla aşılabılır (Bukova-Güzel vd., 2021). Ortaokul matematik uygulamaları dersinde 2012'den itibaren modelleme yaklaşımını esas alan MEB, matematiksel modeller oluşturulurken grup içi ve gruplar arası öğrenci tartışmalarının teşvik edilmesi ve öğrencilerin beraber kendilerine özgü modeller oluşturması fırsatının sunulmasını ifade ederek grup çalışmasını önermektedir (MEB, 2018b).

Bu nedenle öğrencilerle grup çalışması yapılmıştır. Her bir grubun öğrencileri sırasıyla 90-100, 80-90 ve 70-80 not ortalaması olacak şekilde belirlenerek akademik düzeyde gruplar arasında denge sağlanmaya çalışılmıştır. Oluşturulan bu grupların isimleri ŞAH-MAT, KAMİKAZE, 1 PİNK 2 BLUE'dur ve öğrenciler bu isimleri kendileri belirlemiştir. Öğrencilerin isimleri grupların baş harflerine göre kodlanmıştır.

Tablo 2. Çalışmaya Katılan Öğrencilere Ait Bilgiler

Gruplar	Öğrenciler	Cinsiyet	Şube	7.sınıf matematik not ortalamaları
ŞAH -MAT	Ş1	Kız	8A	100
	Ş2	Kız	8A	82.67
	Ş3	Erkek	8A	70.74
KAMİKAZE	K1	Kız	8B	98.17
	K2	Erkek	8B	84.22
	K3	Erkek	8A	71.89
1PİNK- 2BLUE	P1	Kız	8A	95.33
	B1	Erkek	8B	87.33
	B2	Erkek	8B	74.22

Tablo 3. Gruplar ve Grup Katılımcılarının Matematik Dersindeki Akademik Durumları

	Başarılı	Orta Düzey Başarılı
Şah-Mat Grubu	Ş1	Ş2,Ş3
Kamikaze Grubu	K1	K2,K3
1Pink 2 Blue Grubu	B1	P1,B2

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçları; araştırmacı tarafından hazırlanmış altı adet matematiksel modelleme etkinliği, bu etkinliklere ait öğrenci gruplarının çözüm kağıtları, araştırmacının gözlem notları, öğrenciler ile uygulama sırasında modelleme etkinlikleri hakkında soru cevap şeklinde ses kayıtlarında yer alan görüşmeler, etkinlikler süresince öğrencilerin sözel ifadelerinin yer aldığı ses kayıtlarının yazılı halleridir.

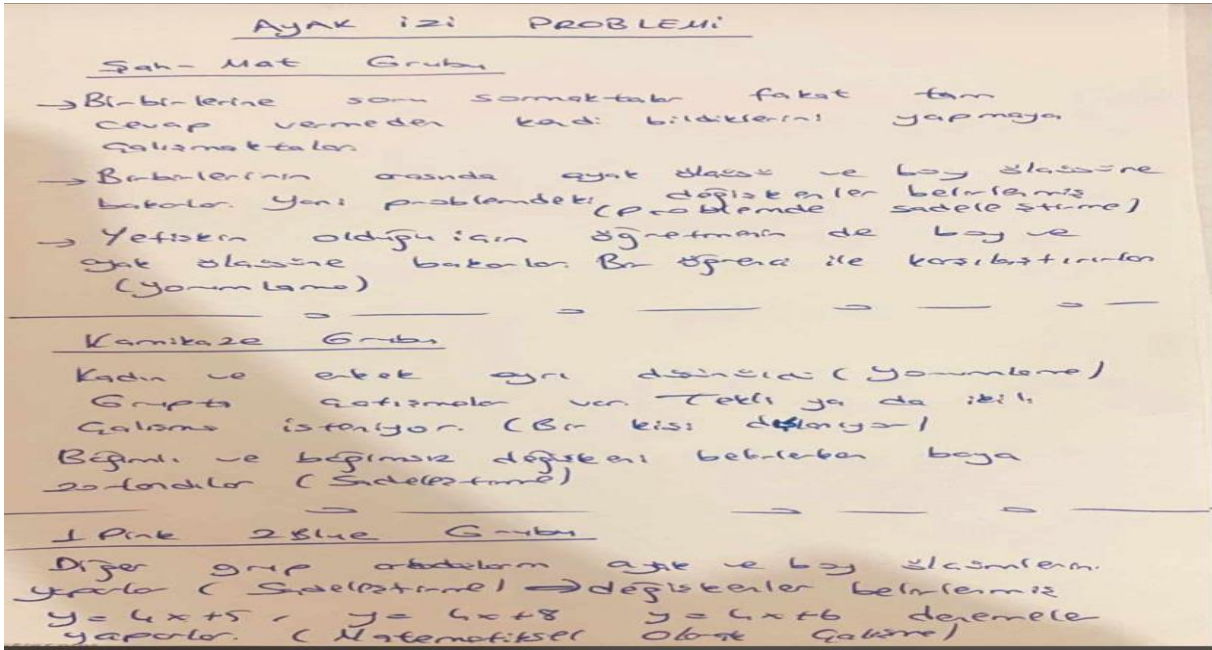
Gözlem Notları

Araştırmacı, öğrenciler modelleme problemleri üzerinde çalışırken bilişsel yeterliklerde neler yaptıkları ve bu basamaklarda yaşadıkları zorlukları gözlemleyerek not almıştır. Bu notlar her bir etkinlik için alınmış böylece etkinliklerin başından sonuna kadar verilerin analiz edilmesinde yardımcı olarak kullanılmıştır. Böylece ses kayıtları dışında öğrencilerin neler yaptıkları araştırmacının da gözünden yazılmış ve çözüm süreçlerine bu şekilde yorum katılmıştır. Ayrıca sorunların giderilmesi açısından da işe yaramıştır. Şekil 7'deki gözlem notunda bir grubun grup

çalışmasında zorlandığı bu gözlem notuna eklenmiş daha sonraki etkinlikte bu şekilde davrandıklarında zaman kaybettikleri, yapmamalarının onlar için daha iyi sonuçlar vereceği hakkında konuşulmuş ve daha sonraki süreçte zorluk yaşanmamıştır.

Aşağıda “Ayak İzi Problemi” adlı etkinliğin çözüm sürecinde araştırmacı tarafından alınan gözlem notu gösterilmiştir.

Şekil 7. “Ayak İzi Problemi” Adlı Etkinliğin Çözüm Süreciyle İlgili Alınan Araştırmacı Notu



Görüşme

Araştırmacı, modelleme etkinliklerini çözerken grupları gözlediği ve onlara yol gösterici olmaya çalıştığı sırada etkinliklerde yaptıklarına dair onlara sorular sorarak görüşmeler yapmıştır. Bu şekilde araştırmacının gözlem amacıyla doğrudan ortama katılarak etkileşimin doğal akışında bireyle görüşme yapması, bireyin kendisiyle görüşme yapıldığını fark etmemesi şeklinde yapılan görüşmeler sohbet tarzında görüşmelerdir ve bu görüşmeler araştırmacının araştırma problemleri için araştırma ortamında uzun süre kalmasına uygundur (Patton 1987; Akt., Yıldırım & Şimşek, 2021).

Ses Kayıtlarının Yazılı Dökümü

Asıl uygulama sürecinde veri kayıpları olmaması adına ses kayıtlarından yararlanılmıştır (Büyüköztürk vd., 2016). Bu kayıtlarda yer alan öğrenci-öğrenci, öğrenci-araştırmacı diyalogları daha sonra araştırmacı tarafından yazıya geçirilmiş böylece araştırmacının olmadığı zamanlarda süreçte neler yaşandığına dair veriler kaybolmamıştır (Çoksöyler, 2020). Ses kaydı yapılırken ses kayıt cihazları gruplara yakın bir şekilde yerleştirilmiştir. Böylece öğrencilerin etkinlikler süresince bilişsel yeterliklerde hangi düzeyde

oldukları, yaşanan zorluklar, etkinlikler ilerledikçe yeterliklerde yaşanan değişimler bu ses kayıtları sayesinde değerlendirilmiştir.

Matematiksel Modelleme Problemleri (Etkinlikleri)

Bu çalışmada araştırmacı, Türkiye Bilimler Akademisi (TUBA) Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları kitabından yararlanıp ortaokul seviyesine uyarlayarak kendi hazırladığı matematiksel modelleme problemlerinden yararlanmış ve hazırlamış olduğu altı modelleme problemini altı hafta boyunca öğrenci gruplarına sormuştur.

Maas (2010) gerçeğe yakın görevlerden oluşan problemlerde yapılandırılmış bir gerçek durum bulunduğunu, verilerin gerçek fakat sorunun gerçeğe uymayan yönleri olabildiğini ifade ederek belli bir kazanıma yönelik etkinlikleri uygulamadaki ana hedefin matematiği öğretmek olduğunu ifade etmiştir (Bukova-Güzel vd., 2021).

Bu veri toplama aracındaki her etkinlikte 8.sınıf doğrusal denklemler konusunun her bir kazanımını ölçen problem durumları ortaokul matematik öğretim programına (MEB, 2018) ve gerçek yaşam durumlarına uygun olacak şekilde yukarıda anlatılan Maas'ın (2010) gerçeğe uygun modelleme etkinlikleri özelliklerinde, eğitimsel ve bilişsel modelleme yaklaşımı kapsamında hazırlanmış böylece öğrencilerin bilişsel yeterliklerinin hangi düzeyde olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

Araştırmacının bu soruları hazırlanmasındaki amaç, öğrencilerin zorluk çektiği doğrusal denklemler konusuna ilişkin problemleri çözerken bilişsel yeterlik düzeylerini ve denklemler konusunda yaşadıkları zorlukları belirlemek, doğrusal denklemler problemleri aracılığıyla denklemler konusunu günlük hayatla ilişkilendirmelerini sağlamaktır.

Araştırmacı, çalıştığı okulda danışmanlık yaptığı ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıfta bulunan altı öğrencinin de fikrini almak istemiş. Öğrenciler problemlerin her birini 20 dakikalık bir sürede çözerek problem durumun öğrenci seviyesine ve kazanımlarına uygunluğu, dil ve anlatım bakımından anlaşılabilirliği, problemler üzerinde değişiklik yapılması gerekirse ne gibi değişiklikler yapılabileceği konusunda fikirlerini belirtmişlerdir. Araştırmacı bu şekilde tüm problemler hakkında bu öğrencilerin görüşlerini de göz önünde bulundurarak hazırladığı matematiksel modelleme problemlerini yenilemiştir.

İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencileri, “*Antik Çağ Kalıntıları*” etkinliğinin dördüncü sorusunda öğrencilerin daha iyi anlaması için cümlelerin basitleştirilmesi gerektiğini söylemişler ve bu doğrultuda araştırmacı tarafından değişiklikler yapılmıştır. “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin*” adlı etkinliğin, öğrencilerin seviyesine uygun olmadığını belirtmeler

de araştırmacı uzman görüşü olarak aldığı akademisyenin görüşü doğrultusunda etkinlikte değişikliğe gitmemiştir.

Ayrıca araştırmacı, ısındırma etkinliği için literatürden modelleme problemleri seçerken görüş aldığı ikisi yüksek lisans biri lisans mezunu olmak üzere üç matematik ğretmeni ile tekrar fikir alışverişinde bulunmuş ve bir akademisyenden uzman görüşü almıştır. Bu şekilde doğrusal denklemler ile ilgili etkinliklerin son halini hazırlamıştır.

Araştırmacının araştırmada kullandığı etkinlikler ile ilgili bilgiler Tablo 4’te özetlenmiştir.

Tablo 4. *Araştırmada Kullanılan Matematiksel Modelleme Etkinlikleri*

ETKİNLİK	KAZANIM	VERİ TOPLAMA ARAÇLARI
1)İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsezin	M.8.2.2.1. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri zer.	Ses kaydı, ğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının gözlem notları, görüşme
2) Sınıfta Neredeyiz?	M.8.2.2.2. Koordinat sistemini özellikleriyle tanıır ve sıralı ikilileri gösterir.	Ses kaydı, ğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının gözlem notları, görüşme
3) Antik Çağ Kalıntıları	M.8.2.2.3. Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder.	Ses kaydı, ğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının gözlem notları, görüşme
4)Benzinin İyisi Hangisi?	M.8.2.2.4. Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.	Ses kaydı, ğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının gözlem notları, görüşme
5)Ayak İzi Problemi	M.8.2.2.5. Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo, grafiği oluşturur ve yorumlar.	Ses kaydı, ğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının gözlem notları, görüşme
6)Eğitimde Engel Yoktur	M.8.2.2.6. Doğrunun eğimini modellerle açıklar, doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.	Ses kaydı, ğrenci çözüm kâğıtları, araştırmacının gözlem notları, görüşme

Öğrenci özüm Kağıtları

Öğrenci özüm kağıtları, her bir grup için etkinliklerin özümelerini içeren kağıtlardır. Bu kağıtlar etkinliklerin sonunda gruplardan toplanmış ve her modelleme etkinliği için ayrı ayrı saklanmıştır. Araştırmacı; ğrenciler etkinlikleri zerken yanlış yaptıkları yerde silmemelerini, çözümlerinin kâğıt üzerinde kalmasını, sonuca ulaştıklarını düşündükleri yerde daha düzgün yazmalarını istemiştir. Böylece ğrencilerin etkinliğin modelini oluştururken ve model üzerinde matematiksel olarak çalışırken gerçekleşen süreçleri ğrenci çözüm kağıtları sayesinde incelemiştir.

Şekil 8. (Devamı)

Handwritten mathematical work showing a linear equation and its application to a problem involving four skeletons.

Equation: $y = 3x + 32$

Table of values:

x	y
39	129
40	132
41	135

Calculations for skeletons:

- 1. iskelet $= 47 \cdot 3 + 32 = 173$ cm
- 2. iskelet $= 39 \cdot 3 + 32 = 129$ cm
- 3. iskelet $= 45 \cdot 3 + 32 = 167$ cm
- 4. iskelet $= 37 \cdot 3 + 32 = 143$ cm

Conclusion: $\rightarrow$ Karşılaştığımız denklem doğru iskeletlere yaklaşıyor. Sonuçta doğru çıkıyor.

Signature: SPH - MAT

Süreç

Doğrusal denklemler konusu aracılığıyla 8.sınıf öğrencilerinin bilişsel matematiksel modelleme süreçlerini ortaya koymak amacıyla yapılmış olan bu çalışma ilk olarak öğrencilerin modelleme problemleri uygulamalarına alışmalarını sağlayacak ısındırma etkinlikleri uygulanmış ardından çalışmanın asıl uygulama kısmını oluşturan modelleme problemlerinin uygulanmasıyla tamamlanmıştır.

Isındırma (Alıştırma) Etkinliklerinin Uygulanması

Bu araştırmada, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerine ve grup olarak çalışma sürecine uyum sağlayabilmeleri için asıl uygulama öncesi literatürden seçilen modelleme problemleri ısındırma etkinlikleri olarak uygulanmıştır. Bu etkinlikler matematik uygulamaları dersinde tüm 8.sınıf öğrencileriyle beraber yapılmıştır.

Isındırma etkinliklerine başlamadan önce araştırmacı tarafından öğrencilere bir ders saatinde matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik ile günlük yaşamı ilişkilendirdiği, amacın tek bir doğru cevap bulmak olmadığı ve farklı bakış açıları ortaya koyarak çözüm önerilerinde bulundukları problemler olduğu açıklanmıştır (Aydoğan, 2023). Ayrıca bu etkinlikler süresince öğretmenin sadece rehber olacağından bahsedilmiştir.

Isındırma etkinliği olarak kullanılan modelleme problemleri Akaryakıt İstasyonu Problemi (Tekin-Dede, 2015), Elmalı Turta Problemi (Tekin-Dede, 2017), Büyük Ayak Problemi (Bukova-Güzel vd., 2021), Bambu Ağacı Problemi'dir (Özdemir & Şahal, 2021).

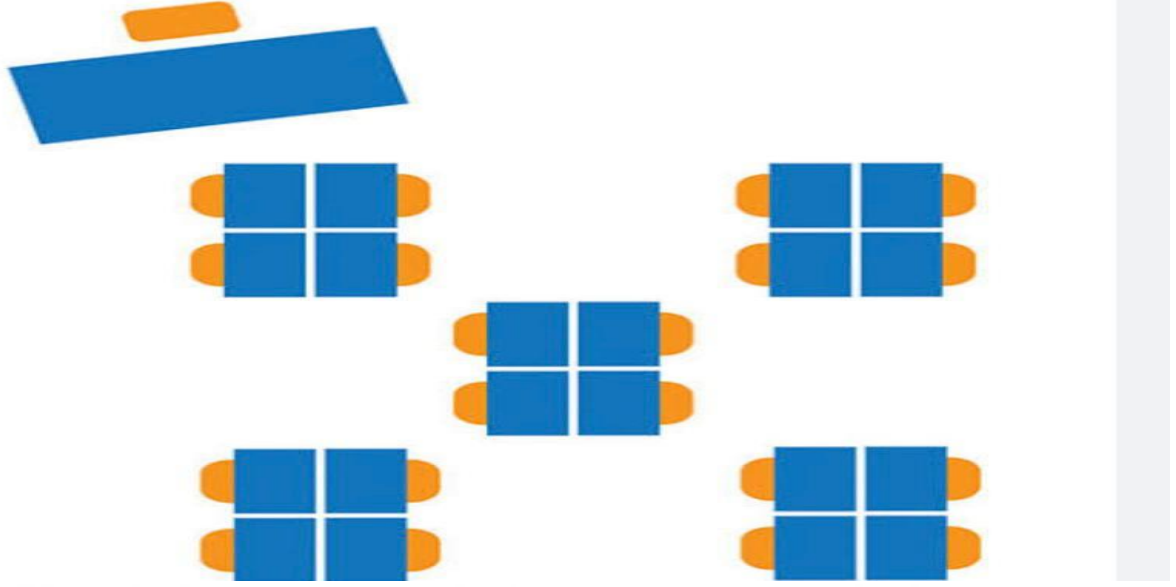
Gruplara, modelleme etkinlikleri dağıtılmadan önce problemlerle ilgili hazırlık soruları sorulmuş ve yanıtlar alınmıştır. (Elmalı Turta Problemi’nde “Anneniz elmalı pasta yapacak ve pazara gidip elma almanızı istedi. Elma şu an ne kadar, pazar buraya uzak olduğu için dolmuşa binmeniz gerekiyor. Dolmuş fiyatları ne kadar?” gibi). Öğrencilere problemleri çözmeleri için bir ders saati süre verilmiş bu süre içerisinde gruplar kendi içerisinde tartışarak, varsayımlar üreterek problemin çözümüne yönelik bir model geliştirmeye ve bu model aracılığıyla problemi çözmeye çalışmışlardır. Daha sonra bu çözümler paylaşılmış, öğrenciler ve araştırmacı ile bir tartışma ortamı oluşturularak kontrol edilmiştir.

Bu problemler kolaydan zora doğru uygulanmış ve hem ısındırma etkinliklerinin bu problemler olarak seçilmesine hem de uygulanma sırasına 2 tanesi yüksek lisans ,1 tanesi lisans mezunu 3 matematik öğretmeni ve araştırmacı birlikte karar vermiştir. Son ısındırma etkinliği ise Bambu Ağacı Problemidir (Özdemir & Şahal, 2021). Bu modelleme problemi 7. sınıf birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem konusuna ilişkin bir modelleme problemi olduğu için araştırmacı tarafından seçilmiştir. Amaç öğrencilere denklemler konusuna dair bir hatırlatma yapmak ve denklemler konusuyla ilgili bir matematiksel modelleme problemiyle tanıştırmaktır. Bu uygulamada öğrencilere, yanlarında telefon ya da tablet de getirerek internet kullanabilecekleri söylenmiş ve internet üzerinden bir bambu ağacının boyu ile ilgili araştırmalar yaparak bu bilgileri kullanabilecekleri belirtilmiştir. Geleneksel problemlerdeki gibi hazır bilgileri kullanarak soru çözmedikleri için garipsemişlerdir. Çünkü öğrenciler bu şekilde yardımların onlar için birer kopya gibi düşünmektedirler. Problemi çözdükten sonra modelleme problemlerinin yapısını az çok anlamışlardır. Araştırmacı, asıl uygulama sırasında da bu tür yardımcı araçlar (kitap, cetvel, internet vb.) kullanacaklarını belirtmiştir.

Bu problemlerin seçilmesinin nedeni; alan yazında bulunması ve bu nedenle güvenilirliğinin kanıtlanmış olması, daha önceden alan yazında çalışma gruplarına denenmiş sorular olması, 8.sınıf öğrenci düzeyine uygun olması, birden çok seçenek arasından uygun seçeneğin seçilmesini sağlaması gibi özelliklere sahip olması ayrıca son modelleme probleminin denklem ile ilgili olmasıdır.

Şekil 9’da görüldüğü gibi hem ısındırma etkinliklerinde hem asıl uygulamada grup çalışması sırasında öğrencilerin daha rahat iletişim kurabilmesi için sınıftaki sıralar küme (ekip çalışması) oturma düzenine göre düzenlenmiştir.

Şekil 9. Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Yapıldığı Derslerdeki Sınıf Oturma Düzeni



Asıl Uygulama Süreci

Araştırmacı, tüm sekizinci sınıf öğrencilerine MEB'in (2018) belirlediği matematik öğretim programındaki 8. sınıf doğrusal denklemler konusunun kazanımlarını matematik dersi saatlerinde anlatmış ve katılımcı öğrencilerle ders saatleri dışında her kazanımdan sonra bir tane olmak üzere bu kazanımlara dair farklı bir modelleme etkinliği yaparak asıl uygulama sürecini altı haftada gerçekleştirmiştir. Etkinliklerin uygulama süreci ve uygulama zamanları aşağıda Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Doğrusal Denklemler Modelleme Etkinliklerinin Uygulama Zamanı ve Süresi

Modelleme Problemi	Uygulama Zamanı	Uygulama Süreci
1)İnekler Yesin Çiftçiler Gülümsesin	21.04.2023	60-70 dk
2)Sınıfta Neredeyiz?	28.04.2023	40-50 dk
3) Antik Çağ Kalıntıları	05.05.2023	60-70dk
4)Benzinin İyisi Hangisi?	12.05.2023	60-70 dk
5)Ayak İzi Problemi	18.05.2023	60-70 dk
6)Eğitimde Engele Yer Yok!	26.05.2023	60-70 dk

Araştırmacı Rolü

Araştırmacı asıl uygulamadan önce öğrencilere ısındırma etkinlikleri yaptırmıştır. Böylece öğrencileri modelleme etkinliklerine alıştırmış, asıl grupları belirlemiş ve karşılaşılabileceği sorunları en aza indirgenmeye çalışmıştır.

Araştırmacı gruplarda ses kayıtları alırken gruplar arasında dolaşarak neler yaptıklarını incelemiştir. Grupların çözümlerini etkilememeye dikkat etmiştir.

“Problemi bir daha okuyunuz, evet, hayır, doğru gidiyorsunuz, bir yerde hata yapıyor olabilirsiniz.” gibi söylemlerde bulunarak öğrencileri grup çalışmasına ve grup içi tartışmaya yönlendirmiş, çözümleriyle ilgili hataları varsa bunlara dikkat çekmeye, yoksa öğrencilerin kendilerine güvenmeleri için olumlu yönlendirmeler yapmaya çalışmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmada asıl uygulamada kullanılan altı matematiksel modelleme problemine ait öğrenci çözüm kağıtları, ses kayıtlarının yazılı halleri nitel veri analiz yöntemlerinden betimsel analiz kullanılarak analiz edilmiştir.

Betimsel analizde görüşülen ya da gözlenen kişilerin düşüncelerini daha ayrıntılı bir şekilde göstermek için doğrudan alıntılara yer verilir. Amaç elde edilen verileri sistematik ve açık biçimde düzenlemek yani betimlemek daha sonra bu betimlemeleri yorumlayarak sonuca ulaşmaktır (Yıldırım & Şimşek, 2021).

Betimsel analizde çeşitli veri toplama araçlarından elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır, bu nedenle ilk aşama kuramsal çerçeveyi belirlemektir (Yıldırım & Şimşek, 2016; Duran, 2020).

Betimsel analiz yönteminin seçilme nedeni literatürde birçok matematiksel modelleme döngüsüne ait çalışmaların bu yöntemle yapılması; bilişsel süreçlere göre analiz edilmesinin sebebi de öğrencilerin modelleme sürecinde nasıl ilerledikleri ve modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde zihinlerinde neler canlandırdıkları belirlemektir (Çoksöyler, 2020; Duran, 2020).

Bu çalışmada Borromeo-Ferri'nin (2006) altı basamaktan oluşan (problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama, doğrulama) bilişsel modelleme döngüsü kuramsal çerçeve olarak alınıp analiz edilmiş ve öğrencilerin matematiksel modelleme yeterlikleri incelenmiştir. Öğrencilerin modelleme yeterlikleri analiz edilirken Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2018) tarafından geliştirilen rubrik kullanılmıştır. Çünkü bu rubrik Borromeo-Ferri (2006) tarafından önerilen döngüsel matematiksel modelleme

sürecini temel alan ve modelleme yeterliklerini bilişsel boyutta değerlendiren en kapsamlı rubriktir (Bukova-Güzel vd., 2021).

Geçerlik ve Güvenirlik

Bu çalışmada geçerlik ve güvenilirliğin sağlanması için yapılması gerekenler Yıldırım ve Şimşek'e (2021) göre belirlenmiştir.

Nitel araştırmalarda geçerlik araştırmacının araştırdığı olay ya da olgu hakkında yansız gözlem yapılmasıdır. Geçerliği iç ve dış geçerlik olarak incelemek mümkündür.

İç geçerlik yani nitel araştırmalarda kullanılan adıyla inandırıcılık için araştırmacının elde ettiği bulguların gerçekliği, benzer ortamlardaki geçerliği, verilerin nesnel bir şekilde toplanması ve sonuçlarının nesnel şekilde sunulması gerekir ve bunu başarması için birtakım stratejiler kullanmalıdır. Bu stratejiler ve çalışmada ne şekilde kullanıldığı aşağıda verilmiştir.

Uzun süreli etkileşim: Bu çalışmada öğrencilerle beraber asıl uygulamadan önce ısındırma etkinlikleri uygulanmış sonrasında doğrusal denklemler konusunun kazanımları etkinliklerden önce derste anlatılmış, altı haftalık asıl uygulama sürecinde öğrencilerle etkileşim içinde olunmuştur. Bu etkinliklerden biri 40-50 dakika, diğerleri 60-70 dakika sürmüştür. Ayrıca bu etkinlikler aynı çalışma grubuyla devam etmiş ve uzun süre gözlem yapılmıştır.

Çeşitleme: Sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusuna ait etkinlikleri çözerken matematiksel modelleme sürecinde yaşadıkları zorlukları ve bu zorlukların sebeplerini, ulaştıkları bilişsel yeterlikleri ve bu yeterliklerde nasıl bir değişim gösterdiklerinin araştırıldığı bu çalışmada; öğrencilerin etkinlikleri çözerken alınan ses kayıtlarının yazılı dokümanları, gözlem, görüşme, öğrenci çözüm kâğıtları kullanılarak veri kaynaklarında çeşitleme yapmak amaçlanmıştır.

Derinlik Odaklı Veri Toplama: Ses kayıtları dinlendikten sonra alıntılarda bulunulmuş ve alıntılar Borromeo-Ferri'nin (2006) bilişsel sürecine göre yorumlanmıştır. Ses kayıtlarının yazılı halleri, öğrenci çözüm kâğıtları ve gözlem notlarını karşılaştırılarak ve yorumlanarak grupların çözüm sürecinde bilişsel yeterliklerde hangi düzeylerde oldukları, bu düzeylerin değişimleri ve yaşadıkları zorlukların sebepleri belirlemeye çalışılmıştır.

Katılımcı Teyidi: Etkinliklerden sonra gruplardan hangilerinin çözüm sürecinde daha yeterli olduğu açıklanarak bu gruplardan gönüllü öğrencilere çözüm yaptırılmış, bu çözümler tüm gruplarla hep beraber yorumlanarak, işlemsel ve gerçek hayata uygunluk açısından kontrol edilerek etkinliklerin çözümü üzerine tekrar konuşulmuştur.

Uzman İncelemesi: Araştırmacının araştırma desenine, analizine ve bulgularına yönelik ham veriler uzmanlar tarafından incelenmiş, geri bildirimde bulunulmuş ve buna göre düzenlemeler yapılmıştır.

Nitel araştırmalarda dış geçerlik yani aktarılabilirlik bir araştırmanın bulgularının geçerliliğinin korunarak benzer çalışmalarda uyarlanabilirliğidir (Arastaman vd., 2018). Böylece okuyucular benzer ortamlar ya da süreçlerle ilgili bilgi sahibi olduğu için kendi uygulamalarına daha bilinçli ve deneyimli yaklaşabilirler (Yıldırım & Şimşek, 2021).

Dış geçerlik için doğrudan alıntılar yapıldığı ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmalıdır.

Ayrıntılı Betimleme: Bu çalışmada araştırmacı tarafından her etkinlikte tüm grupların ses kayıtları alınmıştır. Daha sonra bunlar yazılı belge haline getirilmiştir. Bu belgeler aracılığıyla öğrencilerin problemleri çözme sürecinde diyaloglarına sık sık yer verilmiştir.

Amaçlı Örnekleme: Çalışma grubu belirlenirken öncelikle 8. sınıf öğrencileri seçilmiştir. Bunun sebebi doğrusal denklemler konusunun 8.sınıf matematik müfredatında yer almasıdır. Daha sonra öğrencilerin çalışmada gönüllü olup olmadığı sorulmuştur. Ayrıca öğrencilerin yedinci sınıfta yıl sonu matematik not ortalamalarına bakılmıştır. Bunların sonucunda başarılı ve orta başarılı olmak üzere dokuz katılımcı belirlemiştir. Bu şekilde başarılı ya da orta başarılı öğrenci seçilmesinin sebebi doğrusal denklemlerle ilgili modelleme problemleri çözebilmeleri için denklem kurma ve çözme becerisine sahip öğrencilere ihtiyaç duyulmasıdır.

Nicel araştırmalarda tekrar edilebilirliği yansıtan güvenirlik kavramı nitel araştırmalarda tutarlılık olarak belirtilmektedir. Çünkü nicel araştırmalarda ölçme aracı birden fazla kez kullanıldığında benzer sonuçlar verir fakat nitel araştırmalarda gerçekler bireylere ve ortama göre sürekli değiştiği için araştırma benzer gruplarla tekrarlınsa da aynı sonuca ulaşılması mümkün değildir. İç güvenirlik için araştırmanın tutarlılığına, dış güvenirlik için teyit edilebilirliğine bakılmalıdır.

Tutarlılık: Araştırmacı verilerin toplanması sırasında altı hafta boyunca her etkinlikte öğrenci gruplarının arasında gezerek onlara aynı derecede yol gösterici olmaya çalışmış ve her etkinlikten önce etkinliğe hazırlık soruları sorulmuş, her etkinlikten sonra da gruplardan gönüllü öğrencilerle etkinliklerin çözümleri yapılarak üzerinde konuşulmuştur. Bulgular her etkinlikte Borromeo-Ferri (2006) çalışmasında yer alan bilişsel yeterlikler kapsamında elde edilmiş ve araştırmacı ile danışmanı tarafından kontrol edilmiştir.

Teyit Edilebilirlik: Grup çalışmalarında ses kayıtları alınmış ve araştırma sonunda alınan ses kayıtlarını yazılı hale getirdikten sonra tekrar dinlenip düzeltmeler yapılmıştır. Elde edilen verilerin analizleri araştırmacı ve danışmanı tarafından kontrol edilmiştir.



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular

Bu bölümde, araştırmanın alt problemlerin neticesinde elde edilen verilerin analizi sonucunda elde edilen nitel bulgulardan bahsedilmektedir. Elde edilen bulgular her alt problem için ayrı ayrı incelenmiş, birinci, ikinci ve üçüncü alt problem Borromeo-Ferri'nin (2006) çalışmasında yer alan bilişsel modelleme yeterlikleri kullanılarak betimsel analiz aracılığıyla analiz edilmiştir.

Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi “8. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme problemlerini çözerken ortaya koydukları bilişsel modelleme yeterlikleri nelerdir?” şeklindedir. Bu yeterlikler Borromeo-Ferri'nin (2006) bilişsel modelleme çalışmasında yer alan problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama yeterlikleridir. Öğrenci çözüm kağıtları, görüşme, gözlem ve ses kayıtlarından elde edilen verilerin yazıya dökümü aracılığıyla öğrencilerin bilişsel modelleme yeterlikleri analiz edilirken Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2018) tarafından geliştirilen rubrik kullanılarak grupların modelleme etkinleri süresince bilişsel yeterliklerde hangi düzeyde bulundukları tespit edilmiştir.

Etkinlik-1'den Elde Edilen Bulgular

İNEKLER YESİN YETİŞTİRİCİLER GÜLÜMSESİN



Süt sığırıcılığı işletmelerinde süt üretim maliyetinin büyük bir kısmını yem giderleri oluşturmaktadır. Bu nedenle kârlı bir süt işletmeciliği için ucuz ve kaliteli yem temini önemlidir. Yetiştiricilerin, ineklerin sindirim sistemlerini bilmeleri ve buna göre yemleme yapmaları gereklidir. Hayvanların günlük besin ihtiyaçları ve kullanılacak yemleri de yetiştiriciler tarafından bilinmelidir. Süt sığırıcılığı yapılan bir çiftlikte öğütülmüş mısır ve soya fasulyesi karıştırılarak yapılan özel yemden günlük 1200 kg kullanılmaktadır.

Tablo 1’de, yemi yaparken kullanılan mısır ve soya fasulyesinin bileşimindeki besin öğeleri ve bunların maliyetleri gösterilmektedir.

Tablo 1. Yem Yapılırken Kullanılan Mısır ve Soya Fasulyesinin Bileşimindeki Besin Öğeleri

	Protein	Lif
Mısır	%20	%6
Soya fasulyesi	%50	%12

Çiftlikteki hayvanların günlük besin ihtiyaçlarının karşılanabilmesi ve süt verimliliği için kullanılan yemde iki durum önerilmektedir.

- 1.Yemdeki protein oranının %25 olması
- 2.Yemdeki lif oranının %8 olması

Yem giderlerini en aza indirmek isteyen çiftlik sahibine, yemi yaparken ne kadar mısır ve soya fasulyesi kullanması gerektiği konusunda ne tavsiye edersiniz? Çözümünüz çiftlik sahibinin anlayabileceği açıklıkta ve ikna edicilikte olmalıdır. (Yem fiyatlarına aşağıdaki Toprak Mahsulleri Ofisi Genel Müdürlüğünün günlük piyasa ve borsa fiyatları bülteninden bakınız).

MISIR						
Piyasa Fiyatı	33.206	5.616	287	33.206	5.616	287
Borsa Fiyatı						
Adana	184	5.431	277	815	5.475	280
Konya	-	-	0	-	-	0
YULAF						
Eskişehir	-	-	0	-	-	0
Konya	23	5.001	255	-	-	0
Polatlı	-	-	0	-	-	0
SOYA FASULYESİ						
Gaziantep	-	-	0	-	-	0
Adana	-	-	0	171	11.350	580

Etkinlik Uygulama Süreci

Uygulama öncesi

- Öğrencilerin dikkatini çekmek ve onları güdülemek adına etkinliğe giriş soruları sorularak tartışma ortamı yaratılmış ve öğrencilerden yanıt alınmıştır. Sorulan bu sorular: Ailesi hayvancılıkla uğraşan öğrenci var mı, hayvancılıkla uğraşan bir çiftçi inek besliyorsa ve bu ineklerden de süt elde edip satıyorsa onlara ne yedirebilir, sığır ve inek arasındaki farkı bilen var mı?
- Araştırmacı tarafından akıllı tahtadan çiftlik görselleri gösterilerek orta ve büyük ölçekli çiftliklerde hem ekonomik hem de kaliteli yem kullanılmaya çalışıldığı, kaliteli yemin ise içindeki protein, lif, karbonhidrat oranlarından anlaşılacağı belirtilmiştir. Sığırın halk arasında geniş manada geviş getiren; etinden, sütünden ve hizmetinden faydalanan büyükbaş hayvanlar için kullanıldığı, ineklerin iki yaş ve üzerinde olanına sığır denildiği açıklanmıştır.

Uygulama Sırası

- Bu etkinlik 8. sınıf doğrusal denklemler konusunun 1. kazanımı “Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.” (2018, MEB, s. 73) ile ilgilidir. Bu etkinlikte süt sığırcılığı yapılan bir çiftlikte hayvanların daha kaliteli beslenmeleri için 1200 kg’lık özel bir yem hazırlanacağı belirtilmiştir. Bu özel yemin içinde kullanılan mısır ve soya fasulyesinin protein ve lif oranları yüzdelik olarak tabloda verilmiştir. Öğrencilere hayvanların günlük besin ihtiyacını karşılaması için yemin içindeki toplam protein ve lif oranıyla ilgili iki seçenek sunulmuştur. Toprak Mahsulleri Ofisi Genel Müdürlüğünün günlük piyasa bülteni öğrencilere dağıtılmıştır. Öğrencilerden; verilen tablo ve sunulan iki seçeneğe göre toplam yemin içinde kaç kilogram mısır ve soya fasulyesi olması gerektiğinin bulunmasını sağlayan modeli (denklem) oluşturmaları, oluşturdıkları denklemi matematiksel bilgi ve becerilerini kullanarak çözmeleri ve sonunda hangi seçeneğin daha karlı olduğunu belirleyerek yemi hazırlayacak çiftçiye bir mektup yazmaları, seçtikleri seçeneği gerçek yaşam bağlamında yorumlamaları ve yaptıkları işlemleri ve buldukları kilogramların ve fiyatların ekonomik açıdan bir çiftçinin kullanabileceği ve ödeyebileceği şekilde olup olmadığına dair kontrollerini yapmaları istenmektedir.

**“İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin” Matematiksel Modelleme Etkinliği
Sürecinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Ait Bulgular**

ŞAH-MAT GRUBU

Problemi anlama ve Sadeleştirme: Öğrencilerin problemi anlama ve sadeleştirme yeterliklerine ilişkin ifadeleri aşağıdaki diyalogda verilmiştir.

Ş2: Günlük 1200 kg yem var.

Ş3: 1. Seçenek protein miktarı 2. Seçenek lif miktarı

Ş1: Mısır'a x , soya fasulyesine $1200-x$ diyelim. İlk olarak tüm yemin yani 1200'deki %25'i (protein oranını) ve %8'i (lif oranını) bulacağız.

Ş3: Tek tek oranlara göre miktarları sonra da buna göre fiyatları bulacağız.

Öğrenciler soruda verilen iki seçeneğe göre özel yemin içindeki mısır ve soya fasulyesi miktarlarını ve fiyatlarını bulduktan sonra hangi yemin daha karlı olduğunu belirlemeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Mısırı x değişkeni ve soya fasulyesini toplam yemden geri kalan olduğu için $1200-x$ değişkeni olarak belirlemişlerdir. Bu değişkenlerin protein ve lif yüzdelerini toplayarak özel yemin protein ve lif miktarına eşitleyeceklerini ifade etmişlerdir. Sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: Öğrenciler ilk olarak soruda verilen iki seçeneğe göre 1200 kilogramın protein miktarını 300 gram, lif miktarını 96 gram bulmuşlardır.

Araştırmacı: 300 ve 96 gramı nasıl buldunuz?

Ş3: 1200 'ün %25 ve %8'ini bulduk.

Şekil 10. Şah-Mat Grubunun Özel Yemdeki Protein ve Lif Miktarını Bulması

Handwritten calculations on a piece of paper:

$$\begin{aligned} \text{mısır} &= x \\ \text{soya fasulyesi} &= 1200 - x \\ 1200 \cdot \frac{25}{100} &= 300 \text{ protein} \\ 1200 \cdot \frac{8}{100} &= 96 \text{ lif} \end{aligned}$$

$$\text{\textbf{\textit{Ş1}}}: x \cdot \frac{20}{100} + 1200 - x \cdot \frac{50}{100} = 300.$$

$$\text{\textbf{\textit{Ş1}}}: 1.\text{seçenek bu. Şimdi geelim 2. ye. } \frac{x \cdot 6}{100} + \frac{1200 - x \cdot 12}{100} = 96$$

Soruya ait tablo 1’de verilen mısır ve soya fasulyesinin proteinlerinin yüzdeliklerinin toplamını 300 grama, liflerinin yüzdeliklerinin toplamını da 96 grama eşitleyerek birinci ve ikinci seçenek için istenilen denklemleri kurmuşlardır. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır.

Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrenciler kurdukları denklemleri aşağıda verilen Şekil 11’deki gibi çözerek her iki seçenek için mısır ve soya fasulyesinin kilogramlarını doğru bulmuşlardır.

Şekil 11. Şah-Mat Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Kurduğu Denklemleri Doğru Çözümü

The image shows handwritten mathematical solutions for two scenarios, Ş1 and Ş2, involving the protein and fiber content of corn and soybeans.

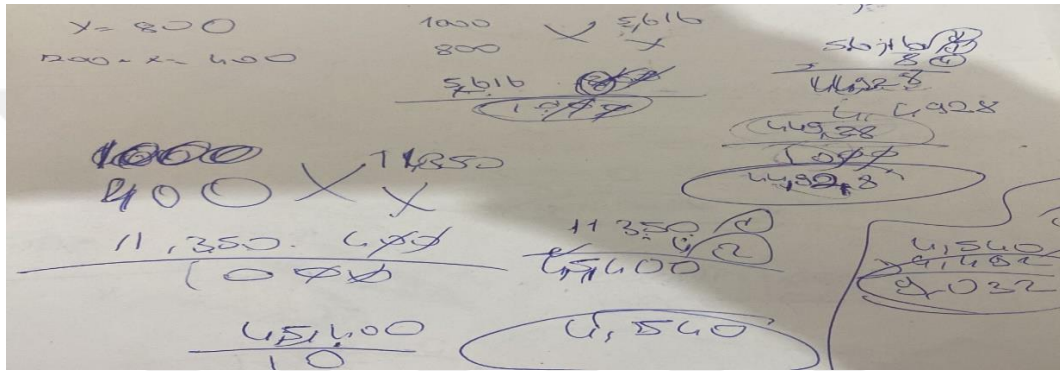
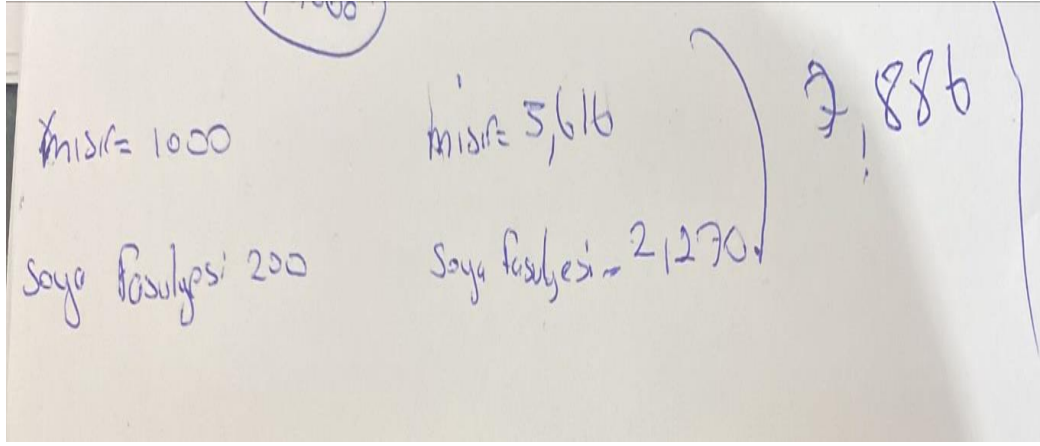
Ş1: 1000 ile arpacağım.

Ş1: 5616

Ş1: 5616 TL. Ha bu arada 1000’i almamın sebebi burada ton, kg olarak 1000 demektir.

Ş2: Tamam biliyorum. Soya fasulyesi için 1000 ‘de 11350 ise 200 ‘de 2270 buldum.

Şekil 12. Şah-Mat Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Fiyatlarının Toplamını Hesaplaması



1.seçenek için mısır ve soya fasulyesinin kilogramlarını ve toplam fiyatlarını doğru bulmuşlardır. 2.seçenekte kilogramlarını doğru bulmuşlar fakat mısırın fiyatını (4492.8) doğru bulduktan sonra özel yemin toplam fiyatını hesaplarken 4.492 olarak almışlar paradaki küsuratı yuvarlamışlardır. Fakat 4492.8 ondalık gösterimi yuvarlanırken onda birler basamağı 5'ten büyük olduğu için sayının bir artırılması ve 4493 olması gerekirdi. Bu nedenle matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Yorumlama: Öğrenciler soruda çiftçiye yazmaları istenilen mektubu yazarken neler yaptıklarını değerlendirmişlerdir.

Ş1: Mısıra x dediğimiz için soya fasulyesi $1200-x$ oldu.1200 kilogramdaki protein ve lif miktarlarını bulduk.

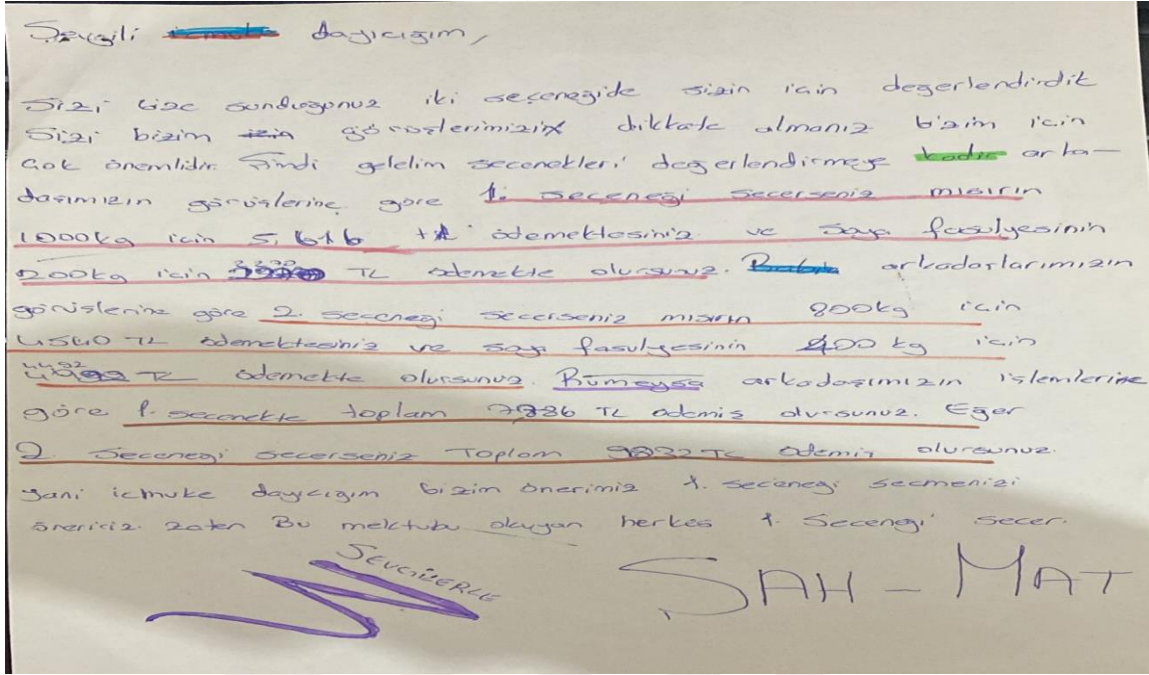
Ş3: 1200'ün %25 ve %8'ini bulduk.

Ş1: Buna göre birinci ve ikinci olayı değerlendirdik. Fiyatları bulduk. 7.886 olan birinci seçenek amca için daha uygun.

Yazdıkları mektupta neden 1.seçeneği seçmeleri gerektiğini ayrıntılı bir şekilde açıklamışlardır. Etkinlikte verilen Toprak Mahsulleri Ofisi güncel listesindeki fiyatlar her hafta değişmektedir. Fiyatların değişken olduğunu Toprak Mahsulleri Ofisi güncel listesine her hafta

bakılması gerektiğini belirtmedikleri için yorumlama basamağında Düzey 2'de bulunmaktadır.

Şekil 13. Şah-Mat Grubunun Çiftlik Sahibine Yazdığı Mektup



Doğrulama: Soruyu çözdükten sonra kısa bir değerlendirme yapmışlardır fakat buldukları sonuçları işlemsel olarak ve çiftçi için uygunluğu bakımından kontrol etmemişlerdir. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

KAMİKAZE GRUBU

Problem Anlama ve Sadeleştirme: Kamikaze grubu soruyu okuduktan sonra K2 hangi seçeneği seçeceklerini sorarak problemde istenen şeyi grup arkadaşlarına sormuştur.

K2: Hangisini seçeceğiz.

K1: İlk önce protein ve lif bulalım.

K2: Mısır x soya fasulyesi 1200-x olacak.

K1: 1200'de protein ve lif oranını bulalım, oradan da kilogramları ve fiyatları buluruz.

Öğrenciler özel yemde önerilen iki seçenekten hangisinin daha karlı olduğunu belirlemeleri gerektiğini bilmektedirler. Ayrıca mısır ve soya fasulyesinin miktarlarını bulurlarsa buradan da fiyatlarını hesaplayabileceklerinin de farkındadırlar. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5 ve mısıra x, soya fasulyesine 1200 kilogramdan geri kalan 1200- x diyerek özel yemin protein ve lif miktarı ile ilişkilendireceklerini ifade ettikleri için Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şekil 14. Kamikaze Grubunun Özel Yemdeki Protein ve Lif Miktarını Bulması

The image shows handwritten calculations for protein and fiber content. On the left, under the heading 'Protein', there is a calculation: $100 \times = \frac{1200 \cdot 25}{100}$, which simplifies to $100 \times = 300$. Below this, there is a small calculation: $\frac{12}{25} = 0.48$, $\frac{6}{100} = 0.06$, and $0.48 + 0.06 = 0.54$. On the right, under the heading 'Lif', there is a calculation: $100 \times = \frac{1200 \cdot 8}{100}$, which simplifies to $100 \times = 96$. Below this, there is a small calculation: $\frac{12}{25} = 0.48$, $\frac{6}{100} = 0.06$, and $0.48 + 0.06 = 0.54$.

Matematikselleştirme: Soruda verilen iki seçeneğe göre özel yemin protein miktarını 300 gram, lif oranını 96 gram bulmuşlardır.

K1: Hocam 1.olası durum 300,2. Olası durumu 96 bulduk. Bunlar özel yemlerdeki protein ve lif miktarı. Mısır + soya fasulyesi 1200 olacak. Mısıra x verdik.1200 tamamıydı. x'ten çıkarınca da soya fasulyesini bulacağız. 1200 'de %20 değil mi?

Araştırmacı: 1200'de %20 protein mi? 1200 tamamıydı.

K1: x 'de %20 protein.

K3: Yani bilmediğimiz şeyde % 20 protein.

Araştırmacı: Evet, o şekilde devam edin.

K3: Kilogramlarını bulsak.

K2: Kilogramlarını nasıl hesaplayacağız. Mısır ve fasulyenin toplamı 1200.

K1: $1200 \cdot \frac{20}{100} = 24$. Lifte de 6, $1200 \cdot \frac{6}{100} = 72$

K2: Ne saçmalıyorsun! Şurada 24 'mü eder? 240 eder.

K1: 240. Bu da 72.

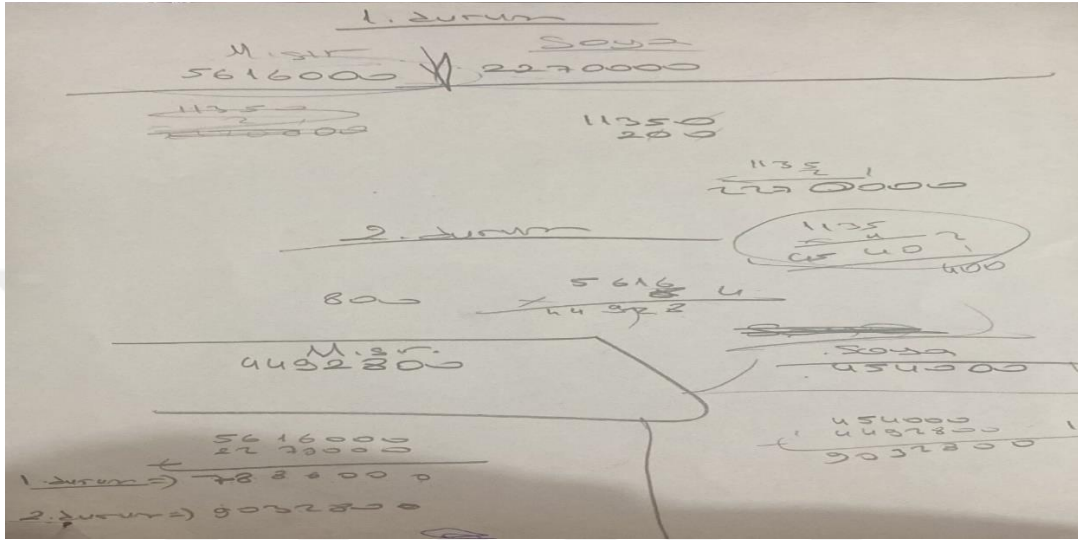
K2: Biz niye soyayı bulmuyoruz.

K1: $1200 \cdot \frac{12}{100} = 144$, $1200 \cdot \frac{50}{100} = 600$

Birinci seçenek için mısır ve soya fasulyesinin protein yüzdelerini toplayarak özel yemin protein miktarına, ikinci seçenek için mısır ve soya fasulyesinin lif yüzdelerini toplayarak özel yemin lif miktarına eşitleyememişlerdir. Tablo 1'de bulunan mısırın %20 protein ve %6 lif oranını bulmak yerine 1200 kilogramın bu yüzdelliklerini bulmaya çalışmışlar ve soya fasulyesi içinde aynısı yapmışlardır. Matematikselleştirme basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

Matematiksel Olarak Çalışma: Gruptaki öğrenciler başka bir gruptan duydukları mısır ve soya fasulyesi miktarlarına göre fiyatları bulmuş ve bir mektup yazmışlardır. Fakat Toprak Mahsulleri Ofisinin Günlük Piyasa ve Borsa Fiyatları Bülteninde fiyatlar 1 ton yani 1000 kg üzerinden verilmesine rağmen öğrenciler buna dikkat etmedikleri için verilen değerlerin 1 kg üzerinden verildiğini kabul ederek buldukları kilogramları 1000 ile çarpmışlardır.

Şekil 15. Kamikaze Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Fiyatlarının Toplamını Hesaplaması



Birinci ve ikinci seçenek için gerekli olan mısır ve soya fasulyesinin kilogramlarını bulamamışlar, başka bir gruptan aldıkları mısır ve soya fasulyesi miktarlarının fiyatlarını yanlış hesaplamışlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 1’de bulunmaktadır.

Yorumlama: Çiftçiye sundukları mektupta fiyat olarak daha karlı seçeneğin 1. seçenek olduğu doğrudur. Fakat fiyatları yanlış hesapladıkları için mektupta 1. seçenek için yem fiyatını yanlış yazmışlardır. Ayrıca fiyatların değişken olduğunu Toprak Mahsulleri Ofisi Güncel Listesine her hafta bakılması gerektiğini de belirtmemişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 2’de bulunmaktadır.

Şekil 16. Kamikaze Grubunun Çiftlik Sahibine Yazdığı Mektup

Sayın Çiftçi Amca;

Sizin için 1. ve 2. dâsi durumların fiyatlarını bulduk. 1. durumu 7886000 olarak, 2. durumu 9032800 olarak bulduk. Keslikle 1. durumu seçerisin çünkü daha ucuz malıyeli oluyor. 2. durumu seçersen zarar etmiş olursunuz...

Doğrulama: Denklem kurarak bir çözüm yapmadıkları için hızlıca fiyatları bulmuşlar, fiyatları işlemsel ve uygunluk açısından kontrol etmemişler buldukları fiyatların ne kadar çok olduğunu fark etmemişlerdir. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1’de bulunmaktadırlar.

1 PINK 2 BLUE GRUBU

Problem Anlama: Öğrencilerin problemi okuyarak neler yapmaları gerektiğini birbirlerine açıkladıkları görülmektedir.

P1: 1.durum protein oranının %25 olması, 2.durum lif oranının % 8 olması.

B1: Hangisi daha ucuzsa onu bulacağız. Eee şimdi ne anladınız? 1200 kg kullanılıyor.

B2: Hocam biz daha anlama kısmını halledemedik.

P1: Denklem olarak kurduğumuzda mısırı bilmediğimiz için x , $1200-x$ soya fasulyesi olarak alacağız.

B2: Mısır ve soya fasulyesi miktarlarının proteinleri ile çalışıyoruz.

Araştırmacı: Yemin içinde başka bir şey daha yok mu?

B2: Lif de var. Onu da kullanacağız.

P1: Mısır ve soya fasulyesinin protein oranına göre denklemini kuracağız.

Öğrenciler soruda verilen iki seçeneğe göre özel yemin içindeki mısır ve soya fasulyesinin protein ve lif oranlarına göre bunların miktarlarını ve fiyatlarını bulduktan sonra hangi seçenekteki daha karlı olduğunu belirlemeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5’te bulunmaktadırlar.

Sadeleştirme: Mısırı x ve soya fasulyesini toplam yemden geri kalan olduğu için $1200-x$ değişkeni olarak belirlemişlerdir. Bu değişkenlerin protein ve lif yüzdelliklerini toplayarak

özel yemin protein ve lif miktarına eşitleyeceklerini ifade etmişlerdir. Sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: Öğrenciler ilk önce bilmedikleri halde iki bilinmeyenli denklem kurmayı düşünmüşlerdir.

P1: Hocam şöyle bir denklem kurduk, x 'e mısır, y 'ye soya fasulyesi dedik.

Araştırmacı: Konumuz iki bilinmeyenli değil, bir bilinmeyenli denklem olduğu için iki bilinmeyenden değil bir bilinmeyenden gideceğiz.

P1: O zaman buradan gideceğiz ($1200-x$ 'i gösterir).

Araştırmacı: Evet.

Şekil 17. 1 Pink 2 Blue Grubunun Özel Yemdeki Protein ve Lif Miktarını Bulması

Handwritten mathematical work showing a system of equations and their solution. The equations are: 1200 kg 300 kg Protein, 1200 kg 76 kg $1:5$. The solution involves solving for x and y , resulting in $x = 25$ and $y = 1175$.

B2: Biz soya fasulyesinin miktarını bulmaya çalışıyoruz.

Araştırmacı: Yemin içinde başka bir şey yok mu?

P1: Mısır

Araştırmacı: Dediğin gibi mısır da var. Mısırın yüzde kaç?

B1: x 'in %20'si. $\frac{20x}{100}$. Böyle mi oluyor?

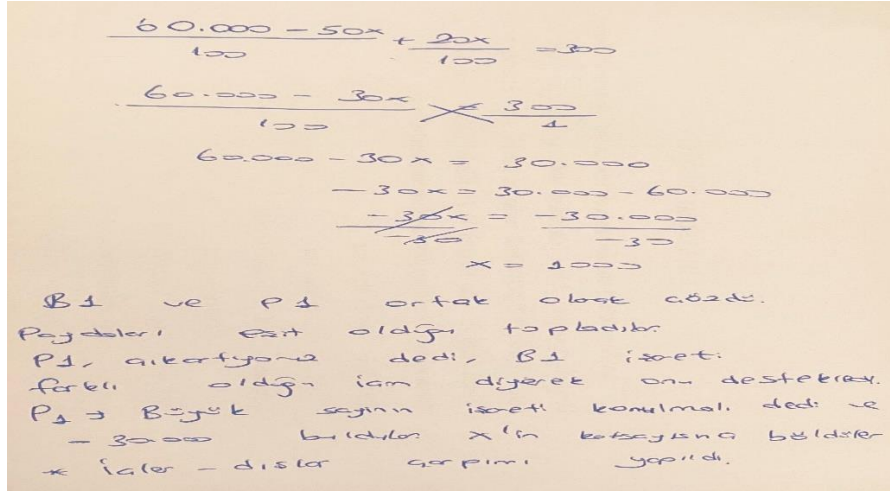
B2: $\frac{20x}{100} + 1200 - x \cdot \frac{50}{100} = 300$

Araştırmacı: Bu neyin denklemi?

P1: Mısır ve soya fasulyesinin proteinin denklemi.

Öğrencilerin birinci seçenek için kurdukları denklemi ortak olarak çözerken neler yaptıkları Şekil 18'de araştırmacının gözlem notlarında verilmektedir.

Şekil 18. 1 Pink 2 Blue Grubunun Birinci Seçenek İçin Kurduğu Denklemi Ortak Çözümü


$$\frac{60.000 - 50x}{100} + \frac{20x}{100} = 300$$
$$\frac{60.000 - 30x}{100} = 300$$
$$60.000 - 30x = 30.000$$
$$-30x = 30.000 - 60.000$$
$$\frac{-30x}{-30} = \frac{-30.000}{-30}$$
$$x = 1000$$

B1 ve P1 ortak oluşturdular.
Paydaları eşit olduğu topladılar.
P1, kırtarıya dedi, B1 ise:
farklı olduğu için diğer onu destekley.
P1 > B1 büyük sayının isareti konulmalı dedi ve
-3000 buldılar x'in katsayısına buldular
* işaret - diğer tarafını yaptı.

B2: Hocam bizim bitti.

Araştırmacı: Neyi buldunuz?

P1: x'i bulduk.

Araştırmacı: Soya fasulyesini buldunuz mu?

P1: 1200'den 1000'i çıkaralım.

B2:200

Araştırmacı: Şimdi ne yapmayı düşünüyorsunuz?

B2: Şimdi fiyatlarına bakalım. Soya fasulyesi 11.350, mısır 5.616 çarp

B2: 2270 ile 5616 TL'yi topluyoruz. 7886 TL.

Araştırmacı: Çok Güzel. Neyi bulmuş oldunuz.

B2: Yemimizin (fiyat) toplamı.

Öğrenciler mısır ve soya fasulyesinin miktarlarını ve Toprak Mahsulleri Ofisi güncel listesine göre bu miktarların fiyatlarını hesaplayarak 1.seçenek için özel yemin toplam fiyatını doğru bulmuşlardır.

Araştırmacı: Bu kadar mı yapacaklarınız?

B2: İki seçenek vardı. Lif oranını da değerlendireceğiz. Lif oranını da ben yapmıştım.96 bulmuştum. Aynı denklemi kullansak. Arkadaşım bunu da sen çöz. Bunu da 96'ya eşitleyeceksin.

Şekil 19. 1 Pink 2 Blue Grubunun İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Miktarlarını Bulması

$$1200 - x \cdot \frac{12}{100} + \frac{6x}{100} = 96$$

$$\frac{14400 - 6x}{100} = 96$$

$$14400 - 6x = 9600$$

$$9600 = 14400 - 6x$$

$$800$$

$$\text{Mısır} = 800 \text{ kg}$$

$$\text{Soya} = 400 \text{ kg}$$

Birinci seçenek için protein ve ikinci seçenek için lif oranlarına göre mısır ve soya fasulyesinin kilogramlarının bulunmasını sağlayacak denklemleri doğru kurmuşlardır. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Matematiksel Olarak Çalışma: İki seçenek için de mısır ve soya fasulyesinin protein ve lif oranlarına göre kilogramlarını ve fiyatlarını doğru bularak özel yemin hangi seçenekte daha ucuz olduğunu belirlemişlerdir. Matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır.

Şekil 20. 1 Pink 2 Blue Grubunun Birinci ve İkinci Seçenek İçin Mısır ve Soya Fasulyesi Fiyatlarının Toplamını Bulması

$$4.5 \times 800 = 3600$$

$$11.35 \times 400 = 4540$$

$$3600 + 4540 = 8140$$

Yorumlama: Öğrenciler 1. seçeneği neden seçtiğini yazdıkları mektupta anlatmış fakat her hafta bunun değişebileceğini yani fiyatların değişken olduğunu Toprak Mahsulleri Ofisi güncel listesine her hafta bakılması gerektiğini belirtmemişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şekil 21. 1 Pink 2 Blue Grubunun Çiftlik Sahibine Yazdığı Mektup

Sevgili Çiftçi amcamızın bize sunduğu 2 seçenekten en uygununu belirledik ama şinde fiyatlarında anlatacağız. İlk olarak hazırladığımız 1. yem için 1000 kg Mısır 200 kg Soya fasulyesi kullanacağız. Bunları TL cinsinden fiyatlarını ~~54492.8 TL~~ Söylesen 7.886 TL tutuyor. 2. seçenek ise 800 kg Mısır 400 kg Soya fasulyesi kullanacağız. Bunları TL cinsinden tutarı ise 3032,8 TL tutuyor sana tavsiye edeceğimiz yem 7.886 TL tutan 1. durumdaki yem'dir eğer sana yazdığımız bu mektup işine yarayacaksa çok mutlu olur ellerinden dileriz. Sevgilerle

Doğrulama: İşlemleri yaparken yaptıkları her noktaya tekrar göz gezdirmişler ve yanlışlarını düzeltmişlerdir fakat sonuçlarının çiftçi için uygun olup olmadığını kontrol etmemişlerdir. Doğrulama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Uygulama Sonrası

- Araştırmacı tarafından çiftçi amcaya yazılan tüm mektuplar akıllı tahtaya yüklenmiştir.
- Her gruptan bir öğrenci kendi grubunun yazdığı mektubu sesli olarak okumuştur.
- 1 Pink 2 Blue grubundan gönüllü bir öğrencinin kendi grubunun çözümünü göstermesi istenmiştir. B1 gönüllü olarak akıllı tahtada çözümü gerçekleştirmiştir. Şah-Mat grubundan Ş1 etkinliğin ikinci seçeneğinde buldukları soya fasulyesinin fiyatını 4492.8 TL buldukları halde nasıl 4492 TL yazdıklarına inanmadığını belirterek küçük bir hatadan yanlış yaptıklarını belirterek üzülüğünü ifade etmiştir.
- Araştırmacı "Mısır ve soya fasulyesi fiyatlarına 21 Nisan 2023 üzerinden baktınız. Biz bu etkinliği bir ay sonra gerçekleştiresek de fiyatlar aynı olur mu?" sorusu üzerine öğrenciler "Fiyatı artar." ve "Yaz mevsimi oluyor, ucuzlayabilir." gibi cevaplar vermişlerdir. Bunun üzerine çiftçi amcaya mektubu hemen yollamaları gerektiğini yoksa fiyatların değişebileceğini buna dikkat edilmesi gerektiğini söylemişlerdir.

"İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin" Etkinliğinde Grupların Bilişsel Yeterliklerine Toplu Bakış

Bu etkinlikte tüm gruplar problemde mısır ve soya fasulyesinin miktarlarını ve buna bağlı olarak fiyatları bulacaklarını böylece soruda verilen seçeneklerden hangisinin daha

avantajlı olacağını bulmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağını Düzey 5, sadeleştirme basamağını Düzey 4'te tamamlamışlardır.

Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu 1 ve 2. seçenek için gerekli rasyonel denklemleri doğru kurdukları için matematikselleştirme basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağında 1 Pink 2 Blue grubu kurduğu denklemlere göre mısır ve soya fasulyesinin fiyatlarının toplamını doğru bulduğu için Düzey 5, Şah- Mat grubu ise soya fasulyesinin fiyatını bulurken ondalık gösterimlerde yuvarlamada hata yaptığı için Düzey 4'te bulunmaktadır. Kamikaze grubu istenilen denklemleri kuramamıştır, denklem kurmadan herhangi çözüme gidemediği gibi başka bir gruptan duyarak öğrendiği miktarların fiyatlarını yanlış bulduğu için matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

Tüm gruplar yazdıkları mektuplarda çözümlerini gerçek yaşam bağlamında eksik yorumladığı için yorumlama basamağında Şah-Mat ve Kamikaze grubu Düzey 2, 1 Pink 2 Blue grubu ise doğru çözüm üzerinden eksik yorumlama yaptığı için Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şah-Mat ve Kamikaze grubu işlemlerini ve çözümlerinin günlük hayata uygunluğunu kontrol etmediği için Düzey 1'de bulunmaktadırlar. 1 Pink 2 Blue grubu ise işlemsel kontrol yaptığı ve işlemlerindeki yanlışları düzelttiği için Düzey 3'te bulunmaktadır.

Etkinlik-2'den Elde Edilen Bulgular

SINIFTA NEREDEYİZ? ETKİNLİĞİ

Koordinat sistemi, Descartes tarafından bulunmuş olup, yaşamı kolaylaştırma aşamasında önemli bir yere sahiptir. 1637 yılında çalışmalar yayınlamış olup, dünya tarafından ilgi ile karşılanmasını sağlamıştır. Koordinat sistemi, matematik ile kullanılmaktadır.

Koordinat Sisteminin Kullanım Alanları Nelerdir?

Yer belirleme: Koordinat kullanım alanlarının en önemlisi yer belirleme olarak geçmektedir. Yer belirleme, bir kişinin veya cismin yerine daha rahat ve kolay bulabilmek için konumunun belirlenmesi olarak geçmektedir. Koordinat sisteminin belirlenmesi, normal günlük yaşama olun etkili oldukça fazladır. Örnek verecek olursak, maça gideceksiniz bilet ihtiyacın var, bu sistem ile rahatlıkla boş yerleri görüntüleyebilir, size uygun yer için satın alma işlemini gerçekleştirebilirsiniz.

Enlem ve boylam: Dünya üzerindeki her ülke ve şehir ile ilgili koordinat bilgileri mevcuttur. Şehir ülkelerin rahatlıkla bulunulması ve havacılık ve deniz sektörü için önemli bir yere sahip olan koordinat sistemi, sıklık ile kullanılan hesaplamaların başında yer almaktadır. Bir ülkenin dünya üzerindeki sınırlarının ve hava sahası alanlarının tespiti açısından askeri kurumlarında koordinat sistemlerini talep ettiği görülmektedir.

Navigasyon işlemleri: Kara, deniz ve hava araçlarının adres bulunması konusunda koordinat sistemleri günlük hayatı, daha kolay hale getirmektedir. Navigasyon uygulama alanları dünya genelinde kullanım alanları oldukça geniş olması, adres tespiti açısından yardımcı olmaktadır.

Uzaydaki yıldız ve gezegenlerin belirlenmesi: Bildiğini üzere uzay da birçok esrarengiz oluşumların varlığından söz etmek mümkündür. Uzayda yer alan güneş, ay, yıldız gibi oluşumların konumlarının belirlenmesi konusuna koordinat sistemi önemli bir yere sahiptir.

SINIFTA NEREDEYİZ?

Sınıfınıza ait oturma planını, istediğiniz bir kişinin konumunu başlangıç noktası(orişin) kabul ederek koordinat sistemi üzerinde modelleyip kendinizin ve arkadaşlarınızın oturduğu sıraların koordinatlarını belirleyiniz.

Etkinlik Uygulama Süreci

Uygulama Öncesi

- Kullanılacak araç ve gereçler (30 cm’lik cetvel, kareli kâğıt) her grubun masasında öğrenciler tarafından hazır hale getirilmiştir.
- Dikkat çekme ve güdüleme adına etkinliğe giriş soruları sorulmuştur. Bu sorular: Bir savaş uçağı belirli bir bölgeyi vurmayı amaçladığında nokta atışı yapabilmesi için o bölge hakkında hangi bilgiye sahip olmalıdır, bulunduğunuz ülkenin koordinatları denilince aklınıza ne gelmektedir, cep telefonlarınızda bulunan navigasyon cihazları ya da haritalar bir yerle ilgili hangi bilgiyi vermektedir?
- Gruplardaki öğrencilere Dekart ile ilgili araştırma yapmaları söylenerek ödev verilmiştir. Şah-Mat grubundan Ş1 ödevini tahtada sunmuştur. Dekart’ın Fransız bir filozof, matematikçi, bilim insanı olduğunu, geometri ve cebir alanlarını birleştirerek analitik geometriyi icat ettiğini belirtmiştir. Analitik geometrinin lise ve üniversitelerde bir ders olarak verildiğini; lisede ve eğer matematik, mühendislik alanlarında bir meslek sahibi olacaklarsa üniversitede bu dersi göreceklerini belirtmiştir. Koordinat sistemine Kartezyen Koordinat Sistemi adının da verildiğini,

Türk Dil Kurumu açısından bakıldığında kartezyen kelimesinin “Dekartçı” anlamına geldiğini yani Dekart’ın felsefesini destekleyen kişiler olarak ifade edildiğini söylemiştir.

Uygulama Sırası

- Bu etkinlik “Koordinat sistemini özellikleriyle tanır ve sıralı ikilileri gösterir.” (MEB, 2018, s. 73) ile ilgilidir. Sınıfta bir kişiyi başlangıç noktası kabul ederek sınıftaki öğrencileri koordinat sistemi üzerinde modellemeleri, kendilerinin ve arkadaşlarının yerlerini sıralı ikili olarak yazmaları, çizdikleri sınıfın gerçek bir sınıf olup olamayacağına dair yorum yapmaları, belirledikleri konumların koordinat sistemi üzerinde doğru ve gerçek bir sınıf ortamına uygun olup olmadığını kontrol etmeleri istenmiştir.

“Sınıfta Neredeyiz?” Matematiksel Modelleme Etkinliği Sürecinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Ait Bulgular

ŞAH-MAT GRUBU

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Gruptan Ş1 tüm soruyu okuduktan sonra öğrenciler çizecekleri sınıf hakkında düşüncelerini belirtmişlerdir. Ş2, boş bir kâğıda koordinat sistemini çizerken Ş1’in “Önce sıraları çizelim” demesi üzerine önce sınıf ortamını çizmiştir.

Ş1: Beş tane sıra çizelim.

Ş3: Ne alaka! Beş tane sıra mı var. Bizim sınıfta 3 sıra arka arkaya dört sıra yan yana.

Ş1: Hoca diyor ki hayalinizdekini yapın. Önce sıraları çizelim. 15 kişilik yapalım.

Ş2: Ş3 diyor ki benim hayalim bu.

Ş1: Orijin Mustafa.

Ş1: Herkesin tek tek koordinatlarını yazalım. (x,y) yazacağız.

Ş2: Önce x yazılır, sonra y haberiniz olsun.

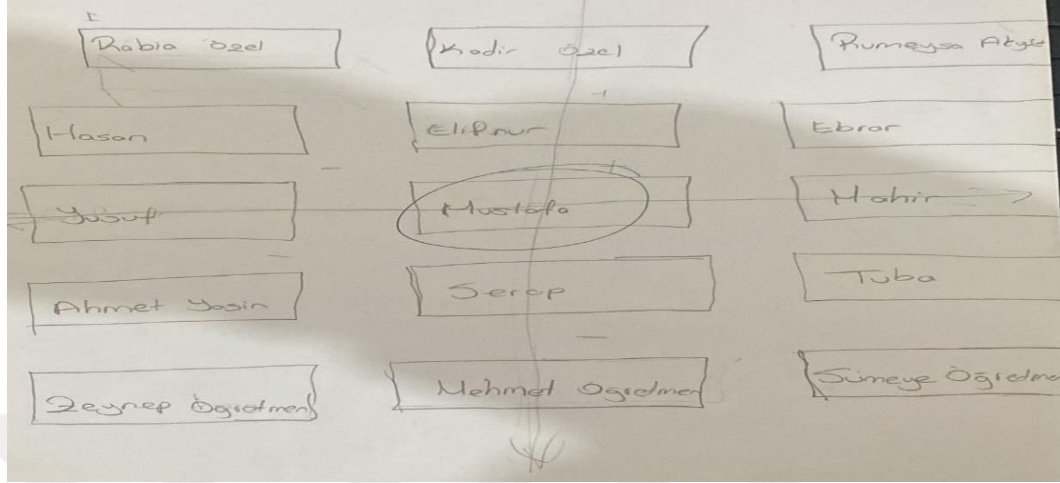
Ş1: E tamam öyle yaptık.

Sınıftan bir kişiyi orijin kabul etmiş, sınıftaki arkadaşlarını sıralı ikili şeklinde yazmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Problemi anlama basamağında Düzey 5’te, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: Oluşturdukları sınıfın üzerine hayali bir koordinat sistemi çizmişlerdir. Sınıftakilerin yerlerini belirlerken her sırada oturan kişiyi koordinat sistemi üzerinde bir nokta olarak belirlemişlerdir. Her ne kadar sıralar arasının 1 birim olduğunu

söyleseler de çizim kısmında herhangi bir ölçü aleti (cetvel, kareli kâğıt gibi) kullanmadıkları için çizdikleri koordinat sisteminde birimler arasında hata vardır. Bu nedenle matematikselleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şekil 22. Şah- Mat Grubunun Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi



Matematiksel Olarak Çalışma: Herkesin tek tek koordinatlarını yazmaya karar vermişlerdir. Arkadaşlarının koordinat sistemindeki yerlerini belirlerken Ş2 sıralı ikililerde önce x sonra y yazılacağını ifade etmiştir.

Araştırmacı: Neler yaptınız?

Ş1: Sınıfımız bu şekilde. Mustafa bizim orijinimiz. Mustafa'nın önündekiler (+), arkası (-), solundakiler (-), sağındakiler (+). Böylece hepsini bulabiliriz. Önce x sonra y (x,y). Böylece hepsini bulabiliriz.

Ş2: Hasan'a bakalım solda olduğu için -1, yukarı da olduğu için +1. (-1, +1).

Yusuf'a bakalım. Tam yanında olduğu için y'si yok. Sadece x'i var. O da (-1,0).

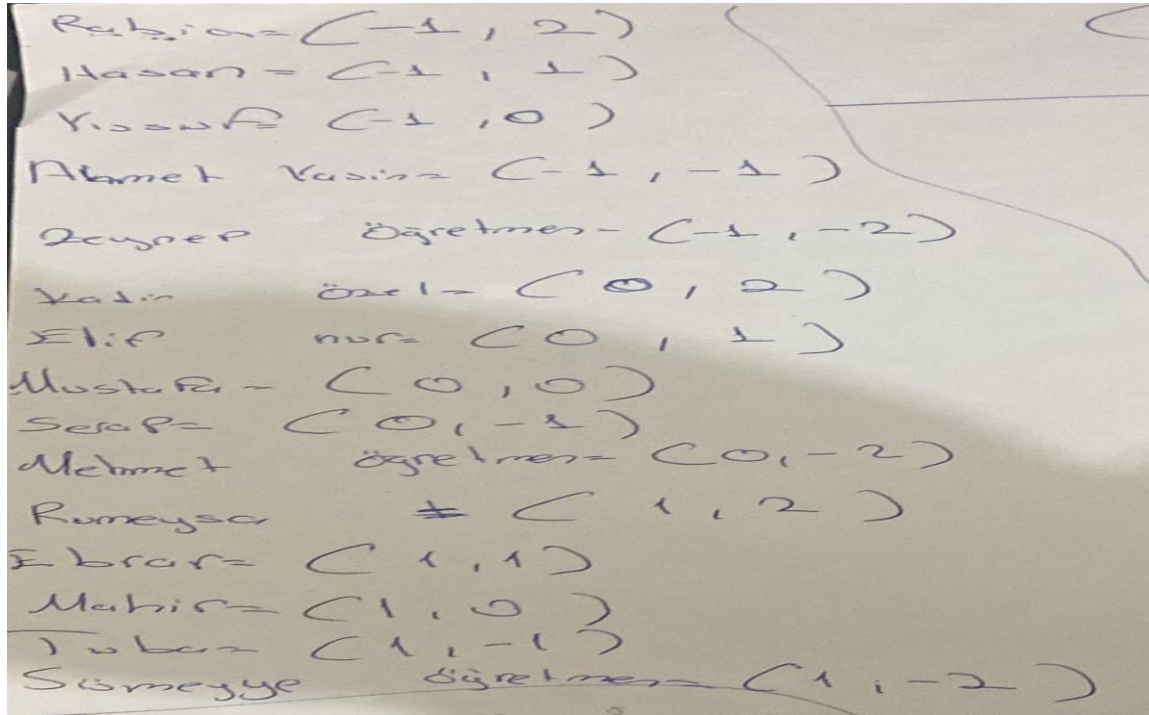
Ş2: Ahmet Yasin, Mustafa'nın arkasında ve solunda olduğu için (-1,-1)

Zeynep öğretmen, Mustafa'nın arkasında ve solunda olduğu için (-1,-2)

Araştırmacı: Her aralığı kaç birim aldınız?

Ş1: Bir birim aldık.

Şekil 23. Şah-Mat Grubuna Göre Sınıf Arkadaşlarının Konumları



Oluşturdukları bu modelde sınıftaki kişilerin konumlarını (x, y) sıralı ikilileri şeklinde doğru belirlemişlerdir. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 3'te bulunmaktadır.

Yorumlama: Oluşturdukları sınıfın kendi sınıfları olabileceğini söyleyerek ön sıralara arkadaşlarını arka sıralara öğretmenlerini oturtmuşlardır. Öğretmenler her an sınıflarında olacakları arkadaşları değildir. Ayrıca Ş3'ün "Neden sıraların bazıları büyük bazıları küçük?" sorusunun Ş1 ve Ş2 tarafından umursanmadığı görülmektedir. Bu nedenle gerçek hayatta sınıflarda bulunan sıra büyüklükleri eşit olmasına rağmen öğrenciler sınıf sıralarını büyüklü küçüklü çizmişlerdir. Bu nedenle yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Doğrulama: Sıralar arası mesafelerde, sıra büyüklüklerinde, üzerine hayali olarak çizdikleri koordinat sisteminde düzeltme yapmamışlardır. Doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

KAMİKAZE GRUBU

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Öğrencilerin her biri soruyu tek tek okuduktan sonra ayrı ayrı sınıf düzeni çizmeye çalışmışlardır. Araştırmacının "Hepinizin belirlediği ortak bir sınıf olacak." uyarısı üzerine çizilecek bir sınıf üzerinde yoğunlaşmışlardır.

K2: Hocam bir şey sorabilir miyim? Bu sınıfı biz kafamıza göre mi yapıyoruz?

Araştırmacı: Evet. Yapabilirsiniz.

K2: Hocam her kareye(sıraya) bir kişi mi yerleştirelim?

Araştırmacı: Onu size bıraktım.

K1: Harf yaz bence ya da ad ve soyadlarımız. Bir yer belirleyip, orayı orijin kabul edelim. Beni orijin kabul edelim.

K3: (0,0)

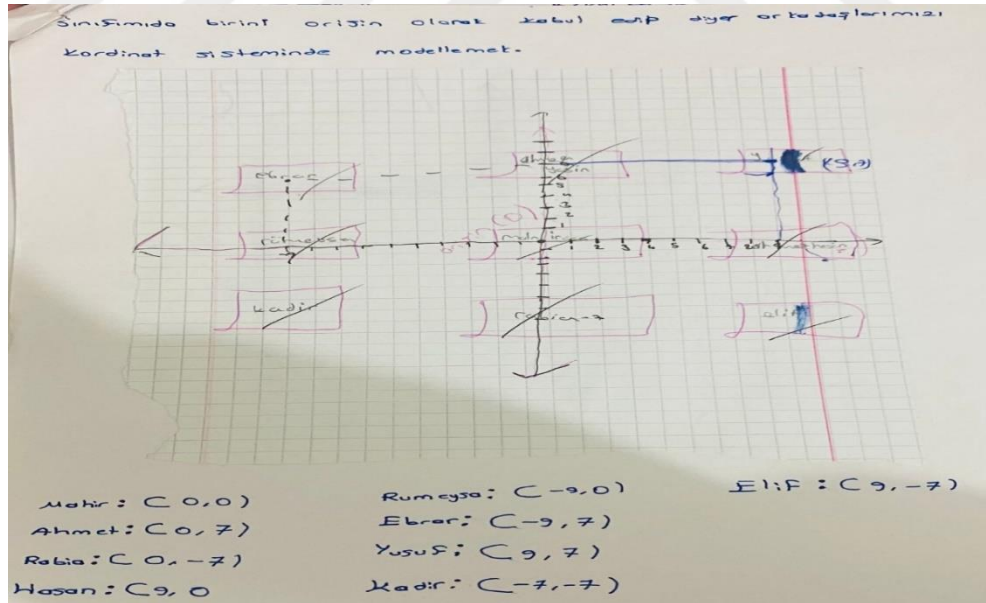
K2: Hepsinin koordinatlarını tek tek yazabiliriz.

K1: Hocam bizim diğer gruplardan farklı çıksa yanlış mı olur? Gerçi olmaz. Bu yorum sorusu.

Gruptaki öğrencilerin çözüm kağıdında çizdikleri koordinat sisteminin üzerinde sorunun ne istediğini kısaca açıkladıkları görülmektedir. Problemi anlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadırlar. Orijini (0,0) şeklinde ifade edip sınıftaki arkadaşlarının hepsinin koordinat sistemindeki konumlarını (x,y) sıralı ikilileri şeklinde belirlemeleri gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu nedenle sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadırlar.

Matematikselleştirme: Kareli kâğıt kullandıkları için birimler arasındaki mesafeler eşittir ve koordinat sistemi üzerinde arkadaşlarını doğru konumlandırmışlardır. Bu nedenle matematikselleştirme basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır.

Şekil 24. Kamikaze Grubunun Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi



Matematiksel Olarak Çalışma: Koordinat sistemini hayallerindeki sınıf üzerinde çizdikten sonra arkadaşlarının yerlerini sıralı ikili şekilde belirlemişlerdir.

K2: Ahmet Hasan (9,0).

K3: (7,0).

K2: Ama burası 9, bak sayalım, 9 birim.

Çizdikleri koordinat sisteminde her noktanın koordinatlarını doğru belirleyememişlerdir. Örneğin; Rûmeysa isimli öğrencinin bu çizime göre bulunduğu nokta $(-10,0)$ 'dır. Fakat $(-9,0)$ yazmışlardır. Bunun gibi Ebrar, Rabia, Kadir, Elif isimli öğrencilerin de koordinatlarını yanlış bulmuşlardır. Yer belirlemedeki bu yanlışlıklardan dolayı matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Yorumlama: Çizdikleri sınıf düzenine baktığımızda her sırada bir arkadaşları oturmaktadır ve bu gerçek yaşam için de bir okulda olabilecek bir durumdur. Şah-Mat grubundaki öğrenciler gibi bu grup da sıraları büyük ve küçük boyutlarda çizmişlerdir. Bu nedenle yorumlama basamağında Düzey 2'de bulunmaktadır.

Doğrulama: Çizdikleri sınıfın gerçek bir sınıfa göre uygunluğuna bakmamışlar ve koordinat sistemindeki noktaların koordinatlarını kontrol etmedikleri için yanlış koordinatları düzeltmemişlerdir. Doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

1 PİNK 2 BLUE GRUBU

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Gruptaki öğrencilerden P1, araştırmacının “Etkinliği okudunuz, ne anladınız?” sorusu üzerine sınıftan bir kişiyi merkeze alarak orijin kabul edip diğer kişilerin koordinatlarını (x,y) sıralı ikilileri şeklinde koordinat sistemi üzerinde belirlemeleri gerektiğini söylemiştir. Problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

P1: Hocam burada bir arkadaşımızın bulunduğu yeri orijin olarak alıp kendimiz ve arkadaşlarımızın bulundukları sıraları koordinat sisteminde göstereceğiz. Bunun için ilk olarak sıraları çizmeliyiz.

B1: Direkt bizim sınıfı mı yapsak?

P1: Bir kişiyi orijin alsak, bulunduğumuz yeri belirleriz.

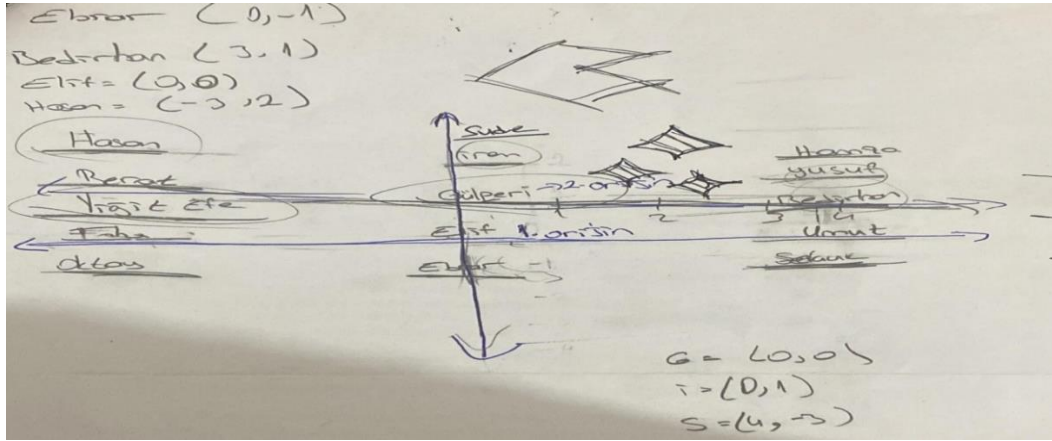
B1: İkilileri mi yazacağız?

Araştırmacı: Koordinat deyince ne anlıyorsun?

B1: İkilileri...

Matematikselleştirme: Sınıf oturma planını arkadaşlarının sadece isimlerini yazarak hazırlamışlardır.

Şekil 25. 1 Pink 2 Blue Grubunun Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi



Her iki çizime bakıldığında x ve y ekseninde sayılar arasındaki uzaklıklar eşit görünse de bu tam olarak belirlenememektedir. Çünkü koordinat sistemi kareli kâğıt üzerinde çizilmemiş ya da bir ölçme aleti (cetvel) kullanılmamıştır. Öğrenciler bu yüzden matematikselleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrenciler oluşturdukları sınıfa göre iki kişiyi ayrı ayrı orijin kabul ederek iki farklı koordinat sistemi üzerinde çalışmışlardır.

P1: Bedirhan'ı bulalım. 3'e 1. (3,1)

Araştırmacı: Kontrol edelim. Y eksenindeki birimler arasındaki uzaklıklarla x eksenindeki uzaklıklar eşit mi?

B2: Ben söyleyeyim, sen yaz: Hasan (-3,2), İrem (-3,3).

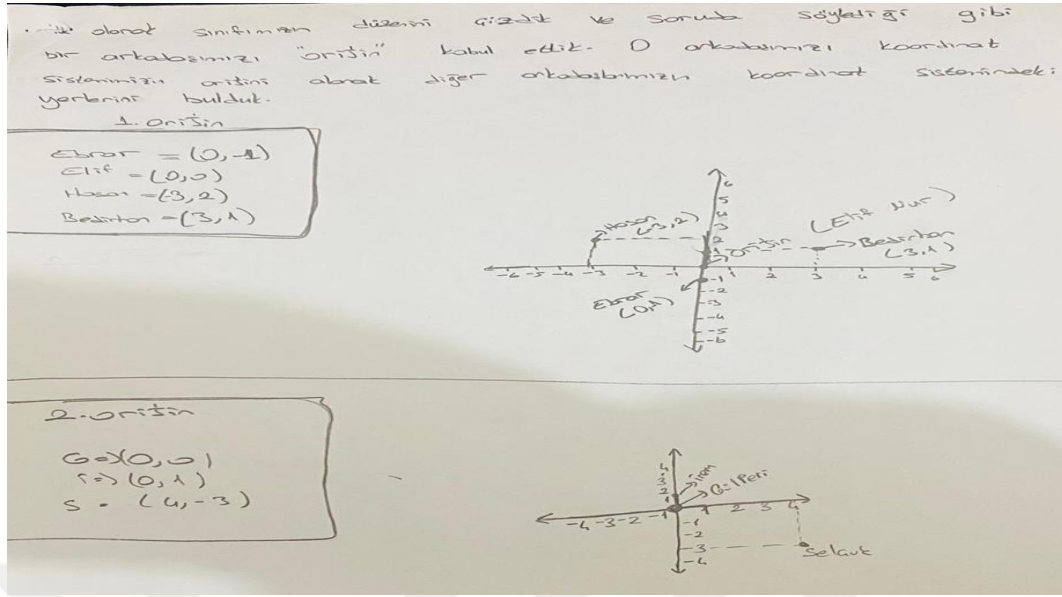
P1: Hocam bunda sayıları değiştirecek miyiz? (Farklı bir kişiyi orijin olarak seçtikleri çizimi gösterir).

Araştırmacı: Konumları farklılaşıyorsa değiştirirsin.

B1: Hocam iki tane orijin aldık.

Araştırmacı: O halde farklı renkle çiz, 1 ve 2. orijin olarak yaz, karışmasın.

Şekil 26. 1 Pink 2 Blue Grubunun İki Farklı Orijine Göre Çizdiği Sınıf ve Koordinat Sistemi ve Arkadaşlarının Konumunu Belirlemesi



Model üzerinden iki farklı orijine göre arkadaşlarının konumlarını (x, y) sıralı ikilileri şeklinde doğru belirlemişlerdir. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 3'te bulunmaktadır.

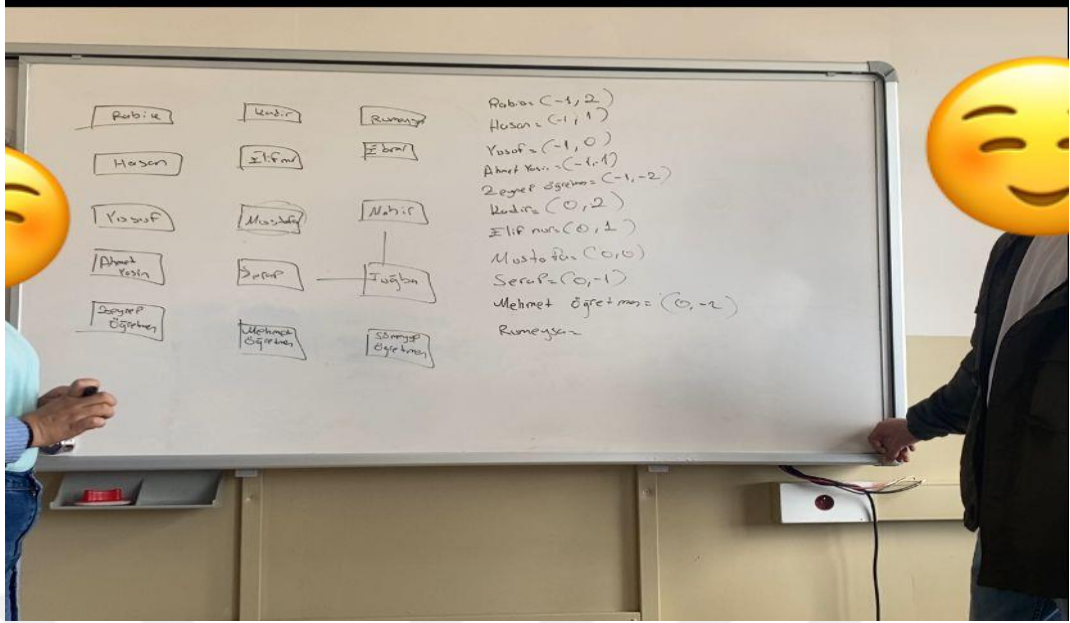
Yorumlama: Gerçek hayatta herkesin sınıf denilince aklına gelebilecek sıralardan oluşan bir sıra düzeni çizmemişlerdir. Sınıftaki kişilerin her birini birer nokta olarak düşünmüşler ve konumlarını belirlemişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Doğrulama: Koordinat sistemini iki farklı orijin belirleyerek çizmişlerdir. Araştırmacının “Birimler arasındaki uzaklıklar eşit mi?” şeklindeki uyarı maksatlı sorusuna rağmen kareli kâğıt ya da bir ölçü aleti kullanmadıkları ve göz kararı eşit uzaklıkta sayıların olduğu bir koordinat sistemi çizdikleri için doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

Uygulama Sonrası

- Çalışma sonrası öğrenci gruplarından etkinlik çözüm kağıtları alınmıştır.
- Şah-Mat grubu oluşturdukları sınıf ortamını tahtaya çizerek sınıfın bir koordinat sistemi üzerinde olduğunu düşündüklerini ve arkadaşlarının konumlarını nasıl bulduklarını tahtada anlatmışlardır.

Şekil 27. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 2'yi Tahtada Sunumu



Ş1: Sınıfımız bu şekilde. Mustafa'yı orijin alabiliriz. Hasan'a bakalım. Solda olduğu için -1, yukarıda olduğu için +1 yani $(-1, +1)$.

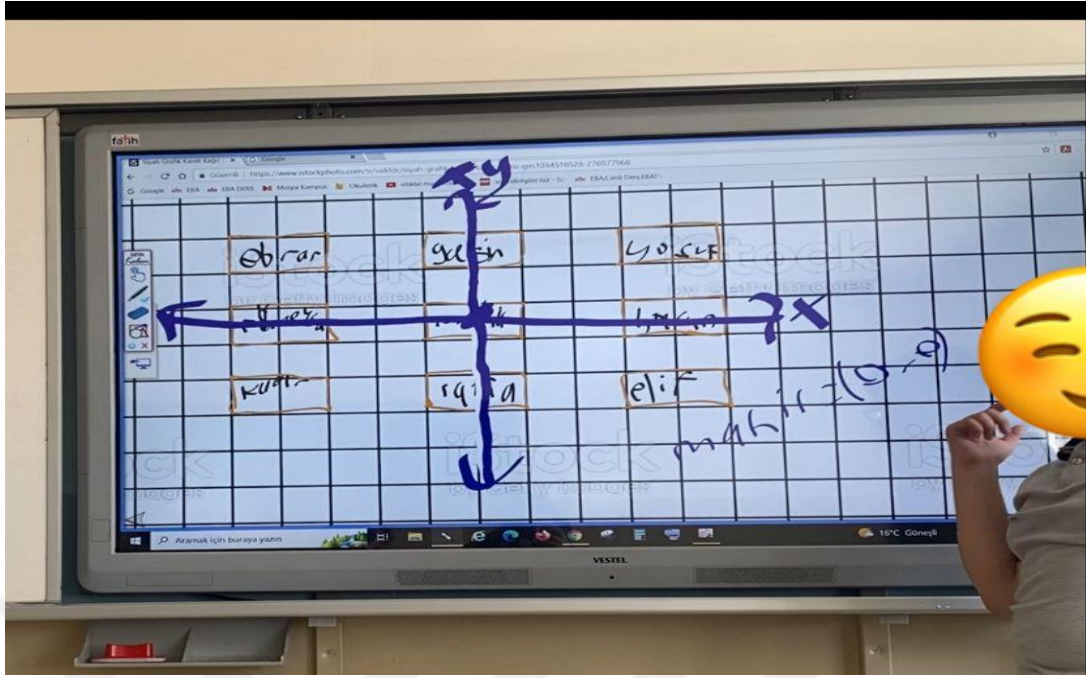
Ş3: Mustafa'nın arkasında ve solunda olduğu için Ahmet Yasin $(-1, -1)$. Yusuf bakalım. Mustafa'nın tam yanında olduğu için y'si yok. x'i var. $(-1, 0)$.

Araştırmacı: Çizdiğiniz her kişinin arasındaki mesafeyi kaç birim aldınız?

Ş1: Sıraların arasını bir birim aldık.

- Ş3'ün "Mustafa'nın tam yanında olduğu için y'si yok, x'i var. $(-1, 0)$." demesinden sonra araştırmacı, "Bir nokta x eksenini üzerinde ise x'i yok yerine $x=0$ değerini alır ya da y eksenindeyse $y=0$ değerini alır şeklinde ifade edilmelidir." açıklamasında bulunarak Ş3'ün yanlış bildiği kavramı düzeltmiştir.
- Araştırmacı; Şah-Mat grubuna, tahtada sınıfın çizimini yaparken akıllı tahtayı açarak kareli kâğıt kullansalardı daha doğru bir çizim yapacaklarını söylemiştir. Bunun üzerine Kamikaze grubundan K2 çizim yaparak koordinatları belirlemek istediğini söylemiştir.

Şekil 28. Kamikaze grubundan K2'nin Bir Sınıf ve Koordinat Sistemi Çizimi



K2: Yasin y konumuna göre 2, Yasin'in x'i 0, y 'si 2 olarak alalım. (0,2)

Araştırmacı: Yasin'in sırasının arka tarafını mı yoksa tam ortasını mı y eksenini olarak belirledin?

Ş1: Aslında x için sıranın tam ortasına geliyor ama y için uymuyor. Yusuf için $x=4$ aldık. O zaman y'nin koordinatını 2 ile 3'ün ortasını alırsak.

Araştırmacı: $x=4$ ise y koordinatı ortadan alırsak $y=2$ olur.

Ş1: Ama biraz karıştı bence.

- Araştırmacı, kareli kâğıtta K2'nin x eksenini bir çizgi boyunca değil de iki çizgi arasındaki boşluğa çizdiği için öğrencilerin y'nin koordinatlarını bulmakta zorlandıklarını belirtmiştir.
- 1 Pink 2 Blue grubu öğrencileri de bir çizim yapmışlardır. Boş bir tahta üzerinde çizim yaptıkları için araştırmacının “Çizdiğiniz sıralar arasındaki mesafeler eşit mi?” sorusuna “Yani biz bir birim olarak kabul ettik.” demişlerdir. Araştırmacı ölçü aleti kullansalardı kabul yerine ispat etmiş olacaklarını ifade etmiştir. Bu konuda koordinat sistemi çizerken kareli kâğıt kullanan Kamikaze grubuna da birimler arasındaki mesafeleri doğru olarak gösterdiklerini fakat konumları yanlış belirlediklerini açıklamıştır.
- Araştırmacının “Orijin olarak öğretmen masası da olabilirdi.” açıklamasına K2 kendinin de düşündüğünü ama söylemediğini belirtmiştir.

- Son olarak araştırmacı “Üç grubun da doğru yaptıkları kısımları alırsak bir koordinat sistemi üzerine doğru çizimi ancak elde edebiliriz sanırım.” yorumu öğrencilerin hoşuna gitmiştir ve onaylamışlardır.

“Sınıfta Neredeyiz?” Etkinliğinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Toplu Bakış

Bu etkinlikte tüm gruplar bir sınıf hayal edeceklerini ve bu hayali sınıfın üzerine bir koordinat sistemi çizeceklerini ve bu koordinat sistemi aracılığıyla sınıfta bulunan arkadaşlarının konumlarını belirleyeceklerini bilmektedirler. Problemi anlama basamağını Düzey 5, sadeleştirme basamağını Düzey 4’te tamamlamışlardır.

1 Pink 2 Blue ve Şah-Mat grubu koordinat sistemini çizerken hiçbir ölçü aleti kullanmadıkları ve birimler arası mesafelerde hata yaptıkları için model çizmede eksik kalmış bu nedenle matematikselleştirme basamağında Düzey 4, çizdikleri koordinat sistemlerinde arkadaşlarının konumlarını sıralı ikili olarak doğru belirledikleri için matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 3, doğru belirledikleri konumlara göre sınıflarının gerçek bir sınıfa olan benzerliğinin olup olmadığını yorumlamadıkları için yorumlama basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır. Kamikaze grubu ise kareli kâğıt kullandığı ve her bir kare arasını bir birim olarak kabul ettiği için matematikselleştirme basamağında Düzey 5 ‘te bulunmaktadır. Çizdiği koordinat sistemi üzerinde konumları yanlış belirlediği için matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4, diğer iki grup gibi çizdiği sınıfı gerçek yaşam bağlamında yorumlamadığı ayrıca sıralı ikilileri yanlış belirlediği için eksik matematiksel çözümde eksik yorumlama yapmış ve yorumlama basamağında Düzey 2’de kalmıştır.

Tüm gruplar çizdikleri sınıfların gerçek bir sınıf olmadığını ifade etmemiş, çizdikleri sınıf sıraları ve koordinat sistemi ile belirledikleri sıralı ikililerde düzeltme yapmamışlardır. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1’de kalmışlardır.

Etkinlik-3'ten Elde Edilen Bulgular

ANTİK ÇAĞ KALINTILARI ETKİNLİĞİ



Bir yol inşaatı sırasında, Antik Çağ'da yaşayan insanlara ait olduğu düşünülen kemikler bulunmuştur. İskeletleri oluşturan kemiklerin tamamı bulunamamakla birlikte dört yetişkin erkeğe ait oldukları anlaşılmıştır. Bulunan kemikler ve uzunlukları tablo 1.de; insan vücudundaki kemiklerin yerleri şekil 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. *Bulunan kemiklerin çeşitleri ve uzunlukları*

1.iskelet	2.iskelet	3.iskelet	4.iskelet
Pazu kemiği :47cm	Pazu kemiği: 39cm	Pazu kemiği: 45cm	Pazu kemiği :37cm
Ön kol kemiği: 25cm	Ön kol kemiği:23cm	Ön kol kemiği:26cm	Ön kol kemiği:21cm

Şekil 1. *İnsan iskeleti ve kısımları*



Uzun yıllar önce yaşayan insanların fiziksel özelliklerinin belirlenmesi tarihçiler için önemlidir. Bu konuda tarihçiler sizden -sizin gibi matematikçilerden- yardım istemektedirler.

Tabii ki yöntemleriniz bilimsel ve güvenilir olmalıdır. Bu konuda işinize yarayabilecek Türkiye Adli Tıp Veri Merkezinin (TATVEM) veri tabanından yararlanarak temsili istatistik tablosu aşağıda Tablo 2.de verilmiştir. Bu tabloda değişik yaşlardaki kişilerden alınmış kemik ölçümleri yer almaktadır.

Tablo 2. *Değişik Yaşlardaki Kişilerden Alınmış Kemik Ölçümleri*

A	B	C	D	E
149	30	39	39	20
152	30	40	40	20
155	35	41	41	22
164	37	44	44	22
167	37	45	45	24

Veri Tabanı [A sütunu boy (cm), B sütunu kaval kemiği (cm), C sütunu uyluk kemiği (cm), D sütunu pazu kemiği (cm), E sütunu ön kol kemiği (cm)]

1) Verilen bilgilere göre iskeletlerin boyunu bulmak için kullanılacak uygun kemiği belirleyiniz.

2) Boy uzunluğunu bulmak için kemik ile boy arasındaki ilişkiyi gösteren modeli(denklem) oluşturunuz ve bu denkleme ait tabloyu çiziniz.

3) Oluşturduğunuz modele (denklem) göre yol inşaatı sırasında bulunan Tablo 1'deki dört iskeletin boyunu hesaplayınız.

4) Bulduğunuz sonuçları size verilen Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi'nin (TATVEM) veri tabanından elde edilen istatistiksel bilgiler ile karşılaştırınız. Veri tabanındaki sonuçların sizin sonuçlarınızla olan farklılıklarının sebepleri neler olabilir? Belirtiniz.

A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F
1	150	30,5	39,6	39,6	20,5	1	140	30,1	37,1	37,1	21,0	2	181	37,1	47,6	47,6	25,2
1	154	30,2	38,4	38,4	21,7	1	154	33,0	40,1	40,1	22,0	2	149	32,8	40,6	40,6	21,9
1	150	31,5	38,6	38,6	20,4	1	148	31,1	38,3	38,3	21,9	2	159	32,5	40,9	40,9	22,4
1	155	31,9	38,9	38,9	19,6	1	150	32,3	37,6	37,6	21,3	2	159	37,3	44,0	44,0	25,7
1	160	32,1	38,6	38,6	20,3	1	165	36,4	44,9	44,9	22,6	2	161	35,1	42,3	42,3	23,2
1	154	30,6	39,8	39,8	20,2	1	158	35,1	40,0	40,0	22,7	2	154	32,6	40,0	40,0	21,7
1	151	33,9	39,4	39,4	22,1	1	164	36,9	45,0	45,0	24,7	2	160	33,7	40,9	40,9	22,5
1	152	32,4	38,4	38,4	21,8	1	162	36,1	43,1	43,1	24,6	2	159	37,7	44,3	44,3	24,9
1	147	33,1	39,8	39,8	21,8	1	150	32,8	40,6	40,6	22,5	2	174	37,0	45,7	45,7	24,6
1	159	34,7	41,0	41,0	22,8	1	155	33,8	40,3	40,3	22,1	2	155	35,8	41,7	41,7	23,1
1	153	35,3	42,1	42,1	22,0	1	151	32,9	39,1	39,1	21,9	2	147	30,9	36,6	36,6	19,9
1	172	37,2	44,8	44,8	24,1	1	170	37,0	43,7	43,7	23,3	2	170	39,0	45,9	45,9	26,6
1	153	32,5	41,2	41,2	21,5	1	148	31,8	38,1	38,1	20,3	2	167	36,7	43,6	43,6	25,5
1	165	34,4	42,4	42,4	22,9	1	159	32,5	39,9	39,9	22,2	2	144	32,7	38,6	38,6	23,5
1	154	33,5	41,2	41,2	22,4	1	152	34,6	39,9	39,9	22,3	2	167	36,0	43,5	43,5	24,1
1	157	32,8	39,8	39,8	21,5	1	159	35,7	41,7	41,7	23,5	2	173	41,1	47,9	47,9	26,6
1	144	31,4	38,1	38,1	20,5	1	163	36,0	44,6	44,6	23,9	2	176	36,9	45,8	45,8	26,1
1	164	34,3	42,6	42,6	22,8	1	169	34,6	43,5	43,5	23,1	2	163	36,5	43,6	43,6	25,0
1	143	31,3	36,2	36,2	21,6	1	151	33,2	40,2	40,2	21,9	2	164	33,6	43,3	43,3	24,2
1	160	36,6	41,9	41,9	24,0	1	151	32,9	39,1	39,1	23,0	2	152	36,1	40,7	40,7	24,2
1	152	33,2	40,7	40,7	22,4	2	160	32,3	40,7	40,7	22,4	2	181	40,5	47,7	47,7	27,1
1	150	31,7	38,5	38,5	21,6	2	155	33,5	41,5	41,5	21,7	2	162	37,2	45,1	45,1	24,4
1	154	33,7	41,6	41,6	22,6	2	167	36,0	44,5	44,5	23,7	2	170	39,9	44,8	44,8	26,0
1	162	34,0	41,8	41,8	25,4	2	161	36,5	43,6	43,6	24,0	2	161	36,8	44,2	44,2	25,0
1	160	35,3	43,1	43,1	23,5	2	171	39,4	45,3	45,3	26,0	2	168	38,5	43,1	43,1	25,0
1	161	34,4	40,8	40,8	21,7	2	159	38,3	44,0	44,0	24,6	2	164	36,8	46,1	46,1	25,3
1	137	29,2	35,2	35,2	19,6	2	170	37,4	44,8	44,8	25,1	2	158	31,2	39,4	39,4	22,0
1	146	29,8	36,6	36,6	19,2	2	160	36,1	42,5	42,5	24,3	2	167	35,7	45,0	45,0	25,2
1	148	32,7	38,5	38,5	22,6	2	175	37,6	47,0	47,0	25,8	2	156	31,6	39,9	39,9	22,3
1	159	33,9	41,1	41,1	21,1	2	171	38,5	46,7	46,7	24,4	2	175	44,4	49,4	49,4	27,2
1	157	37,3	42,7	42,7	23,1	2	178	37,5	47,9	47,9	25,8	2	170	36,6	44,5	44,5	25,5
1	152	32,4	38,9	38,9	20,8	2	172	39,3	47,9	47,9	25,4	2	153	35,7	41,6	41,6	24,0
1	156	33,6	41,0	41,0	20,8	2	165	34,6	44,2	44,2	23,7	2	163	34,9	42,5	42,5	23,9
1	159	33,1	42,0	42,0	21,0	2	174	38,7	47,6	47,6	26,5	2	167	38,3	45,4	45,4	25,5
1	147	30,6	37,4	37,4	20,6	2	173	34,0	44,9	44,9	23,1	2	175	28,8	45,6	45,6	26,1
1	160	32,7	41,4	41,4	21,9	2	163	33,3	43,3	43,3	23,7	2	153	33,9	40,7	40,7	24,1
1	158	35,5	43,2	43,2	23,4	2	165	32,6	41,9	41,9	22,3	2	174	40,9	47,1	47,1	26,0
1	157	33,5	39,7	39,7	22,3	2	155	34,8	42,6	42,6	23,1	2	157	37,5	42,0	42,0	25,1
1	152	34,3	40,4	40,4	22,2	2	154	32,8	40,0	40,0	21,8	2	166	38,1	44,1	44,1	25,8
1	151	30,0	38,7	38,7	19,7	2	160	36,7	44,7	44,7	23,2	2	173	41,0	48,2	48,2	26,4

Şekil 2. Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi (TATVEM) Veri Tabanı [Anahtar, A sütunu 1: erkek, 2: kadın, B sütunu boy (cm), C sütunu kaval kemiği (cm), D sütunu uyluk kemiği (cm), E sütunu pazı kemiği (cm), F sütunu ön kol kemiği (cm)].

Veri Kaynağı: " <http://web.utk.edu/~auerbach/GOLD.htm> "

ve "Auerbach, B. M., & Ruff, C. B. (2004). Human body mass estimation: A comparison of "morphometric" and "mechanical" methods. American Journal of Physical Anthropology, 125, 331-342."

Etkinlik Uygulama Süreci

Uygulama Öncesi

- Uygulamadan önce arkeoloji biliminden bahsedilmiştir. Arkeoloji müzelerinde yer alan kemik görselleri akıllı tahta üzerinden gösterilmiştir.

Uygulama Sırası

- Bu etkinlik 8.sınıf doğrusal denklemler konusunun 3. kazanımı "Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı olarak nasıl değiştiğini tablo ve denklem ile ifade eder." (MEB, 2018, s. 73) ile ilgilidir.
- Bu etkinlikte bir yol çalışması sırasında Antik Çağ'da yaşayan dört yetişkin erkeğe ait olduğu düşünülen kemikler bulunmuş, bulunan kemiklerin çeşitleri ve uzunlukları tablo 1'de verilmiştir. Ayrıca Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi'nin veri tabanından yararlanılarak oluşturulmuş, bazı kemik çeşitleri ile boy arasındaki ilişkiyi gösteren tablo 2 verilmiştir. Öğrencilerden istenilen; boy ile doğrusal ilişkisi olan kemiği belirlemek, belirledikleri bu kemik ve boy arasındaki ilişkiyi bir denklem ile ifade etmek, bu denkleme ait bir tablo oluşturmak ve bulunan dört iskeletin boylarını belirledikleri denkleme göre hesaplamaktır. Ayrıca öğrencilere Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi'nin veri tabanı verilmiştir. Bu veri tabanında yer alan kişilerin boy uzunlukları ile kendi buldukları boy uzunlukları arasındaki farkların nedenlerini açıklamaları istenmiştir. Buldukları denkleme göre hesapladıkları dört iskeletin boyunun doğru olup olmadığını ve bu denklemin her

iskeletin boyunu ölçmek için kullanılıp kullanılmayacağını kontrol etmeleri beklenmektedir.

“Antik Çağ Kalıntıları” Matematiksel Modelleme Etkinliği Sürecinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Ait Bulgular

ŞAH-MAT GRUBU

Problem Anlama: Soruyu okuduktan sonra soruda bulunan tablo 2’ye kemik isimlerini yerleştirirler. Uzun bir süre tablo 2’deki verilen kemiklerden yararlanarak boyu nasıl bulabilecekleri hakkında aralarında tartışır.

Araştırmacı: Anlatacaklarınız varsa dinleyeyim.

Ş1: İki pazu, iki ön kol, iki ellerin toplamı bize boyu veriyor. Buradan ilerlemeye çalışacağız.

Araştırmacı: 1.soruyu okur musun? Bu soru bir denklem sorusu çocuklar.

Ş1: Önce kemiği bulmayacak mıyız?

Araştırmacı: Önce onu bulacağız.

Ş2: x’li, y’li yapacağız. Kemik büyürse boy uzar. Kemiğe x boya da y vereceğiz. Bağımsız değişken kemik bağımlı değişken boy.

Ş1: Kemik uzadıkça boy da uzadığı için bağımsız kemik oluyor, bağımlı boy.

Ş2: Hocam burada kaval ile pazuyu kullanacağız.

Ş1: Bir dakika bir dakika. Sadece pazuya bakın. Değişim sadece orada var. 3’er 3’er artıyor...

Etkinlikte 1. soru bilişsel modelleme basamaklarından problemi anlama ve sadeleştirme basamaklarını değerlendirmektedir. Gruptaki öğrenciler uygun olan kemiği belirlemeleri ve bu kemiğe göre iskeletlerin boylarını bulmaları gerektiğini bilmektedirler. Bu bilgiler doğrultusunda kemik uzunluğuna bağımsız değişken “x”, boy uzunluğuna bağımlı değişken “y” demişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5, pazu kemiğinin boy uzunluğunu bulmada gerekli kemik olduğunu belirledikleri için sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrencilerin uygun kemiği pazu kemiği olarak belirlemelerinin sebebi bu kemik ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlemiş olmalarıdır. Daha sonra öğrenciler pazu kemiği ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi ifade eden $y=3x+32$ denklemini kurmuşlardır.

Ş1: Sadece pazuya bakın. Değişim sadece orada var, üçer üçer artıyor. 149’dan 117 çıkarırsak da 32 kalıyor.

Şekil 29. Şah-Mat Grubunun Pazu Kemiği ile Boy Uzunluğu Arasındaki İlişkiden Yararlanarak Denklemi Kurması

x	y
38	149
40	152
41	155
44	164
42	158
47	173

$$y = 3x + 32$$

$$156 \times 3 + 32 = 149$$

$$156x - 7 = 149$$

$$160x - 2 = 143$$

$$y = 3x + 32$$

2. soru matematikselleştirme basamağını değerlendiren sorulardır. Öğrenciler pazu kemiği ile iskelet boyu arasındaki doğrusal ilişkide ardışık terimler arasındaki farkın üç olduğunu bu nedenle x'in katsayısının üç olması gerektiğini belirlemişlerdir. Daha sonra "x" değişkeni yerine 39 değerini vererek "y" değişkeninin 149 olmasını sağlayan sayıyı 32 olarak bulup sabit terim olarak denkleme eklemişlerdir. Bu şekilde denklemi doğru kurmuş, uygun kemik olan pazu kemiği ile iskeletlerin boyu arasındaki doğrusal ilişkiyi gösteren tabloyu oluşturmuşlardır. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

3. soru ise matematiksel olarak çalışma basamağını değerlendiren bir sorudur. Bu soruda kurdukları denkleme göre kazı çalışmasında bulunan dört iskeletin boyunu doğru hesaplamışlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Şekil 30. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 3'e ait 2,3 ve 4. Soruları Çözümü

x	y
38	149
40	152
41	155
44	164
42	158
47	173

$$y = 3x + 32$$

$$38 \cdot 3 + 32 = 149$$

$$40 \cdot 3 + 32 = 152$$

$$41 \cdot 3 + 32 = 155$$

3-)

iskelet	boyu (cm)
1. iskelet	$47 \cdot 3 + 32 = 173$
2. iskelet	$38 \cdot 3 + 32 = 149$
3. iskelet	$45 \cdot 3 + 32 = 167$
4. iskelet	$37 \cdot 3 + 32 = 143$

4-)

Kurduğumuz denklem doğru iskeletlere yaklaşıyor. Sonuçlar çıkıyor.

Yorumlama: 4. soru yorumlama basamağını değerlendiren bir sorudur. Öğrenciler buldukları sonuçların Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi'nin veri tabanındaki sonuçlarına yakın

çıkıldığını belirtmişlerdir. Neden tam bir sonuç çıkmadığının ve farklıların sebeplerinden bahsetmemişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 4'te kalmışlardır.

Doğrulama: Grup, bu etkinliğe ait tüm soruları çözdükten kurdukları denklemin her insan için uygunluğunu ve hesapladıkları iskelet boylarını tekrar kontrol etmeye zaman bulamamıştır. Doğrulama basamağında Düzey 1'de kalmışlardır.

KAMİKAZE GRUBU

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Gruptaki öğrenciler problemi okuduktan sonra problemde yer alan tablo 2'deki kemiklerin yerlerini şekil 1'deki iskeletin üzerinde incelediler ve tablo 1'deki kemiklerin uzunluklarına baktılar.

K2: Denklem oluşturmamız gerekiyor ki yol inşaatı sırasında bulunan dört iskelet var ya, onların boylarını bulacağız. Denklem nerede? Denklem kurmamız gerekiyor. Çünkü burada öyle diyor.

Araştırmacı: Sizi de dinleyeyim.

K1: Kemiklerin boylarının toplamından gitmeyi düşündüm de tam eşit çıkmıyor.

K2: Hocam şimdi burada doğru orantı yok mu? Pazu kemiği 47 cm boy 150 ise mesela pazu kemiği 49 cm'de kaç cm boy geliyor?

K1: Pazu kemiği arttıkça boy artar.

K2: İlk başta bizim şu tabloyu kullanmamız lazım (Tablo 2'yi göstererek).

K1: Bak uyluk kemiği ve pazu kemiği arttıkça boy uzunluğu da artıyor. (Tablo 2'de birinci ve ikinci boy uzunluklarının uyluk ve pazu kemiklerini göstererek).

K2: Hocam ilk önce hangi kemiğin boy uzunluğunda etkisi olduğunu bulmamız gerekiyor. Pazu kemiğine göre 39'da 149, 40'ta 152...Şimdi burada kaç artış var. Üçer üçer artıyor.

Araştırmacı: Uygun kemiği pazu olarak mı düşündünüz?

K2: Evet pazudan gittik.

Araştırmacı: Bunun bir sebebi olmalı. Ona bakmamız gerekir.

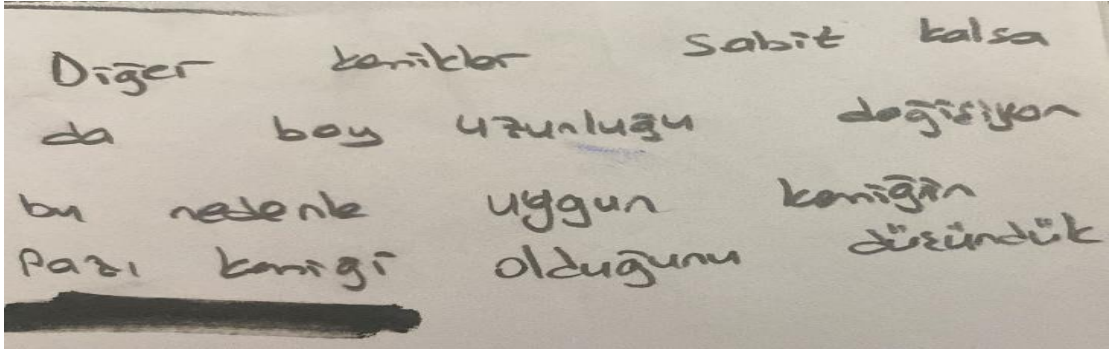
K1: Hocam bizce sebebi şu: Bunlar (Tablo 2'de birinci ve ikinci boy uzunluklarının kaval kemiği ile ön kol kemiğine bakarak) sabit kalınca da boy uzunluğu değişiyor.

K2: Hocam bir de ön kol kemiğine de bakacağız. Bize ön kol kemiği de lazım.

Araştırmacı: Tablo 2'ye göre ön kol kemiği pazu kemiği kadar uygun mu?

K2: (Ön kol kemiği uzunluğu) 20 iken (boy) 149, yine (ön kol kemiği uzunluğu) 20 iken (boy)152. Aaa (boy) değişiyor. O zaman olmaz.

Şekil 31. Kamikaze Grubunun Uygun Kemiği Bulması Hakkındaki Açıklaması



Grubtaki öğrenciler uygun olan kemiği belirleyerek bu kemiğe göre iskeletlerin boylarını bulmaları gerektiğini bilmektedirler. Bu bilgiler doğrultusunda kemik uzunluğuna bağımsız değişken “ x ”, boy uzunluğuna bağımlı değişken “ y ” demişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5, pazu kemiğinin boy uzunluğunu bulmada gerekli kemik olduğunu belirledikleri için sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrenciler x ’in katsayısını belirledikten sonra y değişkeni yerine 149 değerini verip denklemin sabit terimini belirlemeye çalışmışlardır.

K1: $3x$, x yerine 39 veriyorum 107. Adamın boyu ne kadarmış 149. O zaman $y=3x+42$.

K2: 39. Bir dakika pazu kemiğine göre 39 cm 149’a denk geliyor.

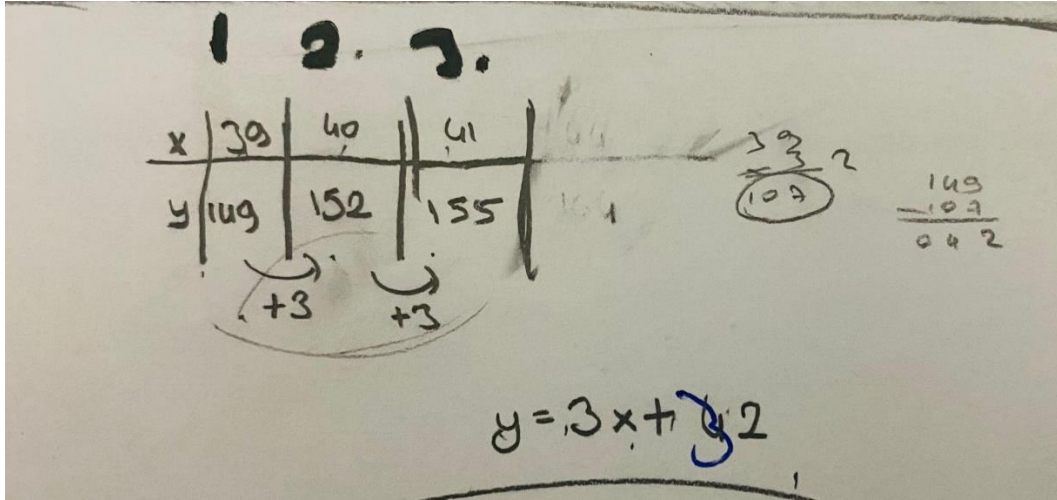
K1: Dur bir dakika yine de bakayım 159 çıktı (K1 kurduğu $y=3x+42$ denklemine göre pazu kemiğine 39 değerini vererek boyu 159 bulduğunu fark etmiştir).

Araştırmacı: Çocuklar bir yanlışınız var mı?

K1: Evet hocam.

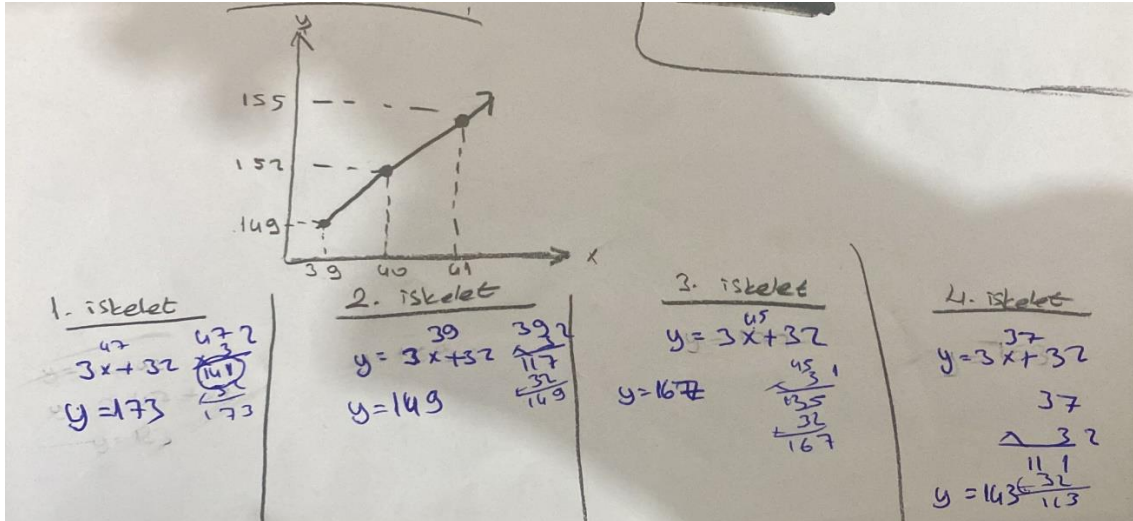
K2: En azından hatamızı fark ettik. Biz sabit terimi 42 almıştık. Hocam 10 fark fazla almışız.

Şekil 32. Kamikaze Grubunun Kurduğu Denklemdeki Hatalarını Düzeltmesi



2. soru için denklemi kurarken pazu kemiği uzunluğunu 39 cm olarak alıp x'in katsayısı 3 ile çarpıp bu kemiği 149 cm boy uzunluğundan çıkardıklarında aradaki farkı 42 bulmuşlar ve $y=3x+42$ denklemini kurmuşlardır. Fakat daha sonra tekrar 39 cm'i x yerine yerleştirip 39'u 3 ile çarpıp 42 eklediklerinde boy uzunluğunun 159 cm olduğunu fark edince farkı 32 cm olarak düzeltmişlerdir. Böylece $y=3x+32$ denklemini oluşturmuşlardır. Şekil 32'de yer alan kurdukları denklem ve denkleme ait tablo doğrudur. Matematikselleştirme basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır.

Şekil 33. Kamikaze Grubunun Denkleme Ait Grafik Çizimi ve 3.Soruda İstenen Dört İskeletin Boylarını Bulması



3. soruda kurdukları denkleme göre kazı alanında bulunan dört iskeletin boyunu da doğru hesaplamışlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Yorumlama: Öğrencilerin dördüncü soru hakkındaki diyalogları aşağıdaki gibidir:

K2: Dördüncü soruda bence erkek ve kadın olarak düşüneceğiz.

K1: Soruda dört erkek iskelet bulduk. Bence erkeğe göre yapacağız.

K1: Dördüncü soruda buradakilere (Türkiye Adli Tıp Merkezi Veri Tabanında bulunan veriler) bakacağız. Bizimkilerle uyumlu mu değil mi?

Araştırmacı: Uyumlu mu, değil mi? Farklıların sebepleri ne olabilir?

K2: Kemikleri karşılaştırıp neden boyların buraya göre (Türkiye Adli Tıp Merkezi Veri Tabanında bulunan veriler) uzun çıktığını ya da kısa çıktığını açıklayacağız.

K1: Şimdi pazu kemiğinin 47 olduğu birini bulur musun?

K2: O zaman E'ye (E sütununa) bakacağız.

Türkiye Adli Tıp Merkezi Veri Tabanı'nda pazu kemiği uzunluğu 47 cm'ye yakın birini bulamayınca 39 cm olan birini bulmaya çalışmışlardır.

K2: Pazusu 47 yok, onu söyleyeyim.

K1: 39'a bakalım. 150 cm ve 157cm var.

K2: Yine farklar az bir şey oluyor.

K1: Tamam bizim bitti.

K2: Hocam pazu kemiği 39.6 olan biri. Boyu 157.

Araştırmacı: Sizin çözümünüzde kaç çıktı?

K1: 159.

K2: Sonradan kurduğumuz denkleme göre 149.

K1: Doğru evet düzelttik.

Araştırmacı: Baya bir fark var mı?

K1: 8 cm.

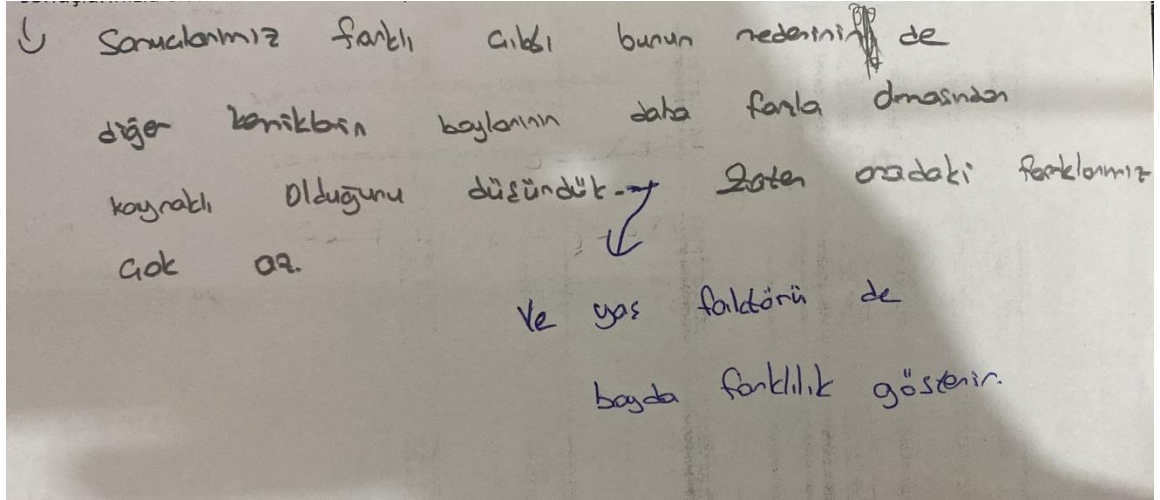
Araştırmacı: Neden olabilir?

K1: Şöyle olabilir mi? Onların diğer kemik uzunlukları belki farklıdır.

Araştırmacı: Evet, olabilir. Yazın düşüncelerinizi.

Kurdukları $y=3x+42$ denklemini $y=3x+32$ olarak düzelttikten sonra soruda sorulan dört iskeletin boyunu tekrar hesaplamışlar ve dördüncü soruya tekrar dönerek buldukları boyları Türkiye Adli Tıp Merkezi Veri Tabanı'ndaki kemik ve boy uzunluklarıyla karşılaştırmışlardır.

Şekil 34. Kamikaze Grubunun Etkinlik 3'e Ait 4.Soruya Yorumu



Öğrenciler kendi sonuçlarıyla gerçek veriler arasındaki farkın sebebini başka kemiklerin uzunlukları ve yaş faktörü olabileceğini söylemişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Doğrulama: Kurdukları denklemi tekrar gözden geçirip düzeltmişler; buna göre TATVEM verilerine de tekrar göz gezdirip gerçek hayat bağlamında yeniden yorumlamışlardır. Doğrulama basamağında Düzey 7'de bulunmaktadır.

1 PINK 2 BLUE GRUBU

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Öğrenciler hep beraber Şekil 1'deki iskelette hangi kemiğin nerede olduğunu ve Tablo 2'de A, B, C, D, E sütunlarının hangi kemiklere ait olduğunu diğer grup arkadaşları gibi incelemişlerdir.

Araştırmacı: Sorudan ne anladınız?

B2: Hocam anladığım bir tane yol yapıyorlarmış, yolu eşerken iskelet kemikleri bulmuşlar, Bunların 4'ü erkek.

P1: Kemiklerin bazılarını bulamamışlar.

B2: Adamların boylarını bulmak istiyorlar. Burada kemiklerle boy uzunluklarını bulmaya çalışıyoruz.

Araştırmacı: Buldukları kemiklerle mi? Kemiklerin hepsiyle mi?

B2: Kemiklerin hepsi değil. Uygun kemiği nereden bulacağız? Pazu kemiği + ön kol kemiği 47+25, çıkmıyor.

B1: İki ile çarpacaksın. 144(boy).

Tablo 1'deki bilgilere göre kazı alanında iskeletlerin ön kol ve pazu kemikleri bulunduğu için ikisinden birini uygun kemik olarak seçmeleri gerektiğini ifade etmişlerdir.

Araştırmacı: Ne yaptınız?

B1: Hocam pazu kemiğinin neden olduğunu buldum.

B2: Pazu kemiği olmasının nedeni ne? Bireysel çalışma!

B1: Tabloyu anlamak için kat ilişkisine bakacağız (Tablo 2'yi göstererek)

B2: Burada neyin katı var?

B1: Bak şimdi bunların (pazu kemiği) arasında 3 fark var. Burada(boy) 1 fark olmuş. Hocam bir gelir misiniz? Biz buradaki (Tablo 2'deki uyluk ve kaval kemiğini göstererek) örüntülere baktığımızda hiçbirinde örüntü yok. Ama burada var olmasının sebebi 39 için 149, 40 için 152.(İskelet boyları arasında) 3 fark var. (Kemik boyları da) 1 artmış. Aynı şekilde 155'ten 164'e 9 artmış ve pazu kemikleri arasında 3 fark var.

Öğrencilerden B1 pazu kemiği ile boy uzunluğu arasındaki örüntüden uygun kemik olarak pazu kemiğini belirlemiş ve diğer arkadaşlarına anlatmıştır. Böylece problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şekil 35. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'ait 1.ve 2. Soruları Çözümü

1. Pazu kemiğidir çünkü farklı boylarda farklı uzunlukta olmasına rağmen örüntü aynıdır

2.

Y	Boy	149	152	155	164	167
X	Kemik	39	40	41	44	45

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrencilerden B1 pazu kemiği ve boy arasındaki doğrusal ilişkiyi belirleyerek değil x'in katsayısına 3 değerini verip sadece deneyerek $y = 3x + 32$ denklemini bulmuştur. P1 ve B2 pazu kemiği ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlemeleri ve bu ilişkiye göre denklem kurmaları gerektiğini belirtmiştir.

B1: Hocam 39'u 3 ile çarptım $117 + 32 = 149$ çıktı. Hocam sağlama yapmak için 45' i denedim yine çıktı.

P1: Denklemi yaz denkleme göre bul.

B2: $y = x.3 + 32$. Burada üçer üçer (Tablo 2'de pazu kemiklerinin bulunduğu sütunu göstererek) artıyorsa burası (boyların bulunduğu sütunu göstererek) birer birer artıyor. Birkaç deneme yapalım.

Öğrenciler tablo 2'de bulunan pazu kemiği değerlerini yerine koyarak kemiklere ait boyları doğru bulunduğunu söyleyerek denklemin doğru olduğunu ifade etmişlerdir. İstenilen denklemi doğru kurarak denkleme ait tabloyu doğru oluşturdukları için matematikselleştirme basamağında Düzey 5 ve kurdukları denkleme göre dört iskeletin boylarını doğru hesapladıkları için matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Şekil 36. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'e Ait 3.Soruyu Çözümü

3. 1-) $y = 47.3 + 32 = 147 + 32 = \underline{179}$
2-) $y = 39.3 + 32 = 117 + 32 = \underline{149}$
3-) $y = 45.3 + 32 = 136 + 32 = \underline{168}$
4-) $y = 37.3 + 32 = 111 + 32 = \underline{143}$

Yorumlama: Öğrenciler 4. soruda TATVEM'in boy uzunluğu verilerinden sadece 164 cm'e bakarak bu uzunluğa ait pazu kemiği uzunluklarının farklı olduğunu söylemişlerdir. Bu istenilen bir yorum değildir. Burada istenilen; pazu kemiklerinin benzer değerlerde olmasına rağmen boy uzunluklarının neden farklı değerlerde olduğunu yorumlamalarıdır. K2'nin belirttiği yaş farkı etkeni doğru yorumlama kabul edilebilmektedir. Ayrıca buldukları iskeletlerin bazılarının boyu çok kısa çıkınca P1'in yetişkinlerin bu kadar kısa olmayacağı tepkisi ve K2'nin öğretmenlerinin de çok uzun olmadığı yorumu gerçek hayat bağlamında doğru yorumlamalardır. Yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

B1: Şu 4. soru ile bu tablo (TATVEM) ilişkili değil mi?

B2: Orada bize verdikleriyle bizim denklemimizi karşılaştıracamız. Oradan bir tane pazu al!

B1: E sütunu pazu kemiği, B sütunu boy Şimdi 164'te pazu 44 olması lazım.

B2: 44 değil 42.3. Sen 42.3 ile 3'ü çarp, 32 ile topla. 158. Çıkmadı.

B1: Tamam işte bize illa çıkacak demiyor, karşılaştırınız diyor.

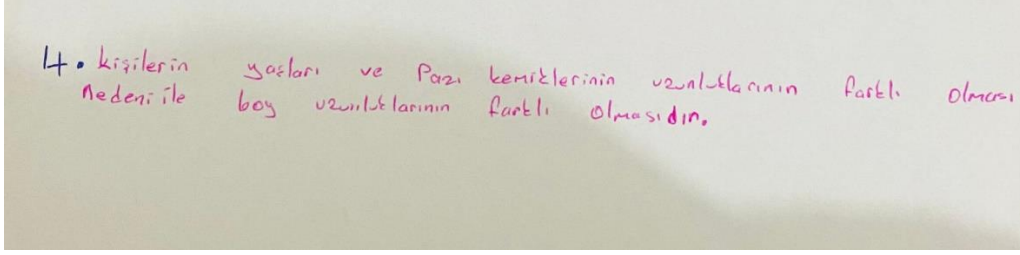
P1: Ne yaptığınızı anlatmadınız ki!

B2: 4.soruda diyor ki bunlar gerçek bunlar öylesine!

B1: Tamam 4. soruyu anlamadım. Biz pazu kemiğini hangi boya göre aldık. 164 cm'ye (boy uzunluğu için) 44cm (pazu kemiği uzunluğu) aldık. Ama bize verdiği değer (TATVEM verilerine göre) 164 cm boya 42.3 cm (pazu kemiği uzunluğu). O yüzden farklılık var. Yani pazu kemiğinin boylarının farklı olması.

K2: Bir de kişilerin yaşlarının farklı olması.

Şekil 37. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'e Ait 4.Soruya Yorumu



Doğrulama: Kurdukları denkleme göre yaptıkları hesaplamaları ve dördüncü sorudaki değerler ile kendi buldukları değerler arasındaki ilişkiyi tekrar gözden geçirmemişlerdir. Doğrulama basamağında Düzey 1’de bulunmaktadırlar.

Uygulama Sonrası

- Kamikaze grubundan K1 ve 1 Pink 2 Blue grubundan B1 tahtaya çıkararak pazu kemiği ile boy uzunluğu arasındaki ilişkiyi veren doğrusal denklemi oluşturmuşlardır. Kamikaze grubundan K2 denklemde x değişkeni yerine pazu kemiğinin uzunluk değerlerini koyarak 3. soruda istenen birinci ve ikinci iskeletin boylarını, Şah-Mat grubundan Ş1, üçüncü ve dördüncü iskeletin boylarını bulmuştur. Tüm gruplar etkinliğin çözümüne aktif olarak katılmışlardır.
- Araştırmacının “İnsanların pazu kemiği uzunlukları benzer olsa da boy uzunlukları neden farklı olabilir?” sorusuna öğrenciler “yaş” cevabını vermişlerdir. Ayrıca “Kadın veya erkek olması da etkiler mi?” sorusunu sormuştur. Öğrenciler “Evet cinsiyet de olabilir ya da diğer kemikler farklı uzunlukta olabilir, genetik de bir etken.” cevaplarını vererek yorumlamalarını tamamlamışlardır.

“Antik Çağ Kalıntıları” Etkinliğinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Toplu Bakış

Bu etkinlikte tüm gruplar tablo 2’de verilen kemik ölçülerine göre tablo 1’de verilen iskeletlerin boylarını bulmaları gerektiğini anlamışlardır. Boy ile kemik arasındaki doğrusal ilişkiyi belirleyerek boy ölçüsü için uygun kemiğin pazu kemiği olduğunu belirlemişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağını Düzey 5, sadeleştirme basamağını Düzey 4’te tamamlamışlardır. Tüm gruplar aynı zamanda pazu kemiği ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi gösteren denklemi $y=3x+32$ olarak doğru kurmuş ve denkleme ait tabloyu oluşturmuşlardır. Aynı zamanda soruda sorulan dört iskeletin boylarını pazu kemiği değerlerini denklemde yerine koyarak doğru hesapladıkları için matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5’te bulunmaktadırlar.

Pazu kemiği ile boy arasındaki ilişkiyi gösteren denklem ile buldukları dört iskeletin boyunu gruplara verilen kemik ve boy ölçülerinin gerçek değerlerini gösteren Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi'nin veri tabanındaki boy ölçüleri ile karşılaştırılması istenerek buldukları boyların gerçek hayat bağlamında yorumlanması istenmiştir. Şah-Mat grubu pazu kemiğine göre buldukları boy uzunluklarının gerçek boy uzunluklarıyla yakın çıktığını ve küçük farklılıklar olduğunu söylemiş ama bu farklıların sebeplerinden bahsetmemiştir. 1 Pink 2 Blue grubu da aynı şekilde boy uzunluğu farkının pazu kemiği uzunluğu farkından olduğunu ifade ederek farklılıkların başka sebeplerinden bahsetmemiştir. Sadece yaş faktöründen bahsetmiştir. Bu iki grup yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadırlar. Kamikaze grubunun pazu kemiğine göre bulduğu boy ölçülerinin gerçek sonuçlardan farklı çıkmasını veri tabanında yer alan diğer kemiklerin uzunluklarının farklı olması olarak yorumlaması doğru yorumlama kabul edilebilir. Aynı zamanda 1 Pink 2 Blue grubu gibi veri tabanında yer alan insanların farklı boylarda olmasını yaş faktörüne bağlamıştır. Yorumlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır. Aynı zamanda Kamikaze grubu kurduğu denklemi, denkleme ait çizdikleri tabloyu tekrar kontrol etmiş, yanlışlarını düzeltmiş ve gerçek verilere göre tekrar yorumlamıştır. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 7'de bulunmaktadır. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu ise kontrollerini yapmadıkları için doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadırlar.

Etkinlik-4'ten Elde Edilen Bulgular

BENZİNİN İYİSİ HANGİSİ?



Arabalar, motor tasarımlarına göre değişik oktanlı benzinlerle değişik verim düzeylerinde çalışabilmektedir. Furkan ve babası kendi arabaları için benzindeki oktan değerinin arabanın gideceği mesafeyi nasıl etkileyeceğini merak etmektedirler. Baba-oğul

yüksek oktanlı benzin daha pahalı olduğundan aradaki farkın ödenmeye değer olup olmayacağına karar vermek için arabalarına iki farklı oktandan benzin alıp gidebilecekleri mesafeyi ölçmeye karar vermişlerdir. İlk denemelerinde arabanın deposunu 95 oktan benzinle doldurup benzin hemen hemen bitinceye kadar arabayı kullanıp gidilen mesafeyi kaydetmişlerdir. Daha sonra 97 oktanlı benzinle de aynı işlemi yaparak aşağıdaki tabloyu oluşturmuşlardır.

Tablodaki verileri kullanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Tablo 1. Furkan ve Babasının Bulguları

Benzin (Oktan)	Benzin miktarı (Litre)	Gidilen Yol (Km)	Ödenen Ücret (TL)
95	32	480	790
97	34	544	790.04

1. 95 ve 97 oktan benzin için alınan benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişkiyi gösteren denklemlerin grafiği çiziniz.
2. 95 ve 97 oktan benzin için alınan benzin miktarı ile ödenen para arasındaki ilişkiyi gösteren denklemlerin grafiğini çiziniz.
3. Yukarıdaki bilgilere göre benzindeki yüksek oktan, Furkanların arabasının daha uzun yol gitmesini sağlıyor mu? Yanıtınızı matematiksel kanıtlarla destekleyin.
4. Yukarıdaki bilgilere göre benzindeki yüksek oktan, Furkanlara ödeyecekleri ücret bakımından avantaj sağlıyor mu? Cevabınızı matematiksel kanıtlarla destekleyin.
5. Furkan'ın ablası, kardeşiyle babasının yaptığı bu deneyi duyunca aldıkları benzinin oktanı dışında arabanın gittiği yolu etkileyen başka etkenler (varsa) bunları bulmak istemektedir. Furkan'ın ablasına yardımcı olunuz.

Etkinlik Uygulama Süreci

Uygulama Öncesi

- Dikkat çekme ve güdüleme adına etkinliğe giriş soruları: Şu an ailenizin kullandığı bir araba var mı, eğer var ise benzinli mi dizel mi yoksa tüplü bir araba mı, şu an benzin ve dizel fiyatları ne kadar bilgisi olan var mı?
- Benzin oktan sayılarının ne olduğunu, bizim ülkemizde 95 oktan benzin kullanıldığı ve herhangi bir ayırım olmasa da yurt dışında bu ayırımın olabileceği belirtilerek, sorumuzun 95 ve 97 oktan benzin çeşitleri ile ilgili olduğuna dair bilgi verilmiştir.

Uygulama Sırası

- Bu etkinlik 8. sınıf doğrusal denklemler konusunun 4. kazanımı olan “Doğrusal denklemlerin grafiğini çizer.” (MEB, 2018, s. 73) ile ilgilidir.
- Öğrencilere etkinlik kâğıdı dağıtılarak, sorudaki tablo 1’de verilen 95 ve 97 oktan benzine göre benzin miktarı ile gidilen yol ve benzin miktarı ile ödenen para arasındaki doğrusal ilişkiyi ifade eden grafikleri çizmeleri, bu doğrusal ilişkiye göre 97 oktanın birim litre başına gittiği yol ve ödenen para açısından avantajı olup olmadığı sorulmuştur.
- Öğrencilerden bir arabanın benzin dışında, gittiği yolu nelerin etkileyeceğine dair fikirlerde bulunmaları, 95 ve 97 oktan için birim litre başına buldukları kilometre ve ödenen ücretin işlemsel doğruluğu ve günlük hayata göre uygun olup olmadığını kontrol etmeleri beklenmektedir.

“Benzinin İyisi Hangisi?” Matematiksel Modelleme Etkinliği Sürecinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Ait Bulgular

ŞAH-MAT GRUBU

1. soru öğrencilerin bilişsel yeterliklerini problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma basamağına kadar değerlendirmektedir. Öğrenciler bir litre benzin ile kaç kilometre yol gidildiğini benzin ile yol arasındaki ilişkiyi ifade eden orantıyı kullanarak hesaplamışlardır.

Ş3: Litreye göre gidilen yol değişiyor.

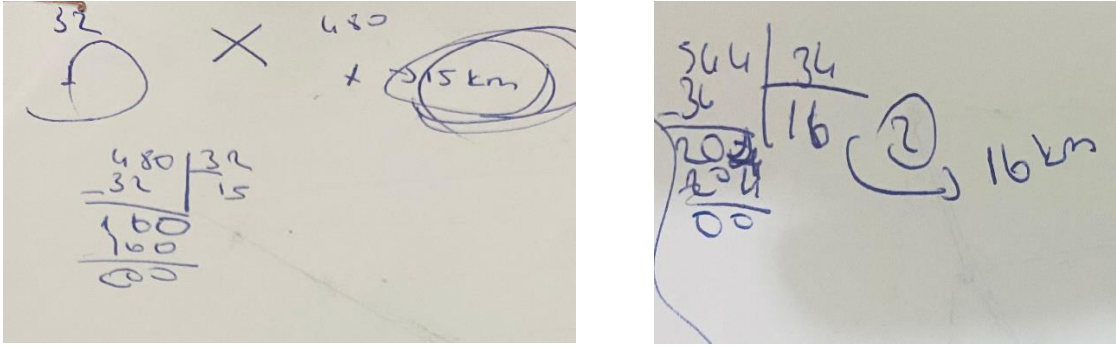
Ş1: 1 litreye göre kilometre değerlerini bulacağız.

Araştırmacı: Neler yapıyorsunuz?

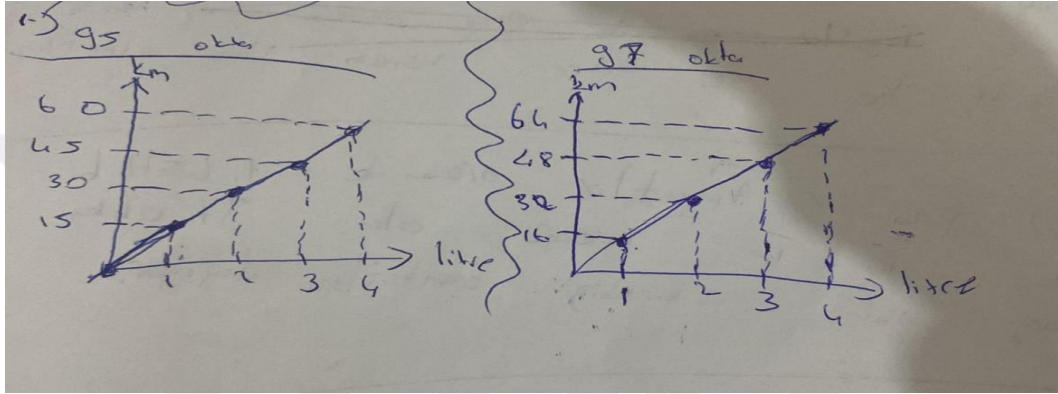
Ş1: 32 litre ile 480 km gidiliyorsa, 1 litrede kaç km gidilir dedik. 15 km.

Araştırmacı: Tamam doğru gitmişsiniz.

Şekil 38. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1.Soruyu Çözümü



Şekil 39. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1.Sorunun Grafiklerini Çizimi



Problemi Anlama ve sadeleştirme: Gruptaki öğrenciler 1. soruda 95 ve 97 oktan için 1 litre benzin ile ne kadar yol gidildiğini orantı ile belirlemişlerdir. Bağımsız değişken “x”e litre, bağımlı değişken “y”ye yol (km) demişlerdir. Sonuç olarak problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Harcanan benzin miktarlarına göre gidilebilecek yol uzunluklarını doğru bulmuşlardır. Her iki oktan benzin için $x=4$ değerine kadar doğrusal ilişkiyi belirten grafikleri doğru çizmişlerdir. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır.

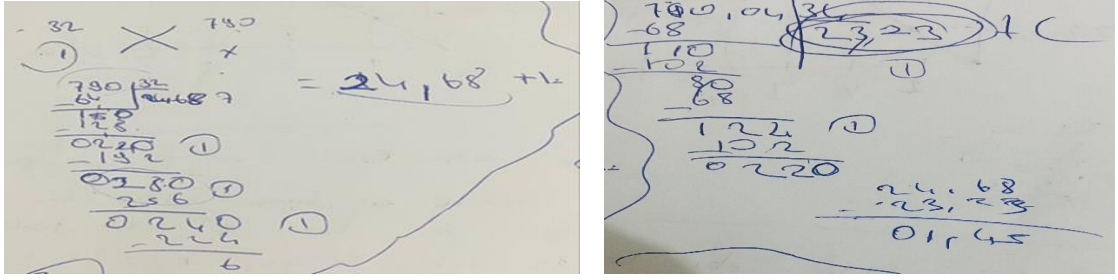
2. soru, birinci soru gibi öğrencilerin bilişsel yeterliklerini matematiksel olarak çalışma basamağına kadar değerlendirmektedir. Öğrenciler bir litre benzinde ne kadar ücret ödendiğini benzin ile ücret arasındaki ilişkiyi ifade eden orantıyı kullanarak hesaplamışlardır.

Ş1: 32 litrede 790 TL ise, 1 litrede kaç. Hocam virgüllü çıkıyor.

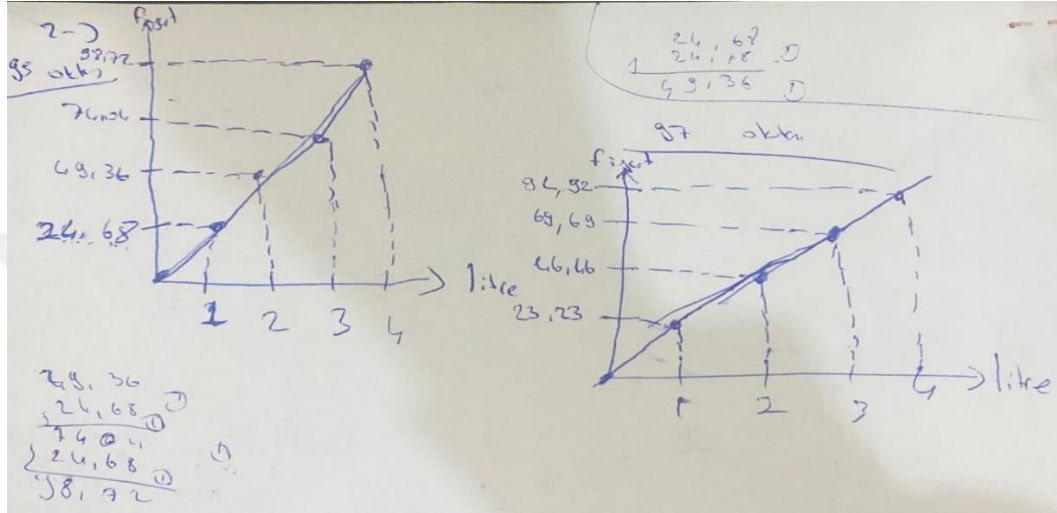
Araştırmacı: Para miktarı virgüllü çıkamaz mı?

Ş1: Çıkabilir.

Şekil 40. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2.Soruyu Çözümü



Şekil 41. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2.Sorunun Grafiklerini Çizimi

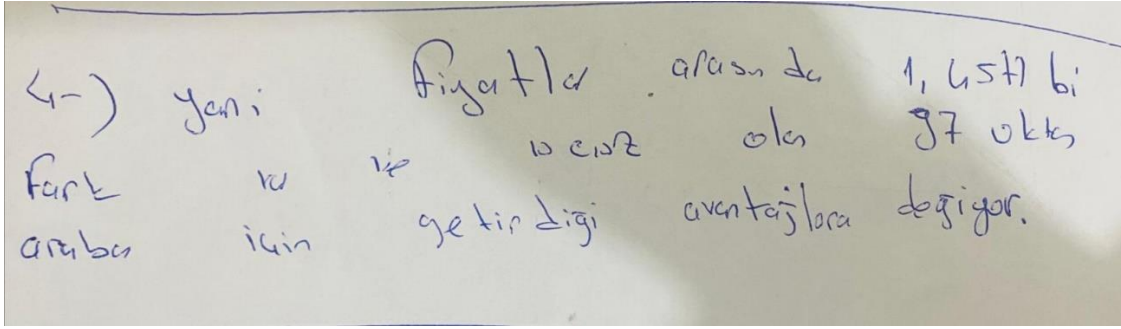


Problemî Anlama ve Sadeleştirme: Öğrenciler 2. soruda 95 ve 97 oktan için 1 litre benzine ne kadar para harcadığını bulmaları gerektiğini belirlemişlerdir. Bağımsız değişken “x”e litre, bağımlı değişken “y”ye fiyat diyerek $x=4$ değerine kadar doğrusal ilişkiyi belirten grafiği çizmişlerdir. Sonuç olarak problemi anlama basamağını Düzey 5, sadeleştirme basamağını Düzey 4’te tamamlamışlardır.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Harcanan benzin miktarlarına göre ödenen ücreti doğru bulmuşlardır ve aralarındaki ilişkiyi ifade eden grafiği doğru çizmişlerdir. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır.

3. soru problemi anlama, sadeleştirme ve matematiksel kanıt istendiği için matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma basamaklarını değerlendirmektedir. Bu soruda 97 oktanın avantajlı olup olmadığını harcanan benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişki bakımından sormaktadır. Öğrencilerden kurdukları orantılardan elde ettikleri doğru sonuçlara göre 97 oktanın 95 oktan benzine göre 1 litrede 1 km daha fazla yol avantajı sağlayacağını ifade etmeleri beklenmektedir.

Şekil 43. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 4.Soruyu Çözümü

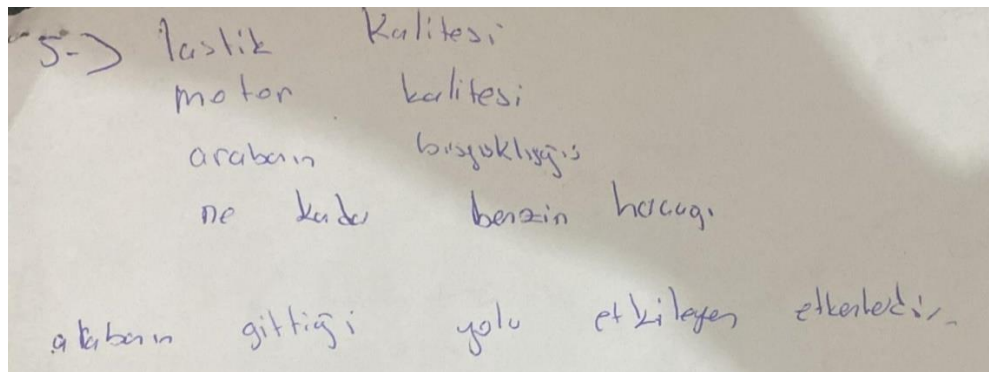


Problemi Anlama ve Sadeleştirme: 97 oktanın litre başına 23.23; 95 oktanın litre başına 24.68 TL olduğunu belirtmişler ve 97 oktan benzinin 1,45 TL avantaj sağladığını yazmışlardır. Problemi anlama basamağında Düzey 5'te, sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Bu soru için 2. Soruda buldukları cevapları kullanmışlardır. Benzin miktarı ve ödenen para arasındaki orantıyı doğru kurarak 95 ve 97 oktanın 1 litre için fiyatlarını doğru buldukları için bu fiyatlar arasındaki farkı da doğru bulmuşlardır. Bu nedenle matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında da Düzey 5'te bulunmaktadır.

Yorumlama: 5. soru yorumlama basamağını değerlendirmektedir. Bir arabanın gittiği yolu benzinin oktanı dışında nelerin etkileyebileceği, nelerin avantaj ya da dezavantaj olabileceği sorulmuştur. Öğrencilerin Şekil 44'te belirttikleri etkenler bir arabanın gittiği yolu etkileyebilir. Fakat soru yol açısından sorulduğuna göre yolun bozuk, düz, rampa, virajlı olması gibi önemli etkenlerin söylenmesi beklenmektedir. Bu nedenle yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şekil 44. Şah-Mat Grubunun Etkinlik 4'e Ait 5.Soruyu Çözümü



Doğrulama: 2. soru için grafikleri çizmeden önce 97 oktan benzin için litre başına harcanan para miktarını yanlış bulmuşlar, araştırmacının “Bölme işlemine dikkat edin.” uyarısı ile yanlışlarını düzeltmişlerdir. 3, 4 ve 5. soruların çözümlerine tekrar bakmışlar fakat soruları

tekrar okumadıkları için 3. Soruda istenenin ne olduğunu fark etmeyip herhangi bir düzeltme yapmamışlardır. Ayrıca 95 ve 97 oktan için buldukları birim litre başına gidilen yol ve ödenen ücretin şu an yaşadıkları duruma uygunluğu hakkında kontrollerini yapmamışlardır. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 3'te bulunmaktadır.

KAMİKAZE GRUBU

1. soru için öğrenciler benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişkiyi bulmak için orantı kurmuştur.

K1: 32 litre 480 km'ye denk geliyor. 1 litresiyle kaç km gider?

K2: 95 ve 97 oktana göre ayıralım. Tek tek yazalım. 1 litre üzerinden gidersek 1 litrede 15 kilometre gider.

K1: 1 litrede 15 kilometre gider. Diğerini de bulalım 16 kilometre gider.

Araştırmacı: Bizden istenilen ne?

K1: Grafik.

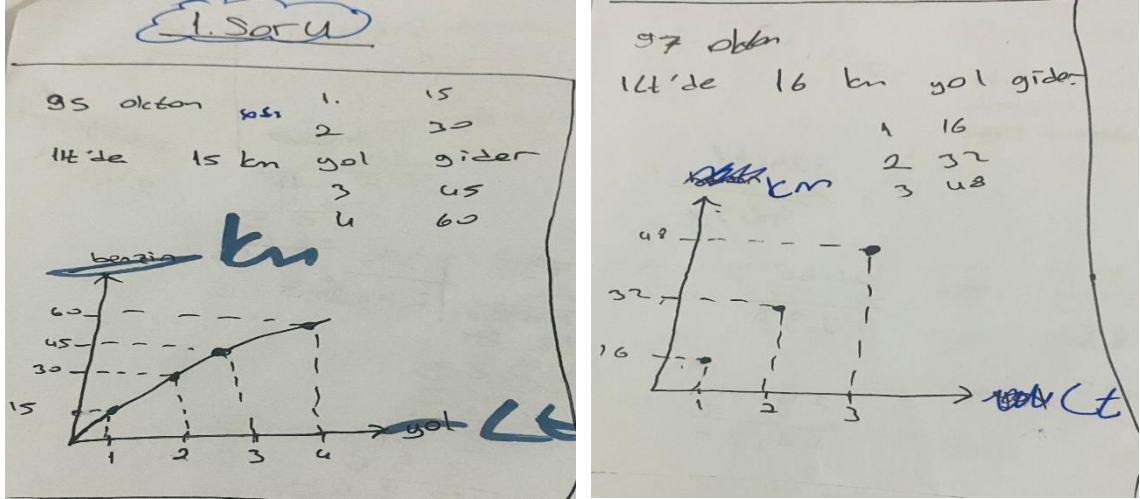
K1: Grafikler sıfırdan geçer.

K2: Aynen sıfırda(litre) sıfır(km) çünkü.

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Gruptaki öğrenciler 95 ve 97 oktan için 1 litrede ne kadar yol gidildiğini, harcanan benzin-gidilen yol arasında orantı kurarak bulmuş; bağımsız değişken “x”e litre, bağımlı değişken “y”ye yol(km) diyerek ikisi arasındaki doğrusal ilişkiyi ifade eden grafiği çizceklerini belirtmişlerdir. Problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Grafik çizimlerinde $x=3$ değerine kadar “x” değerlerine göre “y” değerlerinin yerlerini doğru belirlemişler, harcanan benzin(litre) miktarlarına göre gidilebilecek yolu (km) doğru bulmuşlardır. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Şekil 45. Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1. Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi



2. soruda da öğrenciler iki değişken arasındaki ilişkiyi orantı kurarak belirlemişlerdir.

K2: Parayı da bulalım istersen. 95 oktan için.

K1: 32 litre bu kadar öderse (790) 1 litresi ne kadar?

K2: 95 ve 97 oktana göre ayıralım. Tek tek yazalım.

Araştırmacı: Bulmuşsunuz galiba.

K1: Tam çıkmadı.

Araştırmacı: Para sonuçta. Her zaman tam çıkmalı mı?

K1: Hayır.

K1: Hocam virgüllü bölerken virgülsüz gibi yapıp sonra virgülü mü ekliyorduk?

Araştırmacı: Olur.

K2: (K3'ün bölme işlemini uzunca devam ettirdiğini görünce) Bir de bir şey diyeceğim.

Bunlar çok büyük çıkıyor. 24.689... Bence o kadar yapmana gerek yok. 24.6 yeter.

K1: Ne çıkmasını bekliyordun?

K2: 24.6 alalım. Önce bir hocaya soralım.

K1: 24.68 alalım.

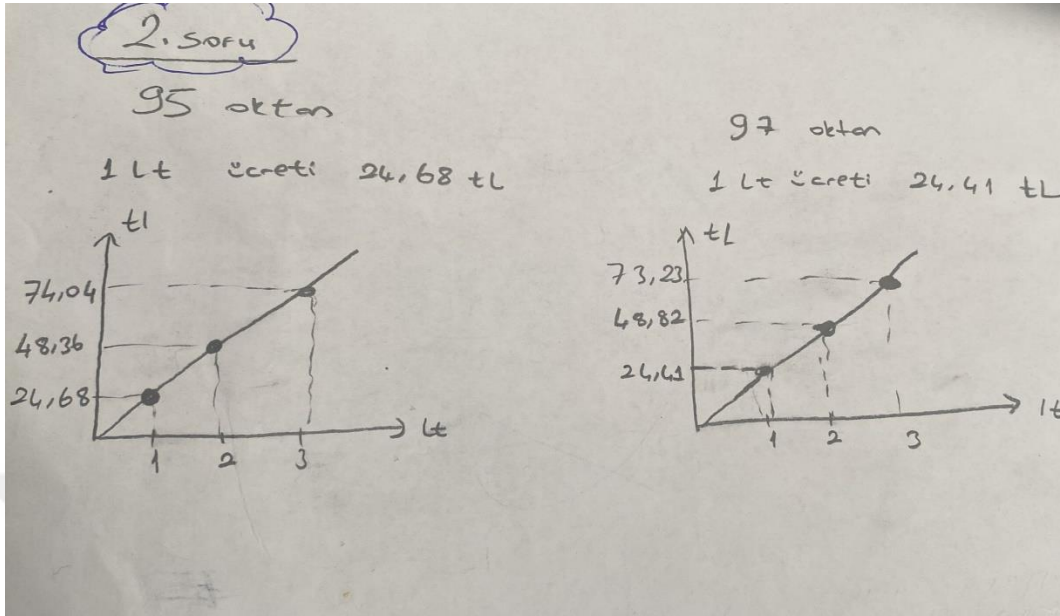
Araştırmacı: Ondalık kısmı bir basamak değil de iki basamak almakta fayda var.

K1: Hocam ben 24.68 aldım. 3 tanesini yapalım (x ' in 3 değerine kadar y ' yi bulalım).

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Öğrenciler 95 ve 97 oktan için 1 litrede ne kadar ücret ödendiğini, harcanan benzin-ödenen ücret arasında orantı kurarak bulmuş; bağımsız

değişken “x”e litre, bağımlı değişken “y”ye Türk lirası demişlerdir. Problemi anlama basamağında Düzey 5’te, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadırlar.

Şekil 46. Kamikaze Grubunun Etkinlik 4’e Ait 2. Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi



Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: $x=3$ değerine kadar doğrusal ilişkiyi belirten grafikleri bağımsız ve bağımlı değişkenin yerlerini doğru belirleyerek çizmişlerdir. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5’te bulunmaktadırlar. Fakat 97 oktan için 1 litrede ödenen ücreti yanlış bulmuş bu nedenle grafikte x değerlerine göre y değerlerini yanlış belirlemişlerdir. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4’te bulunmaktadırlar.

3.soru 97 oktan benzinin avantajını harcanan benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişki bakımından sormaktadır.

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Öğrenciler Şekil 47’de doğru açıklamaları yapmışlardır. Problemi anlama basamağında Düzey 5’te, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadırlar.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrenciler benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişkide 97 oktanın avantajını Şah- Mat grubu öğrencileri gibi sorudaki tablo 1’de 95 ve 97 oktan benzinle gidilen yol arasındaki farka bakarak bulmuşlardır. Fakat tablo 1’de gidilen yola göre benzin miktarları aynı değildir. Bunun üzerine K2 arkadaşı K1’i uyarmış ve K1 yanlışını düzeltmiştir.

K1: Hocam matematiksel kanıt?

Araştırmacı: Ne demek matematiksel kanıt?

K1: İşlem.

Araştırmacı: Evet arada şu kadar fark var, daha karlı gibi...

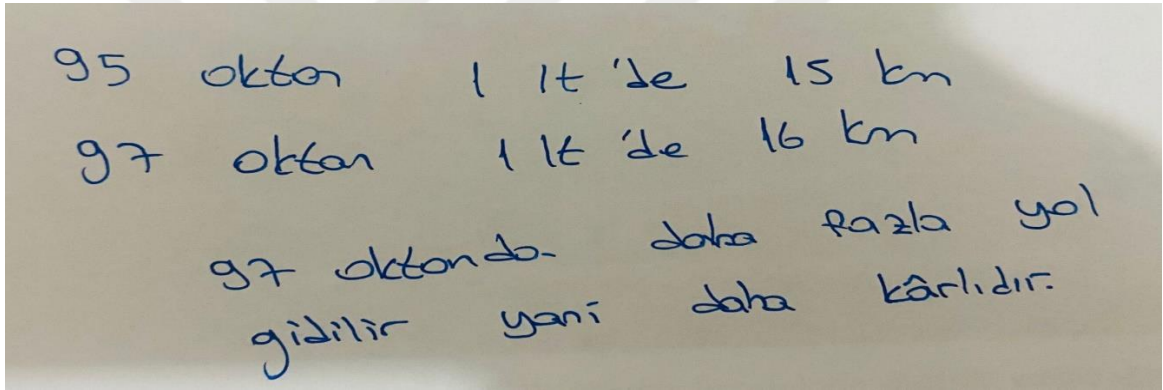
K1: 95 oktanda 480 km gidiliyor. 97 oktanda 544 km gidiliyor. Arada 64 km var. 97 oktan daha karlı oluyor.

K2: Gidilen kilometrelere göre harcanan litre miktarları aynı mı?

K1: Değil. O zaman aynı 1 litreden gitsek... 95 oktanın 1 litresinde 15km, 97 oktanın 1 litresinde 16 km. 97 daha karlı oluyor.

Daha sonra birinci sorudaki çözümlerinden yararlanarak 1 litre benzinde 95 oktanın 15 km, 97 oktanın 16 km gideceğini belirtmişler ve kilometrelerin arasındaki farkı doğru bulmuşlardır. Bu nedenle matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında da Düzey 5'te bulunmaktadır.

Şekil 47. Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 3.Soruyu Çözümü



4. soruda 97 oktan benzinin avantajını harcanan benzin miktarı ile ödenen para arasındaki ilişki bakımından sormaktadır.

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: 97 oktan benzin kullanımının, 95 oktan benzine göre fiyat bakımından daha avantajlı olduğunu belirtmişlerdir. Problemi anlama basamağında Düzey 5'te, sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

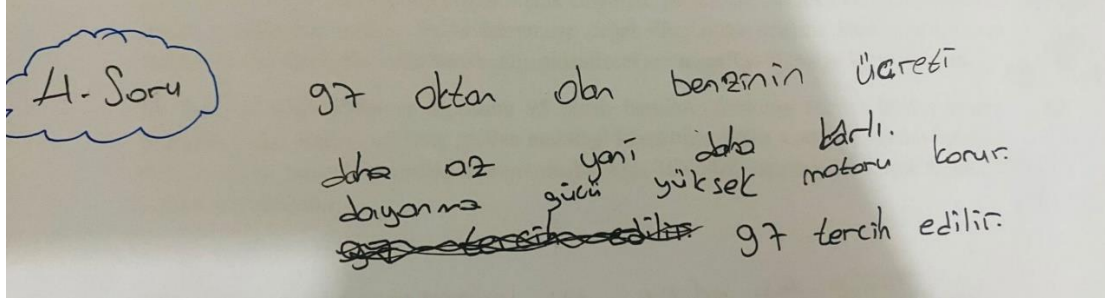
Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: 2. sorudan yararlanarak 95 ve 97 oktan için litre başına ödenen ücretleri, harcanan benzin-ödenen ücret arasındaki ilişkiyi belirten orantıyı doğru kurdukları için matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

K2: O zaman 4.soruyu da 2.soruya göre çözeceğiz. Benzin fiyatına göre bakacağız. Fiyat farklarına bakalım.

K1: Aynen. 95'in litresi 24.68 ve 97'nin litresi 24.41. 97 oktanı daha mı ucuz bulduk biz. Doğru daha karlı 97 oktan.

95 oktan için ücreti doğru bulmuşlar fakat 97 oktan için yanlış bulmuşlardır. 97 oktan benzinin avantajlı olduğunu ifade etmişler, avantajın ne kadar olduğunu hesaplamamışlardır. Hesaplasalar da ikinci soruya göre buldukları 97 oktan benzinin ücreti yanlış olduğu için yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi aradaki farkı yanlış bulacaklardır. Bu nedenle matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Şekil 48. Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 4. Soruyu Çözümü



Öğrenciler 5. soruda bir arabanın gittiği yolu etkileyen ve akıllarına gelen tüm etkenleri yazmışlardır.

Yorumlama: Bu etkenler gerçek yaşam bağlamında yeterlidir bu nedenle yorumlama basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır.

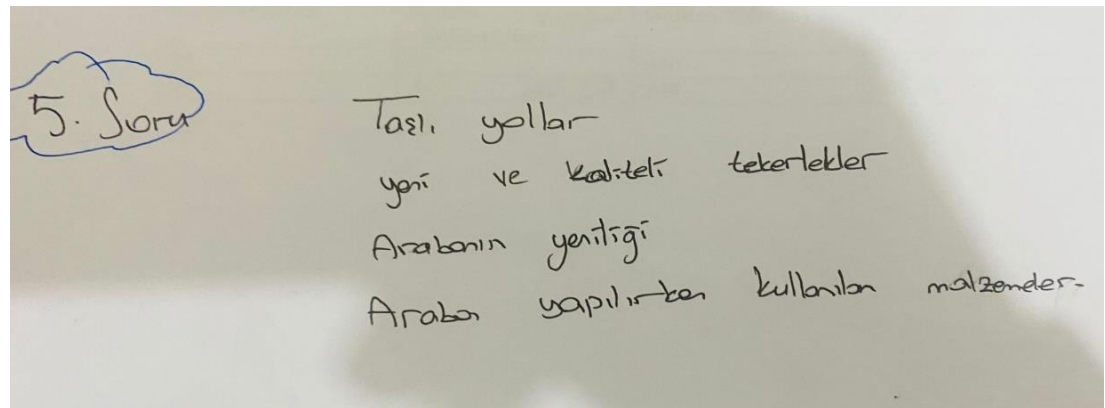
K1: Taşlı yollar, tekerler

K2: Lastik kalitesi, arabanın tonajı da değiştirir mesela yarış arabaları karbondan yapılıyor ve karbon daha hızlı gitmelerini sağlıyor.

K1: Yeni olması olur mu?

K2: Pek alakası yok malzeme kalitesi önemli.

Şekil 49. Kamikaze Grubunun Etkinlik 4'e Ait 5.Soruyu Çözümü



Doğrulama: 2. soruda 95 oktan için ücreti doğru bulmuşlar fakat 97 oktan için yanlış bulmuşlardır. 2.soruda yapılan çözüm 4.soru için de geçerlidir. Öğrenciler soruları kontrol etmemişlerdir. Bölme işlemlerini kontrol etmedikleri için 790.04'ü 34'e bölerken yaptıkları

hatayı fark etmemişlerdir. Ayrıca 95 ve 97 oktan için buldukları birim litre başına gidilen yol ve ödenen ücretin şu an yaşadıkları duruma uygunluğu hakkında kontrollerini yapmamışlardır. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1’de bulunmaktadır.

1 PİNK 2 BLUE GRUBU

Öğrenciler 1. soruda neler anlatıldığı ve istendiğini bir tartışma ortamında belirlemişlerdir. B1, arabalarla çok ilgili olduğunu, etkinliği ilk gördüğünde çok sevindiğini belirterek soruyu gruptaki diğer arkadaşlarına okumuştur.

K1: Ne anladın, bu sorudan? Hiçbir şey.

P1: Bak şimdi. Furkan ve babası bir yola gidiyorlar. Farklı oktanlarda benzin almışlar.

P2: İlk 95 oktan benzin alınmış.

P1: 480’i 32’e bölersek 1 km’de 15 litre yakıyor.

B1: Ne? 1 km’de 15 litre. Sence günlük hayatın mantığına uyuyor mu?

P1: Biz günlük hayatta böyle bir şey yapar mıyız?

B1: Buradan nereye? Buradan Havuzbaşı’na kadar bile değil. Hocam bunlar diyorlar ki 1 kilometrede 15 litre benzin harcanır. Günlük hayatta buradan bizim ev 1 km yapar. Hocam dediklerine göre 100 km’de arabalar 8-9 litre yakıyor.

P1: Litreden gittik biz. Bölüyoruz 15 çıkıyor. 1 litrede 15 km. (Yanlış söylediğini fark etmiştir).

Araştırmacı: Dediğine göre 1 litrede 15 km gitti.

B1: Tamam olur, o zaman.

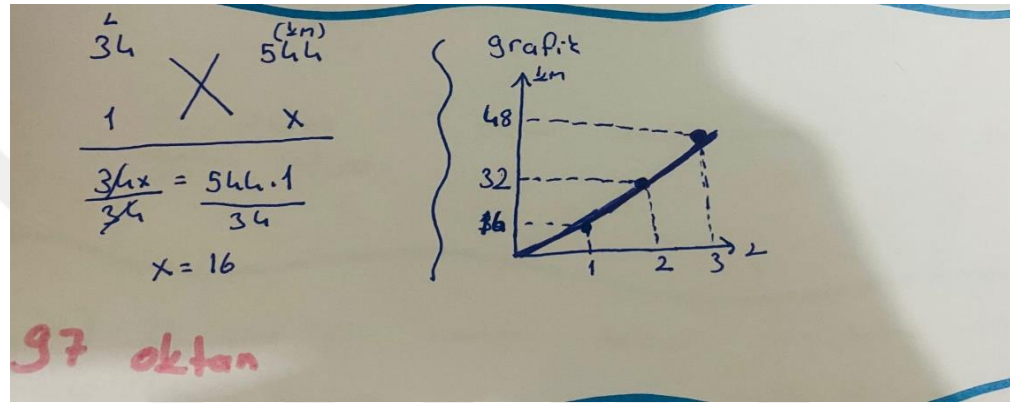
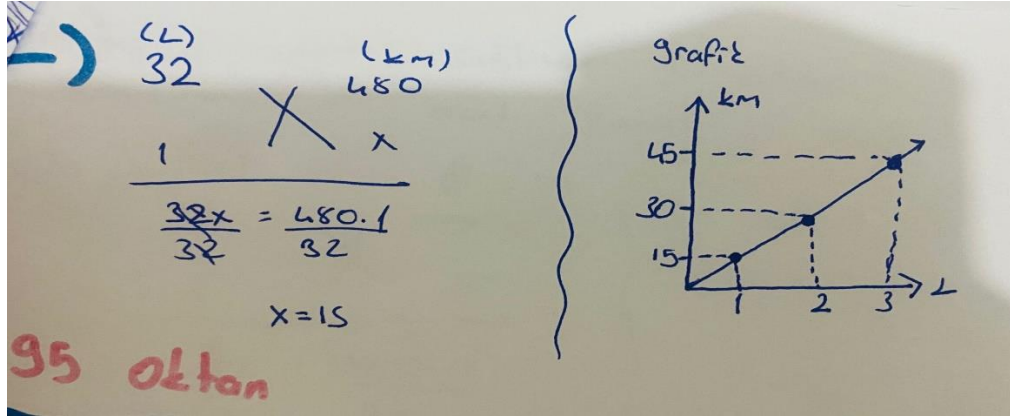
Öğrencilerden P1, harcanan benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişkiyi ifade eden orantıyı kurduğunda bağımsız ve bağımlı değişkeni yanlış belirlediği için bir arabanın 1 kilometreyi 15 litre ile gittiğini ifade etmiştir. Bu günlük hayatta olabilecek bir durum değildir. B1 ise bunun mümkün olamayacağını kendi tecrübelerinden yararlanarak ifade etmiştir. Bunun üzerine P1 yanlışını fark ederek aslında 1 litrede 15 kilometre gidileceğini bulduğunu söyleyerek düzeltmiştir.

Araştırmacı: Grafikte eksenlerin isimlerini yazın.

K1: Verin yanlışları düzeltiyim. 15, 30, 45, 60... 3 litre 45 olur.

K1: Burası (yatay eksen) litre, burası (dikey eksen) kilometre. Diğerine bakalım. $544:34=16$ km.

Şekil 50. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 1.Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi



Problemi Anlama ve Sadeleştirme: 1. soruda 95 ve 97 oktan için 1 litrede ne kadar yol gidildiğini hesaplamaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Yatay eksen “x”i litre, dikey eksen “y”yi kilometre olarak belirlemişlerdir. Problemı anlama basamağında Düzey 5’te, sadeleştirme basamağını Düzey 4’te bulunmaktadırlar.

Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: 95 ve 97 oktan için harcanan benzin ile gidilen yol arasındaki ilişkiyi ifade eden doğrusal grafiği $x=3$ değerine kadar doğru çizmişlerdir Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5’te bulunmaktadırlar.

Öğrenciler 2. soruda 95 ve 97 oktan için 1 litre benzinin ne kadar olduğunu bulmaları gerektiğini belirlemişlerdir.

B1: Alınan benzin miktarı ile ödenen para arasındaki ilişkiyi grafik ile gösteriniz. Tamam ver ben göstereyim.

P1: Şöyle yapacaksın. 32 litrede 790 ise ,1 litrede kaçtır?

$$790:32=12$$

B1: 2 kere var. (79 ‘un içinde 32) Sen ne yapıyorsun?

P1: 790’ı 32’ye bölüyorum.

BI: Yanlışı! Bölünmüyor ki tam. Virgüllü bir şey çıkıyor.

P1: Zaten çıkacak.

K1: $790:32=24.689$. Hocam şurada hepsini mi alacağız?

Araştırmacı: Ben sana sorayım. Hepsini mi alırsın?

B2: 68 olmayacak mı?

BI: Sadece 68'i alabiliriz.

P1: O halde 24.68. Grafiğini çizelim.

BI: 1 litresi 24 lira 68 kuruşmuş. Tablo mu oluşturacağız. Ne diyor?

B2: Grafik oluşturacağız.

P1: Hocam 68 çok saçma. 1 litresi 24 lira 68 kuruş, 2 litresi 49 lira....

Araştırmacı: Buna göre grafiği çizemez misin?

BI: Çizerim de hocam. Çok uğraştırıcı olur.

P1: 97 oktanı da bulacağız. Hocam ikisinde de aynı fiyat burada sadece (virgülden sonra) 04 var. Biz ilkinin 24.68 bulduk. Burada sadece 04 ekleyerek bunun cevabı çıkmayacak mı? Burada 790, burada 790,04. Burada 24.68 çıkmışsa diğerinde daha yüksek çıkması lazım.

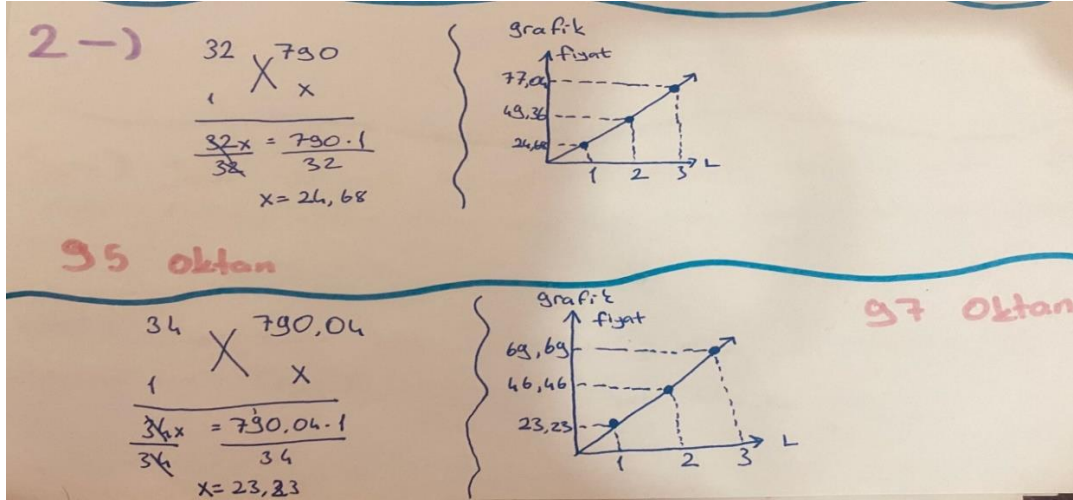
BI: Hayır daha yüksek çıkacak, canım arkadaşım. Burada 32 litrede 790, burada 34 litrede 790,04. Hocam arkadaş bunun daha yüksek olacağını söylüyor. Ama burada 32 litrede 790, burada 34 litrede 790.04. Daha az olacak.

Araştırmacı: Evet. P1, sen 790'a 0.04 ekleyerek cevap bulabilir misin? Bölmeyi yap bakalım dediğin oluyor mu? (O sırada P1 790.04'ü 34 sayısına bölmüştür).

P1: Olmuyor. 23.23 çıktı.

BI: Şunu yaz. 23.23.

Şekil 51. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 2.Soruyu Çözümü ve Grafikleri Çizimi



Problemi Anlama ve Sadeleştirme: Bağımsız değişken “x”e litre, bağımlı değişken “y”ye fiyat diyerek x=3 değerine kadar doğrusal ilişkiyi belirten grafiği çizmişlerdir. Sonuç olarak problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

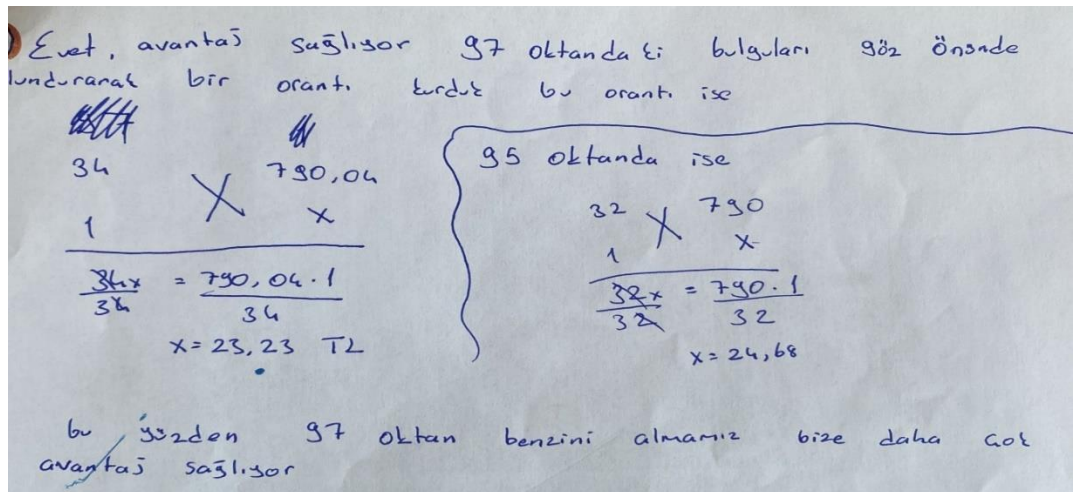
Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Grafik çizimlerinde “x” değerlerine göre “y” değerlerini doğru belirlemişlerdir. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır. Litre başına ödenen ücret değerlerini de doğru bulmuşlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır.

Etkinliğin 3. sorusu 95 oktan ve 97 oktan arasındaki avantajı harcanan benzin miktarı ile gidilen yol arasındaki ilişki bakımından sormaktadır. Ama Şekil 52’ de görüldüğü gibi öğrenciler benzin miktarı ile ödenen ücret arasında orantı kurmuştur.

B1: Tamam dur, ikisini karşılaştırma yapacağız. Evet avantaj sağlıyor.

B2: Orantı olacak.

Şekil 52. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 3.Soruyu Çözümü



Problemi Anlama, Sadeleştirme, Matematikselleştirme ve Matematiksel Olarak Çalışma: Öğrenciler 95 ve 97 oktan arasındaki bir avantajdan bahsetmişlerdir fakat bu istenen avantaj değildir. Soruda gidilen yol bakımından avantajı bulmaları istenirken onlar litre başına ödenen para bakımından avantajı hesaplamışlardır. Yani soruyu baştan itibaren yanlış anlamışlardır. Soruda isteneni yanlış belirledikleri için bağımlı değişkeni de yanlış belirlemiş, istenmeyen değişkene göre orantı kurmuş bu nedenle istenmeyen sonucu bulmuşlardır. Problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 1’de kalmışlardır.

4. soruda da çözdükleri üçüncü sorunun cevabını kullanmışlardır ve bu cevap dördüncü soruda istenen cevaptır.

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: 4. soruda 97 oktan benzinin litre başına fiyat açısından avantajı sorulmuş, 24.68’den 23.23’ü çıkararak avantajı 1.45 TL olarak hesaplamışlardır. Problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadırlar.

Şekil 53. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4’e Ait 4.Soruyu Çözümü

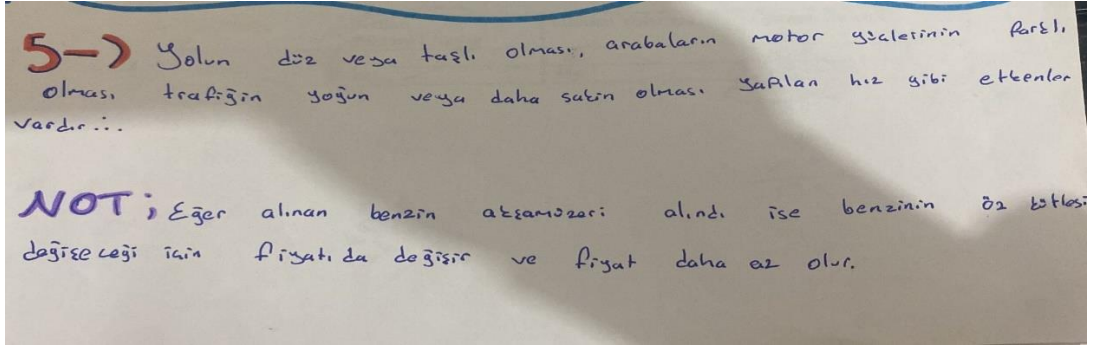
Evet, yine bize avantaj sağlıyor litre başına ortalama 1,45 TL
avantaj / kar sağlıyor

$$\begin{array}{r} 24,68 \\ - 23,23 \\ \hline 1,45 \end{array}$$

Matematiksel ve Matematiksel Olarak Çalışma: Bu soru için ikinci soruda cevabını buldukları harcanan benzin-ödenen para arasındaki ilişkiyi belirten orantıya tekrar bakmışlar ve bu ücretleri kullanarak aradaki farkı avantaj olarak doğru hesaplamışlardır. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5’te bulunmaktadırlar.

Yorumlama: 5. soruda bir arabanın gittiği yolu etkileyen ve akıllarına gelen tüm etkenleri yazmışlardır. Bu etkenler gerçek yaşam bağlamında yeterlidir ve yorumlama basamağını Düzey 5’te tamamlamış oldukları kabul edilir.

Şekil 54. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 4'e Ait 5.Soruyu Çözümü



Doğrulama: 1. ve 2. Soruda buldukları sonuçları kontrol etmemişlerdir. 3, 4 ve 5. soruların çözümlerine de tekrar bakmamışlardır. Bu nedenle üçüncü soruda istenenin benzin ile gidilen yol arasındaki avantaj olduğunu fark etmemişlerdir. Ayrıca sonuçlarının günlük hayatlarıyla uygunluğuna da bakmamışlardır. Doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

Uygulama sonrası

- Araştırmacı tarafından Şah-Mat grubu ve 1 Pink 2 Blue grubuna 3. sorunun harcanan benzin-gidilen yol bakımından sorulduğu fakat onların harcanan benzin-ödenen ücret bakımından avantaja baktıkları ifade edilmiştir. Her zaman soruları okurken daha dikkatli olmaları gerektiği uyarısında bulunulmuştur. Kamikaze grubundaki öğrencilere ise 4.soruda litre başına ödenen ücret bakımından avantaja baksalar da 97 oktan için ödenen ücreti bulmaya çalışırken bölme işleminde hata yaptıkları söylenmiş, K1'e tekrar bölme işlemi yaptırılmıştır ve bu öğrenci 97 oktanın ödenen ücret bakımından 95 okтана göre avantajını tekrar hesaplamıştır.

“Benzinin İyisi Hangisi?” Etkinliğinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Toplu Bakış

Bu etkinlikteki 1. soruda tüm gruplar 95 ve 97 oktan benzin çeşitlerine göre 1 litre benzin ile kaç kilometre yol gidildiği belirlemek için orantı kurmuş, gidilen yolları doğru bulmuş ve doğrusal ilişkinin grafiklerini “x” değişkenlerine göre “y” değişkenlerinin grafikteki yerlerini doğru belirleyerek çizmişlerdir. Problemi anlama basamağını Düzey 5, sadeleştirme basamağını Düzey 4'te tamamlamışlardır. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5'te tamamlamıştır.

Benzin çeşitlerine göre benzin miktarı ile ödenen ücret arasındaki ilişkinin sorulduğu 2. soruda tüm gruplar benzin ile ücret arasındaki ilişkiyi belirlemek için 1. Soruda olduğu gibi orantıyı doğru kurmuşlardır. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu her iki benzin içinde ödenen ücreti doğru bulmuştur. Kamikaze grubu ise değişkenler arasındaki ilişkiyi doğru belirleseler de 97

oktan için 1 litrede ödenen ücreti yanlış bulmuştur. Bu nedenle tüm gruplar problemi anlama Düzey 5, sadeleştirme Düzey 4, matematikselleştirme basamağını Düzey 5’ te tamamlamışlar, Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5’te tamamlarken, Kamikaze grubu Düzey 4’te kalmıştır.

97 oktan benzinin birim litre başına kaç kilometre avantajı olduğunun sorulduğu 3. Soruda Kamikaze grubu yol bakımından avantaja bakılması gerektiğini belirtmiştir. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır. Şah-Mat grubu yol bakımından avantajdan bahsetmiş ama ücret bakımından avantajdan da bahsetmiştir. Soruda isteneni ve gerekli bağımlı değişkeni tam olarak belirleyememiştir. Bu nedenle problemi anlama ve sadeleştirme basamağında Düzey 2’de kalmıştır. Kamikaze grubu sadece yol bakımından avantaja baktığı için sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır. 1 Pink 2 Blue grubu soruyu ise ödenen ücrete göre çözmüştür. Problemde verileni ve isteneni belirleyemediği ve değişkenleri de yanlış belirlediği için problemi anlama ve sadeleştirme basamağında Düzey 1’de kalmıştır. Kamikaze grubu 1 litre benzin miktarına göre gidilen yolun avantajını doğru belirlemiştir. Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5’te tamamlamıştır. Şah-Mat grubu bu avantajı birim litre üzerinden gidilen yol bakımından belirleyememiş ve yanlış bulmuştur, 1 Pink 2 Blue grubu ise ücret bakımından avantajı hesaplamıştır. Bu nedenle bu iki grup matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 1’de kalmıştır.

95 ve 97 oktan benzinlerin hangisinin ücret bakımından daha avantajlı olduğunun sorulduğu 4. Soruda tüm gruplar benzin miktarı ile ücret arasındaki orantıdan avantaja bakmıştır. Problemi anlama Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır. 1 Pink 2 Blue ve Şah-Mat grubu avantajın matematiksel değerini de belirttikleri için matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5’te tamamlarken, Kamikaze grubu avantajın matematiksel değerini belirtmediği için matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4’te kalmıştır.

Bu etkinlikte arabanın gittiği yolu başka nelerin etkilediğinin sorulduğu 5. Soruda Kamikaze ve 1 Pink 2 Blue grubu gerçek yaşama uygun yeterli etkenlerden bahsettiği için yorumlama basamağında Düzey 5, Şah-Mat grubu yolla ilgili etkenlerden bahsetmediği için Düzey 4’te bulunmaktadır.

Kamikaze grubu hem bölme işlemlerinden buldukları sonuçları kontrol etmemiş hem de sonuçlarının şu an yaşadıkları hayata uyumluluğu hakkında konuşmamıştır. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1, Şah-Mat grubu işlemsel kontrollerini yapmış fakat sonuçlarının gerçek hayata uygunluğu ile ilgili bilgi vermemiş, 1 Pink 2 Blue grubu ise işlemsel kontrollerini yapmamış fakat 1. soruda benzin miktarı ile gidilen yol bakımından ilişkiye

bakarken değişkenleri yanlış belirlediklerinde 1 kilometre yol için 15 litre gidilmesinin mantıksızlığını fark ederek düzelttikleri için sonuçlarının gerçek hayata uyumluğuna bakmış sayılabilir. Bu iki grup kısmen doğrulama yaparak belirlenen yanlışlarını düzeltmişlerdir. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 3'te bulunmaktadır.

Etkinlik-5'ten Elde Edilen Bulgular

AYAK İZİ PROBLEMİ ETKİNLİğİ

Kriminal inceleme suçun incelenmesi anlamına gelmektedir. Kriminal inceleme yapmak için öncelikle bir suçun işlenmiş olması gerekmektedir. Kriminal inceleme ise işlenen bu suçun nasıl işlendiğini bilimsel gerçeklerle ortaya koymaktır.

Kriminal inceleme tüm bilim dallarından faydalanarak çalışmaktadır. Bu bilim dallarının başında fizik ve kimya gelmektedir. Sadece bunlarla yetinmez aklımıza gelen diğer tüm bilim dalları ile yakın temas halinde olup o bilim dallarının kullanmış oldukları yöntem ve analizleri suçun nasıl işlendiğini ortaya çıkarmak için kullanmaktadır.

Kriminal incelemeyi emniyet ve jandarma görevlileri yapmaktadır. Kanunen kendilerine verilen görevleri rahat ve hukuka uygun bir şekilde elde edip inceleme imkânları olduğu için kriminal incelemeyi öncelikle bu birimler yapmaktadır.

Kriminal incelemelerin başlangıcından bu yana, kişi tanımlamada araştırmacılar; yanılmaz, şaşmaz, güvenilir, bire bir yöntemler bulmaya çalışmışlardır. Kişi tanımlamada ilk sistemler eşkal tanımlama yöntemi kullanılmıştır (Kastamonu Jurnal Defteri). Eşkal tanımlama yönteminin daha sistematik halde kullanımı antropometri olarak bilinen insan vücudunun oluşturan unsurların bire bir ölçümüne dayanmaktaydı. Bu yöntem (Bertillon) 1883 yılından itibaren doğru kişi tanımlama yöntemi olarak kabul edilmiş ve uygulanmıştır. 1900'lü yılların başından itibaren kişi tanımlamada "parmak izi" sistem olarak kullanılmaya başlanmıştır. Günümüzde modern kriminal tanımlamanın en önemli öğelerinden birisi "parmak izi"dir.



Fakat bir gece yarısı kuyumcuya giren hırsızlar çelik kasayı patlatarak soygun yapmışlardır. Olay yerinde yapılan incelemede, şüphelilere ait herhangi bir parmak izine rastlanmamıştır. Bunun üzerine yerde bulunan ayak izleri polis ekiplerinin dikkatini çekmiştir.

Olay yeri inceleme ekipleri tarafından fotoğrafları çekilen ve ölçüleri alınan ayak izleri, Kriminal Polis Laboratuvarı'na gönderilmiştir. Teknik Fotoğraf ve Eşkâl Tespit Bürosunda çalışan bir polis memuru, bu ayak izlerine bakarak hırsızların boy ölçülerini tahmin etmeye çalışmaktadır. Sizin göreviniz bu memura ayak izi verilen bir kişinin boy ölçüsünü bulmak için genel bir yöntem (ayak ölçüsü ile boy ölçüsü arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem) sunmaktır. Ayrıca büroda bu yöntemi kullanmaları ve büroya asabilmeleri için bir afiş hazırlamaktır. (Afişte olması gerekenler; memura sunduğunuz genel yönteme ait tablo-grafik ve kullandığınız yöntemi ifade eden kısa bir not).

Etkinlik Uygulama Süreci

Uygulama Öncesi

- Grupların kullanacağı araç ve gereçler (1 m'lik cetvel, A4 kâğıdı) masalarının üzerinde gruplar tarafından hazır hale getirilmiştir.
- Dikkat çekmek ve güdüleme adına etkinliğe giriş soruları sorulmuştur ve öğrenciler tarafından cevaplanmıştır. Bu sorular: Aranızda polis olmayı isteyen var mı, bir polis olay incelemesi sırasında olay yerinde suçlularla ilgili hangi ipuçlarını bulabilir, Parmak izi dışında aklınıza başka bir şey geliyor mu?
- Burada akıllarına sadece parmak izi gelmiştir.

Uygulama Sırası

- Bu etkinlik 8.sınıf doğrusal denklemler konusunun 4.kazanımı olan “Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo, grafiği oluşturur ve yorumlar.” (MEB, 2018, s. 73) ile ilgilidir.
- Bu etkinlikte öncelikle kriminal incelemenin tanımı yapılmış ve bir suç işlendiğinde suçu işleyen kişi ya da kişileri tanımlamak için parmak izi kullanıldığı fakat bir gece yarısı yapılan soygunda hiçbir parmak izine rastlanmadığı bunun üzerine ayak izlerinin polislerin dikkatini çektiği belirtilmiştir. Öğrencilerden ayak izleri yardımıyla kişilerin boy ölçülerini bulmak için genel bir denklem kurmaları, bu denkleme ait tablo ve grafiği çizerek bir afiş hazırlamaları istenmekte ve kurdukları denklemin işlemsel olarak ve gerçek hayatta her zaman kullanılıp kullanılmayacağına dair kontrollerini yapmaları beklenmektedir.

“Ayak İzi Problemi” Matematiksel Modelleme Etkinliği Süresince Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Ait Bulgular

ŞAH-MAT GRUBU

Problemi anlama: Öğrencilerden Ş1’in aklına matematik uygulamaları dersinde uyguladıkları “Büyük Ayak Problemi” etkinliği gelmiş ve bu etkinliğin ona benzer bir etkinlik olduğunu fark etmiştir. Burada bir kişinin ayak numarasını bulmak için ayağının enini ve boyunu ölçerek toplamışlardır.

Ş1: Benle Ş3’ün ayak boylarını ölçelim. Ayak boyu 26 cm, Genişliği 11cm. Bunların toplamı ayak numarası yapıyor.

Ş3: Benim ayak uzunluğu 30 cm, genişliği 9 cm.

Ş1: Eşit mi? (Topamları ayak numaranı veriyor mu?)

Ş3: Hayır.

Ş1: Senin ayakkabı numaran kaç?

Ş3: 42

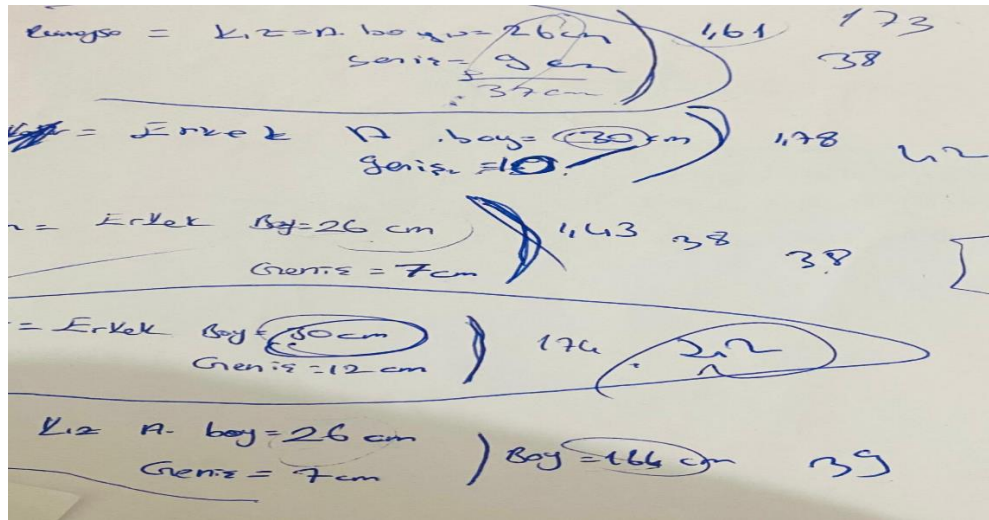
Ş1: Hocam başka gruptan arkadaşımıza ölçüm yapabilir miyiz?

Araştırmacı: Evet.

Ş1: B1 çok ideal, 30 cm uzunluk, 12 cm en. Ayak numarası 42. Biz genele bakıyoruz. Boyu 174. Şimdi denklem kurmak için ilişkiyi inceleyeceğiz.

Gruptaki öğrenciler bazı kişilerin ayaklarının en ve boyunu toplamış buna göre yaklaşık ayak numaraları bulmuşlardır. Bu ayak numaralarına göre de ayak numarası ile boy arasındaki ilişkiyi ifade eden bir denklem kurmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Problemi anlama basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır.

Şekil 55. Şah-Mat Grubunun Bir Ayağın Eni ve Boyunu Toplayarak Numarasını Bulma Çalışması



Sadeleştirme: Gerekli değişkenlerin ayak en ve boy uzunluğunun toplamına göre belirlenen bağımsız değişken ayak numarası ve ayak numarasına göre bulunması gereken bağımlı değişken boy ölçüsü olduğunu ifade etmişlerdir. Sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: Bir doğrusal denklem kurulurken bağımsız değişken olan x 'in katsayısı; ardışık iki bağımsız değişkenin değeri arasındaki farktır.

Ş1: Ayak numarasından gidelim. Dur deneyeceğim. Mesela Rümeysa'ya bakalım (Şekil 55'teki ayak en ve boyunu toplayarak ayak numarasını buldukları ilk arkadaşlarıdır, burada ayak en ve boyunu toptasalar bile arkadaşlarının kendi söylediği ayak numarasını kullanmışlardır).

Ş1: 38'in 4 katına 6 ekleyelim. Şimdi denklemimiz $y=4x+6$.

Ş2: Ortasını alalım.6 değil de 8 olacak.

Ş1: Tamam 8'i alalım. Yetişkin için Zeynep Hoca üzerinden konuşuyorum. Hocam boyunuz kaç?

Araştırmacı: Boyum 156.

Ş1: 37'i deneyelim. $37.4+8=156$.

Ş1: Yetişkin bir erkek alalım. Zeynep Hocam, Mehmet Hoca'nın ayakkabı numarası ve boyunu biliyor musunuz?

Araştırmacı: Boyu 173, ayak numarası 41.

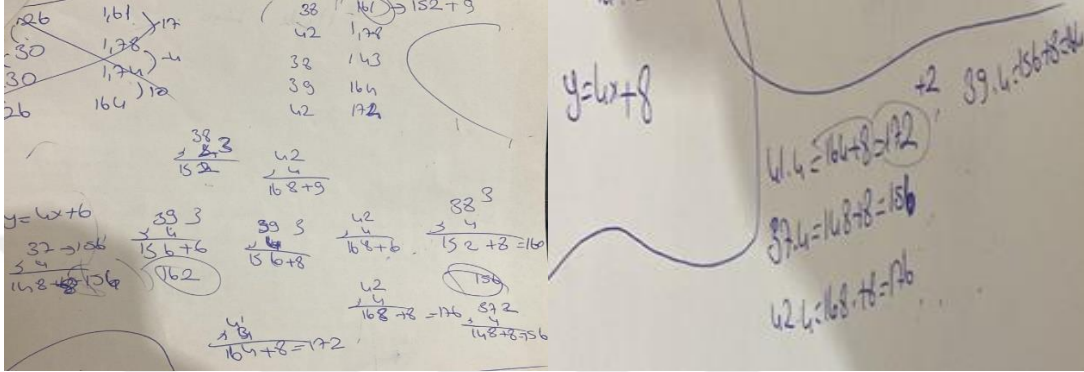
Ş3: $41.4 + 8 = 172$ oluyor. Çok yakın.

Ş1: Denklem bu. Afiş hazırlayacağız.

Ş2: Örnekleri yazacağız.

Yukarıdaki diyalogda $y=4x+6$, $y=4x+8$ gibi oluşturdukları denklemi birkaç yetişkinin ayak numarası ve boy ölçüsüne göre denemişlerdir. Son olarak yaklaşık değerler buldukları $y=4x+8$ ’ e karar vermişlerdir.

Şekil 56. Şah-Mat Grubunun Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Üzerinde Çalışması



Ş1: Memura sunduğumuz genel yöntem? Denklem nedir? Beyefendi, her yetişkinde kullanılacak formül $y=4x+8$ denklemi sayesinde boyu bulabiliriz. İki yetişkin Zeynep Hoca ve Mehmet hocayı kullandım. Bağımsız değişken x ayak numarasıdır. x ’ i bulurken ayak izinin boyu ve eni toplamını kullandık.

Öğrenciler x ’in katsayısını 4 olarak belirlemişler fakat katsayıyı nerden bulduklarını açıklayamamışlardır çünkü katsayıyı x ve y arasındaki doğrusal ilişkiye göre değil bağımsız değişkene bir değer verip bağımlı değişkenin değerine yaklaşacak şekilde belirlemişlerdir. Daha sonra bu katsayıya göre birkaç yetişkinin ayak numarası ve boy ölçüsünü denemişler, x yerine belirledikleri ayak numarasını yazdıklarında boy ölçüsünü yani y ’yi yaklaşık olarak veren sayıyı sabit terim olarak denkleme eklemişlerdir. Erkek ve kadın için de aynı denklemi kullanmayı uygun görmüşlerdir. 1-2 cm farkı önemsememişlerdir. Bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlememiş olsalar da seçtikleri ayak numarasına göre boy ölçülerini veren doğrusal denklemi doğru kurmuşlardır. Bu doğrusal ilişkiyi gösteren tablo ve grafiği çizmişlerdir. Bu nedenle matematikselleştirme basamağında Düzey 3’te bulunmaktadırlar.

Matematiksel Olarak Çalışma: Kurdukları denklemde “ x ” yerine verdikleri ayak numarası değerleri için boy ölçülerini doğru buldukları için matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5’ te tamamlamışlardır.

Ş1: Mehmet Hoca neydi? 41'e (ayak numarası), boy (173). Ama biz bulduğumuzu yazalım. 172.

Ş2: Yaklaşık çıkıyor de ki.

Ş1: Zeynep Hoca'nın kaçtı?

Ş3: 37'ye (ayak numarası), 156 (boy ölçüsü).

Ş1: Tam çıkıyor. Kızlarda tam çıkıyor. Erkekler de 1-2 cm oynuyor.

Ş2: Ben 39 giyiyorum. 39 ile 4'ü çarp, 8 ekle. Tam çıktı evet.

Ş2: Ayak numaranı söyle (Ş3'e). $42.4 + 8 = 176$ (Ş3'ün boyu 178'dir).

Ş3: O zaman 10 ekleyelim.

Ş1: Gerek yok bence, bu yeter.

Ş2: Hocam, kadınlarda tam çıkıyor, erkeklerde eksik çıkıyor.

Ş3: Erkekler de 2 cm oynuyor.

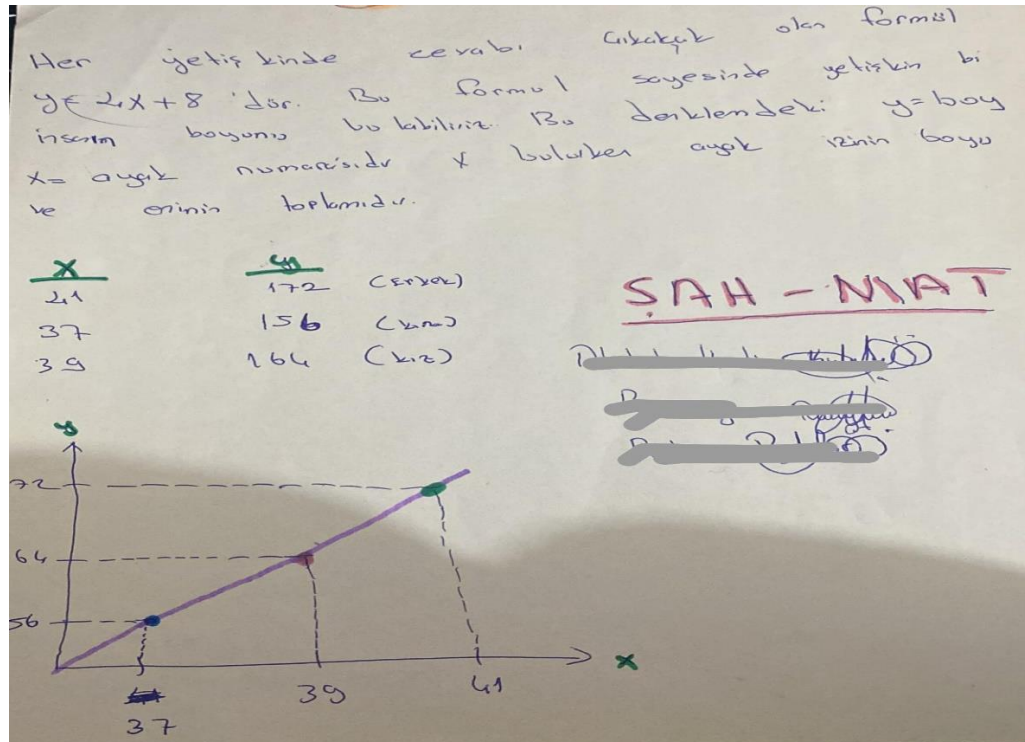
Ş1, Ş2: 1-2 cm.

Araştırmacı: Soruda en son ne diyordu?

Ş1: Afiş hazırlamamızı istiyordu. Denklem, tablo, bunu anlatan kısa bir not da burada.

Grafik de mi çizeceğiz. Tamam.

Şekil 57. Şah-Mat grubunun Etkinlik 5'e ait oluşturduğu afiş



Yorumlama: Öğrenciler kurdukları denklemin sadece yetişkinler için uygun olduğunu kendi yaşlılarında uygun olmadığını fark etmişlerdir. Büyüme çağına oldukları için kendi arkadaşlarında ayak en ve boy toplamının ayak numarasına uymadığını söyleyerek denklemin yetişkinler için uygun olduğunu belirtmişler böylece yaş faktöründen bahsetmişlerdir. Kadınlar için uygun olduğunu düşündükleri denklemi kurduktan sonra erkekler için de bu değerin yaklaşık olduğunu söylemişlerdir. Kadınlar için kesin sonuç erkekler için 1-2 cm farklılık şeklinde düşünmüşlerdir fakat verilen hiçbir denklem boy ölçüsünde tam bilgi verememektedir. Genetik, beslenme, yaşama koşulları gibi birçok sebepten bir insanın boyunda değişiklikler görülebilmektedir. Bu açıklamalarda bulunmamışlardır. Gerçek yaşam bağlamında yetişkinler ile kendileri arasındaki farktan başka bir yorum yapmamışlardır. Yorumlama basamağında Düzey 4’te bulunmaktadırlar.

Doğrulama: Kurdukları denklemde x ’in katsayısını x ve y değişkeni arasındaki doğrusal ilişkiye göre bulmak için tekrar denklemlerine geri dönmemişler ve kurdukları denklemin günlük hayatta her zaman doğru olma ihtimalinin olup olmadığını kontrol etmemişlerdir. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1’de bulunmaktadırlar.

KAMİKAZE GRUBU

Problemi Anlama ve Sadeleştirme: K1, soruyu okuduktan ve düşüncelerini arkadaşlarıyla paylaştıktan sonra bir tablo oluşturup ve bu tablo üzerinden çalışmaya başlamışlardır.

K1: Bağımsız x , bağımlı y . Hocam ben denklemi ayarlamaya çalışıyorum. x arttıkça y ‘de artacak. Ayak numarası x , boy uzunluğu y . Gel, boyunu ölçelim.

K2: O zaman sadece benim değil birkaç kişinin boylarını ölçelim.

Kamikaze grubu soruda istenilen ayak en ve boy uzunluğunun toplamı ile ayak numarası arasında bir ilişki kuramadığı için ama bu ilişkiyi kuramamasının ayak numarası ile boy ölçüsü arasındaki ilişkiyi belirlemede etkisi olmadığı için problemi anlama basamağında Düzey 4, ayak numarasına göre boy uzunluğunun değişeceğini belirterek bağımsız ve bağımlı değişkenleri belirlediği için sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: K1, üç kişiye ayak numaralarını ve boy ölçülerini sorarak bir tablo oluşturur. Fakat bir arkadaşlarının ayak numarası büyükken boyunun çok kısa olduğunu fark ederler. Yine de bu tablo üzerinden çalışmalar yaparak ardışık ayak numaralarına ait boy ölçülerinin değişimine göre “ x ” değişkeninin katsayısını belirlemeye çalışırlar.

X	38	39	42
Y	143	161	150

K3: $x=38, y= 143$

K2: *Bu ne saçmalık! (Büyük ayak numarasına sahip bir kişinin kısa boylu çıkması)*

Araştırmacı: *2 erkeğe mi baktınız?*

K1: *Üç erkeğe baktım.*

Araştırmacı: *Genel bir şey bulmaya çalışın.*

K1: K2 ,42 giyiyor ve 173.

K2: *Şurada +18 yapmışız. (Ardışık ayak numaralarına ait (38 ve 39) boy ölçüleri olan 143 cm ile 161 cm boyları arasındaki farkın 18 olduğunu ifade etmiştir). O halde 38 ile 18'i çarpayım 161 olması için kaç eklemeliyim.*

X	38	39	42
Y	143	161	173

K1: *Hocam ben şu ikisinden gitsem.*

$$38.18 = 684 - 143 = 541$$

$$Y = 18x - 541.$$

$$39.18 = 602 - 161 = 441. \text{Olmuyor.}$$

K2, 38 ve 39 numara giyen arkadaşların sırasıyla 143 ve 161 olan boy uzunlukları arasındaki 18 farkı x 'in katsayısı olarak belirtmiştir. Daha sonra bağımsız değişken olan ayak numaralarını 18 ile çarpıp bağımlı değişken olan boydan çıkararak sabit terimi bulmaya çalışmıştır. Fakat 38 ve 39 ayak numaraları için farklı sabit terimler çıkınca denklemi kuramamıştır.

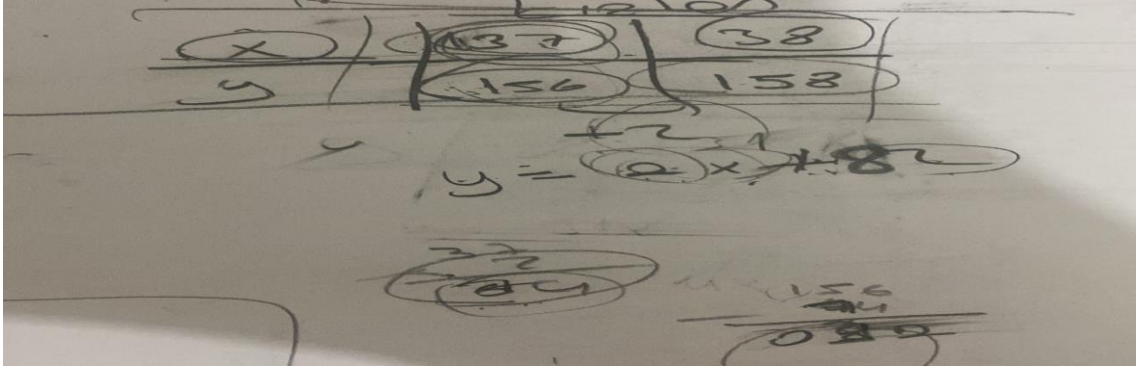
Daha sonra K1, kendinin ve bir kız arkadaşının ayak numarası ile boy uzunluğu arasındaki ilişkiden bakmayı önermiştir.

K1: *Kızlardan gidelim. Niye kızlardan gitmiyoruz.*

K2: *Bilmiyorum. Burada erkek de demiyor.*

K1: Ben 37 giyiyorum 156'yım.Ş1, 38'e(ayak numarası) 158(boy).

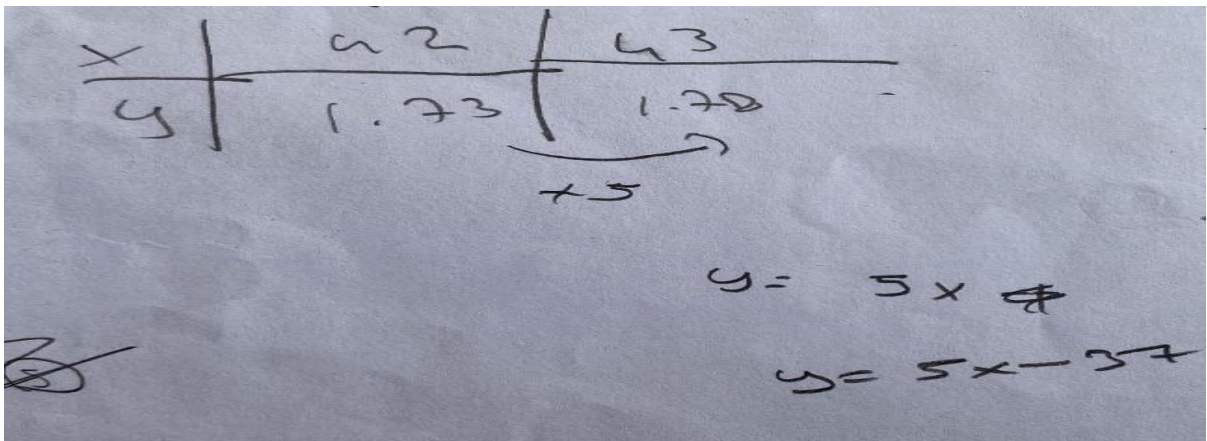
Şekil 58. Kamikaze Grubunun Kadınlar İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Çalışması



Kadınların boy uzunluğuna ait denklemi kurarken; ardışık “x” değerlerine göre “y” değerleri arasındaki farkı 2 bulmuşlar, bu değeri bağımsız değişken “x”in katsayısı olarak yazmışlar, $2x$ ifadesinde x yerine 37 değerini vermişler boy uzunluğu değeri 156 olacak şekilde 92 sayısını eklemişlerdir. Böylece $y=2x+92$ denklemini kurmuşlardır. Daha sonra etkinlik için afiş hazırlarken x yerine tekrar 37 değerini verdiklerinde yanlış yaptıklarını fark ederek denklemi $y=2x+82$ olarak düzeltmişlerdir.

Erkeklerin boy uzunluğuna ait denklemi kurarken; ardışık “x” değerlerine göre “y” değerleri arasındaki farkı 5 bulmuşlar, bu değeri bağımsız değişken “x”in katsayısı olarak yazmışlar, $5x$ ifadesinde x yerine 42 değerini vermişler, boy uzunluğu değeri 173 olacak şekilde sabit terimi -37 bulmuşlardır. Böylece $y=5x-37$ denklemini kurmuşlardır.

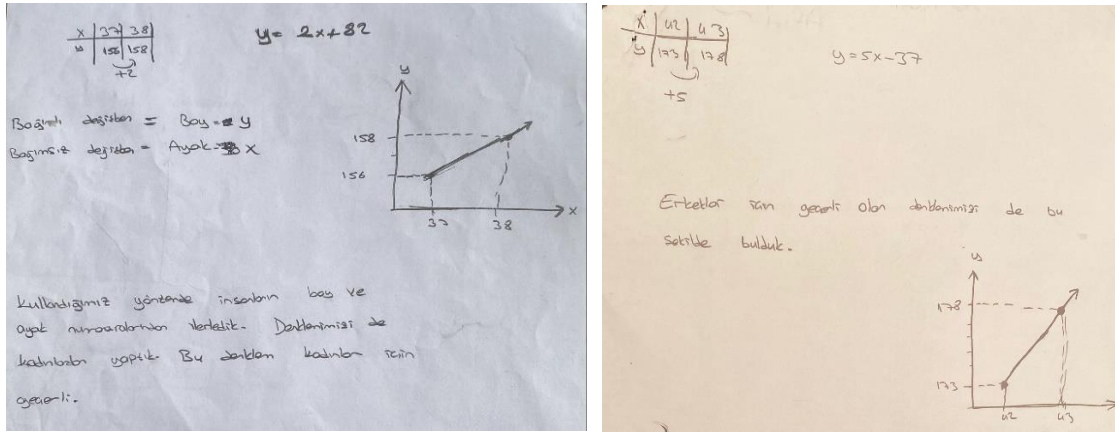
Şekil 59. Kamikaze Grubunun Erkekler İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Çalışması



Erkek ve kadın için oluşturdukları tablolardan yararlanarak ardışık “x” değerlerine göre “y” değerleri arasındaki farkı x’in katsayısı olarak belirleyip daha sonra x yerine değer verip y değişkeninin değerinin bulunmasını sağlayan sabit terimleri doğru belirleyerek denklemleri

oluşturmuşlar, tablo ve grafikleri çizmişlerdir. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Şekil 60. Kamikaze Grubunun Etkinlik 5' e Ait Afiş Çalışması



Matematiksel Olarak Çalışma: Kurdukları denklemlerde x değişkeni yerine verdikleri ayak numarası değerlerine göre boy uzunluklarını doğru bulmuşlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Yorumlama: Erkek ve kadınların boyları için ayrı ayrı denklemler kurmuşlardır. Böylece farklılıkların bir sebebi olarak cinsiyet faktörünü ele almışlardır. Fakat verilen hiçbir denklem boy ölçüsü için tam bilgi vermez. Genetik, beslenme, yaşama koşulları gibi birçok sebepten bir insanın boyunda değişiklikler görülebilir. Bu açıklamalarda bulunmamışlardır. Gerçek yaşam bağlamında yetişkinler ile kendileri arasındaki farktan da bahsetmemişler kendi öğretmenlerinin ayak numarası ve boyunu ölçmüşler fakat denklemlerini kurarken kendi yaş grubundaki kişilerle çalışmışlardır. Buradan grup yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır denilebilir.

Doğrulama: Kadınlar için kurdukları denklemde sabit terimi yanlış bulduklarını fark ederek işlemsel doğrulama yapmışlardır. Fakat kurdukları denklemin günlük hayatta her zaman doğru olup olmadığını kontrol etmemişlerdir. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 3'te bulunmaktadır.

1 PİNK 2 BLUE GRUBU

Problem Anlama: Öğrencilerden B2, ayak numarasına göre boy ölçüsü bulmaları gerektiğini belirtilerek gerekli değişkenleri ayak numarası ve boy uzunluğu olarak ifade etmiş, bu değişkenlere göre denklem, denkleme ait bir tablo ve grafik oluşturmaları gerektiğini söylemiştir. Problemde neler istendiğini özetlemiştir. Gruptaki diğer öğrenciler de arkadaşlarını onaylamışlardır. Problem anlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

B2: Yani ayak ölçüsüyle boy ölçüsü arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem sunacağız ve afiş hazırlayacağız. Denklem kuracağız. Denkleme ait tablo, grafik bir de kısa bir not.

P1: Oraya bir baksana ayak izi bulma işlemi var mı?

B2: Bir şey söyleyeyim mi? Bize cetvel verildiğine göre bizim boyumuzla ilgili bir şey.

P1: Kendi ayak numaramızdan kendi boyumuzu bulan bir denklem yapacağız. Denklemi de buraya uygulayacağız.

B2: Hocam bize niye hiç ayak ölçüsü vermemiş.

P1: İşte kendimiz bulacağız.

P1: Kızla erkek ayrı.

B2: 28(uzunluk) ,11(genişlik).

B1: 30 (uzunluk) ,12 (genişlik).

P1: Benim 27'e 11.

P1: Senin boyun kaçtı?

B2: 161

B1:173

B2: Bence ayak y , boy uzunluğu x . Hayır ayak x boy uzunluğu y . Boy uzunluğu bağımlı olsun. Hocam ayak uzunluğu x , boy uzunluğu y diye düşünüyorum. Çünkü denklem kurun diyor.

Araştırmacı: Evet, doğru.

B2: Şimdi, hocam ayağın alanını mı bulsak, çevresini mi bulsak?

Araştırmacı: Dediklerin işine yarayacak mı, ne yapmayı planlıyorsunuz?

B2: Sanki başka bir şekilde buluyorduk.

B1: Hocam burada bize bir sayı vermediği için biz kendimizden yola çıkarak bir şey oluşturacağız.

B2: Kendi ayak boyumuzla bir denklem.

B1: Bunun birkaç kişiye uyması lazım. Uyduğu zaman bir afiş hazırlayacağız. Yarın da böyle olursa bunu kullansınlar diye.

Araştırmacı: Tamam güzel anlamışsınız.

Masanın üzerine B2'nin ayakkabısını koyarlar ve ölçerler.

B2: 28(uzunluk),11 (genişlik)

P1: Topladın 39, senin ayak numaran kaç?

B2:38.

P1: Şöyle bir denklem kursak? $39-1=38$. Şimdi senin ayağının uzunluk ve en toplamı 39, ayak numaran da 38 ise 38 olması için -1 olması lazım. $X-1=y$. Hocam bulduğumuz şey ayağımızın genişliği ile uzunluğunun toplamının 1 eksiği ayak numaramızı veriyor.

Öğrenciler ilk başta ayağın alanını bulmak gibi fikirler sunsalar da son olarak bir ayağın boyunu ve enini toplayıp buldukları değerden 1 çıkararak ayak numarası bulacaklarını ifade etmişlerdir.

Araştırmacı: Burada ne verilmiş ne istenmiş.

P1: Hiçbir şey verilmemiş, ayak istenmiş.

Araştırmacı: Neyi soruyor?

B2: Boyu gösterebilen bir denklem. Hocam 28 ve 11'i topluyoruz. 39 oluyor Beni 38 sıkıyor yani 39 oluyor. B1 bir de sen de deneyelim. $30+12=42$. Seninki tam çıkıyor.

Sadeleştirme: Grup son kez ayak numarası bulma işlemine geri dönerek ayak numarasını bulmak için ayak eninin ve boyunun toplanması gerektiğine karar vermişlerdir. Gerekli değişkenlerin ayak en ve boy uzunluğunun toplamına göre belirlenen bağımsız değişken olan ayak numarası ve ayak numarasına göre bulunması gereken bağımlı değişken olan boy ölçüsü olduğunu problemin başında ifade ettikleri düşünülürse sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: Ayak numarasının nasıl bulunduğunu belirledikten sonra boy uzunluğunu bulmak için hep beraber "x" yerine değerler vererek denklem oluşturmaya çalışmışlardır. Bu denklemler $y=4x+5$, $y=4x+6$ olmuştur.

B1 aşağıda Şekil.61'de kendi ayak numarası 42 değerine göre boy uzunluğunu denediğini ve boyu 173 cm olduğu için $y=4x+5$ denkleminin uygun olduğunu belirtmiştir.

Şekil 61. 1 Pink 2 Blue Grubunun Erkekler İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğu Bulmak İçin Kurduğu Denklemler Üzerinde Çalışması

Left column:
 $174 = 4 \cdot 42 + 6$
 $174 = 4 \cdot 42$
 $174 = 168 + 6$
 $174 = 174$
 $154 = 36.4 + 6$

Right column:
 $y = 4x + 5$
 $173 = 4 \cdot 42 + 5$
 $173 = 168 + 5$
 $y = 4x + 5$
 $173 = 168 + 5$

B2: Ama bazılarına uymuyor.

Araştırmacı: Neden?

B2: Gelişimi birininki yavaş gider, biri bir günde uzar.

Araştırmacı: Benimkine bakın. Boy 156, ayak numarası 37.

B1: $4 \cdot 37 + 5 = 153$. Olmadı

Araştırmacı: Kardeşimi deneyin. Boyu 178, ayak numarası 43 sanırım.

B1: $43 \cdot 4 + 5 = 177$. Erkekler de oluyor bence bu.

B2: Kadın için de ayrı mı yapalım.

Araştırmacı: Ayrı yapan da var yapmayan da.

B2: Kadında da bence var ya $4x + 7$ olsun.

P1 :10 ekle. Benimki tam çıkıyor.

B2: Hocaninkine bakalım. $4 \cdot 37 + 10 = 158$. Yine çıkmadı. Kadınlar için +7 eklersek 156 olur.

O sırada B1, diğer gruptan iki kız arkadaşının sırasıyla 37 ve 38 olan ayak numaralarına göre 156 ve 158 cm boy uzunluklarını bulacak şekilde tekrar denemeler yaparak denklem kurmaya çalışmıştır.

B1: Kızlar için de buldum. Hocam ben kadın ve erkek için ayrı ayrı buldum ikisi de çıkıyor. Anlatabilir miyim? Kendimce bir denklem oluşturdum.

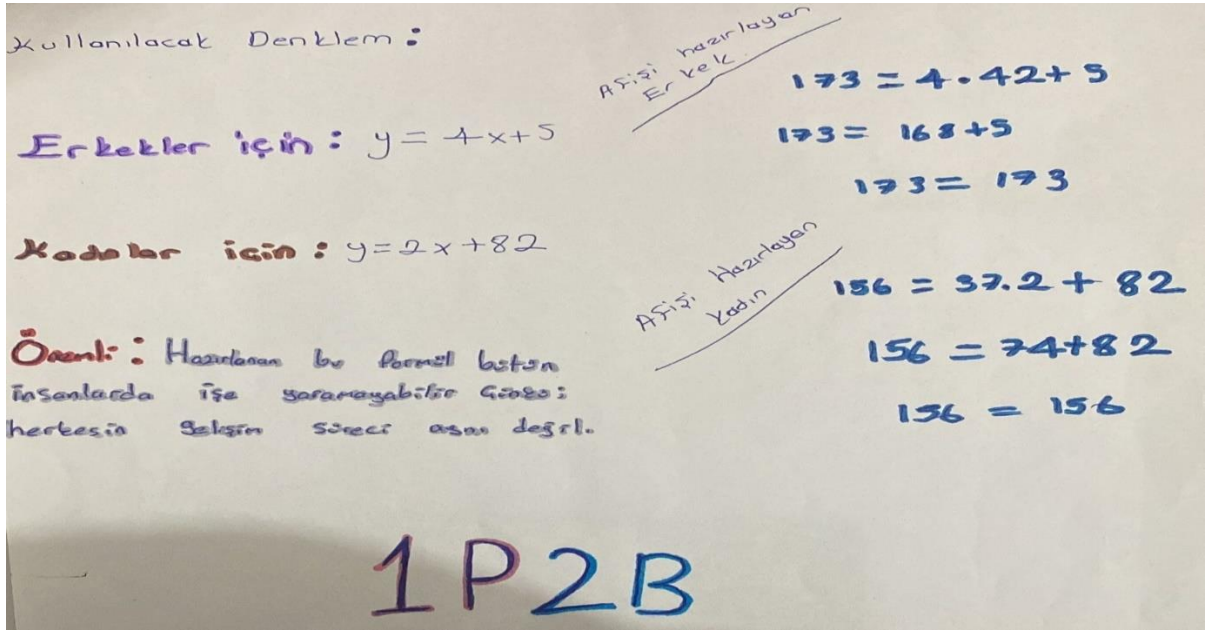
Şekil 62. 1 Pink 2 Blue Grubunun Kadınlar İçin Ayak Numarasına Göre Boy Uzunluğunu Bulmak İçin Kurduğu Denklem Üzerinde Çalışması

$$y = 2x + 82$$
$$158 = 2 \cdot 38$$
$$158 = 76 + 82$$
$$156 = 37.2 + 82$$
$$156 = 74 + 82$$
$$156 = 156$$

Denklem kurarken iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiden bağımsız değişkenin katsayısı belirlenmelidir. Fakat gruptaki öğrenciler hem erkek hem de kadınlar için x 'e ayak numarası değerleri verip y 'ye yani boy uzunluğuna göre denklemi bulmaya çalışmışlardır. Bu nedenle de bağımsız değişkenin katsayısını ve sabit terimi belirlerken çok fazla deneme yapmışlardır. Oysaki grubun denedikleri x değişkenleri olan 39 ve 42 ayak numaraları ile onların sırasıyla y değerleri olan 161 ve 173 boy uzunluğu arasındaki ilişkiye bakılarak x 'in katsayısını 4 olarak belirleyip $4x$ ifadesine 5 ekleyerek denklemi bulmaları; bir denklemin kurulması için yapılması gerektir. Yine de kurdukları denklemler kullandıkları ayak numarasına göre boy uzunluğunu vermektedir. Ayrıca denkleme ait tablo ve grafiği çizmemişlerdir. Bu nedenle matematikselleştirme basamağında Düzey 2'de bulunmaktadır.

Matematiksel Olarak Çalışma: Erkekler ve kadınlar için ayrı denklemler kurmuşlar ve kurdukları denklemler üzerinden " x " yerine değerler vererek doğru " y " değerlerini bulmuşlardır. Kurdukları denklemlere göre doğru sonuçlar elde ettikleri için matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır.

Şekil 63. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 5' e Ait Afiş Çalışması



Yorumlama: Kurdukları denklemlerde herkes için tam bir sonuç vermeyeceğini çünkü insanların gelişim süreçlerinin farklı olduğunu ifade etmişler fakat yaş, beslenme ve yaşama koşullarından bahsetmemişlerdir. Aslında sadece genetik faktörden bahsetmişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

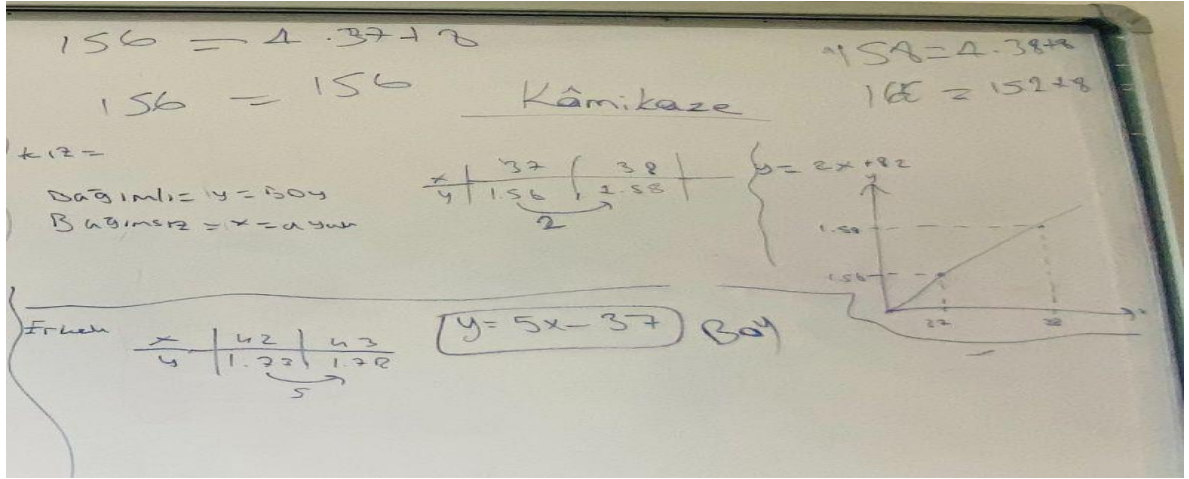
K2: Hocam bir de boy bulmada bütün dallardan yararlanıldığı için sağlıktan da yararlanacağımıza göre buraya önemli bir duyuru yapmamız gerekiyor. Çünkü herkesin gelişme süreci farklı.

Doğrulama: Kurdukları denklemlerde x'in katsayısını x ve y değişkeni arasındaki doğrusal ilişkiye göre bulmak için denklemlerine tekrar dönmemişler, soruya tekrar dönmedikleri için denkleme ait grafik ve tablo çizimleri gerektiğini de fark etmemişlerdir. Kurdukları denklemlerin her zaman herkes için uygun olup olmadığını da kontrol etmemişlerdir. Doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır.

Uygulama Sonrası

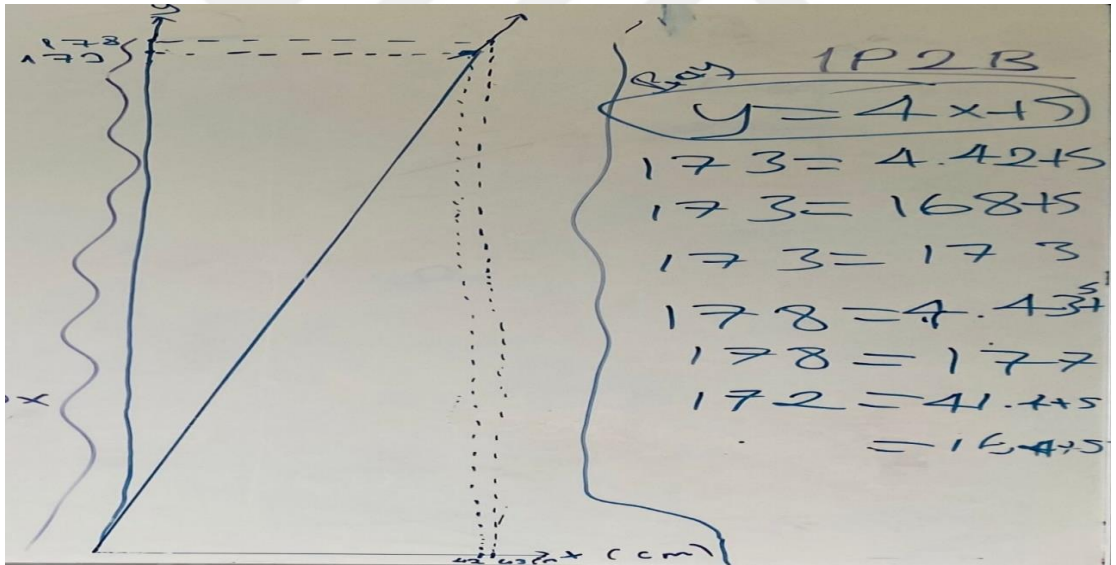
- Çözümü gerçekleştirmek için gönüllü öğrenciler belirlenmiştir. Kamikaze grubu, denklemlerinde x'in katsayısını ardışık iki terim arasındaki farktan belirledikleri için gruptan K1 tahtada neler yaptıklarını anlatmıştır.

Şekil 64. Kamikaze Grubundan K2'nin Etkinlik 5'i Tahtada Çözümü



- Araştırmacı, bir grafik çizilirken birimler arasındaki uzaklığa-ölçü aleti kullanmasalar bile- göz kararı dikkat edebileceklerini bunun grafik çizimine olumlu katkısı olacağını açıklamıştır. Bunun üzerine 1 Pink 2 Blue grubundan B1 örnek bir çizim yapmıştır.

Şekil 65. 1 Pink 2 Blue Grubundan B1'in Etkinlik 5'e Ait Denklemin Grafiğini Örnek Çizimi



“Ayak İzi Problemi” Etkinliğinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Toplu Bakış

Bu etkinlikte Şah- Mat ve 1 Pink ve 2 Blue grubu bir ayağın en ve boyunun uzunluğunu toplayarak ayak ölçüsünü bulmuş, buldukları bu ayak ölçüsüne göre boy uzunluğunu verecek bir denklem kurmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 5, sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır. Kamikaze grubu ise ayak en ve boy uzunluğu ile ayak numarası arasında bir ilişki kuramadığı ama bunun denklemi kurmada ve sonuca gitmede etkisi olmadığı için problemi anlama basamağında Düzey 4, diğer iki grup

gibi ayak numarasına göre boy ölçüsü bulmaları gerektiğini belirttikleri için de sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

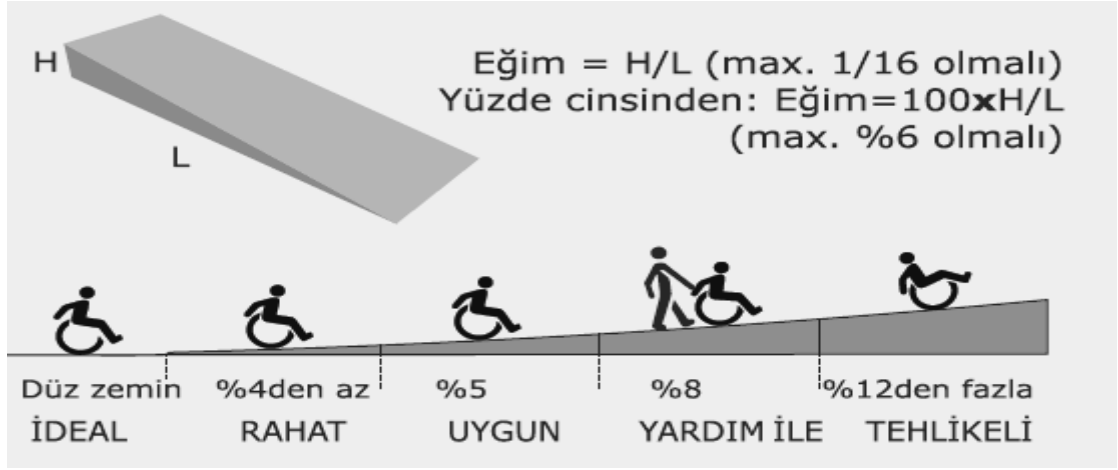
Kamikaze grubu kadın ve erkek için ayrı ayrı ayak numarası ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi belirleyerek denklemler kurduğu ve bu denklemlere ait tablo ve grafikleri çizdiği için matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamaklarını Düzey 5'te tamamlamıştır. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu iki değişken arasındaki ilişkiyi belirlemeden x 'e ayak numarası değerleri vererek katsayı ve sabit terimi belirleyip denklem kurmuşlardır. Kurdukları denklemler de ayak numarası ve boy uzunluğu arasındaki doğrusal ilişkiyi veren denklemlerdir. Denkleme ait tablo ve grafiği Şah-Mat grubu çizdiği için matematikselleştirme basamağını Düzey 3 ve 1 Pink 2 Blue grubu çizmediği için Düzey 2'de kalmıştır. Bu iki grup kurdukları denklemlerde belirledikleri ayak numarasına göre kişilerin boy uzunluklarını doğru bulmuşlar, Şah-Mat grubu tablo, grafiğini çizdiği ve denklemi doğru çözdüğü için matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5, 1 Pink 2 Blue grubu ise tablo, grafiğini çizmediği ama denklemleri doğru çözdüğü için aynı basamakta Düzey 3'te bulunmaktadır.

Kurdukları denklemlerin gerçek hayatta farklılıkların olabileceğine dair Şah-Mat grubu yaş, Kamikaze grubu cinsiyet, 1 Pink 2 Blue grubu genetik faktörden bahsetmiştir. Tüm bu faktörlerle beraber yaşama koşulları ya da beslenme de boy uzunluğunu etkiler. Üç grup da eksik yorumlarından dolayı yorumlama basamağında Düzey 4'te bulunmaktadırlar. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu kurdukları denklemleri işlemsel ve gerçek hayat bağlamında kontrol etmediği için doğrulama basamağında Düzey 1, Kamikaze grubu kurduğu denklemlerde " x " değişkeni yerine belirledikleri birkaç ayak numarası değerini vererek boy ölçüsüne uyup uymadığı ile ilgili kontrollerini yapıp kadınlara ait kurdukları denklemi düzelttiği yani sadece işlemsel kontrol yaptığı için doğrulama basamağında Düzey 3'te bulunmaktadır.

Etkinlik-6'dan Elde Edilen Bulgular

EĞİTİME ENGEL YOKTUR ETKİNLİĞİ

Tekerlekli sandalye kullanıcıları, yürüme zorluğu çeken yaşlılar, bebek arabası kullanan yayalar, görme engelli vatandaşlarımızın olduğunu unutmayalım. Hep birlikte engelleri aşalım, aşmak için destek olalım. Kaldırımlar, bahçe, resmi kurum ve bina girişleri gibi yerlerde engelli rampalarının en uygun şekilde yapılması için farkındalık yaratalım.



Okulunuza yeni dönemde tekerlekli sandalye kullanan bir beşinci sınıf öğrencisi gelecektir. Bu öğrencinin kendi başına içeriye girebilmesi yani zemin kata ulaşabilmesi için okul idaresi, okul merdivenlerinin eğiminin uygun olup olmadığı hakkında düşünmeye başlamıştır. Okul idaresi siz öğrencilerden bu konuda yardım istemektedir. Bahçe ve zemin kat arasındaki okul merdivenlerinin eğimini hesaplayarak engelli rampası yapmaya uygun olup olmadığını belirleyiniz. Okul merdivenlerinin eğimi uygun değilse okul idaresi ne yapmalıdır? Önerilerde bulununuz.

Etkinliğin Uygulama Süreci

Uygulama Öncesi

- Kullanılacak araç ve gereçler olan 1 metrelik cetveller her gruba birer tane olmak üzere grupların masalarında hazır hale getirilmiştir.
- Dikkat çekme ve güdüleme adına etkinliğe dair öğrencilere şu sorular sorulmuştur: Engelli birey nedir, bireylerde hangi tür engeller olabilir, tekerlekli sandalye kullanan kişiler nerelerde ve nasıl zorluklar yaşamaktadır, yollar, kaldırımlar, toplu taşıma araçları, alışveriş merkezleri, okullar, hastaneler gibi mekanlar tekerlekli sandalye kullanan kişiler için uygun mudur? Uygun gördüğünüz yerlerden örnekler veriniz. Uygun değilse neler yapılabilir? Cevaplayınız.
- Akıllı tahtadan öğrencilere engellilerin yaşadıkları zorluklar ve onların bu zorlukların üstesinden gelebilmesi için bizlerin yapabilecekleri ile ilgili video izletilmiştir.

Okul hakkında bilgi: Çalışmanın yapıldığı okul; bahçesinde ilkokul, ortaokul, anaokulunun beraber olduğu bir okuldur. Ortaokul kısmında giriş kapısı ile bahçe arasında bir engelli rampası ve bitişiğinde üç merdiven bulunmaktadır. Zemin katta öğretmenler odası, çok amaçlı salon (Spor salonu olarak da kullanılmaktadır.), müdür ve müdür yardımcısı odaları, 5 ve 6.sınıflar, 1. katta 7 ve 8. sınıflar ve lavabolar bulunmaktadır.

Uygulama Sırası

- Bu etkinlik doğrusal denklemlerin 6. kazanımı olan “Doğrunun eğimini modellerle açıklar; doğrusal denklemleri ve grafiklerini eğimle ilişkilendirir.” (MEB, 2018, s. 73) ile ilgilidir.
- Öğrencilerden ortaokulda bulunan bahçe ve zemin arasındaki rampadan tekerlekli sandalye kullanan birinin tek başına çıkıp çıkamayacağını rampanın dikey ve yatay uzunluğu oranlayarak belirlemeleri istenmektedir. Eğer uygun değilse ne yapmaları gerektiğini sadece yorumlamaları daha sonra buldukları eğimin işlemsel olarak doğru olup olmadığını ve engelli bireyler için uygunluğunun sağlanması hakkında neler yapacaklarını tekrar kontrol etmeleri beklenmektedir.
- Öğrenciler sınıftan dışarı çıkarak ölçüm yapmaları gerektiğini söylemişlerdir. Bu ölçümleri yapabilmeleri için okul koridorlarına ve bahçesine çıkmalarına izin verilmiştir.
- Araştırmacı, gruplarla bahçede dolaşarak öğrencilerin soru sordukları durumlarda onlara yol göstermeye çalışmıştır.

“Eğitime Engel Yoktur” Matematiksel Modelleme Etkinliği Sürecinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Ait Bulgular

ŞAH-MAT GRUBU

Problem Anlama: Gruptaki öğrenciler, bir öğrencinin tekerlekli sandalye ile tek başına çıkıp çıkmayacağını belirlemek için okul rampasının eğimini bulmaları gerektiğini ifade etmişlerdir fakat etkinlik sadece ortaokulun bahçesinde yer alan rampanın eğimini sorduğu halde ortaokulun içindeki merdivenlerin ve ilkokul, anaokulunun bahçesindeki rampaların eğimlerinin uygunluğuna da bakacaklarını ifade etmişlerdir. Fakat yaptıkları bu hesaplamalar istenilenin bulmasında etkili olmamış, soruda verilen ve istenenleri belirlemede önemsiz hatalar olarak kalmıştır. Bu nedenle problemi anlama basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Ş1: Eğimi bulmak için H/L. Eğimi bulacağız. Hocam ineeğiz değil mi merdivenlerden?

Araştırmacı: İnebilirsiniz.

Ş3: Hocam cetveli alalım mı?

Ş1: Evet nasıl ölçmeyi bekliyorsun?

Sadeleştirme: Öğrenciler etkinlikte eğimi bulmak için gerekli değişkenler olarak dikey (y) ve yatay (x) uzunluğu kullanmıştır. Sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme: Öğrenciler bir rampanın eğimini bulurken $\frac{H}{L}$ oran modelini kullanmışlardır, dikey ve yatay uzunluğu modelde yerlerine doğru yerleştirmişlerdir. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

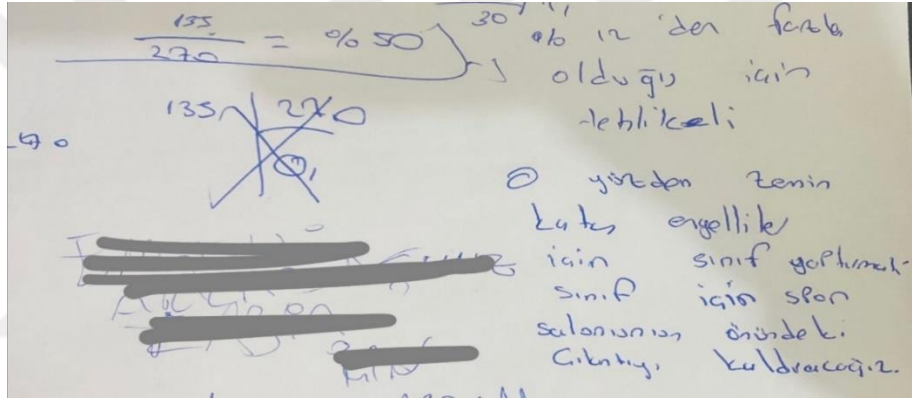
Sınıftan dışarı çıkarak önce binanın içinde bulunan merdivenlerin eğimini hesaplamışlardır.

Ş1: Merdiven (dikey uzunluğu) 15 cm, yatay da 30 cm. Kaç tane basamak var.9 tane. Burası da aynı.

Ş3: Yatay 135.

Ş2: Dikey 270.

Şekil 66. Şah-Mat Grubunun Zemin ve 1.Kat Arasındaki Merdivenin Eğimini Bularak Yorumlaması



Ş1: %12'den fazla. O yüzden tehlikeli.

Araştırmacı: Ne yapılacak?

Ş1: Asansör yaptırılacak. Ya da en alt katta engelli öğrenciler için bir sınıf yaptırılalım.

Öğrenciler okul binası içindeki merdivenlerin eğimini bulduktan sonra bina dışına çıkarak bahçe ile zemin kat arasındaki rampanın eğimini ölçmüşlerdir.

Ş1: Yatay uzunluk 147cm. Yükseklik 32 cm. Ama bence yüksekliği yanlış ölçüyoruz. Burada bir çıkıntı var. Biraz farklı. (Rampanın yanındaki merdivenleri göstererek) şuranın yüksekliğini mi alsam?

Ş1 rampanın yan tarafındaki küçük çıkıntıya dikkat etmeleri gerektiği için yanındaki üç basamaklı merdivenin her bir basamağının dikey uzunlukları toplamına bakmaları gerektiğini söylemiştir.

Şekil 67. Rampadaki Küçük Asfalt Çıkıntısı



Araştırmacı: Dene bakalım oluyor mu?

Ş3: Hocam çok ayrıntı ya!

Ş1: $12,12,12=36$

Araştırmacı: Basamaklardaki her merdivenin dikey uzunluğunun aynı olduğunu bilmiyorsun.

Şekil 68. Şah-Mat Grubunun Bahçe ve Zemin Kat Arasındaki Merdivenin Dikey ve Yatay Uzunluğunu Ölçmesi



Ş1: Ölçtüm hocam. Hepsi 12 yani 36. Bak dedim sana 4 cm fazla. (Ş3'e dönerek ayrıntılı düşünmediğini yani haklı olduğunu ifade etmiştir).

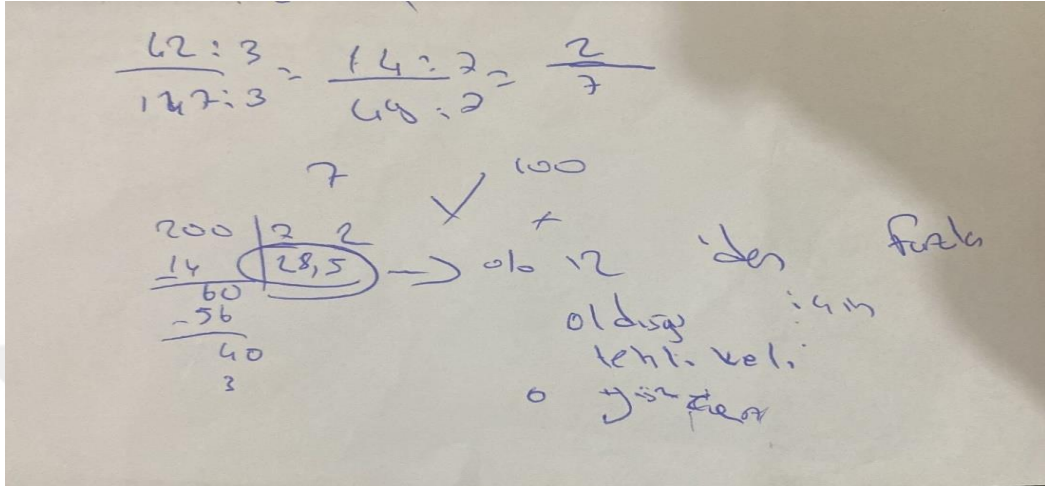
Şimdi gelelim eğime 147 'ye 36 bulduk. $\frac{36}{147}$. Sadeleştirelim. $\frac{12}{49}$ çıkıyor.

Araştırmacı tüm gruplara rampanın dikey uzunluğunu bulmak için nasıl ölçüm yapacaklarını sormuştur. Diğer gruplar rampanın yanındaki çıkıntının önemli olmadığını ifade ederken, Şah-Mat grubu üç basamağın dik uzunluklarının alınmasında ısrar etmiştir. Çünkü Şah-Mat grubundaki öğrencilere göre rampanın dikey kısmında asfalt çıkıntısı vardır ve bu eğimi etkileyebilir. Bahçedeki rampanın yanındaki merdivenin bir basamağının dikey

uzunluğunu 12 cm bulduktan sonra tekrar ölçüp 14 cm bulmuş ve 3 ile çarparak rampanın dikey uzunluğuna 42 cm demişlerdir.

Ş1: Biz basamaklardan gideceğiz. (Tekrar kontrol ederek ölçüm yaparlar). Dikey uzunluk 42, Yatay uzunluk 147.

Şekil 69. Şah-Mat Grubunun Bahçedeki Rampanın Eğimini Hesaplaması ve Yorumlaması



Ş1: Hocam küsuratlı çıkıyor. Mesela %28.50 gibi bir şey çıkıyor da! %28.50 olarak kalabilir mi?

Araştırmacı: %29 olarak yuvarlayabilirsin.

Ş1: Yine tehlikeli. Bizim okulun tüm rampaları çok tehlikeli.

Araştırmacı: Ne yapacağız?

Ş1: Spor salonundan kapı açacağız.

Ş2: Buldum hocam, okulumuzun bahçesine yeni küçük bir okul yapacağız.

Ş1: Anaokulunun rampası var. Orada A, B, C sınıfları var. C sınıfı da çok az bir sınıf (öğrenci sayısı az), C sınıfını kapatsınlar, sadece bu öğrenci olsun.

Ş2: Asansör yapalım.

Ş1: (Anaokulu rampası için) O da olmazsa bu okulda (kendi okulları için) tekrar bir inşaat başlatacağız.

Daha sonra anaokulunun rampasının eğimini bulmak için dikey ve yatay uzunluğunu ölçerler.

Ş1: $66+10=70$. Eee şimdi yatayı nasıl ölçeceğiz?

Araştırmacı: 660, 670 civarı. 670 diyebilirsin.

Şekil 70. Şah-Mat Grubunun Anaokuluna Ait Rampanın Eğimini Hesaplaması

$$60 + 10 = 70$$

$$\frac{70}{670} = \frac{10}{67}$$

$$67 \times 100 = 6700$$

$$\frac{6700}{67} = 100$$

Ş1: %1 gibi bir şey. Yani oluyor. Biz buraya yapıyoruz sınıfımızı. Hocam biz buradan kapı açmayacağız (kendi okulunu göstererek) Direkt anaokuluna gideceğiz.

Sonra Ş2, ilkokul kısmında da rampa olduğunu oradan girerek direkt ortaokula geçiş yapabileceğini söylemiştir. İlkokul ve ortaokul aynı bina içindedir arada sadece kantin vardır. Ş1'in "Olabilir, hadi gidip oraya da bakalım." demesi üzerine ilkokulun bahçesinde yer alan rampanın dikey uzunluğunu 77 cm, yatay uzunluğunu 240 cm olarak ölçmüşlerdir.

Şekil 71. Şah-Mat Grubunun İlkokula Ait Rampanın Dikey ve Yatay Uzunluğunu Ölçme Çalışması



Araştırmacı: $\frac{77}{240}$. Yüzde olarak kaç'a denk geliyor?

Ş1: Hocam %25'ten fazla.

Araştırmacı: Ne olacak?

Ş1: Olmuyor. Yine bizimki en mantıklı %1'i var. (Anaokulu rampası için).

Araştırmacı: Peki bu $\frac{77}{240}$ olmuyorsa olması için ne yapabiliriz?

Ş1: Merdiven yüksekliğini kısaltabiliriz.

Ş2: Yatayı uzatırız.

Araştırmacı: Toparlayalım. Bir rampanın eğimi uygun olmuyorsa, olması için ne yaparsınız?

Ş1: Dikey ya da yatayı değiştireceğiz. Ya da aynı anda yapacağız. Ne gerek var? O kadar tadilat yapmak yerine anaokulunda bir sınıfı kapatacağız. Hocam tek bir kişi değil mi? Bizim okulda bazen tek öğrencilere özel ders veriyorlar (K1, kaynaştırma öğrencilerine destek eğitim odalarında verilen derslerden bahsetmektedir). O zaman anaokulunun dışındaki rampayı kullanırız ve oraya gelir.

Araştırmacı: Kendi arkadaşlarıyla sosyalleşmesi gerekir.

Ş1: Sınıf oraya gitsin o zaman. Anaokulu oluyor. %1.

Ş2: (Okul bahçesindeki rampa için) En iyisi yatayı uzatalım. Merdivenleri azaltalım.

Matematiksel Olarak Çalışma: Etkinlikte istenen okul bahçesi ve zemin arasındaki rampanın dikey ve yatay uzunluğunu doğru ölçmüşlerdir. Daha sonra bu uzunlukları oranlayarak rampanın eğimini doğru bulmuşlardır. Matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5'te tamamlamışlardır.

Yorumlama: Soruda rampanın eğiminin uygunluğu için yapılması gerekenler sadece yorum seviyesinde istenmekte olup değişimlerin ne kadar olması gerektiği sorulmamıştır. Öğrenciler gerekli yorumlamaları yapmışlardır. Bir rampanın eğimi engelliler için uygun değilse dikey ve yatay uzunluğunu değiştirerek uygun hale getirebileceklerini araştırmacının sorularından sonra fark etmişlerdir.

Buldukları sonuca göre soruda sorulan bahçe ve zemin arasındaki rampanın eğiminin tehlikeli olduğunu, anaokulundaki rampanın uygunluğundan dolayı öğrencinin sınıfıyla beraber derslerini orada yapabileceğini böylece hiçbir inşaat işine girmeden ve masraf yapmadan bu işi halledebileceklerini belirtmişlerdir. Araştırmacının o okula gitme imkanları olmadığını ifade etmesi ve başka neler yapılabileceği sorusu üzerine, zemin katta bulunan spor salonuna kapı açmak, asansör yapmak gibi fikirler sunmuşlar daha sonra yan tarafta bulunan ilkokuldaki rampanın eğimini de ölçmüşler ve o okulun rampasının uygun olmadığını gördükten sonra kendi okullarının eğimini uygun hale getirmek gerektiğini, bunun için dikey uzunluğu azaltmak ya da yatay uzunluğu artırmak gerektiğini belirtmişlerdir. Yorumlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Doğrulama: Bahçe ile zemin arasındaki rampanın dikey ve yatay uzunluğunu tekrar ölçerek dikey uzunluğu 36 cm yerine 42 cm olarak düzeltmişler eğimi yeniden bulmuşlardır. Okula yeni gelecek öğrencinin sınıfına gidebilmesi için hem rampanın eğiminin uygunluğu hem de okulda yapılması gerekenler hakkında düşüncelerini de kontrol ederek gerekirse eklemeler yapmışlardır. Doğrulama basamağında Düzey 7’de bulunmaktadır.

KAMİKAZE GRUBU

Problemi Anlama: Gruptaki öğrenciler tekerlekli sandalye kullanan bir öğrenciye uygun rampanın eğimini bulmaları ve eğim uygun değilse ne yapacaklarını açıklamaları gerektiğini bilmektedirler. Problemi anlama basamağında Düzey 5’te bulunmaktadır.

K1: Hocam soruyu okuduk.

Araştırmacı: Ne yapabilirsiniz?

K1: Merdivenlerin eğimine bakacağız. Eğim uygun değilse uygunluğunu ayarlayacağız.

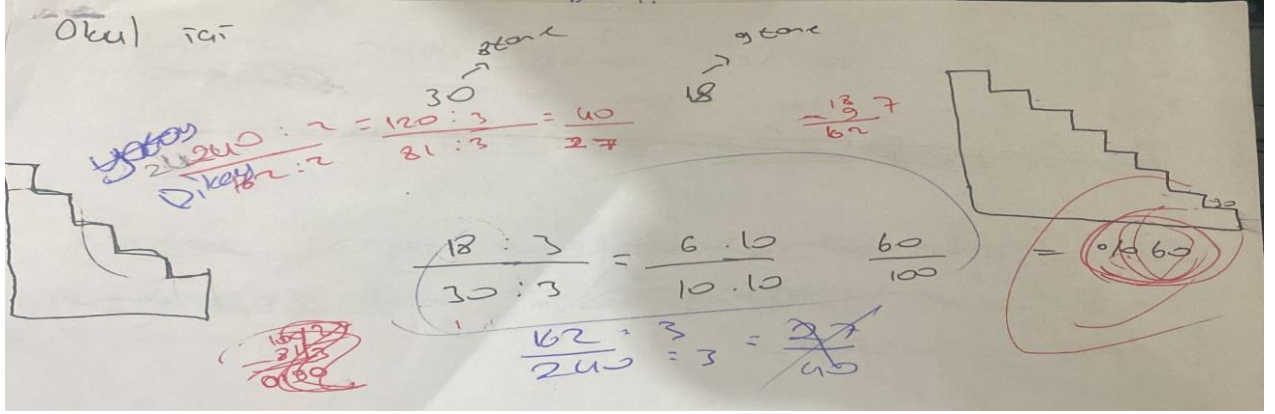
İlk önce okul bahçesi ile zemin arasındaki rampayı ölçmek için okul bahçesine çıkmışlardır. Ölçümlemlerini yaptıktan sonra okul binasına girerek zemin ile 1. Kat arasındaki merdivenleri ölçmüşlerdir.

K1: Boyu 30’du (Dikey), diğeri 18’di (Yatay). Okul içindeki %60 oluyor, çok tehlikelidir.

Şekil 72. Kamikaze Grubunun Zemin ve 1. Kat Arasındaki Merdivenin Basamaklarının Dikey ve Yatay Uzunluklarını Ölçme Çalışması



Şekil 73. Kamikaze Grubunun Zemin ve 1.Kat Arasındaki Merdivenin Eğimini Hesaplaması



K2: Spor salonunu imha edip, buraya bir sınıf açacağız.

K3: Bir kişi için sınıf açılmaz ki.

K3: Hocam dışarıdakine göre oranlayacağım. Dışarı 147'ye (bahçedeki rampanın yatay uzunluğu), 32 cm (bahçedeki rampanın dikey uzunluğu).

K3, bahçedeki rampanın yatay uzunluğunu 147cm, dikey uzunluğunu ölçtükleri üç merdivenin dikey uzunluklarını toplayarak 32 cm olarak ölçmüştür.

K1: Hocam ölçtük, dikey kısmında bir çıkıntı var. Onu 3 cm olarak düşünürsek $\frac{35}{147}$ olur. $\frac{35:7}{147:7} = \frac{5}{21}$, okul dışındaki %40 ve bu da çok tehlikeli oluyor (Burada $\frac{5}{21}$ 'in paydasını 100'e kolay genişletmek için 20 olarak almışlardır).

Bu sırada dışardayken K1, anaokulu için orasının okulları olmadığını belirtmiş ve sınıfa giderek çözümlerini yazmışlardır.

K1: Bence orası bizim işimize yaramaz. Çünkü anaokulu ile bizim okulumuzun bağlantısı yok.

Sadeleştirme: Bahçe ve zemin arasındaki rampanın eğimi dışında okul içindeki zemin ve 1. Kat arasındaki merdivenlerin eğimleri ile ilgili çalışmalar yapmış olsalar bile K3'ün "Hocam dışarıdakine göre oranlayacağım. Dışarı 147'ye (bahçedeki rampanın yatay uzunluğu), 32 cm (bahçedeki rampanın dikey uzunluğu) olmuştu." demesi üzerine sadece bahçe ve zemin arasındaki rampanın eğiminin dikey ve yatay uzunluğunu ölçtükleri görülmektedir. Sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Matematikselleştirme:

Öğrenciler bir rampanın eğimini bulurken $\frac{\text{Dikey uzunluk}}{\text{Yatay uzunluk}}$ modelini kullanmışlar, dikey ve yatay uzunlukları modelde yerlerine doğru yerleştirmişlerdir. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır.

Matematiksel Olarak Çalışma:

Öğrenciler bahçe ve zemin arasındaki rampanın dikey uzunluğunu yaklaşık (tam değeri 42cm) ve yatay uzunluğunu tam ölçmüşlerdir. K1 eğimi hesaplarken $\frac{5}{21}$ oranını paydayı kolay bir şekilde 100'e genişletmek için $\frac{5}{20}$ olarak almış ve kesri 5 ile genişletmiştir. Bu genişletmede payı 25 bulması gerekirken 40 bulmuştur. Bu nedenle bahçe ve zemin arasındaki rampanın eğimini %25 yerine %40 olarak hesaplamıştır. Bu nedenle matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Yorumlama:

Buldukları sonuçtan sonra rampanın eğiminin uygun olmadığını belirtmişlerdir. Diğer grubun video kayıtlarında K2'nin, araştırmacının “*Rampanın eğiminin uygun olması için ne yapılabilir?*” sorusuna “*Eğimi azaltabilirim.*” cevabını verdiği nasıl azaltılacağına dair rampanın yüksekliğinin azaltılabileceğini söylediği görülmektedir. K2, yatay uzunluk ile ilgili yorum yapmamıştır. K3, engelliler için ayrı bir okul olduğunu ve bu öğrencinin oraya gitmesi gerektiğini belirtmiş, K2'de asansör yapılması ya da spor salonunda bu öğrenci için sınıf açılması gerektiğini ifade etmiştir. Bunlar gerçek yaşam bağlamında uygun yorumlardır fakat yatay uzunluğun değişiminden bahsetmedikleri için eksiktir. Yorumlama basamağında Düzey 2'de bulunmaktadır.

Doğrulama: Yaptıkları işlemleri tekrar kontrol etmemişlerdir. Eğimin yüzdelik değerini bulurken hata yapmışlar ve düzeltmemişlerdir. Bir rampanın eğiminin uygun hale getirilmesi için dikey uzunluğu hakkında fikirlerini ifade ettikten sonra yatay uzunluğuna yapılması gereken değişimi yorumlamayı unutmuşlar ve tekrar üzerinde düşünmemişlerdir. Doğrulama basamağında Düzey 1'de kalmışlardır.

1 PİNK 2 BLUE GRUBU

Problemi Anlama: Gruptaki öğrenciler tekerlekli sandalye kullanan bir öğrenciye göre okul bahçesi ve zemin kat arasındaki rampanın uygunluğunu belirlemeleri ve uygun değilse neler yapacaklarına dair önerilerde bulunmaları gerektiğini bilmektedirler. Diğer gruptaki arkadaşları anaokuluna yönelince onlar da yönelmiş fakat anaokulunun rampasını kullanmaya

yanaşmamışlardır. P1, eğer üç okulu da kendi okulumuz olarak düşüneceklerse ilkokulun rampasına da bakmaları gerektiğini, gruptaki diğer arkadaşları da o rampanın da çok dik olduğunu bakmalarına hiç gerek olmadığını söylemişlerdir. Problemi anlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadırlar.

Sadeleştirme: Sadece okul bahçesi ve zemin arasındaki rampanın eğiminin dikey ve yatay uzunluğunu kullanmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Sadeleştirme basamağında Düzey 4'te bulunmaktadırlar.

B1: Anaokulunu mu ölçelim, burayı mı? (Okul bahçesi ve zemin arasındaki rampa)

P1: Burayı çünkü bizim okulumuz burada.

B1: 14 dikey, 35 (yatay). Eğimi de...

P1: Dikey/yatay

Matematikselleştirme: Eğimin modelinin $\frac{\text{Dikey uzunluk}}{\text{Yatay uzunluk}}$ olduğunu ifade etmişler, dikey ve yatay uzunlukları modelde yerlerine doğru yerleştirmişlerdir. Matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadırlar.

Matematiksel Olarak Çalışma: Okul bahçesi ile zemin kat arasındaki rampanın eğimini bulurken rampanın sol yanındaki merdivenin üç basamağından sadece bir basamağının dikey ve yatay uzunluğunu hesaplamışlardır. Bu rampanın eğimi değildir.

B1: $\frac{14}{35}$. 35'in bölenleri neydi?

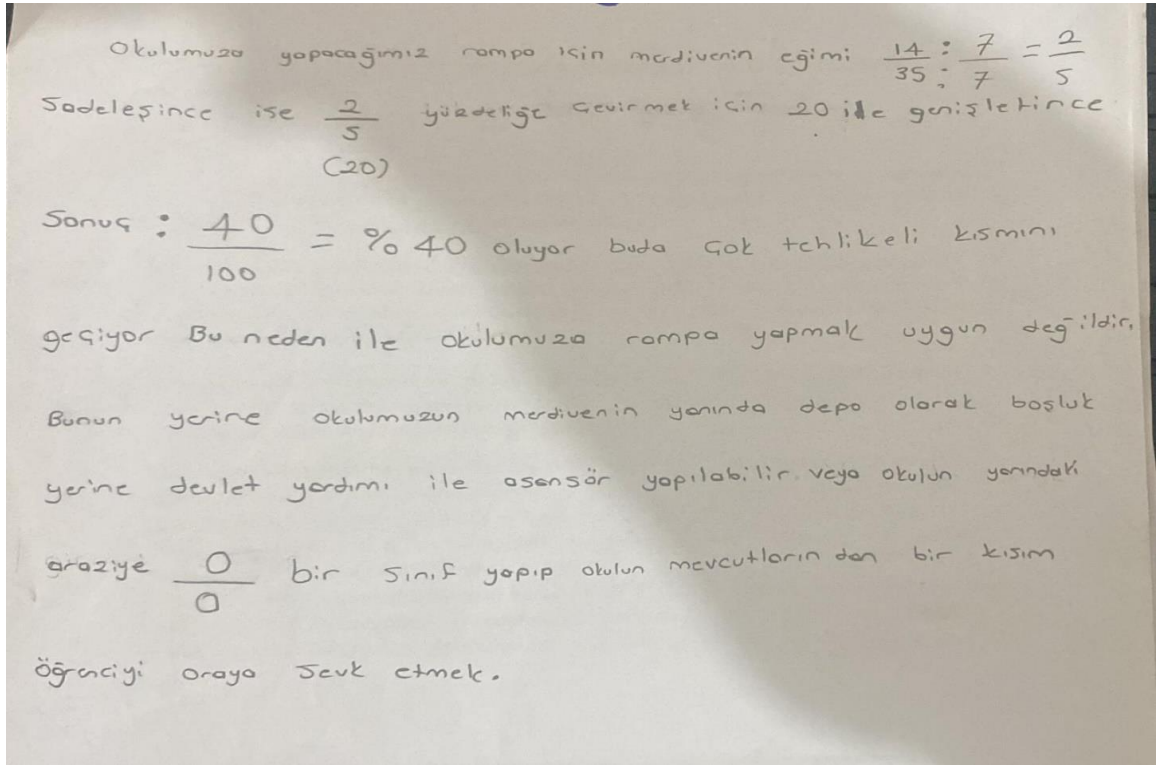
P: 7'ye böl.

B1: $\frac{14:7}{35:7} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100}$

P: Yüzdelik olarak bulacağız. %40. %12 'den fazla ise tehlikeli. Bu yüzden alçaltmamız lazım rampamızı.

Bir basamağın dikey ve yatay uzunluğunu doğru ölçmüşler buna göre rampanın eğimini bulabileceklerini düşünmüşlerdir. Fakat rampanın yatay uzunluğu üç basamaklı merdivenin yatay uzunluğundan fazla olduğu için rampanın eğimini hatalı bulmuşlardır. Bu nedenle matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4'te bulunmaktadırlar.

Şekil 74. 1 Pink 2 Blue Grubunun Bahçe ve Zemin Arasındaki Rampanın Eğimini Hesaplaması ve Eğim Hakkındaki Yorumu



Yorumlama: Rampanın eğiminin uygun olmadığını belirtmişler fakat eğimin uygun hale getirilmesi için dikey ve yatay uzunluklarında ne gibi değişiklikler yapılabileceği hakkında fikir yürütememişlerdir. Okula asansör yapmak ya da yeni bir okul yapmak gibi önerilerde bulunmuşlardır. Bu öneriler de istenen yorumlar olabilir. Fakat bu etkinlikte özellikle okul bahçesi ile zemin kat arasındaki rampanın uygun olabilmesi için rampanın eğiminin dikey ve yatay uzunluğunda ne gibi değişiklikler yapılması gerektiği istenmektedir. Yorumlama basamağında Düzey 2’de kalmışlardır.

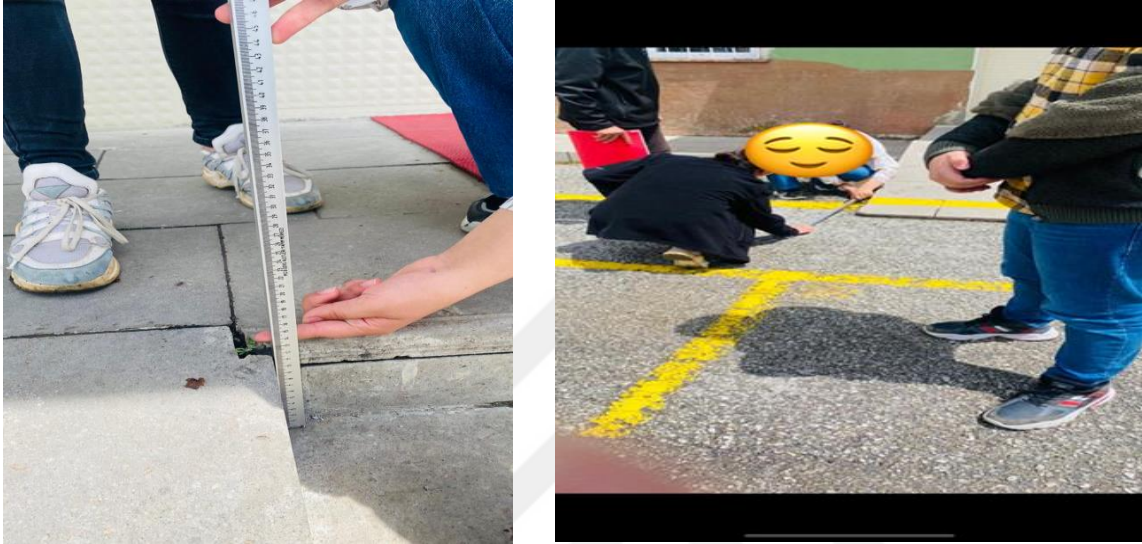
Doğrulama: Rampanın eğimini bulurken ölçümlerini tekrar kontrol etmemişlerdir. Tek bir basamaktan rampanın dikey ve yatay uzunluğunu bulduklarını zannederek rampanın gerekli olan yatay uzunluğunu yanlış belirlemişlerdir. Tekerlekli sandalye kullanan birisinin sandalyeyi tek başına kullanması için rampanın dikey ve yatay uzunluğuna yapılması gerekenlere tekrar bakmamışlardır. Doğrulama basamağında Düzey 1’de kalmışlardır.

Uygulama Sonrası

- Eğim nasıl bulunur? sorusuna dikey uzunluğun yatay uzunluğa oranı, eğim hangi sembol ile gösterilir? sorusuna ‘m’ cevabını verirler, bunu matematik dersinde öğretmenlerinin verdiği örnekten Türkçede dağ kelimesi anlamına gelen “mountain” kelimesinin baş harfinden akıllarında kaldığını açıklamışlardır.

- Bir sonraki hafta uygun bir gün belirlenmiştir. Araştırmacı, bahçe ve zemin kat arasındaki rampanın eğimini bulmak için öğrencileri tekrar dışarı çıkarmıştır. Gruplar hep beraber rampanın dikey uzunluğunu yaklaşık olarak 42 cm ve yatay uzunluğunu 147 cm ölçerek oranlayıp eğiminin %28 civarında olduğunu ve uygun olmadığını belirtmişlerdir.

Şekil 75. *Tüm Grupların, Ortaokula Ait Bahçe ve Zemin Kat Arasındaki Rampanın Eğimini Hesaplama Çalışmaları*



- Tekerlekli sandalye kullanan bir öğrencinin yardımsız çıkabilmesi için bahçedeki rampanın yatay uzunluğunu arttırmak ya da dikey uzunluğunu azaltmak gerektiği belirtmişlerdir. Rampada yapılan değişiklikler dışında neler yapılabileceği (okulların iç kısımlarına da asansör yaptırmak, okulların iç merdivenlerinin de rampa yapmaya uygun olması gerektiği gibi) konusunda fikirlerini söylemişlerdir.

“Eğitimde Engel Yoktur” Etkinliğinde Grupların Bilişsel Yeterliklerinin Düzeylerine Toplu Bakış

Bu etkinlikte tüm gruplar okula tekerlekli sandalye kullanan engelli bir öğrenci geleceğini ve okuldaki rampanın bu öğrencinin okula tekerlekli sandalye ile yardımsız girebilmesine uygun olup olmadığına bakılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Soruda kendi okullarının bahçe ve zemin kat arasındaki rampanın eğimi sorulmaktadır. Kamikaze ve 1 Pink 2 Blue grubu sadece bu eğime baktıkları yani etkinlikte isteneni net olarak belirledikleri için problemi anlama basamağında Düzey 5’te bulunmaktadırlar. Şah-Mat grubu başka eğimlerle de çalıştığı için ama bu çalışmalar bulmaları gereken rampanın eğimini etkilemediği için Düzey 4’te bulunmaktadır. Tüm gruplar bahçe ve zemin kat arasındaki rampanın eğimini bulabilmek için o rampaya ait yatay ve dikey uzunlukların gerekli olduğunu ifade etmişlerdir. Bu nedenle sadeleştirme basamağında Düzey 4’te bulunmaktadırlar. Tüm gruplar eğimi hesaplarken dikey

uzunluğun yatay uzunluğuna oranı modelini kullanmışlardır. Bu nedenle matematikselleştirme basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır. Şah- Mat grubu bahçedeki rampanın dikey ve yatay uzunluğunu doğru ölçerek eğimi doğru bulduğu için matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır. Kamikaze grubu doğru ölçüm yapmış olmasına rağmen orandaki sadeleştirmeden ötürü eğimi yanlış bulmuş, 1Pink 2 Blue grubu ise dikey ve yatay uzunluğu yanlış ölçmüştür. Bu nedenle bu iki grup matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4'te bulunmaktadır.

Tüm gruplar okuldaki bahçe ve zemin arasındaki rampanın eğiminin tekerlekli sandalye kullanan bir öğrencinin tek başına çıkmasına uygun olmadığını belirtmiş, Şah-Mat grubu bu eğimin uygun hale gelmesi için rampanın dikey uzunluğunun azaltılabileceği ya da yatay uzunluğunun arttırılabileceğini söylemiştir. Yorumlama basamağında Düzey 5'te bulunmaktadır. Kamikaze grubu sadece yatay uzunluğunun arttırılabileceğini belirterek dikey uzunluk hakkında yorumda bulunmamış, 1 Pink 2 Blue grubu ise dikey ve yatay uzunluk hakkında hiç yorum yapmamıştır. Bu iki grup hatalı eğim buldukları ve bu eğim hakkındaki yorumları da eksik olduğu için yorumlama basamağında Düzey 2'de bulunmaktadır. Ayrıca bu iki grup buldukları rampanın hesaplamalarını kontrol etmeyip uygun olması için neler yapılması gerektiğini tekrar kontrol etmemişlerdir. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 1'de bulunmaktadır. Şah-Mat grubu bahçedeki rampanın dikey ve yatay uzunluğunu tekrar ölçerek kontrollerini yapmış ayrıca dikey ve yatay uzunlukların değişimlerinin nasıl olacağı hakkında tekrar konuşmuştur. Bu nedenle doğrulama basamağında Düzey 7'de bulunmaktadır.

İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmadaki ikinci alt problem “8. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme etkinliklerini çözerken yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların sebepleri nelerdir?” biçimindedir. Bu problem, öğrenci çözüm kağıtları ve ses kayıtlarının yazılı halleri ile değerlendirilmiştir.

Bu problemlerin çözüm sürecinde öğrencileri zorlayan faktörler ve bunların sebepleri belirlenmiş, bunlar modelleme döngüsünün basamaklarıyla ilişkilendirilmiştir.

Her etkinlik için karşılaşılan zorluklar ve bunların sebepleri incelenmiş; modelleme döngüsünün basamakları, Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2018) değerlendirme rubriği ile ilişkilendirilmiştir. Bu zorlukların tamamı tüm etkinliklerde ya da gruplarda görülmemiş, ancak belirgin olarak yaşanan zorlukların sebepleri ele alınmış ve bu zorluklarla ilgili örnekler verilmiştir. Burada öğrencilerin doğrusal denklemler üzerinde çalışırken denklemler dışında

hangi konularda ya da nerelerde hataları ve eksiklikleri olduğu belirlenmiştir. Tablo 5’te hangi bilişsel yeterlikte hangi zorluğun yaşandığı özetlenmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin Karşılaştığı Zorluklar ve Bilişsel Süreçlerle İlişkisi

Problemi anlama	Problemde verilenleri ve istenilenleri tam olarak belirleyememe ya da eksik belirleme
Sadeleştirme	Problemde gerekli/gereksiz değişkenleri belirleyememe
Matematikselleştirme	Sözel ifadeyi matematiksel ifadeye çeviremememe, bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki ilişkiye göre doğrusal denklem kurmada zorlanma
Matematiksel Olarak Çalışma	Denklem çözerken matematiksel işlemlerde hata yapma
Yorumlama	Gerçek hayat bağlamında bulunan sonucu eksik yorumlama
Doğrulama	Çözümün işlemsel veya gerçek yaşam bağlamında uygunluğunu kontrol etmeme

Problemde Verilenleri ve İstenilenleri Tam Olarak Belirleyememe ya da Eksik Belirleme

Şah- Mat grubu “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinin üçüncü sorusunda 95 ve 97 oktan arasından harcanan benzin ile gidilen yol bakımından avantaj sorulduğu halde hem ücret hem yol bakımından avantajdan bahsetmiş ve benzin ile yol arasındaki ilişkiyi de farklı benzin miktarlarından belirlediği için yanlış kurmuştur. 1 Pink 2 Blue grubu sadece ücret bakımından avantajı incelemiştir. Şah-Mat grubu ayrıca “Eğitimde Engel Yoktur” etkinliğinde bahçe ve zemin arasındaki rampanın eğimi haricinde ilkökul, anaokulu rampasının ve ortaokulun zemin ve 1. kat arasındaki merdivenlerinin eğimini bulmaya çalışmış, “Ayak İzi Problemi” etkinliğinde grafik ve tablo çizilmesi istendiği halde çizmemiştir.

Problemde Gerekli/Gereksiz Değişkenleri Belirlemekte Zorluk Yaşama

Tüm gruplar “Antik Çağ Kalıntıları” etkinliğinde gerekli değişkeni belirlemekte zorlanmışlardır. Bu etkinlikte kemik çeşitleri ve boy uzunlukları verilmiş, sadece bir kemiğin boy uzunluğunu belirlemede uygun kemik olduğu ve bu kemiğin hangi kemik olduğu sorulmuştur. Tüm gruplar uygun kemiği bulmadan önce uzun bir süre boy uzunluğunu bulmada tüm kemiklerden yararlanmaya çalışmıştır. Soruda yer alan kemik çeşitleri ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi bulmaya çalışmamışlardır.

Şah- Mat grubundaki öğrenciler kemik uzunluğunun bağımsız değişken “x”, boy uzunluğunun bağımlı değişken “y” olduğunu ifade etmişlerdir fakat tabloda verilen dört farklı

kemikten hangisini kullanacaklarını uzun süre belirleyememişlerdir. Aşağıdaki diyalogda uygun kemiği bulmak için yaptıkları görülmektedir.

Ş3: Ş1, sen bize demiştin ki, kolları açınca boy çıkar.

Ş1: Tamam iki kol, iki el, iki pazu toplamı.

Ş1: Önce kemiği bulmayacak mıyız?

Araştırmacı: Önce onu bulacağız.

Ş1: 2 ön kol ve 2 pazu kemiğinin toplamı boya eşit.

Ş2: x'li, y'li yapacağız. Kemik büyürse boy uzar. Kemiğe x boya da y vereceğiz.

Bağımsız değişken kemik bağımlı değişken boy.

Ş1: Şimdi 2 pazu +2 ön kol+ 2 el kemiği...El kemiğine x dersek.

$Y = 2.(39+20) = 118$ (Soruda bulunan tablo 2'de 1.iskelet için)

Ş2: $y = 118 + x$ oluyor. Y'yi bulamıyoruz yine.

Ş2: Hocam 2 kolumuzun uzunluğu bize boyumuzu veriyor. Bize el kemiğini vermediği için ona x diyorum. Sonra onları toplayacağım.

Araştırmacı: El nerede burada? (Soruda bulunan tablo 2'yi göstererek)

Ş2: İşte onu bilmiyorum, x dedik.

Araştırmacı: (Sorudaki tablo 2'yi göstererek) Bu tabloyu kullanarak önce uygun kemiği bulmanız gerekiyor.

Daha sonra öğrenciler iskeletin boy uzunluğunu bulmak için baştan ayağa kadar olan kemiklerinin uzunluğunu toplamak istemişler fakat kafatası kemiğini bilmedikleri için yine bir çözüm yolu bulamamışlardır.

Ş3: Ön kol+pazu+uyluk+kaval bize boyu veriyor.

Ş2: Boyu vermiyor. Kafatası da var. Hocam uyluk ile kaval kemiğini toplayacağız. Vücudun yarısı.

Ş1: Uyluk, pazu, kaval, ön kol toplamı kafatası hariç boyumuzu veriyor.

Ş2: Ön kol + pazu + uyluk + kaval=Boy. Uyluk ile pazu aynı uzunlukta.

Boy= $39+39+20+30+x$. Kafatasını bilmiyoruz ona x diyorum.

Ş2: Arkadaşlar biz burada bir model, denklem yapmadık. Bir denklemimizi kuralım. Bağımsız değişkenimiz x (kemik), bağımlı değişkenimiz de y (boy).

Ş2: Hocam burada kaval ile pazuyu kullanacağız.

Ş1: Kafatasını boş ver bilgi yok.

Araştırmacı: Bu dediğin güzel. Kafatası olmadığı için kullanmayacağız.

Aynı şekilde Kamikaze ve 1 Pink 2 Blue grubu da uygun kemiği bulmak için iskeletteki tüm kemiklerle çalışmışlardır. Aşağıda 1 Pink 2 Blue grubunun uygun kemiği bulmadan önceki konuşmaları yer almaktadır.

B2: Kaval kemiği, uyluk kemiğini de alabiliriz.

P1: Ama diz kapağı yok. Bak şuradaki diz kapağını almadan bu ikisinden bulmamız lazım.

B2: Kaval kemiği + uyluk kemiği. (Tablo 2'ye bakarak) Pazu kemiğini vermiş miydi? Tamam pazu kemiği ve ön kol kemiği. Şu kafatasını da verse biz boyu buluruz. Pazu kaç burada (Tablo 2'de) 39 cm. (Tablo 2'de ikinci satırda bulunan kemik uzunluklarına bakarak) 39,20,39,30. Onları bir toptasana. Şu 149'u bulmaya çalışalım. 128 çıktı. 149'dan 128 çıkarsana.

P1: Sen şimdi niye toplama ya da çıkarma işlemi yapıyorsun?

B2: Ben diyorum ki burada (Tablo 2'de) verdiklerinden şu adamın boyu çıkıyor mu?

P1: Ha, tamam oradan.

K2: 149'dan 128 çıkarırsak ne olur?

B1: 21.

B2: 21 ise şuradaki diz kapağı, ayak kemikleri, kafatası.

P1: Boy uzunluğunun kafayla ne ilgisi var?

B1: Kafatası da var doğru söylüyor.

P1: O zaman 3'e böl. 7, 7, 7.

B2: Olmaz öyle.

B1: Kendin değer ver.

B2: 10 verelim (kafatası), 7 (ayak kemikleri), diz kapağına da 4 diyelim.

Öğrenciler tablo 2'deki kemiklere göre bir iskelete baştan ayağa bakıldığında bacakta bulunan kaval ve uyluk kemiği, kolda bulunan pazu ve ön kol kemiği, kafatası, diz kapağı, ayak kemikleri toplanınca boy uzunluğunun bulunacağını ifade etmişler ve değeri verilmeyen

kafatası, diz kapağı, ayak kemiklerine değer vermişlerdir. Fakat soruda istenilen tablo 2'ye göre boy uzunluğu ile doğrusal ilişkisi bulunan uygun bir kemiği bulmaktır.

Araştırmacı: Buldukları kemiklerle mi? Kemiklerin hepsiyle mi?

B2: Kemiklerin hepsi değil. Uygun kemiği nereden bulacağız? Pazu kemiği + ön kol kemiği $47+25$, çıkmıyor.

B1: İki ile çarpacaksın. 144 (boy).

B2: Hocam gelebilir misiniz? İnternete göre kulaçımız bir pazu kemiği ile ön kol kemiğinin toplamının iki katı bizim kendi boyumuzu veriyor.

Araştırmacı: Şuradan (Tablo 2) baktınız mı? Orda da doğru oluyor mu?

B2: Bakalım. $39+20=59$, iki ile çarp. 118 .

Araştırmacı: Boyu kaç?

B2: 149 . Demek ki başka bir şey var.

B1: Boya “y” diyeceğiz.

B2: Kemik uzunluğu da x.

Araştırmacı: Tablo 1 ve tablo 2'ye göre bir ilişki oluşturmaya çalışın. “Uygun kemiği belirleyiniz.” ne demek?

P1: Pazu kemiği ile ön kol kemiğini toplayıp, uygun kemiği bulmak.

Yukarıdaki diyaloga göre öğrenciler tablo 1'de yer alan kalıntı kemikler sayesinde iskeletlerin boylarını bulmaları gerektiğini belirtmişler daha sonra uygun kemiğin pazu kemiği olduğunu bulmuşlar fakat bulurken de zorlanmışlardır.

Rasyonel Denklemlerde Sözel İfadeyi Matematiksel İfadeye Çeviremem

Şah- Mat grubundaki öğrenciler “İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin” etkinliğinde 1200 kg'lık yemin içindeki mısır ve soya fasulyesi miktarını bilmedikleri için mısıra x, soya fasulyesine mısırdan geri kalan değişken olduğu için x cinsinden $1200-x$ yazmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Fakat Ş3'ün geri kalanı yazarken $x-1200$ demesi cebirsel ifadelerde bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazmada sorun yaşadığını göstermektedir.

Ş3: Mısır'a x, soya fasulyesine $x-1200$ diyelim.

Ş1: Mısır'a x, soya fasulyesine $1200-x$ diyelim. İlk olarak tüm yemin yani 1200 'deki %25'i (protein oranını) ve %8'i (lif oranını) bulacağız.

Birinci seçenek için doğru kurdukları denklemden önce neler yaptıkları aşağıdaki diyalogda verilmiştir.

Ş1: 1. Olarak sana denklem çözdüreceğim şimdi.

Ş2: $1200 \cdot \frac{20}{100}$. Böyle mi?

Ş1: Mısır'ın yani x 'in %20'si ile soya fasulyesinin %50 'sinin toplamı 300' e eşitmiş.

Araştırmacı: Evet doğru.

Ş2: Ben ne yaptım. $\frac{1200-20}{100}$.

Araştırmacı: 1200'den %20'yi çıkarıyor muydun?

Ş2: Az önce çarpıyordum. Şimdi çıkarıyorum.

Araştırmacı: Neden? 1200 'ün %20'sini bulmak için ne yaparsın?

Ş2: Çarparım. Ben az önce çarpıyordum. Ş1 yok dedi.

Ş1: Ben neye yok dedim.

Ş2: Ben. $\frac{1200 \cdot 20}{100}$ Yapıyordum. Bak!

Ş1: Mısır 1200 mü?

Ş2: Hayır.

Ş1: Mısırın yani x 'in %20'sini bulmak için ne yaparsın?

Ş2: $1200 \cdot \frac{20}{100}$.

Ş2, mısırın %20'sini matematiksel olarak yazamamıştır. x değişkeninin %20'sini matematiksel dile nasıl çevireceğini bilmemektedir.

Kamikaze grubu öğrencileri mısır ve soya fasulyesinin içindeki protein ve lif oranını bulmak isteseler de bunu matematiksel modele çevirememişler, denklemi kuramamışlar ve sorudaki bilinen tek değer olan 1200 kg üzerinden soruda verilen Tablo1.deki tüm protein ve lif yüzdeleri hesaplamışlardır.

K1: Hocam 1.olası durum 300, 2. Olası durumu 96 bulduk. Bunlar yemdeki protein ve lif miktarı. Mısır + soya fasulyesi 1200 olacak. Mısıra x verdik. 1200 tamamıydı. x 'ten çıkarınca da soya fasulyesini bulacağız. 1200 'de %20 değil mi?

Araştırmacı: 1200'de %20 protein mi? 1200 tamamıydı.

K1: x 'de %20 protein.

K3: Yani bilmediğimiz şeyde % 20 protein.

Araştırmacı: Evet, o şekilde devam edin.

K3: Kilogramlarını bulsak.

K2: Kilogramlarını nasıl hesaplayacağız. Mısır ve fasulyenin toplamı 1200.

$$K1: 1200 \cdot \frac{20}{100} = 240 \text{ . Lifte de } 6, 1200 \cdot \frac{6}{100} = 72$$

K2: Ne saçmalıyorsun! Şurada 24 'mü eder? 240 eder.

K1: Pardon 240. Bu da 72.

K2: Biz niye soyayı bulmuyoruz.

$$K1: 1200 \cdot \frac{12}{100} = 144 \text{ , } 1200 \cdot \frac{50}{100} = 600$$

Araştırmacı: Ne yaptınız, anlatın bakalım?

K1: Hocam 1200 'ün %20'sini bulduk.

Araştırmacı: 1200'ün %20'si mi? Ama burada (tablodaki yüzdeliği göstererek) mısırın %20'si diyor. Mısırdan 1200 kilo mu var?

K1: Hayır. Yani yanlış. Mısırı tamamı olarak almış olduk.

K1: Hocam şimdi 1200'de %70 protein var. (Tablo 1.deki mısır ve soya fasulyesinin protein yüzdeleri olan %20 ve %50'yi toplamıştır.)

Araştırmacı: Bize lazım olan neler?

K1: Mısır ve soya fasulyesi.

K2: İki bilinmeyenli denklem çözülemez değil mi?

Araştırmacı: Çözülebilir ama konumuz bir bilinmeyenli denklem.

K1: 1200 'de 300 gram protein varsa %20'de kaçtır?

Araştırmacı: Orantı oldu mu?

K1: Olmadı.

K2: %8'de 96 ise

%12'de x 'tir. Buradan $x=144$

K1: Burada ne yaptık?

K2: Gittik, burada (özel yemin) lif oranına göre soya fasulyesinin lif oranını hesapladık 144 çıktı.

K1: Hocam olmuyor hiçbir şekilde gitmiyor.

Araştırmacı: Mısırın %20'si ne demek.

K3: $x \cdot \frac{20}{100}$ demek.

Araştırmacı: Tamam, soya fasulyesinin % 50'si ne demek.

K3: $x \cdot \frac{50}{100}$ demek

Araştırmacı: Ama soya fasulyemiz x değil.

K3: (y) o zaman.

K1: $(1200-x) \cdot \frac{50}{100}$. Tamam buldum.

K3: $x \cdot \frac{20}{100}$ 'ü bulduk mu biz?

Araştırmacı: Nasıl bulabiliriz? Bir değere eşitlemeden.

K3: O zaman yemin tamamına yani 1200'e eşitleyeceğiz.

Araştırmacı: Yani mısırın %20 proteini var ve bunun cevabı 1200 öyle mi?

K1: $x \cdot \frac{20}{100} = 1200 - x$

Araştırmacı: Ne yaptın? Soyaya mı eşitledin? Hepiniz böyle mi düşünüyorsunuz?

K2, K3: Hayır.

K3: Hocam her türlü iki bilinmeyenli denklem kuruyoruz.

Araştırmacı: Siz mısıra ilk başta ne dediniz? Soya fasulyesine ne dediniz?

K1: x ve $1200 - x$.

Araştırmacı: Bu artık iki bilinmeyenli denklem mi oluyor?

K1: Hayır.

K3: O zaman çözelim, neden çözmiyoruz.

$x \cdot \frac{20}{100} = 1200 - x$. Hocam bu olmadı mı?

K1: Hala mısırın %20'sini soya fasulyesine eşitliyorsun.

Araştırmacı: x 'in %20'si ne demek.

K1: x'in %20'si demek mısırdaki kullanılan protein miktarı demek değil mi?

Araştırmacı: Evet ama sen neye eşitlemişsin.

K1: Soyaya.

Araştırmacı: Mantıklı mı?

K1: Hayır.

K2: Hocam biz yapıyoruz ama yapamıyoruz. $x \cdot \frac{20}{100} = 1200 - x$ olamaz mı ?

K1: Olamaz. Mısırı gidip niye soya fasulyesine eşitleyelim, soya ve mısırın birbirine eşit olması gerekiyor demeliydi, öyle olsaydı da denklem kurmak zorunda olmazdık.

Yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi Kamikaze grubu öğrencileri, mısırın yani x'in %20'si ile soya fasulyesi yani $1200 - x$ 'in %50'sini cebirsel ifade olarak yazsalar da bu ikisinin toplamının 300'e eşit olduğu denklemi kuramamışlardır. En son x'in %20'sini soya fasulyesi miktarı olan $1200 - x$ 'e eşitleyip bırakmışlardır.

1 Pink 2 Blue grubundaki öğrenciler de mısırı x değişkeni olarak ifade etmelerine rağmen mısırın %20'si matematiksel ifadesini yazmadan önce bildikleri 1200 sayısının %20'sini bulmaya çalışmışlardır.

P1: Mısırın proteinini bulmak istedim. $1200 \cdot \frac{20}{100}$

Araştırmacı: Ama mısırdan 1200 kilo mu var? Mısıra x demiştin. Sonra mısıra 1200 yazmışsın, bir düşün bakalım.

B1: Mısırın proteinini bulmaya çalışıyoruz. %20'i proteini bulmaya çalışıyoruz.

Araştırmacı: Tamam ama hangisi $1200 - x$ ' mi mısır?

B1: Mısır x, düzelteyim.

Burada B1 aslında isterse soya fasulyesine x, mısıra $1200 - x$ diyebileceğini öngörememiştir. Öğrencinin değişkenleri farklı şekilde yazabileceğini fark edemediği görülmektedir. P1 ise x değişkeninin %20'sini cebirsel ifadeye çevirememiştir onun yerine 1200'ün %20'sini bulmaya çalışmıştır.

Bağımsız ve Bağımlı Değişken Arasındaki İlişkiye Göre Doğrusal Denklem Kurmada Zorlanma

1 Pink 2 Blue grubu “Antik Çağ Kalıntıları” etkinliğinde pazu kemiğini uygun kemik olarak bulduktan sonra pazu kemiği ile boy arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlemeden denklem kurmaya çalışmıştır. Ayrıca K2 bir denklemde sabit terim negatif ise sonucun negatif olacağını düşünmüştür.

B1: $y=4x-9$ olur.

P1: Boyu bulacaksın. Hangi kemik uygunsa onu 4 ile çarpacaksın.9 ile çıkaracaksın.

B2: Pazudan bakalım. $y=4.44-9=167$

P1: Tamam işte burada 167 var.

B2: İyi de bir bak (boy)167'nin pazusu 44'mü? Sabit terimi 11 deneyeceğim.

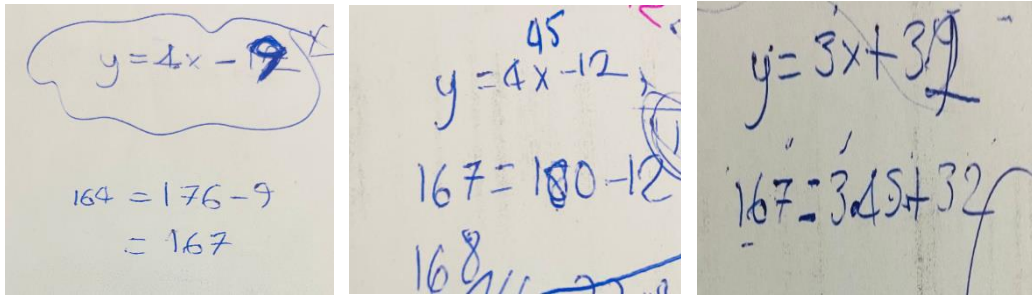
$Y=4.44-11=165$. Bir de 12'yi deneyeyim 44'ü 4 ile çarptım. $176-12=164$. Tamam buldum.

B1: Aynısını (45 için) kullanalım. $Y=4.45-12=167$

$167=168$. Çıkamaz.

B2: Yanlış yaptık ama yakın çıktı.

Şekil 76. 1 Pink 2 Blue Grubunun Etkinlik 3'e Ait Pazu Kemiği ile Boy Uzunluğu Arasındaki İlişkinin Denklemine Bulma Çalışması



Yukarıda bir denklem oluşturmak için yaptıkları denemeler sonucunda B1, pazu kemiği ve boy arasındaki doğrusal ilişkiyi belirleyerek değil x'in katsayısına 3 diyerek ve deneyerek $y=3x+32$ denklemini bulmuştur.

B1: Hocam 39'u 3 ile çarptım $117+32=149$ çıktı. Hocam sağlama yapmak için 45' i denedim yine çıktı.

B2: (1.soruyu tekrar okur.) Verilen bilgilere göre uygun kemiği belirleyiniz. Pazunun nedeni ne? Uyluk denedik mi biz? Uyluk da burada 39.Pazu ve uyluk eşit.

P1: Ama onu kullanmayacağız.

B2: $y = x.3 + 32$. Burada üçer üçer (tablo 2’de pazu kemiklerini göstererek) artıyorsa burası (boyları göstererek) birer birer artıyor.

P1: Şurada boylar kat ilişkisi mi? 149’un iki katı 152 mi? Ya da üç katı.

Son olarak B1’in deneyerek bulduğu denklemde B2 doğrusal ilişkiyi belirlemiştir. Fakat yukarıdaki diyalogda P1’in boy ile ilgili açıklamasında pazu kemiği ve boy arasındaki ilişkiyi hala anlamadığı bağımsız değişken olan pazu kemiğinin katlarını değil boy uzunluğunun katlarını aldıklarını zannettiği görülmektedir.

Şah- Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu “Ayak İzi Problemi” etkinliğinde ayak ölçüsü ile bir insanın boyu arasındaki doğrusal ilişkiyi belirleyemedi denkleme kurmuşlardır.

Şah Mat grubu öğrencileri x’in katsayısını 4 olarak belirlemişler fakat katsayıyı nereden bulduklarını açıklayamamışlardır çünkü katsayıyı x ve y arasındaki doğrusal ilişkiye göre değil bağımlı değişkenin değerine yaklaşacak şekilde belirlemişlerdir. Daha sonra bu katsayıya göre birkaç yetişkinin ayak numarası ve boy ölçüsünü denemişler “x” yerine ayak numarasını yazdıklarında boy ölçüsünü yani y’yi veren sayıyı sabit terim olarak denkleme eklemişlerdir.

Ş1: Ayak numarasından gidelim. Dur deneyeceğim.

38’in 4 katına 6 ekleyelim. Şimdi denklemimiz $y = 4x + 6$.

Ş2: Ortasını alalım. 6 değil de 8 olacak.

Ş1: Tamam 8’i alalım. Yetişkin için Zeynep Hoca üzerinden konuşuyorum.

Ş1: 37’yi deneyelim. $37.4 + 8 = 156$.

Ş1: Yetişkin bir erkek alalım. Zeynep Hocam, Mehmet Hoca’nın ayakkabı numarası ve boyunu biliyor musunuz?

Araştırmacı: Boy 173, ayak numarası 41.

Ş3: $41.4 + 8 = 172$ oluyor.

Yukarıdaki diyalogda $y = 4x + 6$, $y = 4x + 8$ gibi oluşturdukları denklemi birkaç yetişkinin ayak numarası ve boy ölçüsüne göre denedikleri görülmektedir. Son olarak yaklaşık değerlerle buldukları $y = 4x + 8$ denklemine karar vermişlerdir.

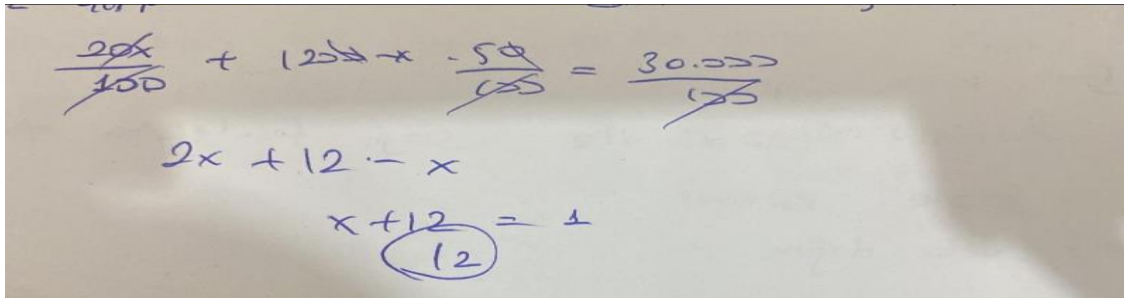
Aynı şekilde 1 Pink 2 Blue grubu da boy uzunluğunu bulmak için denklemler denemiştir. Bu denklemler $y = 4x + 5$, $y = 4x + 6$, $y = 4x + 8$ olmuştur. B1 kendinin ve P1’in ayak numarasına göre boy uzunluğunu denediğini ve $y = 4x + 5$ ile $y = 2x + 82$ denklemlerinin uygun olduğunu belirtmiştir. Ayrıca B1 diğer gruptan iki kız arkadaşının ayak numaralarını ve boy

ölçülerini alıp kadınlar için birkaç deneme daha yapmıştır. Fakat bu ayak numarası ile boy uzunluğu arasındaki doğrusal ilişkiyi belirleyebildikleri anlamına gelmemektedir.

Denklem Çözerken Matematiksel İşlemlerde Hata Yapma

Şah-Mat grubu “İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin” etkinliğinde 1. seçenek için kurdukları denklemi çözerken Ş2, $1200 - x$ ’i parantez içine almadığı için 1200 ile 50’yi çarpmamış dolayısıyla hem çarpmanın çıkarma üzerine dağılma özelliğini kullanmadığı hem de pay ve paydada sıfırları sadeleştirmede hata yaptığı için x ’i yanlış bulmuştur. Ş2’nin kurulan denklemin çözümünde yaptığı hatalar aşağıda Şekil 76’da görülmektedir.

Şekil 77. Şah-Mat Grubunun 1.Seçenek İçin Kurduğu Denklemi Çözerken Ş2’nin Yaptığı Hatalar



Aşağıdaki diyalogda Ş2’nin 1. seçenek için kurulan denklemi çözerken dağılma özelliğini kullanmadığı gibi 2. seçenek için kurulan denklemi çözerken de aynı hatayı yaptığı görülmektedir. Ayrıca $6x$ ile $-12x$ ’i toplarken hata yaparak $18x$ demiştir. Bunun üzerine Ş1 farklı işaretli tam sayılarda toplama işlemi yaparken sayıları çıkarması ve mutlak değerce büyük olanın işareti eksi olduğu için sonucun negatif olması yani $-6x$ olması gerektiğini ifade etmiştir.

$$\text{Ş1: } \frac{x.6}{100} + \frac{1200-x.12}{100} = 96$$

$$\text{Ş2: } 6x + 1200 - 12x = 9600. \text{ X’lerin toplamı } 18x \text{ oluyor.}$$

Ş1: Hayır, eksi artı toplanınca ne oluyor .6 ama -6 .

$$\text{Ş2: } -6x = 9600 - 1200$$

Ş1: 12 ile 1200’ü çarpmadın mı?

Ş2: Hayır, niye çarpayım?

Ş2: 12 ile hem x ’i hem 1200 ‘ü çarpıyorsun.

Ş2: Ama parantez yok, ne yapayım parantezi koysaydın.

Bir sayının 10’a bölündüğünde sayının küçüldüğünü araştırmacının sorduğu soruyla fark ederek mısır ve soya fasulyesinin fiyatlarını sırasıyla 4540 TL ve 4492.8 TL olarak hesaplamışlardır.

Gerçek Hayat Bağlamında Buldukları Sonuçları Eksik Yorumlama

Tüm gruplar “İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin” etkinliğinde sorudaki birinci seçeneğin daha karlı olduğundan bahsetse de her hafta listelerin güncellenebileceği ve fiyatların değişebilme olasılığına karşı seçeneğin de değişebileceğinden bahsetmemişlerdir. Şah- Mat ve Kamikaze grubu “Sınıfta Neredeyim?” etkinliğinde sıraların boyutlarını ve yerlerini gelişigüzel çizmiş, 1 Pink 2 Blue grubu ise sıraları birer nokta şeklinde çizmiş ve tüm gruplar çizdikleri sınıfların gerçek bir sınıf düzenine uygunluğu hakkında yorum yapmamışlardır.

Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu “Antik Çağ Kalıntıları” etkinliğinde buldukları sonuçların Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi’nin veri tabanındaki sonuçlara yakın çıktığını ifade etmiş ama farklılıkların sebeplerinden bahsetmemişlerdir.

Tüm gruplar “Ayak İzi Problemi” etkinliğinde kurdukları denklemlerin kesin bir sonuç vermediğini belirtmiş, Şah-Mat grubu sadece yaş, Kamikaze grubu sadece cinsiyet, 1 Pink 2 Blue grubu sadece genetik faktöründen bahsetmiştir. Görüldüğü gibi grupların hepsi tek faktörden bahsetmiş ya da beslenme ve yaşama koşulları gibi önemli faktörlerin bir insanın boyunu etkileyebileceğinden bahsetmemişlerdir. “Eğitimde Engel Yoktur” etkinliğinde ise rampanın eğiminin tekerlekli sandalye kullanan bir öğrenci için nasıl uygun hale getirilebileceği hakkında Kamikaze grubu sadece rampanın yatay uzunluğunun değişimi hakkında yorum yaparken 1 Pink 2 Blue grubu dikey ve yatay uzunluğun değişimi hakkında yorum yapmamıştır.

Çözümün İşlemsel veya Gerçek Yaşam Bağlamında Uygunluğunu Kontrol Etmeme

Şah- Mat grubu “İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin” etkinliğinde sonucu doğru bulsa da işlemlerini kontrol etmemiş, Kamikaze grubu fiyatlara bakarken güncel fiyat listesinde ürünlerin miktarlarının ton olarak verilmediğine dikkat etmediği için fiyatları bulurken tonu kilograma çevirerek işlem yapmıştır. Tüm gruplar bu etkinlikte buldukları cevapları gerçek hayat bağlamında kontrol etmemiştir.

Tüm gruplar “Sınıfta Neredeyiz?” etkinliğinde çizdikleri koordinat sistemini kontrol etmemişlerdir. Bu nedenle Kamikaze grubu kareli kâğıt üzerinde sistemlerini çizmiş olmasına rağmen birimler arasını yanlış saydığı için bazı arkadaşlarının konumlarını yanlış belirlediğini fark etmemiş ve düzeltmemiştir. Tüm gruplar çizdikleri sınıfların gerçek hayat bağlamında doğruluğunu da kontrol etmemişlerdir.

Şah -Mat grubu ve 1 Pink 2 Blue grubu “Antik Çağ Kalıntıları” etkinliğinde kurdukları denklemin ve bu denkleme göre buldukları iskeletlerin boylarının doğru olup olmadığını ve Türkiye Adli Tıp Veri Merkezi’nin değerlerine uygunluğunu kontrol etmemişlerdir.

Şah- Mat grubu “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinde işlemsel kontrollerini yapmış fakat tüm yanlışlarını düzeltmemiştir. Kamikaze grubu ile 1 Pink 2 Blue grubu bu etkinlikte verilen üçüncü soruda 97 oktan benzinin yol bakımından avantajı sorulduğu halde ücret bakımından avantaja bakmış ve soruları tekrar okumadıkları için bunu fark etmemişlerdir. Kamikaze grubu 97 oktan benzinin bir litresinin ücretini bulmak için yaptığı bölme işlemini kontrol etmediği için düzeltmemiştir. Ayrıca tüm gruplar buldukları değerleri şu an yaşadıkları hayata uygunluğu bakımından kontrol etmemişlerdir.

Tüm gruplar “Ayak İzi Problemi” etkinliğinde kurdukları denklemlerin tüm insanların ayak numarasına ve boyuna göre uygun olup olmadığına bakmamışlardır. Kamikaze ile 1 Pink 2 Blue grubu “Eğitime Engel Yoktur” etkinliğinde okulun bahçe ve zemini arasındaki rampanın eğimini yanlış bulmuş sırasıyla işlemlerini ve ölçümlerini kontrol etmedikleri için düzeltmemişlerdir. Ayrıca rampanın eğiminin uygunluğunda yapılması gerekenleri gözden geçirmeyerek dikey ve yatay uzunluğundaki değişimler hakkında eklemeler yapmamışlardır.

Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmadaki üçüncü alt problem “8. sınıf öğrencileri 8. sınıf doğrusal denklemlere ait matematiksel modelleme problemlerini çözerken bilişsel yeterliklerinde ulaştıkları düzeylerde nasıl bir değişim göstermiştir?” biçimindedir. Bu problem öğrenci çözüm kağıtları ve ses kayıtlarının yazılı halleri ile değerlendirilmiştir.

Tüm gruplar etkinliklerde soruları okuyarak anlamaya çalışmış, sorularda istenenleri ifade ederek gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleyebilmişlerdir. 1 Pink 2 Blue grubu “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinin sadece üçüncü sorusunda yol bakımından avantaj yerine ücret bakımından avantaja baktığı için Düzey 1’de, Şah- Mat grubu aynı soruda yol dışında ücret ve başka etkenler açısından avantaja bakarak yol avantajında da benzin ile yol arasında yanlış ilişki kurduğu için Düzey 2’de kalmıştır. Kamikaze grubu “Ayak İzi Problemi” etkinliğinde ayak numarasının ayak eni ve boyu ile ilişkisini kuramamış, kurulamayan bu ilişkinin sorunun çözümüne etkisi olmamıştır. Buna benzer Şah- Mat grubu “Eğitimde Engel Yoktur” etkinliğinde okul bahçesindeki rampa dışında başka rampaları da incelemiştir fakat bunun da sorunun çözümüne etkisi olmaması ve önemsiz bir hata olmasından dolayı bu basamağı Düzey 4’te tamamlamışlardır. Bunun dışında ilk etkinlikten itibaren problemi anlama basamağını gruplar Düzey 5’te tamamlamışlar ve bu yeterlikte çok fazla bir değişim olmamıştır.

Aynı şekilde tüm gruplar sadeleştirme basamağında gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleyebilmişler ve bu basamakta zorluk yaşamamışlardır. “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinin yine üçüncü sorusunda Şah-Mat grubu gereksiz değişkenlere de baktığı için Düzey

2, 1 Pink 2 Blue grubu ise değişkeni tamamen yanlış belirlediği için Düzey 1’de kalmıştır. Bunun dışında diğer etkinliklerde tüm gruplar sadeleştirme basamağını Düzey 4’te tamamlamışlar ve bu yeterlikte de çok fazla bir değişim olmamıştır.

Kamikaze grubu “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümse*sin” etkinliğinde denklem kuramamış daha sonraki etkinliklerde ise tüm denklemleri kurabilmiş hatta şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubunun ayak izi probleminde iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiden kuramadıkları ve Düzey 3’te kaldıkları denklemi bu grup doğrusal ilişkiyi belirleyerek kurmuştur. Düzey 1 ile başladığı matematikselleştirme basamağını diğer etkinliklerde Düzey 5’te tamamlamıştır. Aynı şekilde bu etkinlikte denklem kuramadığı için çözememiş fakat diğer etkinliklerde kurdukları denklemleri çözebilmiştir. Düzey 1 ile başladığı matematiksel olarak çalışma basamağını diğer etkinliklerde Düzey 5’te tamamlamıştır. Kamikaze grubu matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında gelişim göstermiştir.

şah- Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu etkinliklerde istenen denklemleri kurabilmiş ve kurdukları denklemleri özebilmişlerdir. “*Sınıfta Neredeyiz?*” etkinliğinde ölçü aleti kullanmamaları, “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğinin üçüncü sorusunda değişkenler arasında orantılı ilişkisini doğru kuramamaları ve bu nedenle yanlış çözmeleri, “*Ayak İzi Problemi*” etkinliğinde doğrusal ilişki kurmasalar da doğru denklemleri kurmaları dışında hem matematikselleştirme hem de matematiksel olarak çalışma basamağını Düzey 5’te tamamlamışlardır. Bu iki grup son etkinlik yani “*Eğitimde Engel Yoktur*” etkinliğine geldiklerinde rampanın eğimini hesaplarken hata yaparak matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 4’e düşmüşlerdir.

Yorumlama basamağına gelindiğinde şah-Mat ve Kamikaze grubu “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümse*sin” etkinliğinde, Kamikaze ve 1 Pink ve 2 Blue grubu ise “*Eğitimde Engel Yoktur*” etkinliğinde bu basamakta Düzey 2’de bulunmaktadırlar. Bu ilk ve son etkinlik dışında aradaki etkinliklerde tüm gruplar bazı etkinliklerde eksik yorumlamalar yapsalar da bazı etkinlikleri gerçek hayat bağlamında tam yorumlayarak Düzey 4 ya da Düzey 5’te tamamlayarak gelişim göstermişlerdir.

Doğrulama basamağı 1 Pink 2 Blue grubu “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümse*sin” etkinliğinde sadece işlemsel ve “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğinde sadece gerçek hayat ile uyumluluğu açısından kontrol yaparak Düzey 3’te kalmış, diğer etkinliklerde hiçbir kontrol yapmayarak Düzey 1’den öteye gidememiştir. Kamikaze grubu “*Antik ağ Kalıntıları*” ve şah-Mat grubu “*Eğitimde Engel Yoktur*” etkinliğinde hem işlemsel hem de gerçek hayata uygunluk açısından etkinliği kontrol etmişlerdir. Bu iki grup diğer gruptan farklı olarak sadece bir etkinlikte Düzey 7’ye ıkabilmişlerdir. Onun dışında bu iki grup da etkinliklerde en fazla

işlemsel kontrol yapmış ve Düzey 3'e  ıkabilmişlerdir. Bunun dışında ilk etkinlikten son etkinliğe kadar bu basamakta gruplar Düzey 1'de kalmışlardır.



BEŞİNCİ BÖLÜM

Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde araştırma problemlerine ilişkin elde edilen bulgular yorumlanmış ve araştırma sonuçlarına ilişkin önerilerde bulunulmuştur.

Bu araştırmanın temel amacı sekizinci sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemler konusuna ait modelleme etkinliklerini çözerken bilişsel yeterliklerini daha ayrıntılı olarak düzeylerine göre belirlemektir. Bu bilişsel yeterlikleri belirlemek için Borromeo-Ferri'nin (2006) çalışmasındaki modelleme basamakları ve bu basamakları düzeylerine ayıran Tekin-Dede ve Bukova-Güzel'in (2018) değerlendirme rubriği kullanılmıştır.

Birinci Alt Probleme İlişkin Tartışma ve Yorumlar

Araştırmanın birinci alt problemi olan “8. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf doğrusal denklemler konusuna ait matematiksel modelleme etkinliklerini çözerken ortaya koydukları bilişsel modelleme yeterliklerinde ulaştıkları düzeyler nelerdir?” problemine ait bulgulara bakıldığında problemi anlama basamağı için tüm grupların “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinin üçüncü sorusu dışında birinci etkinlikten itibaren problemin durumunu anladıkları, verilenleri ve istenenleri belirledikleri ya da belirlemede önemsiz hatalar yaptıkları bu nedenle bu basamağı Düzey 4 ya da Düzey 5'te tamamladıkları görülmüştür. Bu sonuçlar çalışmanın öğrenci gruplarının problemi anlama basamağında genel anlamda başarılı olduğunu göstermektedir. Ulu (2017) ve İnan (2018) kendi çalışmalarında bu çalışmanın aksine öğrencilerin problemi anlama aşamasını geçtikleri ve problem durumunu içselleştirmeden hemen matematiksel fikirler sunmaya çalıştıklarını tespit etmişlerdir. Bu çalışmanın aksine çalışmalar olduğu gibi benzer çalışmalar da bulunmaktadır. Çiltaş ve Işık (2013) matematik öğretmeni adayları ile yaptıkları çalışmada problemi anlama yeterliliğinin en etkili yeterlik olarak kullanıldığı sonucuna ulaşmışlardır. Özulu (2021) çalışmasında öğrencilerin problemi anlama yeterliğinde en üst düzeyde puan aldığını ifade ederek bunun sebebinin öğrencilerin verilenler ve istenenler hakkında tartışmaları, fikirlerini söylemeleri, birbirlerine sorular sormaları olabileceğini ifade etmiştir.

Sadeleştirme basamağı için tüm gruplar yine aynı etkinliğin üçüncü sorusu hariç bu basamağı Düzey 4'te tamamlamıştır. Bu çalışmada en başarılı yeterlik sadeleştirme yeterliğidir. Burada gruptaki öğrencilerin problemi iyi bir şekilde anladıktan sonra gerekli ve gereksiz

değişkenleri belirlemedeki başarısından söz edilebilir. Bunun sebebinin uygulama öncesi her etkinlikle ilgili konuşulup ve sorular sorulup değişkenlerin ortaya çıkarılması olduğu söylenebilir. Buna paralel olarak Ozulu (2021) grup halinde çalışan öğrencilerin problem durumlarını daha iyi anlayabilmek, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleyebilmek için günlük yaşamla ilgili örnekler paylaştıklarını ve fikirler ürettiklerini belirtmiştir. Başka çalışmalara bakıldığında öğrencilerin sadeleştirme basamağında diğer basamaklara göre daha yeterli olduğu görülmektedir. Erdem (2021) öğrenci gruplarının genel olarak etkinliklerdeki problemi anladıkları, problemi anlayan grupların da varsayımlarda bulunduklarını ifade etmiştir. İnan (2018) çalışmasında elde edilen bu sonuca benzer olarak öğrencilerin problemlerde genel olarak problemi anlamaya çalıştıklarını, bazı zamanlarda varsayımda bulunduklarını belirlemiştir.

Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağına bakıldığında Kamikaze grubu “İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümseyin” etkinliğinde kurulması gereken rasyonel denklemi kuramamış ve çözüm için başka bir yol da aklına gelmediği için çözememiştir. Bu nedenle matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında Düzey 1, yorumlama basamağında Düzey 2, doğrulama basamağında Düzey 1’de kalmışlardır. Bu da grubun ilk etkinlikte bu basamakları en düşük düzeyde tamamladığını göstermektedir. Fakat daha sonraki çalışmalarda problemi anlama basamağından matematikselleştirme basamağına kadar olan yeterlikleri Düzey 4 ya da 5’te tamamlamıştır. Buradan öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamakları hariç diğer basamaklarda düzeylerinin arttığı görülmektedir. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubunun bu etkinlikte gerekli denklemleri kursalar da rasyonel denklemlerin çözüm aşamasında birçok hata yaptıkları, matematiksel olarak çalışma basamağını tamamlamak için grup çalışmasına ihtiyaçları olduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde Aydoğan (2023) çalışmasında son sınıf öğrencilerinin birbirlerinin eksik bilgilerini tamamlama ya da yanlış bilgilerini düzeltme ve matematiksel işlemler yapmada yardımcı olduklarını belirtmiştir. “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinin üçüncü sorusu için problemi anlama ve sadeleştirme basamağında Düzey 2’de bulunan Şah- Mat ve Düzey 1’de bulunan 1 Pink 2 Blue grubu matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma basamağında da Düzey 1’de kalmıştır. Bu da problemin anlamadan ve sadeleştirmeden bir model kurulamadığını göstermektedir. Bunun tersi olarak da modelleme problemlerinde model oluşturulması ve o modelin çözülmesi için önce problemin anlaşılacak problemde verilen ya da verilmeyen, ihtiyaç duyulan değişkenlerin ayırt edilmesi ile model oluşturulabileceği söylenebilir. Erdem (2021) çalışmasında öğrenciler problemi anlamış ve varsayımda bulunmuşlarsa bu varsayımlara dayalı olarak matematiksel model oluşturduklarını yani matematikselleştirme basamağını gerçekleştirdiklerini belirlemiştir.

Kamikaze grubu “*Ayak İzi Problemi*” etkinliğinde değişkenler arasında doğrusal ilişkiyi belirlemeden denklem oluşturduğu için Düzey 3, 1 Pink 2 Blue grubu da denklemi Şah-Mat grubu gibi kurduğu ve denklemin grafiğini de çizmediği için Düzey 2’de bulunmaktadır. “*Sınıfta Neredeyiz?*” etkinliğinde ise Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu koordinat sistemini çizerken ölçü aleti kullanmadıkları için Düzey 4’te bulunmaktadırlar. “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğinin 1. ve 2. sorusunda değişkenler arasındaki ilişkiyi bulmak için orantı, “*Eğitimde Engel Yoktur*” etkinliğinde oran, diğer etkinliklerde ise değişkenler arasındaki ilişkiyi bulmak için denklem modelini kurmuşlar ve kurdukları modelleri doğru bir şekilde çözmüşlerdir. Denkleme ya da orantıya ait grafikleri çok kolay bir şekilde çizmişler ve bu iki basamağı Düzey 5’te tamamlamışlardır. Benzer olarak Çoksöyler’in (2020) çalışmasında öğrencilerin problemlere ait matematiksel model oluşturdıkları, bu model üzerinde matematiksel işlemler yapıp bir sonuca ulaştıkları belirlenmiştir.

Yorumlama basamağında Şah-Mat ve Kamikaze grupları “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümseyin*” etkinliğini; Kamikaze grubu “*Sınıfta Neredeyiz?*” etkinliğini Düzey 2’ de tamamlamıştır. Bunun sebebi kurdukları modelleri yanlış çözmeleri ve yanlış çözdükleri modelleri eksik yorumlamalarıdır. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğinin üçüncü sorusunu Düzey 1’de tamamlamışlardır. Bunun nedeni problemi yanlış okumaları, gerekli bağımlı değişkeni yanlış belirlemeleri bu nedenle değişkenler arasındaki orantıyı yanlış kurmaları ve yanlış çözmeleri, bu yanlış çözümlerini eksik yorumlamalarıdır. Diğer etkinlikleri genelde tüm gruplar eksik yorumlamışlar doğru çözümleri eksik yorumladıkları için Düzey 4’te kalmışlardır. Şah-Mat grubu “*Eğitimde Engel Yoktur*” etkinliğini, Kamikaze ve 1 Pink 2 Blue grupları “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğini tam yorumlamış, bu basamağı Düzey 5’te tamamlamışlardır. Görüldüğü gibi çoğu etkinlikte yorumlama basamağında eksik yorumlarda bulunmuşlardır. Bunu destekler şekilde Blum ve Borremeo-Ferri (2009) matematiksel modelleme basamaklarının her zaman tamamının gerçekleşmediğini belirtmiştir. Bu çalışmada yorumlama basamağı en az Düzey 2, en fazla Düzey 5 olarak tamamlanmıştır. Bu çalışmaya benzer şekilde Ozulu (2021) çalışmasında grup halinde çalışan öğrencilerin yorumlama yeterliklerinin en düşük Düzey 2 seviyesinde olduğunu yani elde etmiş oldukları matematiksel çıktıları eksik de olsa yorumladıklarını ifade etmiştir.

Doğrulama basamağında Şah-Mat grubu “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğinde Düzey 3, “*Eğitimde engel yoktur*” etkinliğinde Düzey 7, diğer dört etkinlikte Düzey 1’de bulunmaktadır. Kamikaze grubu “*Ayak İzi Problemi*” etkinliğinde Düzey 3, “*Antik Çağ Kalıntıları*” etkinliğinde düzey 7, diğer etkinliklerde Düzey 1; 1 Pink 2 Blue grubu “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümseyin*” ve “*Benzinin İyisi Hangisi?*” etkinliğinde Düzey 3, diğer

etkinliklerde Düzey 1’de kalmıştır. Görüldüğü gibi kendinden önceki bilişsel yeterliklere göre doğrulama basamağı düşük düzeydedir. Bu çalışmaya paralel olarak Blum ve Leis (2007) araştırmalarının sonucunda öğrencilerin doğrulama basamağını göz ardı ettiklerini belirtmiştir. Bu çalışmada öğrencilerin sadece işlemsel kontrole yönelmesi Ulu’nun (2017) gerçekçi çözümleri olmayan öğrencilerin sadece işlemleri kontrol ettiği sonucuna ulaşmasıyla benzerlik göstermektedir. İnan (2018) çalışmasında öğrencilerin matematiksel işlemlere yoğunlaşarak neyi neden yaptıklarını açıklamada yetersiz kaldıklarını, çözüm sürecini tamamlayan öğrencilerin matematiksel modellerini raporlaştırdıklarını ancak kontrol etmediklerini ve gerçek hayatla ilişkilendirerek yorumlamadıklarını belirlemiştir. Ayrıca Toy (2015) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmasında tüm grupların model oluşturma ve bu modeli çözme aşamalarını gerçekleştirirken sadece bazı grupların doğrulama aşamasını deneyimlediklerini ifade etmiştir.

Bu çalışmada tüm etkinliklerde tüm grupların aynı anda Düzey 1’de bulunduğu bir yeterlik yoktur. Buna paralel olarak Ozulu (2021) ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerindeki değişimini incelediği çalışmasında katılımcıların genel itibarıyla tüm ana yeterlikler bağlamında çalıştıklarını ifade etmiştir.

İkinci Alt Probleme İlişkin Tartışma ve Yorumlar

Araştırmanın ikinci alt problemi olan “*Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözerken yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların sebepleri nelerdir?*” problemine ait bulgulara bakıldığında çalışmanın ilk etkinliği “*İnekler Yesin Yetiştiriciler Gülümsesin*” etkinliğinde öğrenciler problemde iki seçenek halinde verilen sözel ifadeleri cebirsel ifade şeklinde yazarken dolayısıyla rasyonel denklem haline getirirken zorlanmışlar, Kamikaze grubu seçeneklerde istenilen denklemleri hiç kuramamıştır. Ayrıca öğrencilerin bu etkinlikte değişkenleri birbirini cinsinden yazmada hataları ve eksiklikleri olduğu görülmüştür. Bir öğrencinin denklem çözebilmesi için denklem kurma ve çözme becerilerini iyi öğrenmesi gerekir. Bu çalışmada en zorlanılan etkinlik birinci etkinlik olmuştur. Bunun sebeplerinden biri de etkinliğin zorluk seviyesinin diğer etkinliklere göre zor olmasıdır. Bu şekilde zor olan etkinlikler sonlara doğru bırakılabilir. Bununla ilgili modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan altıncı sınıf öğrencileriyle çalışan Çoksöyler (2020) çalışmasında ön uygulama yapmış ve bu uygulama doğrultusunda ilk olarak daha az veri içeren, karmaşık olmayan ve öğrencilerin matematiksel ön bilgilerine uygun modelleme problemleri sorulmasının daha verimli olacağı düşündüğünü ifade etmiştir. Diğer gruplardaki öğrenciler de bu etkinliğin rasyonel denklemini kurmada zorlanmıştır. Burada en temel sebeplerden biri bir değişkenin yüzdesini cebirsel ifade olarak nasıl yazacaklarını bilmemeleridir. Burada öğrenciler değişkenin yüzdesini yazmak

yerine soruda bulunan sayının %20'sini bulmaya çalışmaktadır. Yani öğrenciler değişkenle çalışmakta zorlanmışlardır. Buna benzer Argün ve Dede (2003) yaptıkları çalışmada ülkemizdeki öğrencilerin değişken kavramını anlamakta büyük sıkıntıları olduğunu belirlemişlerdir. Ayrıca Çora (2018) çalışmasında cebir öğrenme alanının öğrencilerin en zorlandığı alanlardan biri olduğunu ve bu alanda matematikselleştirme becerisini kullanmaları için öğrencilerden denklem kurmaları, bu denklem yani model üzerinde matematiksel işlemler yaparak buldukları çözümü yorumlamaları beklendiğini fakat model kuramadıkları için bu aşamaları gerçekleştiremediklerini belirtmiştir. Kol (2014) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının bir matematiksel modelleme etkinliğini çözerken matematikselleştirme sürecini incelemiş ve öğretmen adaylarının fonksiyon yazmada zorlandıklarını belirtmiştir.

Etkinliklerde denklemleri oluşturduktan sonra bu denklemleri çözerken hatalar yapmışlar ve matematiksel olarak çalışma basamağında zorlanmışlardır. Bunlar; çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanamama, tam sayılarda iki farklı işaretli sayı ile toplama işlemi yaparken çıkarmak yerine toplayıp sonucun işaretini yanlış belirleme, rasyonel sayılarda yanlış sadeleştirme, genişletme, toplama ya da çıkarma yaparken payda eşitlememe, ondalık sayılarda bölme, yuvarlama ve işlem önceliğinde çarpmadan önce toplama işlemi yapma gibi hatalardır. Bu çalışmadan öğrencilerin denklem çözerken zorlanmalarının sebebinin sadece cebir alt öğrenme alanı ile ilgili olmadığını altıncı ve yedinci sınıfta sayılar ve işlemler alt öğrenme alanına ait eksiklerinden dolayı da kaynaklandığını ve özellikle tamsayılarla ve rasyonel sayılarla işlemler, oran ve orantı, yüzdeler konusunun iyi öğrenilmesi gerektiği çıkarılabilir. Bu sonucu destekler şekilde Argün ve Dede (2003) öğrencilerin cebirsel işlemleri anlamakta zorlanmalarının nedeninin, aritmetiğin temel kavramı olan sayı kavramını iyi bir şekilde kavrayamadıklarından kaynaklandığını, aritmetikten cebire geçişin kolay olmadığını ve aritmetik kavram bilgisinin yeniden yapılandırılması ile olabileceği ifade etmiştir. Hıdıroğlu (2017) çalışmasında öğrencilerin matematiksel ön bilgi eksikliği nedeniyle probleme ait modeli kursalar da kurdukları modeli ya hiç çözemediklerini ya da çözerken hata yaptıklarını belirtmiştir.

Gruplar buldukları sonuçların gerçek hayat bağlamında genelde eksik yorumlamış, çözdükten sonra kontrollerini yapmayı unutmuş, işlemsel kontrollerini yapsalar çözümlerini gerçek hayata uygunluğunu kontrol etmemiştir. Yorumlama ve doğrulama basamaklarını uygulamakta zorlanmışlardır.

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Tartışma ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi olan “*Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözerken ulaştıkları bilişsel beceriler nasıl gelişim göstermektedir?*”

problemine ait bulgulara bakıldığında problemi anlama ve sadeleştirme basamağının düzeylerinde çok fazla bir değişim olmamıştır.

Problemi anlama basamağında ilk etkinlikten itibaren problemi anlamlandırmışlar ve bu basamağı Düzey 5'te tamamlamışlardır. Bunun sebebi etkinliklerin günlük hayattan olması ve öğrencilere genelde bir görev yüklemesinden ve öğrencilerin bu durumdan hoşlanıyor olmasından kaynaklı olabilir. Duran (2022) çalışmasında öğrencilerin matematiksel modelleme durumunu içselleştirdiğini bunun sebebinin bu matematiksel modelleme durumunun öğrencinin kendi yaşantısıyla bağlantılı olmasından kaynaklanıyor olabileceğini belirtmiştir. “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinde yer alan üçüncü soruda, problemde istenileni yanlış belirlemeleri nedeniyle Şah-Mat grubunun Düzey 2 ve 1 Pink 2 Blue grubunun Düzey 1'de bulunmasının nedeni bu etkinliğin çok fazla sorudan oluşması ve öğrencilerin hemen cevap vermek istemelerinden kaynaklanması olabilir. Ayrıca bu etkinliğin üçüncü sorusunda problemi anlamamaları sadeleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağında da düşük düzeyde kalmalarına sebep olmuştur. Erdem (2018) çalışmasında problemi anlamanın matematiksel modelleme basamakları için önemli bir basamak olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca Şah-Mat grubunun “Eğitimde Engel Yoktur” etkinliğinde hangi rampayı sorduğunu önemsemeden sorulmayan birçok rampaya bakması soruyu hızlı okuyup hemen etkinlik için dışarı çıkmak istemelerinden kaynaklı olabilir. Aydoğan (2023) çalışmasında öğrencilerin bir an önce çözüme kavuşmak istedikleri için problemi anlama basamağında problemi hızlıca okuduklarını ve yüzeysel geçtiklerini; Kant (2011), Ulu (2017), Şahin ve Erarslan (2016), İnan (2018) çalışmalarına katılan öğrencilerin problem durumunu içselleştirmeden matematiksel çalışmaya çalıştıkları, geleneksel problemlerde olduğu gibi bir an önce sonuca ulaşma eğiliminde olduklarını belirtmişlerdir.

Bu çalışmadaki en başarılı yeterlik sadeleştirme yeterliğidir. Sadeleştirme basamağı “Benzinin İyisi Hangisi?” etkinliğinin üçüncü sorusu dışında tüm gruplarda ilk etkinlikten son etkinliğe kadar Düzey 4'te yani en son düzeyde tamamlanmıştır. Öğrenciler denklem ya da orantı kuracakları gerekli değişkenleri doğru belirlemişlerdir. Erdem (2021) çalışmasında öğrencilerin genel olarak varsayımda bulunduklarını ve sadeleştirme basamağında başarılı olduklarını ifade etmiştir. Duran (2022) çalışmasında öğrenci gruplarının basitleştirme becerileri altında verilen matematiksel modelleme durumlarıyla ilgili değişken ve sabitlerini ortaya koyduklarını belirtmiştir.

Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma basamağının düzeylerinde öğrenciler etkinlikler ilerledikçe kendilerinden daha emin bir şekilde model kurma ve o model üzerinde çözümler yapmaya başlamışlardır yani bu iki basamakta neler yapacaklarını

öğrenmişlerdir. Özellikle Kamikaze grubu ilk etkinlikte bu basamaklarda Düzey 1’de bulunsa da diğer etkinliklerde bu basamakları Düzey 5’te tamamlamıştır. Kocayayla’nın (2019) çalışmasında olduğu gibi öğrenci gruplarında modelleme yeterli düzeylerinin etkinlikler devam ettikçe aşamalı olarak gelişim gösterdiği görülmektedir.

Etkinlikler ilerledikçe yorumlama basamağında da olumlu sonuçlar elde edilmiştir. Kamikaze grubu ilk iki etkinlikte yorumlama basamağında Düzey 2’de iken sonraki etkinliklerde Düzey 4 ya da 5’te bulunmuştur. Şah-Mat ve 1 Pink 2 Blue grubu da ilk etkinlikten sonra bu basamağı Düzey 4 ya da 5’te tamamlamıştır. Bunun bir sebebi de çözümlerini doğru yaparak yorumlamalardır. Duran (2022) çalışmasında bazı öğrenci gruplarının modelleri hem matematiksel hem de günlük hayat açısından yorumladıklarını tespit etmiştir.

Bu çalışmada başarılı olmayan ve pek gelişim gösteremeyen basamak doğrulama basamağıdır. Gruplar ilk etkinlikten itibaren genelde sonuçlarının işlemsel ya da gerçek hayata uygunluğunu kontrol etmemiştir. Etkinliklerde iki kere sadece işlemsel iki kere hem işlemsel hem gerçek hayat uygunluk kontrolü yapılmıştır. “*Eğitimde Engel Yoktur*” etkinliği son etkinlik olmasına rağmen Kamikaze ve 1 Pink 2 Blue grubu en düşük düzeyde kalmışlardır. Bu çalışmaya benzer şekilde İnan (2018) sekizinci sınıflarla yaptığı çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme basamaklarını geçtikten sonra cevaplarını kontrol etmediğini, gerçek hayat bağlamına göre yorumlamadığını belirtmiştir. Duran, Doruk ve Kaplan’ın (2016) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme süreçlerini inceledikleri çalışmalarında öğretmen adaylarının doğrulama basamağında yetersiz kaldıkları görülmüştür.

Öneriler

Eğitimcilere Yönelik Öneriler

- Bu çalışmada 8. sınıf öğrencileriyle matematiksel modelleme çalışması yapılarak modelleme basamakları belirlenmeye çalışılmış; etkinlikler devam ettikçe öğrencilerin modelleme etkinliklerinde ve bilişsel süreçte neler yapacaklarını anladıkları, modelleme etkinlikleriyle başa çıkabildikleri görülmüştür. Bu nedenle modelleme uygulamalarının okul öncesi dönemden başlanarak öğretmenler tarafından derslerde uygulanması önerilmektedir.
- Bu çalışmadan sonra öğrencilerin doğrusal denklemler konusunda zorlanmalarının sadece doğrusal denklemler konusuna ait eksiklerinden kaynaklanmadığı görülmüştür. Bu nedenle öğretmenlerin sayılar ve işlemler alt öğrenme alanına ait özellikle 7. sınıfta “Tam Sayılarda İşlemler” ve “Rasyonel Sayılarda İşlemler” ve 6. Sınıfta “Ondalık Sayılar” konularına ait modelleme etkinlikleri yapmaları önerilmektedir.
- Bu çalışmada modelleme etkinlikleriyle grup çalışması yapılmıştır. Öğrencilerin grup çalışması sayesinde etkinlikteki anlayamayacakları problemleri tartışarak anladıkları, tek başlarına kuramayacakları ve çözemeyecekleri bir modeli kurdukları ve çözdükleri böylece iş birliğini öğrendikleri görülmektedir. Öğretmenlere modelleme etkinliklerinde grup çalışması yapması önerilmektedir.
- Bu çalışma, ders dışı saatlerde uygulanmıştır. Bunun sebeplerinden biri öğretmenin müfredatı yetiştirmede sıkıntı yaşayacağını düşünmesidir. Benzer şekilde öğretmenler her zaman müfredatı bitirme eğilimindedir. Çünkü sınavlara giren öğrencilerin öncelikli olarak konuları bilmeleri gerekmektedir. Bu nedenle idareciler tarafından resim, müzik, zekâ oyunları derslerine ait açılan ders dışı egzersizler gibi matematiksel modellemeye yönelik ders dışı egzersizlerin açılması önerilmektedir.

Araştırmacılara Yönelik Öneriler

- Bu çalışmada modelleme etkinlikleriyle grup çalışması yapılmıştır. Öğrencilerin grup çalışması sayesinde modelleme etkinliklerini çözerken bilişsel yeterliklerde daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Modelleme üzerinde çalışan araştırmacıların grup çalışması yapmaları önerilmektedir.
- Bu çalışmada 8. sınıf doğrusal denklemler konusu ile ilgili nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yapılmıştır. Doğrusal denklemler konusunun seçilmesinin sebebi öğrencilerin bu konu ile ilgili problemleri çözerken zorlanmalarının

ve modelleme sürecinde bu zorlanmaların sebeplerinin de öğrenilmek istenmesidir. Bu çalışmada olduğu gibi matematik ile ilgili belli bir konu ya da kavram üzerinde zorlanmaların tespiti ile bu zorlanmaların iyileştirilmesi ve düzenlenmesi için bir eylem planının yapıldığı nitel araştırma yöntemlerinden eylem çalışması uygulanabileceği önerilmektedir.

- Bu çalışmada öğrencilerin sorularını çözerken zorlandığı doğrusal denklemler konusu ile ilgili çalışma yapılmıştır. Bu şekilde öğrencilerin zorlandığı özellikle cebir alt öğrenme alanı ile ilgili diğer konularla çalışmalar yapılması önerilmektedir.
- Bu çalışmada, işlemsel matematik yapabilen okulun başarı durumuna göre yüksek ve orta düzey başarılı öğrenciler seçilmiştir. Çalışmalarda başarı düzeyi beklenilenden düşük olan öğrenciler de seçilerek çalışma yapılması ve onların bu süreçteki durumlarının incelenmesi önerilmektedir.
- Bu çalışma bir devlet ortaokulunun bir sınıfında öğrenim gören, orta ve iyi matematik başarı düzeyine sahip birtakım ölçütlerle belirlenen öğrencilerin oluşturduğu bir çalışmadır. Farklı çalışmalarda başarı düzeyleri düşük öğrencilerin de yer aldığı, sınıftaki tüm grupların modelleme süreçlerinin incelenmesi önerilmektedir.

KAYNAKÇA

- Ahışa, A. R., Altun, M., Bayat, N., Bozkurt, I., Çepni, S., Güler, H.K., Gürbüz, M.Ç. İleri, T., Kaldırım, A., Karamustafaoğlu, O., Kozaklı-Ülger, T., Ormancı, Ü., Ülger, B.B., & Tavşanlı, Ö.F. (2019). *PISA ve TIMSS mantığını ve sorularını anlama* (2. baskı). Pegem Akademi.
- Akgün, Ö. E., Büyüköztürk, Ş., Demirel, F., Karadeniz, Ş., & Kılıç-Çakmak, E. (2016). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* (21. baskı). Pegem Akademi.
- Alacacı, C., Aydoğan-Yenmez, A., Baş, S., Çakıroğlu, E., Çetinkaya, B., Didiş, M.G., Erbaş, A.K., Kertil, M., Korkmaz, H., Şahin, Z., & Şen-Zeytun, A. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. (1. baskı). Türkiye Bilimler Akademisi.
- Albayrak, E., & Çiltaş, A. (2017). Türkiye’de matematik eğitimi alanında yayınlanan matematiksel model ve modelleme araştırmalarının betimsel içerik analizi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(9), 258-283.
- Arastaman, G., Fidan, T., & Öztürk-Fidan, İ. (2018). Nitel araştırmada geçerlik ve güvenilirlik: kuramsal bir inceleme. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi (YYU Journal of Education Faculty)*, 15(1), 37-75.
- Argün, Z., & Dede, Y (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Aydoğan, M. (2023). *Ortaokul ilk ve son sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi* (Tez No.774601) [Yüksek lisans tezi, On Dokuz Mayıs Üniversitesi -Samsun]. Yüksek Öğretim Kurumu Ulusal Tez Merkezi.
- Aydın-Güç, F. (2015). *Matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesine yönelik tasarlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesi* (Tez No.381105) [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Aydın-Güç, F., Bilgili, S., Bukova-Güzel, E., Canbazoglu, H. B., Çiltaş, A., Didiş-Kabar, M. G., Doğan, M. F., Çavuş-Erdem, Z., Deniz-Yılmaz, Elçi, A. N., D., Hacıömeroğlu, E. S., Hacıömeroğlu, G., Hıdıroğlu, Ç. N., Kertil, M., Koç, D., Kula-Ünver, S., Özer, A. Ö., Şahin, S., Özaltun-Çelik, A., Özgür, Z., & Tarım, K. (2021). *Matematiksel modelleme teoriden uygulamaya bütünsel bakış* (1. baskı). Pegem Akademi.
- Aztekin, S., & Taşpınar-Şener, Z. (2015). Türkiye’de matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Eğitim ve Bilim*, 40(178), 139-161. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.4125>
- Bakırcı, C. (2016). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin Pisa matematik başarı düzeylerine etkisi* (Tez No.450066) [Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 231-274.
- Baltacı, A. (2019). Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır? *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 368-388.
- Berry, J., & Davies, A. (1996). Written reports. In C.R. Haines and S. Dunthorne (Eds), *Mathematics learning and assessment: Sharing innovative practice*. (3rd ed., pp. 3-3). London: Arnold.

- Berry, J., & Houston, K. (1995). Students using posters as a means of communication and assessment. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 21-27.
- Biccard, P., & Wessels, D. (2011). Development of affective modelling competencies in primary school learners. *Pythagoras*, 32(1), 1-9.
- Bilen, N., & Çiltaş, A. (2015). Ortaokul matematik dersi beşinci sınıf öğretim programının öğretmen görüşlerine göre matematiksel model ve modelleme açısından incelemesi. *e – Kafkas Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 40-54.
- Blomhøj, M., Garcia, F. J., Kaiser, G., & Sriraman, B., (2007). Report from the working group modelling and applications-differentiating perspectives and delineating commonalties. *In Proceedings of the fifth congress of the European society for research in mathematics education, Nicosia: University of Cyprus*, 2035- 2041.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education - Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 34(5), 229–239.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Ed.), *Mathematical Modelling (ICTMA-12): Education, engineering and economics* (pp.222–231). Chichester: Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Blum, W. and Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects-State, trends and issues in mathematics instruction”, *Educational Studies in Mathematics*. 2(1), 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM- International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 86–95.
- Brown, J., Edwards, I., Galbraith, P., & Stillman, G. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, 2, 688– 697.
- Bukova-Güzel, E., & Hıdıroğlu, Ç. N. (2013). Matematiksel modelleme sürecini açıklayan farklı yaklaşımlar. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(1), 127-145.
- Bukova-Güzel, E., Hıdıroğlu, Ç.N., Kula-Ünver, S., Özaltun-Çelik, A.T., & Tekin-Dede, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme* (1.baskı). Pegem Akademi.
- Bukova-Güzel, E., Hıdıroğlu, Ç.N., Kula-Ünver, S., Özaltun-Çelik, A.T., & Tekin-Dede, A. (2021). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme* (4.baskı). Pegem Akademi.
- Cinislıoğlu, B. (2017). *Matematiksel modelleme yöntemi ile doğrusal denklemler konusunun öğretiminin ortaokul üçüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarısına etkisi* (Tez No.480360) [Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi-Erzurum]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Creswell, J. W. (2013). *Nitel Araştırma Yöntemleri* (7. baskı). Siyasal Kitabevi.
- Çelikkol, Ö. (2016). *7. sınıf öğrencilerine cebirsel sözel problemlerde matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması: bir eylem araştırması* (Tez No. 431416) [Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi-Eskişehir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Çiltaş, A., & Işık, A. (2013). Matematiksel modelleme yoluyla öğretimin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme becerileri üzerine etkisi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1177-1194.

- Çoksöyler, A. (2020). *Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçlerinin incelenmesi* (Tez No.658719) [Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi-Eskişehir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Çoksöyler, A., & Bozkurt, G. (2021). Bilişsel perspektif bağlamında matematiksel modelleme süreci: Altıncı sınıf öğrencilerinin deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(52), 480-502.
- Çora, A. (2018). *Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin otantik matematiksel modelleme etkinlikleri ile problem çözme becerilerinin incelenmesi* (Tez No.514761) [Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi-Eskişehir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to concept of force. *International Journal of Science Education*, 19(3), 265-282.
- Doruk, M., Duran, M., & Kaplan, A. (2016). "Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği". *Cumhuriyet International Journal of Education*, 5(4), 55-71. <http://cije.cumhuriyet.edu.tr>
- Duran, M. (2022). *Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 710742) [Yüksek lisans tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi-Erzincan]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Duman, S.Ö. (2019). *Matematiksel modellemenin uygulandığı süreçte ortaokul öğrencilerinin değişen matematiksel ilişkilendirme ve üstbilişsel becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 784017) [Yüksek lisans tezi, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi-Niğde]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- English, L. D., & Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. *The 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 335-342.
- English, L.D., & Watters, J.J. (2005). Mathematical Modeling in the Early School Years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 59-80. DOI:[10.1007/BF03217401](https://doi.org/10.1007/BF03217401)
- Eraslan, A., & Şahin, N. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67.
- Erbaş, K., & Ersoy, Y. (1998, 27-28 Kasım). İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları, *Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu*. Orta Doğu Teknik Üniversitesi tarafından düzenlenen kongre, Ankara.
- Erbaş, K., & Ersoy, Y. (2002, 16-18 Eylül). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Orta Doğu Teknik Üniversitesi tarafından düzenlenen kongre, Ankara.
- Erdem, Ö. (2021). *Ortaokul 8.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi* (Tez No.688072) [Yüksek lisans tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi -Zonguldak]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869-1888.
- Hıdıroğlu, Ç. N., & Özkan-Hıdıroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek yaşam problem durumu modelleri. *İlköğretim Online*, 16(4), 1702-1731.
- Hole, B., Hoover, M., Lesh, R., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. In A. Kelly, R. Lesh (Eds.),

- Research Design in Mathematics and Science Education*. (pp. 591-646). Lawrence Erlbaum.
- İnan, M. (2018). *7.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi* (Tez No.528010) [Yüksek lisans tezi, Tokat Gazi Osman Paşa Üniversitesi-Tokat]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kant, S. (2011). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri ve karşılaşılan güçlükler* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi.
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Kocayayla, C. (2019). *Ortaokul 7.sınıf öğrencilerine yönelik matematiksel modelleme etkinliklerinin geliştirilmesi ve öğrencilerin modelleme yeterliklerinin belirlenmesi* (Tez No. 587243) [Yüksek lisans tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi -Bolu]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kol, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematikselleştirme sürecinin bir matematiksel modelleme etkinliği süresince incelenmesi* (Tez No. 385004) [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Maaß, K. (2007). Modelling in class: What do we want the students to learn? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling education, engineering and economics*, (pp.65-78). Horwood Publishing.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(4), 285-311. DOI:[10.1007/s13138-010-0010-2](https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2)
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2005). *Matematik dersi öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2013). *Matematik dersi öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018b). *T.C. Mili eğitim bakanlığı matematik dersi öğretim programı ilkökul ve ortaokul (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Millî Eğitim Bakanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Matematik dersi öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Müller, G., & Wittmann, E. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe* (3. baskı). Vieweg+Teubner Verlag.
- Özdemir, A. Ş., & Şahal, M. (2021). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme ve ortaokul öğrencileri için çözümlü problemler* (1. baskı). Efe Akademi Yayınları.
- Özulu, Y. E. (2022). *Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin incelenmesi* (Tez No. 678751) [Yüksek lisans tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi-Erzincan]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Şimşek, H., & Yıldırım, A. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Şimşek, H., & Yıldırım, A. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.

- Şimşek, H., & Yıldırım, A. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (12. baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Şen-Zeytun, A. (2013). *Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin ve bu süreçte etki eden faktörlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi* (Tez No. 341056) [Yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Tekin-Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması*, (Tez No. 395238) [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi-İzmir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Tekin-Dede, A. (2017). Modelleme yeterlikleri ile sınıf düzeyi ve matematik başarısı arasındaki ilişkilerin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(3), 1201–1219.
- Tetik-Bayrak, M. (2022). *Problem çözme ve kurma eğitiminin 8. sınıf öğrencilerinin sıra dışı problem çözme ve kurma becerisine etkisi* (Tez No. 738433) [Yüksek lisans tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi-Bursa]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Toy, S. (2015). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi* (Tez No. 603671) [Yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi-İstanbul]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Ulu, M. (2017). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin modelleme süreçlerinin incelenmesine yönelik bir odak grup çalışması: alış-veriş problemi. *International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 12(3), 815-844. <http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.11735>
- Voskoglou, M. G. (2006). The use of mathematical modelling as a tool for learning mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 16, 53-60.
- Zihar, M. (2018). *Matematiksel modelleme yöntemiyle 8.sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik eylem araştırması* (Tez No.531182) [Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi-Erzurum]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

EKLER

EK-1. Araştırma İzni

T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-36648235-605.01-75233024

28.04.2023

Konu : Araştırma Uygulama İzni
(İlay Zeynep KELEŞ)-(Ali KIRMIZIBİBER)

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi: a) 12.04.2023 tarihli ve E.2300121276 sayılı yazınız.
b) 20.04.2023 tarihli ve E.2300129595 sayılı yazınız.

İlgi yazılar gereği; a) Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Programları ve Öğretim Bilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi Ali KIRMIZIBİBER tarafında yapılması planlanan; "*Öğretmenlerin Stem Yaklaşımını Kullanma Düzeyleri İle Stem Yaklaşımına Yönelik Özyeterlik Algıları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi*" adlı çalışması ile,

b) Üniversiteniz Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans öğrencisi İlay Zeynep KELEŞ tarafından yapılması planlanan; "*Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Yöntemiyle Problem Çözme Süreçlerinin İncelenmesi*" adlı çalışmalarının kabulüne ilişkin 27.04.2023 tarihli ve E.75159677 sayılı Valilik Onayı yazımız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.

Salih KAYGUSUZ
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek: Valilik Onayı ve Ekleri (2 Adet Dosya)

Bilgi: 20 İlçe Kaymaklığına
(İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Muratpaşa Mah. Yönetim Cad. Hükümet Konağı İl MEM KAT:3

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: H.TEMEL

Telefon No : 0 (442) 234 48 00

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

E-Posta: arce25@meb.gov.tr

İnternet Adresi: erzurummem@meb.gov.tr

Faks: 4422351032

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden **d289-f56c-3727-964c-91f3** kodu ile teyit edilebilir.

EK-2. Modelleme Becerilerini Değerlendirme Rubriği

(Tekin-Dede ve Bukova-Güzel,2018)

Düzyey	Tanımlama
Problemi anlama	
Düzyey 1 Problemi anlamama, verilenleri ve istenenleri belirlememe ve aralarında ilişki kurmama ya da yanlış ilişki kurma	
Düzyey 2 Problemi bir ölçüde anlama, verilenleri ve istenenleri bir ölçüde belirleme fakat aralarında ilişki kuramama ya da yanlış ilişki kurma	
Düzyey 3 Problemi tamamen anlama, verilenleri ve istenenleri belirleme, aralarında ilişki kurmama ya da yanlış ilişki kurma	
Düzyey 4 Problemi tamamen anlama, verilenleri ve istenenleri belirlemede önemsiz hatalar yapma, aralarında ilişki kurmama	
Düzyey 5 Problemi tamamen anlama, verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında ilişki kurma	
Sadeleştirme	
Düzyey 1 Problemi sadeleştirmeme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlememe ve yanlış varsayımlarda bulunma	
Düzyey 2 Problemi kısmen sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri bir ölçüde belirleme ve yanlış varsayımlarda bulunma	
Düzyey 3 Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlarda bulunma	
Düzyey 4 Problemi sadeleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma	
Matematikselleştirme	
Düzyey 1 Matematiksel model(ler) oluşturmama ya da yanlış oluşturma	
Düzyey 2 Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak eksik/yanlış Matematiksel model(ler) oluşturma	
Düzyey 3 Bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak doğru matematiksel model(ler) oluşturma	
Düzyey 4 Gerçekçi varsayımlara dayalı olarak eksik/yanlış matematiksel model(ler) oluşturma ve bunları birbirleriyle ilişkilendirme	
Düzyey 5 Gerçekçi varsayımlara dayalı olarak gerekli matematiksel model (ler)i Doğru Oluşturma, bunları açıklama ve birbiriyle ilişkilendirme	
Matematiksel olarak Çalışma	
Düzyey 1 Matematiksel çözüm sunmama/oluşturulan modelleri yanlış bir şekilde çözme ya da yanlış matematiksel modeli çözmeye çalışma	
Düzyey 2 Eksik/Yanlış oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde eksiklikler/hatalar içermeme	
Düzyey 3 Eksik/Yanlış oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözme	
Düzyey 4 Doğru oluşturulmuş matematiksel modellerin çözümünde eksiklikler/hatalar içermeme	
Düzyey 5 Doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel sonuçlara ulaşma	
Yorumlama	
Düzyey 1 Elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yanlış yorumlama ya da yorumlamama	
Düzyey 2 Hatalı/Eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlama	

Düzey 3	Hatalı/Eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru yorumlama
Düzey 4	Doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlama
Düzey 5	Doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru yorumlama

Doğrulama

Düzey 1	Doğrulama yapmama ya da yanlış doğrulama yapma
Düzey 2	Kısmen doğrulama yapma, belirlenen hataları düzeltmeme
Düzey 3	Kısmen doğrulama yapma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme
Düzey 4	Kısmen doğrulama yapma, belirlenen hataları düzeltme
Düzey 5	Doğrulama yapma, belirlenen hataları düzeltmeme
Düzey 6	Doğrulama yapma, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme
Düzey 7	Doğrulama yapma, belirlenen hataları düzeltme



ÖZ GEÇMİŞ

İlk, orta ve lise öğrenimini Tokat ilinde tamamladı. 2013 yılında Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programından mezun olduktan sonra 2014 yılında Erzurum iline matematik öğretmeni olarak atandı. 2019 yılında Atatürk Üniversitesi Hukuk Fakültesi Hukuk Programından mezun oldu. Halen Erzurum İlinde öğretmen olarak görev yapmaktadır.

